

## شبیه‌سازی نسبیتی معادله ولاسوف برای انبساط پلازما به خلاء

مونا مریدی<sup>۱</sup>، رضا شکوهی<sup>۲</sup> و حسین عباسی<sup>۱</sup>

۱. دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد

پست الکترونیکی: moridi\_m@aut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۲۴؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۹/۶)

### چکیده

شبیه‌سازی نسبیتی معادله ولاسوف برای انبساط پلاسمای بدون برخورد به خلاء ارائه شده است. مدل شبیه‌سازی براساس فضای فاز  $1+1$  بعدی و تقریب الکتروستاتیک قرار دارد. به این منظور، دینامیک الکترون‌ها با معادله ولاسوف نسبیتی بررسی می‌شود. با صرف‌نظر کردن از دمای یون‌ها، از معادله‌های شارهای برای دینامیک آنها استفاده می‌شود. تابع توزیع اولیه الکترون‌ها، ماکسولی نسبیتی می‌باشد. نتایج نشان می‌دهند که به دلیل دمای نسبیتی الکترون‌ها، فرآیند انبساط در مقایسه با دماهای غیر نسبیتی سریعتر اتفاق می‌افتد، میدان الکتریکی حاصله قوی‌تر می‌باشد و یون‌ها تا سرعت‌های بالاتری شتاب می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: معادله ولاسوف، اثرات نسبیتی، انبساط پلازما، شبیه‌سازی

### ۱. مقدمه

مسئله انبساط پلاسمای بی‌برخورد به خلاء که در چند دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته است در حوزه‌های مختلف فیزیک، از جمله اخترفیزیک [۱ و ۲]، و در آزمایش‌های برهم‌کنش پالس‌های لیزری شدید با هدف‌های جامد یا گازی مشاهده شده است [۳-۱۱]. یک ساز و کار در این آزمایش‌ها این است که وقتی یک لیزر پر قدرت به هدف می‌تابد یک ابر الکترونی پراثری در پشت هدف شکل می‌گیرد. این فرآیند جدایی بار باعث به وجود آمدن میدان الکتریکی قوی می‌شود که منجر به تولید باریکه‌های یونی با انرژی‌هایی از مرتبه  $\text{MeV}$  خواهد شد [۱۲-۱۵]. الکترون‌های پراثری نه تنها در شتاب دادن یون‌ها تا انرژی‌های بالا بلکه برای ایجاد جرقه سریع<sup>۱</sup> در فرآیند

همجوشی به روش مانند<sup>۲</sup> مهم می‌باشند [۱۶ و ۱۷]. اولین کار جدی در زمینه انبساط پلازما به خلاء توسط گروپ و همکارانش انجام شد [۱۸]. آنها از یک مدل پلاسمای نیمه - بی‌نهایت<sup>۳</sup> برای مطالعه انبساط پلازما استفاده کردند و یک حل خود - مشابه<sup>۴</sup> از انبساط تحت تقریب شبه‌ختنایی ارائه دادند. در مدل نیمه - بی‌نهایت فرض می‌شود پلازما در زمان اولیه (قبل از شروع انبساط) نیم فضای  $x < 0$  را پر کرده و نیم فضای دیگر خلاء باشد. در این مدل دمای الکترون‌ها در طول فرآیند انبساط ثابت در نظر گرفته می‌شود. حل خود - مشابه یک حل تقریبی از مسئله انبساط پلازما به خلاء است و حل

۲. Inertial Confinement Fusion (ICF)

۳. Semi-infinite

۴. Self-similar

۱. Fast ignition

هم حرکت هیدرودینامیکی و هم حرکت‌های حرارتی ذرات می‌توانند نسبیته باشند. برای بررسی چنین فرآیندهایی باید مطالعات خود را در محدوده نسبیته انجام دهیم و از معادلات دینامیک نسبیته استفاده کنیم. تاکنون مطالعاتی در جهت بررسی فرآیند اندرکنش لیزر با پلاسما در این حوزه انجام شده است [۲۱] و [۳۰]. ما به منظور پی بردن به تأثیر دماهای نسبیته وابسته به الکترون‌ها بر انبساط پلاسماهای محدود به خلاء به مطالعه این فرآیند با در نظر گرفتن اثرات جدایی بار پرداخته‌ایم.

در مقاله حاضر، انبساط پلاسماهای نسبیته بی‌برخورد به خلاء با در نظر گرفتن اثرات نسبیته وابسته به دمای الکترون‌ها بررسی شده است. برای این منظور، دینامیک الکترون‌ها با معادله و لاسوف نسبیته مطالعه می‌شود. تابع توزیع اولیه الکترون‌ها ماکسولی نسبیته است. همچنین فرض شده است یون‌ها سرد باشند و از معادلات شارهای تبعیت کنند.

ساختار مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲ مدل فیزیکی انبساط، معادلات پایه، شرایط اولیه و مرزی توصیف شده‌اند. در بخش ۳ کد شبیه‌سازی و نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی ارائه شده‌اند. نتیجه‌گیری در بخش ۴ داده شده است.

## ۲. مدل فیزیکی انبساط

### ۲.۱. معادلات پایه

به منظور بررسی اثرات نسبیته در انبساط پلاسماهای بی‌برخورد به خلاء پلاسمایی در نظر گرفته‌ایم که از یون‌های یک بار مثبت با جرم  $m_i$  و بار  $+e$  و الکترون با جرم  $m_e$  و بار  $-e$  تشکیل شده است. فرض شده است در زمان  $t=0$  دمای یون‌ها در مقایسه با الکترون‌ها کوچک باشد ( $T_i \ll T_e$ ) به طوری که می‌توان یون‌ها را سرد در نظر گرفت. در مدل فیزیکی که برای بررسی انبساط پلاسما در نظر گرفته‌ایم، از معادله و لاسوف برای دینامیک الکترون‌ها استفاده می‌کنیم. از آنجا که اثرات نسبیته الکترون‌ها مدنظر است، از معادله و لاسوف نسبیته که در یک بعد به صورت زیر می‌باشد، استفاده شده است [۳۱]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{\gamma m_e} \frac{\partial f}{\partial x} + e \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p} = 0, \quad (1)$$

که  $f = f(x, p, t)$  تابع توزیع الکترون در فضای فاز،  $p$  اندازه

کامل آن فقط با در نظر گرفتن اثرات جدایی بار و به صورت عددی امکان‌پذیر است. با استفاده از معادله پواسون به جای تقریب شبه‌ختمایی، در حین انبساط جبهه یونی<sup>۱</sup> شکل می‌گیرد که یون‌ها در آن تا سرعت‌هایی نزدیک سرعت حرارتی الکترون‌ها شتاب می‌گیرند [۱۹ و ۲۰]. در مدل نیمه - بی‌نهایت انرژی سیستم نامحدود است و یون‌هایی که در جبهه یونی قرار دارند می‌توانند به صورت نامحدود شتاب بگیرند. رویکرد واقعی‌تر برای بررسی مسئله انبساط پلاسما به خلاء از طریق پلاسمای محدود<sup>۲</sup> است [۲۱-۲۳]. در پلاسمای محدود، انبساط با سرد شدن قابل ملاحظه الکترون‌های پلاسما همراه است. به طوری که انرژی گرمایی آنها به انرژی جنبشی یون‌ها تبدیل می‌شود. از این طریق انرژی لازم برای انبساط پلاسما به خلاء تأمین خواهد شد. در این حالت به دلیل محدود بودن انرژی پلاسما، یون‌ها تا سرعت‌های محدودی شتاب می‌گیرند. مدل‌های مطرح برای بررسی فرآیند انبساط پلاسما به خلاء اغلب مدل‌های هیدرودینامیکی بوده است. در این مدل‌ها الکترون‌ها و یون‌ها به شکل شار در نظر گرفته می‌شوند [۲۴-۲۶]. پرداختن به اثرات دمای نسبیته در قالب چنین مدل‌هایی امکان‌پذیر نبوده و لازم است دینامیک جنبشی ذرات را در نظر بگیریم. در نظریه جنبشی دینامیک تابع توزیع ذرات بسیار مهم می‌باشد. فرآیند انبساط پلاسما به خلاء در قالب دینامیک جنبشی ذرات اخیراً مورد توجه واقع شده و اثرات تابع توزیع ذرات در حین فرآیند انبساط مورد بررسی قرار گرفته است [۲۷-۲۹]. البته تمامی این کارها در حالت غیرنسبیته انجام شده‌اند.

امروزه با ساخت لیزرهای پرقدرت با شدت‌هایی بزرگتر از  $10^{19} \text{ Wcm}^{-2}$  و استفاده از آنها در اندرکنش لیزر با ماده، پلاسمایی تولید می‌شود که دمای الکترون‌های آن با انرژی سکونشان قابل مقایسه است ( $K_B T_e \sim m_e c^2$ )، [۵ و ۱۱]. همچنین در فرآیندهای مربوط به همجوشی درون ستاره‌ها دمای ذرات معمولاً در حد دماهای نسبیته بالا می‌باشد. در این صورت

۱. Ion front

۲. Finite plasma

آنجا که این مجموعه یک مسئله مقدار اولیه و مرزی را توصیف می‌کند ابتدا باید شرایط اولیه و مرزی مناسب با مسئله را تعریف کرد.

## ۲.۲. شرایط اولیه و مرزی

فرض کنید یون‌ها در ابتدا در برهه پلاسما در حالت سکون باشند. در مسئله انبساط مقطع اولیه‌ای که برای چگالی‌های یون و الکترون در نظر گرفته می‌شود مقطعی جایگزیده است (برای مثال قرص مورد استفاده در فرآیند همجوشی هسته‌ای به روش ماند). همچنین برای شبیه‌سازی حالت واقعی‌تری از انبساط پلاسما مقطع جایگزیده می‌بایست دارای لبه‌های هموار در مرز پلاسما و خلاء باشد، چرا که چگالی پلاسما روی لایه‌ای با مقیاس بسیار کوچک به سمت خلاء کاهش می‌یابد. بنابراین از مقطعی مطابق با رابطه (۶) به عنوان چگالی‌های اولیه یون و الکترون استفاده کرده‌ایم (شکل ۱)

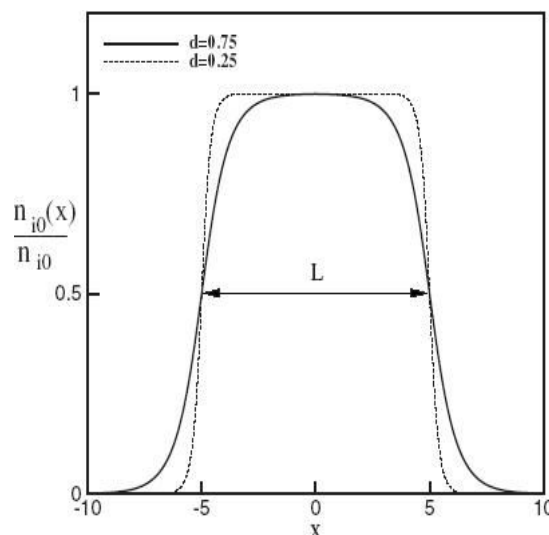
$$n_i(x,0) = n_e(x,0) = n_i \frac{\gamma}{\pi} \arctan \left[ \exp \left( -\frac{|x| - L/\gamma}{d} \right) \right]. \quad (6)$$

$n_i$  چگالی یون‌ها در پلاسما مختل نشده (وسط پلاسما محدود،  $x=0$ )،  $L$  پهنای مقطع و  $d$  پارامتری است که با استفاده از آن می‌توان شیب مقطع چگالی در مرز پلاسما و خلاء را تنظیم کرد. هر چه قدر  $d$  کوچکتر باشد شیب مقطع تندتر می‌شود به طوری که حالت  $d \rightarrow 0$  با یک چگالی پله‌ای مطابق است [۳۲]. در اینجا  $L = 45 \lambda_{De}$  و  $d = 1$  مفروض هستند که  $\lambda_{De} = \left( K_B T_e / 4\pi n_e e^2 \right)^{1/2}$  طول دبای الکترون،  $K_B$  ثابت بولتزمن،  $T_e$  دمای اولیه الکترون و  $n_e$  چگالی الکترون‌ها در پلاسما مختل نشده است.

در دماهای نسبی از تابع توزیع تعادلی جانتر - سینگ<sup>۱</sup> (ماکسولی نسبی) استفاده می‌شود که در یک بعد به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۱]

$$f(\mu) = \frac{n_{e0}}{\sqrt{m_e c K_1(\mu)}} \exp\{-\mu\gamma\}, \quad (7)$$

که  $\mu = m_e c^2 / K_B T_e$  پارامتر دما و  $K_1(\mu)$  تابع بسل تعمیم



شکل ۱. چگالی‌های اولیه یون و الکترون بر حسب مکان.

حرکت خطی الکترون و  $m_e$  جرم سکون الکترون است. فاکتور نسبیتی  $\gamma$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2}}$$

که در آن  $c$  سرعت نور در خلاء است.  $\phi$  پتانسیل الکتروستاتیکی است که در معادله پواسون صدق می‌کند

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e (n_e - n_i), \quad (2)$$

که در آن  $n_i$  چگالی یون و  $n_e$  چگالی الکترون است و از گشتاور اول تابع توزیع الکترون به دست می‌آید

$$n_e = \int f(x, p, t) dp. \quad (3)$$

چون یون‌ها سرد در نظر گرفته شده‌اند، استفاده از معادلات شماره‌ای برای بررسی تحول آنها انتخاب مناسبی است. بنابراین خواهیم داشت

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i v_i) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (5)$$

معادلات (۴) و (۵) به ترتیب معادلات پیوستگی و حرکت در هیدرودینامیک معمولی هستند که در آنها  $v_i$  سرعت شماره‌ای یون‌ها است. معادلات (۱) تا (۵) مجموعه بسته‌ای را تشکیل می‌دهند که در ادامه به شبیه‌سازی آن پرداخته شده است. از

۱. Jüttner-Syngge

روش اولیگر یک روش تکرار پیشگو - اصلاحگر به کار برده شده است. در کد شبیه‌سازی ما انرژی و آنتروپی با دقت کمتر از چند درصد پایسته هستند. همچنین به منظور بررسی دقت کد رابطه پاشندگی مربوط به امواج الکتروستاتیک الکترونی در حالت نسبیته به دست آمده است که با نتایج مرجع [۳۴] سازگاری خوبی دارد. علاوه بر این انتشار سالیتون یون - صوتی که جواب پایای سیستم معادلات (۱) تا (۵) است نیز با کد بررسی شده است. به این ترتیب که سالیتون یون - صوت شکل و مشخصات خود را به خوبی در طول اجرای برنامه حفظ می‌کند و این دلیل دیگری بر درستی و دقت کد شبیه‌سازی می‌باشد. چون شرایط اولیه (۶) و (۷)، نسبت به  $x$  متقارن هستند بنابراین فرآیند انبساط متقارن خواهد بود. در نتیجه فقط نتایج مربوط به  $x \geq 0$  ارائه شده است. در شبیه‌سازی از پارامترهای  $m_e/m_i \equiv 1/1836$ ،  $\omega_{pi}\Delta t \equiv 0.1$ ،  $\Delta x \equiv 0.05\lambda_{De}$  و  $v_{\alpha}/c_s \equiv v_{\alpha}$  استفاده شده و طول جعبه شبیه‌سازی  $150\lambda_{De}$  است. در شبیه‌سازی انجام شده از متغیرهای بی‌بعدسازی،  $(x/\lambda_{De} \equiv x)$ ،  $(p/m_e c_s \equiv p)$ ،  $(\omega_{pi}t \equiv t)$  و  $(e\phi/K_B T_e \equiv \phi)$  استفاده شده است، که  $c_s = (K_B T_e/m_i)^{1/2}$  سرعت یون - صوت،  $\omega_{pi} = (\pi n_e e^2/m_i)^{1/2}$  فرکانس یونی پلاسما و  $\alpha = i, e$  می‌باشد.

با شروع انبساط پلاسما به خلاء الکترون‌ها به دلیل جرم سبک‌تر و تحرک پذیری بالاتر نسبت به یون‌ها به سرعت به سمت خلاء فرار می‌کنند. در اثر جدایی بین الکترون‌ها و یون‌ها یک میدان الکتریکی به وجود می‌آید که باعث حرکت یون‌ها به سمت خلاء می‌شود. به این ترتیب انبساط آرام پلاسما به خلاء با سرعت‌هایی از مرتبه سرعت یون - صوت آغاز می‌شود. حال اگر دمای اولیه الکترون‌ها در محدوده دماهای نسبیته باشد  $(500 KeV < K_B T_e < 5 KeV)$  انتظار می‌رود الکترون‌ها با اختلاف فشار بیشتری به سمت خلاء پرتاب شوند و میدان الکتریکی بزرگتری حاصل شود. شکل ۲ که میدان الکتریکی در جهت یونی را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد انتظار ما را به خوبی برآورده می‌سازد. نتایج شبیه‌سازی با حالت غیرنسبیته که در آن معادله حاکم بر دینامیک الکترون‌ها معادله و لاسوف

یافته است. تابع توزیع جاتنر - سینگ در حد  $K_B T_e \ll m_e c^2$  به تابع توزیع ماکسولی تبدیل می‌شود.

از آنجا که در بی‌نهایت هیچ ذره‌ای وجود ندارد، انتظار داریم چگالی‌ها و سرعت‌های ذرات آنجا صفر باشند. علاوه بر این شرایط مرزی حاکم بر پتانسیل به صورت

$$\phi(x \rightarrow \pm\infty, t) = -\infty, \quad \partial\phi/\partial x(x \rightarrow \pm\infty, t) = 0$$

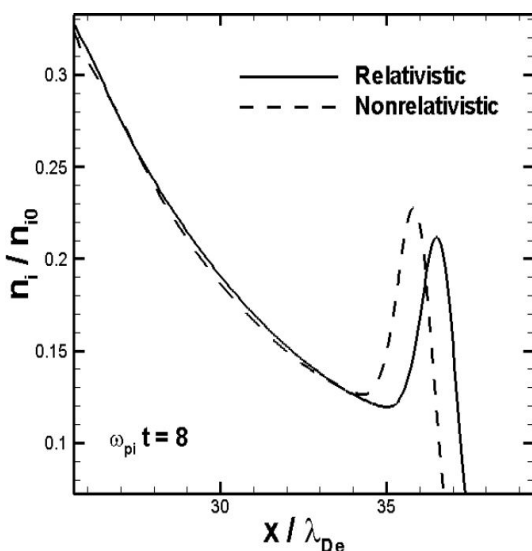
است.

### ۳. شبیه‌سازی

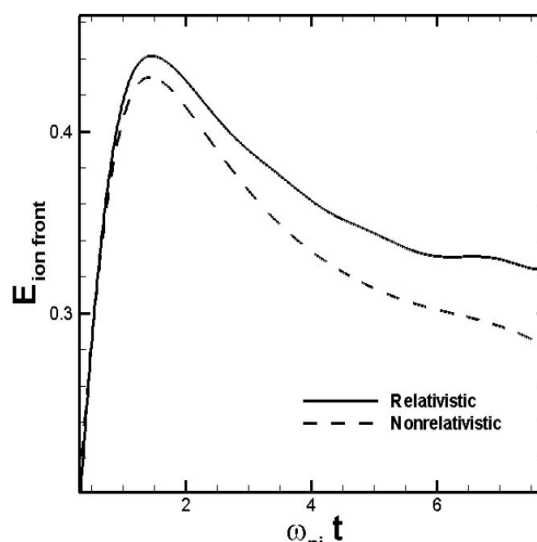
برای شبیه‌سازی معادلات (۱) تا (۵) با شرایط اولیه (۶) و (۷) یک کد مرکب جنبشی - شماره‌ای به کار برده شده است، به طوری که سیستم معادلات و لاسوف - پواسون - شماره‌ای به طور خودسازگار حل می‌شوند. در کد استفاده شده معادله و لاسوف نسبیته با روش مشخصه‌ها [۳۳] حل شده است. در این روش، معادله و لاسوف با دنبال کردن مسیرهای نقاط فاز در فضای فاز (مشخصه‌ها) حل می‌شود. این شبیه‌سازی از یک سو شامل شبکه‌ای در فضای فاز است که معادلات شماره‌ای و پواسون روی این شبکه حل می‌شوند و از سوی دیگر شامل نقاط فازی است که در طول زمان در حرکت هستند و حاوی اطلاعات تابع توزیع الکترونی می‌باشند. تابع توزیع نقاط فاز در طول شبیه‌سازی بدون تغییر باقی می‌ماند. در هر گام زمانی اطلاعات نقاط فاز با روش درونیابی میانگین‌گیری به نقاط شبکه منتقل می‌شوند و به این ترتیب تابع توزیع بر روی نقاط شبکه به دست می‌آید. مقدار تابع توزیع در نقاط شبکه برخلاف تابع توزیع نقاط فاز در طول زمان تغییر می‌کند. برای حل معادلات مشخصه و شماره‌ای از روش پرش قورباغه‌ای<sup>۲</sup> استفاده شده است. این روش در کنار مقدار کمیت‌ها در زمان اولیه  $(t=0)$  به جواب‌ها در گام زمانی وسط  $(\Delta t/2)$  نیازمند است. مقدار کمیت‌ها در زمان  $\Delta t/2$  از روش اولیگر محاسبه می‌شود. از آنجا که روش پرش قورباغه‌ای به دقت اطلاعات در گام زمانی  $\Delta t/2$  بسیار حساس است برای تصحیح خطای ناشی از

۲. Characteristics method

۱. Leap frog method



شکل ۳. چگالی یونها بر حسب موقعیت در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 8$ .



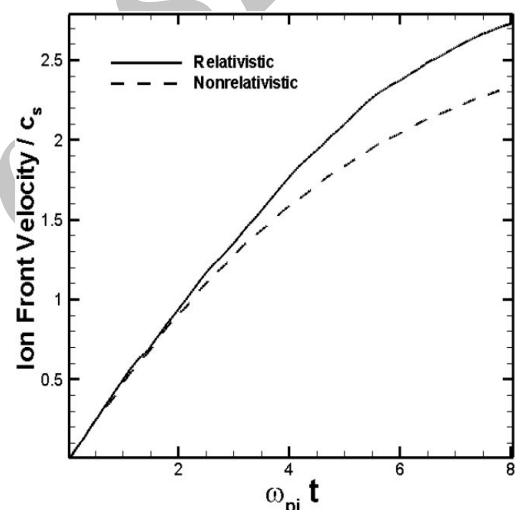
شکل ۲. میدان الکتریکی در محل جبهه یونی به صورت تابعی از زمان.

شروع انبساط پلازما، یون‌های داخلی بر یون‌هایی که در قسمت بیرونی تر پلازما قرار گرفته‌اند غلبه می‌کنند و یک جبهه یونی تشکیل می‌دهند.

در شکل ۳ که چگالی یون بر حسب موقعیت در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 8$  برای حالت‌های نسبیته و غیرنسبیته رسم شده است، می‌توان جبهه‌های یونی شکل گرفته را مشاهده کرد. در حالت نسبیته به دلیل بزرگتر بودن میدان جبهه یونی سریعتر شکل می‌گیرد.

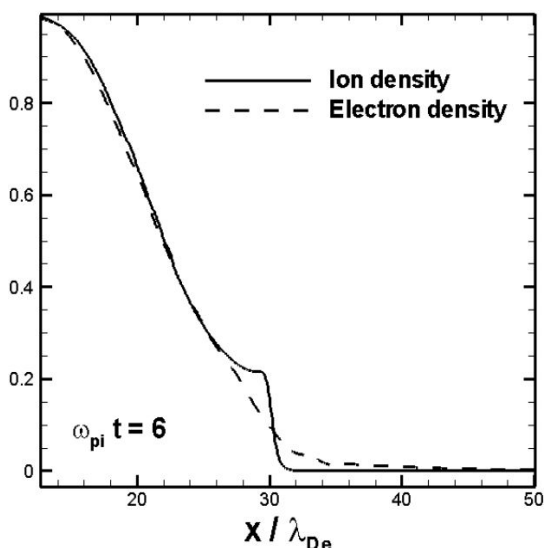
تغییرات سرعت یونها در جبهه یونی بر حسب زمان برای حالت‌های نسبیته و غیرنسبیته در شکل ۴ نمایش داده شده است. مطابق با شکل در حالت نسبیته یونها تا سرعت بزرگتری نسبت به حالت غیرنسبیته شتاب می‌گیرند. شکل ۵ چگالی الکترون‌ها را به صورت تابعی از موقعیت در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 8$  برای حالت‌های نسبیته و غیرنسبیته نشان می‌دهد. شکل بیانگر این نکته است که به دلیل بالا بودن دما در حالت نسبیته الکترون‌ها با سرعت بزرگتری به خلاء وارد می‌شوند و در نتیجه مسافت بیشتری را می‌پیمایند. بنابراین چگالی الکترون‌ها به ازای یک موقعیت ثابت باید از حالت غیرنسبیته که دمای اولیه الکترون‌ها پایین تر است بزرگتر باشد.

نمودار چگالی‌های یون و الکترون در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 6$  در

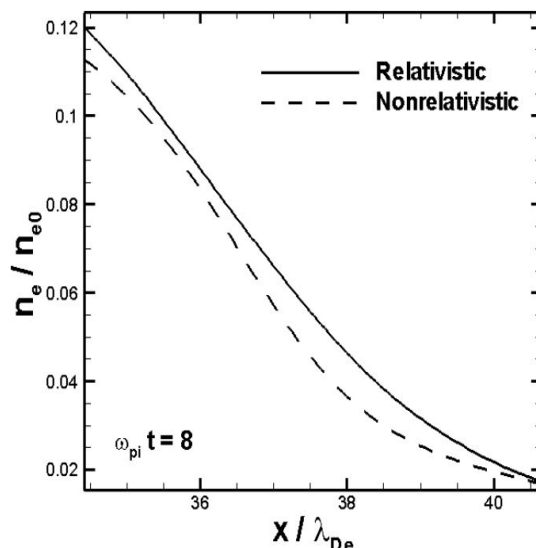


شکل ۴. سرعت جبهه یونی بر حسب زمان.

کلاسیکی است و تابع توزیع اولیه الکترون‌ها ماکسولی می‌باشد مقایسه شده‌اند. از شکل ۲ دیده می‌شود میدان الکتریکی در حالت نسبیته قویتر از میدان در حالت غیرنسبیته است. بنابراین انبساط پلازما در حالت نسبیته باید سریعتر اتفاق افتد. میدان الکتریکی حاصله، یونها را به سمت خلاء و به دنبال الکترون‌ها شتاب می‌دهد. این میدان بر یون‌هایی که در قسمت داخلی تر پلازما قرار گرفته‌اند نیروی بیشتری وارد می‌کند. در نتیجه بعد از گذشت مدت زمانی از



شکل ۶. چگالی‌های یون و الکترون بر حسب موقعیت در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 6$ .



شکل ۵. چگالی الکترون‌ها بر حسب موقعیت در زمان  $\omega_{pi}\Delta t = 8$ .

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه، با استفاده از یک مدل الکتروستاتیک و یک بعدی، تأثیر دمای نسبی و وابسته به الکترون‌ها در انبساط پلاسما بی‌برخورد به خلاء بررسی شد. در این مدل الکترون‌ها از معادله و لاسوف نسبی تبعیت می‌کنند و یون‌های سرد با معادلات شارهای توصیف می‌شوند. با انتخاب تابع توزیع اولیه الکترونی مناسب برای دماهای نسبی در حالت تعادل، توزیع جاتر-سینگ، مشاهده شد که فشار اولیه الکترون‌ها به اندازه‌ای زیاد است که یک میدان قوی شکل می‌گیرد به طوری که انبساط پلاسما سریع‌تر اتفاق می‌افتد و یون‌ها تا سرعت‌های بالاتری شتاب می‌گیرند. بنابراین اگر دمای پلاسما به اندازه کافی بالا باشد اثرات نسبی قابل ملاحظه خواهند شد و در بررسی انبساط پلاسما باید در نظر گرفته شوند.

شکل ۶ نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود در جلوی جبهه یونی فقط الکترون‌ها حاضر هستند و چگالی یون صفر می‌باشد. این ناحیه را ناحیه ابر الکترونی خالص<sup>۱</sup> می‌نامند.

به وضوح مشاهده می‌شود در منطقه‌ای که جبهه یونی شکل گرفته است چگالی یون بزرگتر از چگالی الکترون است. در واقع در این ناحیه تقریب شبه‌خنثایی شکسته می‌شود و جواب‌هایی که به صورت تحلیلی برای مسئله انبساط با در نظر گرفتن تقریب شبه‌خنثایی به دست می‌آیند (حل خود - مشابه)، معتبر نمی‌باشند. در ناحیه پشت جبهه یونی، جایی که موج رقیق<sup>۲</sup> منتشر می‌شود چگالی‌های یون و الکترون با تقریب خوبی برهم منطبق‌اند یعنی  $n_e \approx n_i$ . واضح است جواب‌های خود - مشابه در این منطقه صادق هستند.

#### مراجع

- S Johnson, M H Key, J A Koch, A B Langdon, B F Lasinski, R W Lee, A J Mackinnon, D M Pennington, M D Perry, T W Phillips, M Roth, T C Sangster, M S Singh, R A Snavely, M A Stoyer, S C Wilks, and K Yasuike, *Phys. Plasmas* 7 (2000) 2076.
- A Pukhov, *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001) 3562.
- R A Snavely, M H Key, S P Hatchett, T E Cowan, M Roth, T W Phillips, M A Stoyer, E A Henry, T C Sangster, M S Singh, S C Wilks, A MacKinnon, A

- P C Birch, and S C Chapman, *Phys. Plasma.* 9 (2002) 1785.
- S R Pillay, S V Singh, R Bharuthram, and M Y Yu, *J. Plasma Phys.* 58 (1997) 467.
- S P Hatchett, C G Brown, T E Cowan, E A Henry, J

<sup>۱</sup>. Pure electron cloud

<sup>۲</sup>. Rarefaction wave

- Ph Martin, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 185002.
15. M Borghesi, J Fuchs, S V Bulanov, A J Mackinnon, P K Patel, and M Roth, *Fusion Sci. Technol.* **49** (2006) 412.
  16. M Tabak, D S Clark, S P Hatchett, M H Key, B F Lasinski, R A Snavely, R Stephens, E M Campbell, R Kodama, K Mima, K A Tanaka, S Atzeni, and R Freeman, *Phys. Plasmas* **12** (2005) 057305.
  17. A P L Robinson, M Sherlock, and P A Norreys, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 025002.
  18. A V Gurevich, L V Pariiskaya, and L P Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **22** (1966) 449.
  19. J E Crow, P L Auer, and J E Allen, *J. Plasma Phys.* **14** (1975) 65.
  20. P Mora, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 185002.
  21. P Mora, *Phys. Rev. E* **72** (2005) 056401.
  22. D S Dorozhkina, and V E Semenov, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 2691.
  23. V F Kovalev, and V Yu Bychenkov, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 185004.
  24. P Mora, *Phys. Plasmas* **12** (2005) 112102.
  25. M Murakami, Y G Kang, K Nishihara, S Fujioka, and H Nishimura, *Phys. Plasmas* **12** (2005) 062706.
  26. M Murakami, and M M Baskob, *Phys. Plasmas* **13** (2006) 012105.
  27. T Grismayer, P Mora, J C Adam, and A Héron, *Phys. Rev. E* **77** (2008) 066407.
  28. P Mora, T Grismayer, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 145001.
  29. R Shokoohi, and H Abbasi, *Appl. Phys.* **106** (2009) 033309.
  30. A V Baitin, and K M Kuzanyan, *J. Plasma Phys.* **59** (1998) 83.
  31. R L Liboff, "Kinetic Theory: Classical, Quantum, and Relativistic Descriptions", New York: Springer-Verlag (2003).
  32. C Sack, and H Schamel, *Phys. Rep.* **156** (1987) 311.
  33. F Kazeminezhad, S Kuhn, and A Tavakoli, *Phys. Rev. E* **67** (2003) 026704.
  34. J Bergman, and B Eliasson, *Phys. Plasmas* **8** (2001) 1482.
  - Offenberger, D M Pennington, K Yasuike, A B Langdon, B F Lasinski, J Johnson, M D Perry, and E M Campbell, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2945.
  6. M Roth, A Blazevic, M Geissel, *et al.*, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** (2002) 061002.
  7. M Roth, A Blazevic, M Geissel, T Schlegel, T E Cowan, M Allen, J C Gauthier, P Audebert, J Fuchs, J Meyer-ter-Vehn, M Hegelich, S Karsch, and A Pukhov, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** (2002) 061301.
  8. S C Wilks, A B Langdon, T E Cowan, M Roth, M Singh, S Hatchett, M H Key, D Pennington, A MacKinnon, and R A Snavely, *Phys. Plasmas* **8** (2001) 542.
  9. J Fuchs, Y Sentoku, S Karsch, J Cobble, P Audebert, A Kemp, A Nikroo, P Antici, E Brambrink, A Blazevic, E M Campbell, J C Fernandez, J C Gauthier, M Geissel, M Hegelich, H Pépin, H Popescu, N Renard-LeGalloudec, M Roth, J Schreiber, R Stephens, and T E Cowan, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 045004.
  10. P Antici, J Fuchs, E D'Humières, E Lefebvre, M Borghesi, E Brambrink, C A Cecchetti, S Gaillard, L Romagnani, Y Sentoku, T Toncian, O Willi, P Audebert, and H Pépin, *phys. Plasmas* **14** (2007) 030701.
  11. P Antici, J Fuchs, M Borghesi, L Gremillet, T Grismayer, Y Sentoku, E D'Humières, C A Cecchetti, A Mancic, A C Pipahl, T Toncian, O Willi, P Mora, and P Audebert, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 105004.
  12. J Fuchs, P Antici, E D'Humières, E Lefebvre, M Borghesi, E Brambrink, C A Cecchetti, M Kaluza, V Malka, M Manclossi, S Meyroneinc, P Mora, J Schreiber, T Toncian, H Pépin, and P Audebert, *Nat. Phys.* **2** (2006) 48.
  13. L Robson, P T Simpson, R J Clarke, K W D Ledingham, F Lindau, O Lundh, T McCanny, P Mora, D Neely, C G Wahlström, M Zepf, and P McKenna, *Nat. Phys.* **3** (2007) 58.
  14. T Ceccotti, A Lévy, H Popescu, F Reau, P D'Oliveira, P Monot, J P Geindre, E Lefebvre, and