مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران
مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۴، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۳

محاسبهٔ سطح مقطع پراکندگی تفکیک پروتون- دوترون در انرژی‌های میانی

مهدی هرزچی[۱] و شهریار بایگان[۲]

۱. دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. دانشکدهٔ فیزیک، دانشگاه تهران
پست الکترونیکی: harzchi@ut.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۴/۱۷ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۲/۵/۱۳)

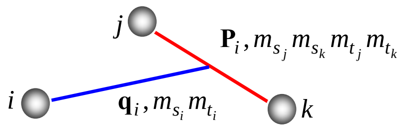
چکیده

در این مقاله با درنظر گرفتن درجات آزادی اسپین و آیزواسپین ذرات به فرمول‌بندی سه بعدی پراکندگی تفکیک سه نوکلئونی در تقریب مرتبهٔ اصلی نموده‌ایم. بدین منظور ابتدا با درنظر گرفتن تقریبی که در انرژی‌های میانی و بالا معتبر است، یعنی جملهٔ ناهمگن معادلهٔ فدیف، آن را با استفاده از روش سه بعدی به صورت تابعی از بردارهای فضای تکانه ژاکوبی می‌نویسیم. سپس با انتخاب دستگاه مختصات مناسب این معادله را به صورت تابعی از اندازهٔ بردارهای تکانه و زوایای میان آنها برای حل عددی بازنویسی کرده‌ایم. در نهایت با به کار بردن پتانسیل دو نوکلئونی Bonn-B به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک پروتون- دوترون پرداخته و نتایج به دست آمده را با داده‌های تجربی مقایسه نموده‌ایم.

واژه‌های کلیدی: پراکندگی تفکیک، معادلهٔ فدیف، روش سه بعدی

۱. مقدمه

روش مرسوم برای حل معادلات فدیف در دستگاه‌های سه جسمی استفاده از فضای اندازهٔ حرکت زاویه‌ای می‌باشد که به نمایش امواج پاره‌ای(PW) مشهور است. روش دیگر که در این مقاله از آن استفاده شده است استفاده از فضای اندازهٔ حرکت خطی می‌باشد که در آن به جای متغیرهای گسسته، متغیرهای پیوسته در محاسبات وارد می‌شوند که به روش سه بعدی (3D) مشهور است [۱-۴]. دلیل ترجیح دیدگاه سه بعدی به دیدگاه امواج پاره‌ای در این است که در پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی در انرژی‌های حدود ۲۰۰ MeV و بالاتر، تعداد امواج پاره‌ای مورد نیاز برای رسیدن به همگرایی عددی و محدودیت‌ها نسبت به امکان محاسبات عددی به سرعت افزایش می‌یابد و در نتیجه محاسبات با مشکل روبه‌رو می‌شوند. علاوه بر این در مطالعهٔ دستگاه‌های چند جسمی، نمایش عملگرهای انتقال دوجسمی و عملگرهای جایگشت و ارزیابی عناصر ماتریسی نیروهای سه و چهار جسمی در نمایش امواج پاره‌ای نسبت به نمایش سه بعدی دارای پیچیدگی بیشتری می‌باشند. بنابراین طبیعی به نظر می‌رسد که از نمایش امواج پاره‌ای اجتناب کرده و به طور مستقیم با متغیرهای برداری فضای تکانهٔ خطی کار کنیم. کار با متغیرهای برداری تکانه



شکل ۱. بردارهای فضای تکانۀ ژاکوبی دستگاه سه نوکلئونی.

ایجاب می‌کند که همه اعداد کوانتمی زاویه‌ای به طور خودکار در فرمول‌بندی و به تبع آن در نتایج عددی وارد شوند.

اولین تلاش‌ها برای وارد نمودن درجات آزادی اسپین و آیزواسپین در دیدگاه سه بعدی، با فرمول‌بندی پراکندگی نوکلئون- نوکلئون و پراکندگی نوکلئون- دوترون در تقریب مرتبۀ اصلی برداشته شد [۵-۷]. هرچند در مورد دوم فرمول‌بندی به طور کامل در دیدگاه سه بعدی صورت نگرفته است و در آن از تابع موج دوترون در دیدگاه امواج پاره‌ای استفاده شده است. فرمول‌بندی کامل پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی گام اساسی دیگری در راستای توسعۀ این دیدگاه بود که در آن از تابع موج دوترون در این دیدگاه، استفاده نمودیم [۸]. در این مقاله بر آن شدیم تا در راستای انجام محاسبات عددی برای پراکندگی دستگاه‌های سه نوکلئونی در دیدگاه سه بعدی و با درنظرگرفتن جملۀ ناهمگن معادلۀ فدیف، تقریب مرتبۀ اصلی، به محاسبه سطح مقطع پراکندگی تفکیک برای پراکندگی دوترون در انرژی‌های میانی بپردازیم.

۲. دستگاه سه نوکلئونی در فضای تکانۀ ژاکوبی

دستگاه سه نوکلئونی برحسب بردارهای فضای تکانۀ ژاکوبی و تصاویر اسپین و آیزواسپین ذرات در شکل ۱ نمایش داده شده است [۹]. در این شکل شاخص‌های i، j و k ترتیب دوره‌ای از اعداد {۳،۲،۱} می‌باشند. p_i اندازۀ حرکت نسبی زیر دستگاه دو جسمی jk و q_i اندازۀ حرکت ذرۀ i ام نسبت به زیر دستگاه jk می‌باشند. حالت پایۀ آزاد سه نوکلئونی را در این فضا به صورت زیر تعریف می‌نماییم [۱۰و۱۱]:

$$|pq\gamma\rangle \equiv \left|pqm_{s_1}m_{s_2}m_{s_3}m_{t_1}m_{t_2}m_{t_3}\right\rangle \equiv \left|pm_{s_2}m_{s_3}m_{t_2}m_{t_3}\right\rangle \left|qm_{s_1}m_{t_1}\right\rangle, \quad (۱)$$

$|\gamma\rangle \equiv \left|m_{s_1}m_{s_2}m_{s_3}m_{t_1}m_{t_2}m_{t_3}\right\rangle$ حالت‌های اسپینی و آیزواسپینی سه نوکلئون آزاد را نشان می‌دهد. اعداد کوانتمی m_{s_i} (m_{t_i}) تصاویر مؤلفۀ سوم اسپین (آیزواسپین) هر یک از سه نوکلئون در راستای محور کوانتش می‌باشند حالت‌های پایۀ آزاد معرفی شده به صورت زیر کامل و بهنجارند:

$$\sum_\gamma \int dp \int dq\, |pq\gamma\rangle\langle pq\gamma| = 1, \quad (۲)$$

$$\langle p'q'\gamma'|pq\gamma\rangle = \delta(p'-p)\,\delta(q'-q)\,\delta_{\gamma'\gamma}. \quad (۳)$$

انرژی کل دستگاه سه نوکلئونی نوکلئون- دوترون در چارچوب مرکز جرم توسط رابطۀ زیر داده می‌شود:

$$E = E_d + \frac{3}{4m} q_0^2 = E_d + \frac{2}{3} E_{lab}, \quad (۴)$$

که در آن E_d انرژی بستگی دوترون و q_0 تکانۀ نسبی نوکلئون پرتابی نسبت به دوترون می‌باشد.

۳. معادلات فدیف در فضای تکانۀ ژاکوبی

معادلۀ فدیف برای توصیف پراکندگی دستگاه‌های سه جسمی به صورت زیر می‌باشد [۱۲]:

$$T = tP + tPG_0T \quad (۵)$$

که در آن t، G_0 و P به ترتیب ماتریس انتقال دوجسمی، انتشارگر آزاد سه جسمی و عملگر جایگشت میان ذرات می‌باشند که توسط روابط زیر نمایش داده می‌شوند:

$$t = V + VG_0t,\ G_0 = (E - H_0 + i\varepsilon)^{-1}, \quad (۶)$$
$$P = P_{12}P_{23} + P_{12}3P_{23}.$$

جملۀ ناهمگن معادلۀ فدیف نسبت به t از مرتبۀ یک می‌باشد. از آنجا که در انرژی‌های بالا از سهم جملات با مرتبۀ بالاتر، می‌توان صرف‌نظر نمود لذا با در نظر گرفتن جملۀ ناهمگن معادلۀ فدیف، تقریب مرتبۀ اصلی، به محاسبۀ سطح مقطع پراکندگی تفکیک می‌پردازیم. بدین منظور جملۀ ناهمگن معادلۀ فدیف را با استفاده از پایه‌های معرفی شده سه نوکلئونی به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\left\langle pq\gamma\middle|T\middle|q_0m_s^0m_t^0\Psi_d^{M_d}\right\rangle = \left\langle pq\gamma\middle|tp\middle|q_0m_s^0m_t^0\Psi_d^{M_d}\right\rangle, \quad (۷)$$

که در آن حالت اولیۀ دستگاه که شامل دوترون هدف و نوکلئون پرتابی است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\left|q_0m_s^0m_t^0\Psi_d^{M_d}\right\rangle \equiv \left|q_0m_s^0m_t^0\right\rangle\left|\Psi_d^{M_d}\right\rangle. \quad (۸)$$

M_d تصویر مؤلفهٔ سوم اندازهٔ حرکت کل دوترون و اعداد کوانتمی $m_s^0(m_t^0)$ تصویر مؤلفهٔ سوم اسپین، آیزواسپین ذرهٔ پرتابی را در راستای محور کوانتش نشان می‌دهند. همان طور که در مرجع ۵ به تفصیل نشان داده‌ایم رابطهٔ (۷) را به صورت نهایی زیر می‌نویسیم:

$$\left\langle pq\gamma \middle| T \middle| q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \right\rangle = -\sum_{m_s' m_t'} {}_a\left\langle p m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3} \middle| t(\varepsilon) \middle| \pi\, m_s^0 m_s' m_t^0 m_t' \right\rangle_a \times \left\langle \pi' m_{s_1} m_s' m_{t_1} m_t' \middle| \Psi_d^{M_d} \right\rangle, \qquad (۹)$$

که در آن $\varepsilon = E - \frac{3}{4m}q^2$ انرژی زیر دستگاه دو جسمی بوده و متغیرهای برداری $\boldsymbol{\pi}$ و $\boldsymbol{\pi}'$ نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\pi = \frac{1}{2}q + q_0, \quad \pi' = q + \frac{1}{2}q_0. \qquad (۱۰)$$

سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی تفکیک در چارچوب آزمایشگاه توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود [۸]:

$$\frac{d\sigma}{d\hat{k}_1 dE_1} = (2\pi)^4 \frac{m^3}{2k_{lab}} p k_1 \times \frac{1}{6}\sum_{M_d m_s^0 \gamma} \int d\hat{p} \left| U_0^{M_d m_s^0,\gamma}(p,k_1;k_{lab}) \right|^2, \qquad (۱۱)$$

که در آن k_1 تکانهٔ نوکلئون پرتابی در چارچوب آزمایشگاه و U_0 عملگر مربوط به فرآیند تفکیک است که توسط رابطهٔ زیر داده می‌شود [۹]:

$$U_0 = (1+P)T. \qquad (۱۲)$$

دامنهٔ تفکیک را با توجه به رابطهٔ فوق در فضای تکانهٔ ژاکوبی به صورت زیر می‌نویسیم:

$$U_0^{M_d m_s^0,\gamma}(p,q;q_0) \equiv \left\langle p q m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3} \middle| T \middle| q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \right\rangle + \left\langle p_2 q_2 m_{s_2} m_{s_3} m_{s_1} m_{t_2} m_{t_3} m_{t_1} \middle| T \middle| q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \right\rangle + \left\langle p_3 q_3 m_{s_3} m_{s_1} m_{s_2} m_{t_3} m_{t_1} m_{t_2} \middle| T \middle| q_0 m_s^0 m_t^0 \Psi_d^{M_d} \right\rangle, \qquad (۱۳)$$

که در آن داریم [۹]:

$$p_3 = -\frac{1}{2}p + \frac{3}{4}q, \qquad p_2 = -\frac{1}{2}p - \frac{3}{4}q,$$
$$q_3 = -p - \frac{1}{2}q, \qquad q_2 = p - \frac{1}{2}q. \qquad (۱۴)$$

۴. انتخاب دستگاه مختصات مناسب

در این بخش با انتخاب دستگاه مختصات مناسب معادلات (۹) و (۱۳) را برای حل عددی بازنویسی می‌کنیم. دستگاه مختصات را طوری انتخاب می‌کنیم که تکانهٔ ذرهٔ پرتابی q_0 در راستای محور zها و بردار تکانهٔ q در صفحه x-z قرار گیرد. با این انتخاب معادلهٔ (۹) به صورت زیر نوشته می‌شود [۸]:

$$T^{m_s^0 m_t^0, M_d}_{m_{s_1} m_{s_2} m_{s_3} m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3}}(p, x_p, \cos\phi_{pq}, x_q, q; q_0) = -\sum_{m'_s m'_t} t^{m_s^0 m_s' m_t^0 m_t'}_{m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3}}(p, x_p, \cos\phi_{pq}, x_\pi, \pi, y_{p\pi}; \varepsilon) \times \Psi^{M_d}_{m_{s_1} m_s' m_{t_1} m_t'}(\pi', x_{\pi'}) \qquad (۱۵)$$

که در آن داریم:

$$x_q = \hat{q}\cdot\hat{q}_0, \quad x_p = \hat{p}\cdot\hat{q}_0,$$
$$\pi = \left|\frac{1}{2}q + q_0\right| = \left(\frac{1}{4}q^2 + q_0^2 + q q_0 x_q\right)^{\frac{1}{2}},$$
$$\pi' = \left|q + \frac{1}{2}q_0\right| = \left(q^2 + \frac{1}{4}q_0^2 + q q_0 x_q\right)^{\frac{1}{2}},$$
$$x_\pi = \hat{\pi}\cdot\hat{q}_0 = \frac{\frac{1}{2}q x_q + q_0}{\pi},$$
$$x_{\pi'} = \hat{\pi}'\cdot\hat{q}_0 = \frac{q x_q + \frac{1}{2}q_0}{\pi'},$$
$$y_{p\pi} = \hat{p}\cdot\hat{\pi} = \frac{\frac{1}{2}q y_{pq} + q_0 x_p}{\pi},$$
$$y_{pq} = \hat{p}\cdot\hat{q} = x_p x_q + \sqrt{1-x_p^2}\sqrt{1-x_q^2}\cos\phi_{pq}. \qquad (۱۶)$$

تابع موج دوترون برحسب پایه‌های ذرهٔ آزاد توسط رابطهٔ زیر به مؤلفه‌های آن در فضای تکانه- هلیسیتی مربوط می‌شود [۸]:

$$\Psi^{M_d}_{m_{s_2} m_{s_3} m_{t_2} m_{t_3}}(p, x_p) = \frac{1}{2} C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}0; m_{t_2} m_{t_3}\right) \times C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1; m_{s_2} m_{s_3} \lambda_0\right) \sum_{\lambda=-1}^{1} d^1_{\lambda_0\lambda}(x_p)\, \Phi^{M_d}_{\lambda}(p, x_p), \qquad (۱۷)$$

که در آن $d^s_{\lambda'\lambda}(x)$ ماتریس‌های دوران و Cها ضرایب کلبش- گوردن می‌باشند. مؤلفه‌های تابع موج دوترون $\Phi^{M_d}_{\lambda}(p, x_p)$ از حل عددی معادلهٔ انتگرالی جفت شدهٔ زیر به دست می‌آیند [۱۳]:

$$\Phi_\lambda^{M_d}(p,x)=\frac{1}{E_d-\dfrac{p^2}{m}}\times\left\{\frac{1}{2}\int_0^\infty dp'p'^2\int_{-1}^{1}dx'\,v_{\lambda 1}^{110,M_d}(p,p',x,x')\Phi_1^{M_d}(p,x)+\frac{1}{4}\int_0^\infty dp'p'^2\int_{-1}^{1}dx'\,v_{\lambda 0}^{110,M_d}(p,p',x,x')\Phi_0^{M_d}(p,x)\right\}. \tag{۱۸}$$

همچنین ارتباط میان ماتریس انتقال پاد متقارن دوجسمی t و نمایش آن در پایه‌های فضای تکانه- هلیسیتی به صورت زیر می‌باشد [۱۰]:

$$\begin{aligned}&t^{m'_{s_2}m'_{s_3}m'_{t_2}m'_{t_3}}_{m_{s_2}m_{s_3}m_{t_2}m_{t_3}}(p,p';\varepsilon)=\\&\frac{1}{4}\delta_{(m_{t_2}+m_{t_3}),(m'_{t_2}+m'_{t_3})}e^{-i(\lambda_0\phi_p-\lambda'_0\phi_{p'})}\\&\times\sum_{\pi st}(1-\eta_\pi(-)^{s+t})C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}t;m_{t_2}m_{t_3}\right)C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}t;m'_{t_2}m'_{t_3}\right)\\&\times C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}s;m_{s_2}m_{s_3}\lambda_0\right)C\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}s;m'_{s_2}m'_{s_3}\lambda'_0\right)\\&\times\sum_{\lambda\lambda'}d^s_{\lambda_0\lambda}(x_p)\,d^s_{\lambda'_0\lambda'}(x_{p'})\,t^{\pi st}_{\lambda\lambda'}(p,p';\varepsilon).\end{aligned} \tag{۱۹}$$

$t^{\pi st}_{\lambda\lambda'}(p,p';\varepsilon)$ توسط رابطهٔ زیر به جواب‌های معادلهٔ لیپمن- شوئینگر مرتبط می‌شود:

$$t^{\pi st}_{\lambda\lambda'}(p,p';\varepsilon)=\frac{\sum\limits_{N=-s}^{s}e^{iN\phi_{pp'}}d^s_{N\lambda}(x_p)\,d^s_{N\lambda'}(x_{p'})}{d^s_{\lambda'\lambda}(y_{pp'})}\times t^{\pi st}_{\lambda\lambda'}(p,p',y_{pp'};\varepsilon) \tag{۲۰}$$

که در آن $\phi_{pp'}=\phi_p-\phi_{p'}$ می‌باشد. در ادامه دامنهٔ پراکندگی تفکیک را با توجه به مطالب ارائه شده در مرجع ۸ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}&U_0^{M_d m_s^0,\gamma}(p,x_p,\cos\phi_{pq},x_q,q;q_0)=\\&T^{m_s^0m_t^0,M_d}_{m_{s_1}m_{s_2}m_{s_3}m_{t_1}m_{t_2}m_{t_3}}(p,x_p,\cos\phi_{pq},x_q,q;q_0)\\&+e^{-i[(m_{s_3}+m_{s_1})\phi_{p_2q}-(m_s^0-m_{s_2}+M_d)\phi_{q_2q}]}e^{i(m_{s_2}+m_{s_3})\phi_{pq}}\\&\times T^{m_s^0m_t^0,M_d}_{m_{s_2}m_{s_3}m_{s_1}m_{t_2}m_{t_3}m_{t_1}}(p_2,x_{p_2},\cos\phi_{p_2q_2},x_{q_2},q_2;q_0)\\&+e^{-i[(m_{s_1}+m_{s_2})\phi_{p_3q}-(m_s^0-m_{s_3}+M_d)\phi_{q_3q}]}e^{-i(m_{s_2}+m_{s_3})\phi_{pq}}\\&\times T^{m_s^0m_t^0,M_d}_{m_{s_3}m_{s_1}m_{s_2}m_{t_3}m_{t_1}m_{t_2}}(p_3,x_{p_3},\cos\phi_{p_3q_3},x_{q_3},q_3;q)\end{aligned} \tag{۲۱}$$

که در آن داریم:

$$p_2=\left|-\frac{1}{2}p-\frac{3}{4}q\right|=\frac{1}{2}\left(p^2+\frac{9}{4}q^2+3pqy_{pq}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$p_3=\left|-\frac{1}{2}p+\frac{3}{4}q\right|=\frac{1}{2}\left(p^2+\frac{9}{4}q^2-3pqy_{pq}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$q_2=\left|p-\frac{1}{2}q\right|=\left(p^2+\frac{1}{4}q^2-pqy_{pq}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$q_3=\left|-p-\frac{1}{2}q\right|=\left(p^2+\frac{1}{4}q^2+pqy_{pq}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$x_{p_2}=\hat{p}_2\cdot\hat{q}_0=\frac{-\frac{1}{2}px_p-\frac{3}{4}qx_q}{p_2},$$

$$x_{p_3}=\hat{p}_3\cdot\hat{q}_0=\frac{-\frac{1}{2}px_p+\frac{3}{4}qx_q}{p_3},$$

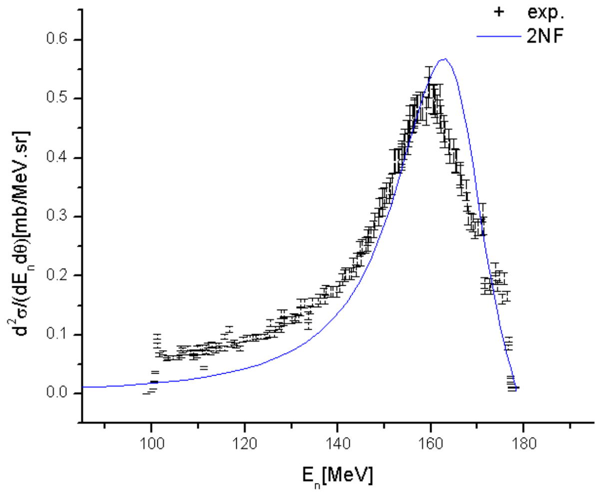
$$x_{q_2}=\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0=\frac{px_p-\frac{1}{2}qx_q}{q_2},$$

$$x_{q_3}=\hat{q}_3\cdot\hat{q}_0=\frac{-px_p-\frac{1}{2}qx_q}{q_3},$$

$$\cos\phi_{p_2q_2}=\frac{\hat{p}_2\cdot\hat{q}_2-(\hat{p}_2\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{p}_2\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{-p^2+\frac{3}{4}q^2-pqy_{pq}}{2p_2q_2}-x_{p_2}x_{q_2}}{\sqrt{1-x_{p_2}^2}\sqrt{1-x_{q_2}^2}},$$

$$\cos\phi_{p_3q_3}=\frac{\hat{p}_3\cdot\hat{q}_3-(\hat{p}_3\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}_3\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{p}_3\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}_3\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{p^2-\frac{3}{4}q^2-pqy_{pq}}{2p_3q_3}-x_{p_3}x_{q_3}}{\sqrt{1-x_{p_3}^2}\sqrt{1-x_{q_3}^2}},$$

$$\cos\phi_{p_2q}=\frac{\hat{p}_2\cdot\hat{q}-(\hat{p}_2\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{p}_2\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{-py_{pq}-\frac{3}{2}q}{2p_2}-x_{p_2}x_q}{\sqrt{1-x_{p_2}^2}\sqrt{1-x_q^2}},$$



شکل ۲. مقایسهٔ سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده با داده‌های تجربی [۱۶]، به ازای انرژی پروتون پرتابی $E_{lab}=197$ Mev و زاویهٔ پراکندگی نوترون $\theta_{lab}=24^{\circ}$.

$$\cos\phi_{p_3 q}=\frac{\hat{p}_3\cdot\hat{q}-(\hat{p}_3\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{p}_3\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{-py_{pq}+\frac{3}{2}q}{2p_3}-x_{p_3}x_q}{\sqrt{1-x_{p_3}^2}\sqrt{1-x_q^2}},$$

$$\cos\phi_{q_2 q}=\frac{\hat{q}_2\cdot\hat{q}-(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{py_{pq}-\frac{1}{2}q}{q_2}-x_{q_2}x_q}{\sqrt{1-x_{q_2}^2}\sqrt{1-x_q^2}},$$

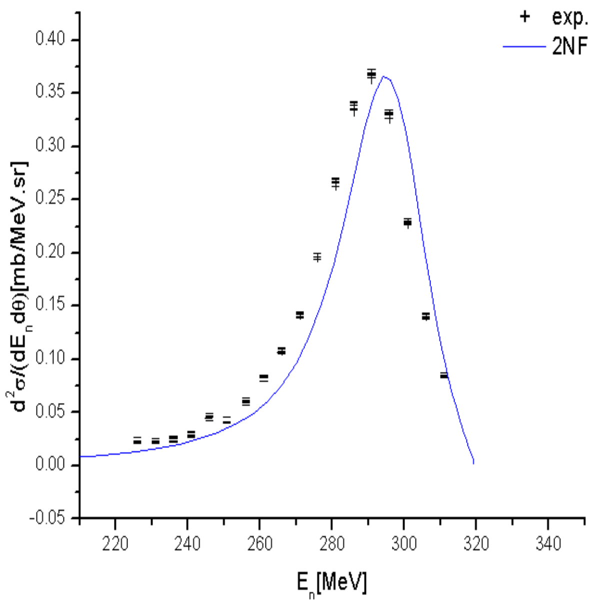
$$\cos\phi_{q_2 q}=\frac{\hat{q}_2\cdot\hat{q}-(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)}{\sqrt{1-(\hat{q}_2\cdot\hat{q}_0)^2}\sqrt{1-(\hat{q}\cdot\hat{q}_0)^2}}=\frac{\dfrac{py_{pq}-\frac{1}{2}q}{q_2}-x_{q_2}x_q}{\sqrt{1-x_{q_2}^2}\sqrt{1-x_q^2}}. \quad (۲۲)$$

۵. محاسبات عددی و نتایج

برای محاسبهٔ دامنهٔ پراکندگی تفکیک ابتدا با استفاده از معادلهٔ فدیف (۱۵) به صورت جداگانه به محاسبهٔ ماتریس‌های انتقال سه جسمی موجود در رابطهٔ (۲۱) می‌پردازیم. بدین منظور ابتدا فضا را با استفاده از نقاط شبکهٔ گاؤسی گسسته می‌نماییم. سپس به حل عددی معادلهٔ لیپمن- شوئینگر در فضای تکانه- هلیسیتی پرداخته و عناصر ماتریسی عملگر انتقال دوجسمی t یعنی $t_{\lambda\lambda'}^{\pi st}(p,p',x;E_p)$ را با به کار بردن پتانسیل Bonn-B [۱۴] به دست می‌آوریم. برای رسیدن به دقت مطلوب در محاسبات تعداد نقاط شبکهٔ گاؤسی را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی به ترتیب تعداد ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ و ۴۸ نقطه، به ترتیب برای حالت‌های یکتایی و سه تایی اسپین در نظر می‌گیریم. در ادامه به حل عددی معادلهٔ ویژه مقداری (۱۸) و در نهایت محاسبهٔ مؤلفه‌های تابع موج دوترون، $\Phi_{\lambda}^{M_d}(p,x)$ می‌پردازیم. بدین منظور برای رسیدن به نتایج مطلوب تعداد نقاط شبکهٔ گاؤسی را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی وقطبی به ترتیب ۱۰ و ۳۲ نقطه و برای متغیر تکانه تعداد ۷۲ نقطه در نظر می‌گیریم. هنگام حل عددی معادلهٔ فدیف، برای دوری جستن از برون‌یابی روی ماتریس انتقال دوجسمی و تابع موج دوترون به ازای مقادیری از تکانه‌ها و زوایا که خارج از شبکهٔ گاؤسی قرار می‌گیرند، معادلهٔ لیپمن- شوئینگر و معادلهٔ مربوط به دوترون را به ازای نقاط مرزی $x=\pm 1$ و $q=q'=0$ به صورت جداگانه حل نموده و عناصر ماتریسی تابع موج دوترون و ماتریس انتقال دوجسمی را به ازای این نقاط شبکه به دست می‌آوریم.

برای محاسبهٔ مقادیر مورد نیاز تابع موج دوترون و ماتریس انتقال دوجسمی t که جزء شبکهٔ گاؤسی قرار ندارند به ترتیب از درون یابی دوبعدی و سه بعدی استفاده می‌نماییم. بدین منظور از روش کوبیک- هرمیت- اسپلاین به دلیل سرعت و دقت بالای آن استفاده نموده‌ایم [۱۵]. برای محاسبهٔ سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی تفکیک، انتگرال‌گیری روی متغیرهای زاویه‌ای سمتی و قطبی را با استفاده از روش گاؤس- لژاندر انجام می‌دهیم. تعداد نقاط شبکه را برای متغیرهای زاویه‌ای سمتی ϕ_p و قطبی x_p به ترتیب ۲۰ و ۴۰ نقطه و برای متغیر q تعداد ۶۰ نقطه در نظر می‌گیریم.

در شکل‌های ۲ و ۳ نتایج به دست آمده از محاسبات عددی



شکل ۳. مقایسهٔ سطح مقطع دیفرانسیلی محاسبه شده با داده‌های تجربی [۱۷]، به ازای انرژی پروتون پرتابی $E_{lab} = 346$ Mev و زاویهٔ پراکندگی نوترون $\theta_{lab} = 22^{\circ}$.

با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. همان طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است نتایج حاصل از محاسبات، نسبت به داده‌های تجربی دارای مقداری جابه‌جایی می‌باشند انتظار داریم که با در نظر گرفتن اثرات نسبیتی در محاسبات این جابه‌جایی از بین برود. البته حل کامل معادلهٔ فدیف و همچنین وارد نمودن نیروی کولنی و نیروی سه نوکلئونی باعث منطبق شدن بیشتر نتایج با داده‌های تجربی خواهد گردید که محاسبات مربوط به موارد فوق در حال انجام می‌باشد.

مراجع

1. C Elster, W Schadow, A Nogga, and W Glöeckle, *Few Body Syst*. **27** (1999) 83.
2. W Schadow, C Elster, and W Glöeckle, *Few Body Syst*. **28** (2000) 15.
3. H Liu, C Elster, and W Glöeckle, *Few Body Syst*. **33** (2003) 241.
4. H Liu, C Elster, and W Glöeckle, *Phys*. *Rev*. C **72** (2005) 054003.
5. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys*. *Rev*. C **62** (2000) 044002.
6. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Mod. Phys. Lett*. A **18** (2003) 452.
7. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys*. *Rev*. C **69** (2003) 054003.
8. M Harzchi and S Bayegan, *Eur. Phys. J*. A **46** (2010) 271.
9. A Stadler and F Gross, *Phys*. *Rev*. *Lett*. **78** (1997) 26.
10. S Bayegan, M R Hadizadeh, and M Harzchi, *Phys*. *Rev*. C **77** (2008) 064005.
11. I Fachruddin, C Elster, and W Glöeckle, *Phys*. *Rev*. C **68** (2003) 054003.
12. L D Faddeev, *Sov. Phys. JETP* **12** (1961) 1014.
13. I Fachruddin, C Elster, and W Glockle, *Phys*. *Rev*. C **63** (2001) 054003.
14. Machleidt, *Adv*. *Nucl*. *Phys*. **19** (1989) 189.
15. H Spath, "*Eindimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen*", Oldenbourg Verlag, München Wien (1990).
16. D L Prout *et. al*., *Phys*. *Rev* C **65** (2002) 034611.
17. T Wakasa *et. al*., *Phys*. *Rev* C **59** (1999) 3177.