زوهش فيرب

مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۴، شمارهٔ ۱، بهار ۱۳۹۳

اثر محيط جاذب بر ويژگي هاي غير كلاسيكي حالت هاي همدوس غیرخطی روی سطح کرہ

گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد

احسان عموقربان و على مهدىفر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۳/۱۱ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۲/۹/۳)

چکیدہ

به منظور بررسی اثرات محیط دی الکتریک پاشنده و جاذب و همچنین خمیدگی فضای فیزیکی بر خواص حالتهای کوانتومی فرودی، روابط کوانتش امواج الکترومغناطیسی مبتنی بر رویکرد پدیده شناختی را برای به دست آوردن روابط کوانتومی ورودی- خروجی بین تابش ها در دو طرف تیغهٔ دیالکتریک به کار می بریم. با استفاده از این روابط، همانندی، توابع ویگنر و همچنین همبستگی کوانتومی حالتهای خروجی از دیالکتریک را برای وضعیتی که حالت ورودی از سمت چپ حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره و حالت ورودی از سمت راست حالت خلاء است به دست می آوریم. در اینجا حالتهای فرودی را تک فام درنظرمی گیریم و محیط دیالکتریک را توسط مدل لورنتس مدل سازی می کنیم. براین اساس به مطالعهٔ ویژگی های غیرکلاسیکی حالتهای خروجی از قبیل درهم تنیدگی کوانتومی می پردازیم. مشاهده خواهیم کرد که ویژگی های غیرکلاسیکی حالتهای خروجی به شدت به خواص ایتیکی محیط دی الکتریک و همچنین به خمیدگی فضای فیزیکی بستگی دارد.

واژههای کلیدی: کوانتش امواج الکترومغناطیسی، اتلاف، حالت همدوس غیرخطی

۱. مقدمه

سامانه های چهار درگاهی از قبیل شکافندهای پرتو، فیبرهای نوری، تداخل سنج ها و ... که کاربردهای بسیار زیادی در اپتیک کوانتومی و کلاسیک، ارتباطات کوانتوی و دوربری کوانتومی دارند، عموماً دارای تیغه های دی الکتریک هستند. دی الکتریک ها نیز معمولاً توسط تابع گذردهی الکتریکی (۵)ع به صورت تابعی مختلط از بسامد توصیف می شوند که قسمت های حقیقی و موهومی آن توسط رابطهٔ کرامرز-کرونیک به هم مرتبط می شوند. در سامانه های

مزبور، از آنجا که قسمت موهومی تابع دیالکتریک بیانگر اتلاف بوده و با توجه به قضیه افت و خیز-اتلاف، به طور حتم نوفه نیز وجود دارد. از اینرو، سامانه های اپتیکی شامل محیط های دیالکتریک، نمونه هایی از درگاه های کوانتومی نوفه ای هستند که نقش مؤثری بر ویژگی های غیرکلاسیکی (از قبیل همبستگی کوانتومی و درهم تنیدگی کوانتومی) حالت های کوانتومی عبوری از خود می گذارند. بنابراین، برای توصیف چگونگی اثر محیط های دیالکتریک بر حالت های کوانتومی فرودی لازم است تا کوانتش

امواج الکترومغناطیس را در محیطهای دی الکتریک پاشنده و جاذب انجام دهیم. تاکنون روشهای متعددی برای کوانتش امواج الکترمغناطیسی در حضور چنین محیطهایی معرفی شدهاند که تقریباً میتوان آنها را در دو رهیافت کلی لاگرانژی و پدیده شناختی دستهبندی کرد.

اولین تلاش برای کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور یک دی الکتریک غیر پاشنده توسط گلاوبر 'صورت گرفت [۱]. گلاوبر لاگرانژی جدیدی برای میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده نوشت که معادله های هایزنبرگ حاصل از آن به معادله های ماکسول در حضور مواد دی الکتریک منجر می شد. وی کوانتش میدان را در پیمانهٔ جدید 0= (*A*ء) ۲۰ انجام داد و نشان داد در این پیمانه نیز میتوان مجموعهٔ مدهای میدان را به عنوان مجموعه ای از نوسانگرهای هماهنگ مستقل توصیف کرد. پس از این کار تلاش های بسیاری شد تا روش گلاوبر برای مواد دی الکتریک پاشنده نیز تعمیم داده شود، ولی بعدها ثابت شد که به خاطر اتلافی بودن چنین محیط هایی نمی توان لاگرانژی جایگزیده ای برای میدان الکترومغناطیسی در حضور

برای اولین بار هاتنر و بارنت^۲ توانستند لاگرانژیای در حضور مواد دیالکتریک ارائه دهند که بر اساس آن معادلههای هایزنبرگ منجر به معادلههای ماکسول در آن محیط میشدند [۲]. نکتهٔ جدیدی که در فرمولبندی آنها ظاهر شده بود، اضافه کردن خود محیط دیالکتریک در روند کوانتش بود. در واقع این روش را میتوان به عنوان تعمیمی از مدل کالدیرا–لگت⁷ در توصیف اتلافی حرکت براونی در نظر گرفت. یکی از مزیتهای این روش، کانونیک بودن آن است ولی این روش تنها برای محیطهای دیالکتریک همگن و همکارانشان رهیافت دارد. بعدها لاؤدن¹، مطلوب⁶، ولش² و همکارانشان رهیافت

- ۴. Loudon
- ۵. Matloob
- ۶. Welsch

دیگری برای کوانتش میدان در حضور محیطهای پاشنده و جاذب ارائه دادند [۳-۶]. در این روش، آنها از معادلههای ماکسول به عنوان اصل موضوعه استفاده کردند و تحول زمانی را با استفاده از تابع گرین معادلههای ماکسول به دست آورند. این روش که به رهیافت پدیده شناختی موسوم است به معادلههای ماکسول پس از کوانتش، جملههای نوفهای اضافه میکند. در واقع رهیافت آنها به نوعی تعمیم معادلهٔ ماکروسکوپیک لانژون است.

به تازگی خیراندیش و عموشاهی نیز با الهام از اتلاف انرژی یک ذرهٔ باردار، به خاطر جفت شدگی کمینهٔ آن با میدان الکترومغناطیسی، ساز و کار جدیدی برای توصیف کوانتومی اتلاف معرفی کردند و با تعمیم آن، هامیلتونی را برای توصیف کوانتش میدان در حضور محیطهای مغناطو - دی الکتریک معرفی کردند [۷]. اگرچه اخیراً نیز لاگرانژیای معرفی کردهاند که هامیلتونی جفت شدگی کمینه از آن قابل حصول است و بدین ترتیب، می توان کوانتش کانونیک میدان الکترومغناطیسی را در حضور محیطهای مغناطو - دی الکتریک پاشندهٔ جاذب

در مراجع [۲۱و ۱۳] با به کار بردن رهیافت کوانتش پدیده شناختی و محاسبهٔ مقدار میانگین بردار پوئینتینگ، تأثیر انتشار درون محیطهای دی الکتریک در دمای ثابت بر تپهای فرودی بررسی شده است. نشان داده شده است که خواص اپتیکی تپها توسط دما، پاشندگی و جذب در محیط دی الکتریک تغییر می کند. برخی از این عوامل که در حوزهٔ کلاسیک و کوانتوم مشترک هستند موجب تأخیر در قلهٔ مرکزی و تغییر شکل تپ نسبت به تپ فرودی می شوند. از طرف دیگر، رهیافتهای مشابهای نیز برای انتشار حالتهای غیرکلاسیکی از قبیل حالتهای چلانده [۲۱–۱۷] و همچنین حالتهای همدوس حالتهای چلانده [۲۰] و همچنین حالتهای همدوس

حالتهای همدوس نخستین بار توسط شرودینگر برای توصیف بستهٔ موج با کمینهٔ پخشیدگی نوسانگرهای هماهنگ معرفی گردیند [۱۹]. این حالتها، با عدم قطعیت کمینه، ویژه حالت عملگر نابودی نوسانگر هماهنگ بوده و توزیع آمار

۱. Glauber

۲. Huttner- Barnett

۳. Caldirola-Leggett

شمارش فوتونی آنها از نوع پواسونی است [۲۰]. حالت های همدوس به روش های گوناگونی تعمیم یافته اند که گام های مهمی در جهت گسترش این نظریه هستند. از جملهٔ این تعمیم ها می توان به تعمیم های دینامیکی [۲۱]، تقارنی [۲۲] و جبری [۲۳] اشاره نمود. به عنوان نمونه، در تعمیم های جبری، عملگرهای بوزونی استاندارد \hat{a} و \hat{a} با شکل عام از این عملگرهای بوزونی استاندارد آین عملگرها در واقع ترکیبی از عملگرهای استاندارد و توابعی از برخی از ثابت های حرکت سامانه هستند. این فرآیند منجر به گذار از سامانهٔ خطی به سامانهٔ غیر خطی می شود.

از جمله تعمیمهای جبری حالتهای همدوس، حالتهای همدوس غیرخطی هستند. برای رسیدن به این حالتها عملگرهای جبر نوسانگر، به صورت تغییر شکل یافتهٔ $\hat{A} = \hat{a}f(\hat{n}) = f(\hat{n}+1)\hat{a},$

 $\hat{A}^{\dagger} = f^{\dagger}(\hat{n})\hat{a}^{\dagger} = \hat{a}^{\dagger}f^{\dagger}(\hat{n}+1),$ در نظر گرفته میشوند [۲۳]. حالتهای همدوس غیرخطی به صورت ویژه حالتهای عملگر نابودی تغییر شکل یافته بالا تعریف میشوند. حالتهای همدوس غیرخطی به دلیل خواص غیرکلاسیکی مورد توجه قرار گرفتهاند، به طوری که بسیاری از حالتهای اپتیک کوانتومی از قبیل حالتهای همدوس با تغییر شکل p'، حالتهای فوتون افزوده ، حرکت مرکز جرم یک یون به دام افتاده و همچنین برخی از حالتهای همدوس تعمیم یافته به دام افتاده و همچنین برخی از حالتهای همدوس تعمیم یافته مهچنین اثرات محصورسازی فضایی و انحنای فیزیکی بر ساختار جبری حالتهای همدوس نوسانگر هماهنگ در چارچوب حالتهای همدوس غیر خطی بررسی شده است [۲۵ و ۲۶].

در مرجع [۲۶]، برای مطالعهٔ اثر خمیدگی فضای فیزیکی بـر ویژگیهای حالتهای همدوس، ساختار جبـری یـک نوسـانگر هماهنگ دو بعدی روی سطح یک کره بررسی شده است. نشان داده شده است که نوسانگر دو بعدی را میتوان به عنـوان یـک

نوسانگر یک بعدی با جبر تغییر شکل یافته توصیف کرد. علاوه بر این، مشخص شده است که جبر نوسانگر روی کره نیز یک جبر نوسانگر تغییر شکل یافته نسبت به جبر آن در فضای تخت است. سرانجام با تعریف حالتهای همدوس روی سطح کره نشان داده شده است که با افزایش خمیدگی کره، خواص غیرکلاسیکی حالتهای همدوس متناظر با آن افزایش پیدا میکند. در مرجع [۲۷] نیز با ارایهٔ طرحوارهای فیزیکی برای تولید حالتهای همدوس غیرخطی حرکت ارتعاشی مرکز جرم اتم به دام افتاده، شیوهای برای آشکارسازی خمیدگی فضای فیزیکی معرفی شده است. نشان داده شده است که با تغییر بسامد لیزرهای رابی تابیده شده میتوان حالتهای همدوس بر روی کرههای با خمیدگیهای مختلف را تولید کرد.

در این مقاله، به منظور بررسی اثرات محیط دی الکتریک پاشنده و همچنین خمیدگی فضای فیزیکی، رهیافت ارائه شده در مراجع [۴، ۲۸،۱۸، ۲ و ۲۹] که مبتنی بر رویکرد پدیده شناختی است را برای به دست آوردن روابط ورودی- خروجی بین تابش ها در تیغه دی الکتریک پاشنده و جاذب به کار می بریم. با استفاده از این روابط، همانندی، توابع ویگنر و همچنین همیستگی کوانتومی حالتهای خروجی از دی الکتریک را برای وضعیتی که حالت ورودی از سمت چپ حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره و حالت ورودی از سمت راست حالت محیط دی الکتریک را توسط مدل لورنتس مدل سازی می کنیم. علاوه بر این، به مطالعهٔ درهم تنیدگی حالتهای غیر کرو جی می پردازیم. مشاهده خواهیم کرد که ویژگی های غیر کلاسیکی حالت های خروجی به شدت به خواص اپتیکی محیط دی الکتریک و همچنین به خمیدگی فضای فیزیکی بستگی دارد.

۲. اثر محیط جاذب روی حالتهای کوانتومی

با به کاربردن طرح کوانتش پدیده شناختی امواج الکترومغناطیسی درون محیطهای دیالکتریک، اثر محیطهای جاذب و پاشنده بر تابشهای فرودی را میتوان بر اساس

۱. q-deformed

۲. photon-added

$$R(\omega) = e^{-2i\omega l/c} [n^2(\omega) - 1] [e^{4i\omega n(\omega)l/c} - 1] G^{-1}(\omega), \qquad (\Upsilon)$$

$$T(\omega) = 4n(\omega)e^{2i\omega[n(\omega-1)]l/c} G^{-1}(\omega).$$
^(*)

در روابط بالا، تابع (ω) Θ به صورت زیر تعریف شده است $G(\omega) = [n(\omega)^2 - [n(\omega)^2 -$

در ابتدا عملگرهای چهار برداری زیر را تعریف میکنیم

$$\hat{\alpha}(\omega) = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}(\omega) \\ \hat{g}(\omega) \end{pmatrix}, \quad \hat{\beta}(\omega) = \begin{pmatrix} \hat{b}(\omega) \\ \hat{f}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (\hat{b}(\omega)) \end{pmatrix} = (\omega) \hat{\alpha} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}(\omega) \\ \hat{g}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (\hat{b}(\omega)) \hat{f}(\omega) \end{pmatrix}, \quad (\hat{b}(\omega)) \hat{f}(\omega) \end{pmatrix}$$

$$\sum_{k=1}^{k} \hat{c}_{k} \hat{c}_{$$

 $S(\omega) = \sqrt{A(\omega)A^{\dagger}(\omega)},$ $C^{2}(\omega) + S^{2}(\omega) = 1$ از رابطـهٔ (۲) از رابط



شکل ۱. نمایی از تیغهٔ دیالکتریکی به ضخامت 2 و گذردهی الکتریکی (@)ع که حالت همدوس غیر خطی از سمت چـپ و حالت خلاء کوانتومی از سمت راست روی آن فرود میآید.

ماتریس انتقال (ω) *T* و ماتریس جذب (ω) *A* فرمول بندی کرد [۱۷ و ۱۸]. فرض می کنیم که (ω) $\hat{a}_i(\omega)$ و (ω), $\hat{a}_i(\omega)$: ابه طوری که در شکل ۱ نشان داده شده است، دامنهٔ عملگرهای بوزونی متناظر با تابش های فرودی و خروجی در دو طرف تیغهٔ دیالکتریک با ضخامت *L* و ضریب شکست (ω) $\sqrt{s} = (\omega)$ $n(\omega) = \sqrt{s(\omega)}$ به مربوط می شوند، به باشند. قسمت های حقیقی و موهومی گذردهی الکتریکی محیط (ω)3 توسط رابطهٔ کرامرز – کرونیک بهم مربوط می شوند، به ویژه که حضور جذب در محیط نتیجهٔ مسلمی از حضور $(\omega)_{3}$ عملگر بوزونی متناظر با برانگیختگی های درون ماده است که نقش عملگر نیروی نوفهٔ متناظر با فرآیند جذب در $\hat{a}(\omega)$ و (ω) \hat{g} برای نمایش عملگرهای میدان و ماده، رابطهٔ مرودی – خروجی برای تابش هماگرهای میدان و ماده، رابطهٔ محیط را بازی می کند. با معرفی عملگرهای دو برداری (ω)

$$\hat{b}(\omega) = T(\omega)\hat{a}(\omega) + A(\omega)\hat{g}(\omega). \tag{1}$$

ماتریس های انتقال و جذب در رابطهٔ ماتریسی زیر صدق میکنند

$$T(\omega)T^{\dagger}(\omega) + A(\omega)A^{\dagger}(\omega) = 1, \qquad (\Upsilon)$$

 $T_{12} = T_{21} = T(\omega)$ و $T_{11} = T_{22} = R(\omega)$ و $T_{11} = T_{22} = R(\omega)$ به ترتیب ضرایب بازتاب و عبور از تیغهٔ دیالکتریک بوده و توسط رابطههای زیر به پارامترهای محیط مربوط می شوند

یک تابع عملگر مقدار است. در واقع حالتهای همدوس غیرخطی ویژه حالتهای عملگر تغییر شکل یافتهٔ \hat{A} هستند. در مرجع [۲۶]، به منظور بررسی ارتباط میان تابع تغییر شکل در نظریهٔ حالتهای همدوس غیرخطی و ساختار هندسی فضای فیزیکی، یک نوسانگر دو بعدی روی سطح کرهای با فضای فیزیکی، یک نوسانگر دو بعدی روی سطح کرهای با شعاع R و خمیدگی $\frac{1}{R^{T}} = K$ در نظر گرفته شده و با مقایسهٔ شعاع R و خمیدگی و سانگر دو بعدی روی مطح تخت با جبر نوسانگر جبر یک نوسانگر دو بعدی روی سطح تخت با جبر نوسانگر مزبور را می توان به عنوان نوسانگر هماهنگ یک بعدی تغییر $f_{s}(n) = \sqrt{N-n+1} g(\lambda, n)$

 $g(\lambda,n) = \sqrt{(\lambda(N+1-n) + \sqrt{1+\lambda^2/4})},$ در نظرگرفت. در اینجا N بعد فضای فوک با ابعاد متناهی مربوط به جبر نوسانگر هماهنگ روی سطح کره است. بر این اساس، حالتهای همدوس غیرخطی متناظر با نوسانگر هماهنگ دوبعدی روی سطح کره به صورت زیر بیان می شود

$$\left|z\right\rangle_{s} = M^{\frac{-1}{2}} \sum_{n=0}^{N} \sqrt{\binom{N}{n}} \left[g(\lambda, n)\right]! z^{n} \left|n\right\rangle, \qquad (17)$$

$$M = \sum_{n=0}^{N} {N \choose n} \{ [g(\lambda, n)] \}^2 |z|^{2n} \quad \text{in } J \}$$

بهنجارش است. آشکار است که حالتهای همدوس ${}_{s}\langle z \rangle$ را می توان به عنوان خانواده ای از حالت های همدوس غیر خطی متناظر با فضای خمیده به شمار آورد. علاوه بر این نشان داده شده است که با افزایش خمیدگی فضای فیزیکی (کره)، خواص غیرکلاسیکی حالت های همدوس غیر خطی روی سطح کره، رابطهٔ (۱۳)، افزایش پیدا می کند. در مرجع [۲۷] نیز با ارایهٔ طرحواره ای فیزیکی برای تولید حالت های همدوس غیر خطی حرکت ارتعاشی مرکز جرم اتم به دام افتاده، شیوه ای برای آشکارسازی خمیدگی فضای فیزیکی معرفی شده است. هم چنین نشان داده شده است که با تغییر بسامد رابی لیزرهای تابیده شده می توان حالت های همدوس بر روی کره های با تبعیت می کند، ماتریس (۵) ۸ را می توان به شکل زیر نوشت $\Lambda(\omega)$ $\Lambda(\omega) = \begin{pmatrix} T(\omega) & A(\omega) \\ -S(\omega)C^{-1}(\omega)T(\omega) & C(\omega)S^{-1}(\omega)A(\omega) \end{pmatrix}$ (۹) اکنون با استفاده از خواص تبدیلات گروهـی (4)SU و معادلـهٔ (۲) داریم

 $\hat{\beta}(\omega) = \hat{U}^{\dagger} \hat{\alpha}(\omega) \hat{U}. \qquad (1 \circ)$

در اینجا عملگر \hat{U} یک عملگر یکانی متناظر بـا (lpha) اسـت که عبارت است از

$$\hat{U} = \exp\left\{-i\int_0^\infty d\omega [\hat{\alpha}^{\dagger}(\omega)]^T \Phi(\omega)\hat{\alpha}(\omega)\right\},\tag{11}$$

که در آن $\Phi(\omega)$ ماتریسی ۲×۴ و هرمیتی است، که توسط رابطهٔ که در آن $\Phi(\omega)$ مربوط می شود. $\exp \{-i\Phi(\omega)\} = \Lambda(\omega)$

با توجه به اینکه عملگر چگالی اولیهٔ کل سامانه $\hat{\rho}_{in} = \hat{\rho}_{in}[\hat{\alpha}(\omega), \hat{\alpha}^{\dagger}(\omega)]$ حالتهای کوانتومی ورودی بیان کرد، عملگر چگالی حالتهای کوانتومی خروجی میدان به سادگی با استفاده از تبدیلات یکانی (۱۱) و ردگیری روی درجات آزادی محیط جاذب به دست میآید. از اینرو داریم

$$\rho_{\text{out}}^{(F)} = \operatorname{Tr}^{(D)} \{ \hat{\mathbf{U}} \rho_{\text{in}} \hat{\mathbf{U}}^{\dagger} \}$$

$$= \operatorname{Tr}^{(D)} \{ \rho_{\text{in}} [\Lambda^{\dagger}(\omega) \hat{\alpha}(\omega), \Lambda^{t}(\omega) \hat{\alpha}^{\dagger}(\omega)] \}.$$

$$\text{cc littl and let a constant on the set of the set of$$

۳. حالتهای همدوس غیرخطی روی سطح کره حالتهای همدوس غیرخطی یا حالتهای همدوس تغییر شکل یافتهٔ f، تعمیمهای جبری حالتهای همدوس استاندارد هستند. به طوری که عملگرهای خلق و نابودی جبر ویل-هایزنبرگ یعنی \hat{a} و $\hat{f}\hat{a}$ با شکلهای تغییریافتهٔ خودشان $\hat{A} = \hat{a} f(\hat{n}) = f(\hat{n}+1) \hat{a}$

$$\hat{A}^{\dagger} = f^{\dagger}(\hat{n}) \hat{a}^{\dagger} = \hat{a}^{\dagger} f^{\dagger}(\hat{n}+1)$$

 $f(\hat{n}) = f(\hat{n}) = f(\hat{n}) = f(\hat{n}) = f(\hat{n})$

۱. f-deformed

۲. Weyl-Hiesenberg

اکنون وضعیتی را در نظر می گیریم که میدانهای فرودی از سمت چپ و سمت راست تیغهٔ دی الکتریک به ترتیب حالتهای همدوس غیرخطی روی سطح کره و خلاء کوانتومی هستند. بنابراین حالت اولیهٔ کل سامانه به صورت حاصل ضرب $\left\langle F^{(D)} \right\rangle | F^{(D)} \rangle = |z\rangle_{s} | 0^{(F)} | حالت$ نوفهٔ تیغهٔ دی الکتریک را که یک حالت مخلوط آماری است $نشان می دهد. اثر عملگرهای نوفهٔ محیط (<math>\omega$) \hat{g} به گونه ای نشان می دهد. اثر عملگرهای نوفهٔ محیط (ω) \hat{g} به گونه ای است که دارای مقادیر چشمداشتی $0 = \left\langle F^{(D)} \right\rangle | g(\omega) | \delta$ هستند. اگر تیغهٔ دی الکتریک فوق در دمای متناهی θ حفظ شود، این عملگرهای نوفه دارای مقادیر چشمداشتی مخالف

$$\left\langle F^{(D)} \left| \hat{g}^{\dagger}(\omega) \hat{g}(\omega') \right| F^{(D)} \right\rangle = N(\omega, \theta)$$

$$\times \left(1 - |T|^{2} - |R|^{2} \right) \delta(\omega - \omega').$$

$$(14)$$

در اینجا $\int_{-1}^{-1} (1 - (m, \theta)) = (\exp(\hbar\omega / k_B \theta))$ تعداد میانگین فوتون های گرمایی گسیلی توسط دیالکتریک است و T و R به ترتیب ضرایب عبور و بازتاب هستند که در بخش قبلی تعریف شدهاند. در ادامه برای سادگی محاسبات و بدون کاستن از کلیت

فیزیکی را با تنظیم پارامترهای مربوط به سامانهٔ اتم به دام افتاده كنترل كرد. با اين حال، به منظور بررسي اثرات محيط دیالکتریک و خمیدگی فضای فیزیکی بر خواص حالت های کوانتومی فرودی نیازمند آمادهسازی حالتهای میدان تابشی به صورت حالتهای همدوس غیرخطی روی سطح کـره هـستیم. در مراجع [۳۰-۳۲] رهیافتهایی برای تولید هر برهم نهری دلخواه از حالتهای عددی در یک فضای هیلبرت با بعد متناهی ارایه شده است. به عنوان نمونه، در مرجع [۳۱] طرحوارهای برای تولید حالت دلخواه میدان در یک کاواک تک مد از طریق انتقال همدوس اتمی به میدان درون کاواک ارائـه گردیده است. در این مدل، سامانه اتمی شامل یک سری اتم دوترازی بوده که در آن اتم k ام در یک برهمنهی خطی از $|e
angle+arepsilon_k|g
angle$ حالت برانگیختهٔ $|e
angle=arepsilon_k|g
angle$ به صورت |e
angleه ستند. اتم های مزبور با تک مد تشدیدی میدان الكترومغناطيسي كاواك از طريق هاميلتوني جينز-كامينگز [٣٣] برهم کنش می کنند. حالت اولیهٔ کاواک نیز به صورت حالت خلاء درنظر گرفته می شود. فرض می شود که پس از عبور k−1 امین اتم و درست قبل از ورود k امین اتم، میدان کاواک در حالت کوانتـومی $\left|\phi^{(k-1)}
ight
angle = \sum_{n=1}^{N} \phi_{n}^{(k-1)} \left|n
ight
angle$ باشـد. حـال بـا خروج یک اتم از کاواک بررسی میکنیم که اتم در حالت پایـهٔ (e) و یا حالت برانگیخته (e) است. اگر اتم در حالت برانگیخته یافت شود، باید مراحل قبل، از ابتدا و با حالت خلاء کاواک تکرار شود. ولی اگر اتم در حالت پایه آشکارسازی گردد، مراحل را ادامه می دهیم تا در هر مرحله با انتقال انرژی اتم به میدان کاواک به حالت موردنظر اولیه برسیم. ضرایب جدید ه میدان پیس از خروج م امین اتم، طبق یک $\left|\phi_{n}^{\left(k
ight)}
ight|=\sum_{n}^{\prime\prime}\phi_{n}^{\left(k
ight)}\left|n
ight
angle$ رابطهٔ بازگشتی به دست می آیند [۳۱].

اکنون در اینجا نیز می توان با استفاده از رهیافتی مشابه، حالتهای همدوس غیرخطی روی سطح کره با تعداد کوانتومهای کل N را تولید نمود. بدین منظور باید به دنبال یک برهمنهی از N حالت عددی برای میدان به شکل

www.SID.ir

با جابهجا کردن عملگرهای
$$\hat{D}_{1}$$
 از چپ به راست و با به کار
بردن روابط جابهجایی در بین آنها بدین شکل به دست آورد:
بردن روابط جابهجایی در بین آنها بدین شکل به دست آورد:
 $N_{m-k',n-k}(n-k)!(1-|T|^{2}-|R|^{2})\delta_{m-k',n-k}$
چشمداشتی و انجام محاسبات طولانی ولی ساده، عملگر
چگالی میدانهای خروجی (۱۷) به صورت زیر بیان میشود
 $\hat{p}_{out}^{(F)} = |M|^{-1} \sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{n} \sum_{l=0}^{m} \sum_{q=0}^{k} \sqrt{\binom{N}{n}\binom{N}{m}}$
 $\hat{p}_{out}^{(F)} = |M|^{-1} \sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{n} \sum_{l=0}^{m} \sum_{l=0}^{k} \sqrt{\binom{N}{n}\binom{N}{m}}$
 $\hat{p}_{out}^{(F)} = |M|^{-1} \sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{m} \sum_{l=0}^{k} \sum_{l=0}^{k} \sqrt{\binom{N}{n}\binom{N}{m}}$
 $\hat{p}_{out}^{(F)} = |M|^{-1} \sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{m} \sum_{l=0}^{k} \sum_{l=0}^{k} \sqrt{\binom{N}{n}\binom{N}{m}}$
 $\times \sqrt{p!q!(k-p)!(k'-q)!} (1-|T|^{2}-|R|^{2})^{n-k}$
 $\times \sqrt{p!q!(k-p)!(k'-q)!} (1-|T|^{2}-|R|^{2})^{n-k}$
 (hA)

با رد گرفتن روی یکی از حالتهای درگاه خروجی به رابطهٔ زیر برای عملگر چگالی میدان خروجی از درگاه j ام میرسیم

$$\hat{\rho}_{\text{out, }j}^{(F)} = |M|^{-1} \\
\sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{\min\{N-n,N-m\}} \frac{[g(\lambda,n+k)]![g(\lambda,m+k)]!}{k!\sqrt{n!m!(N-n-k)!(N-m-k)!}} \\
\times \frac{N!|z|^{2k} z^{n} z^{*m} T_{j1}^{n} T_{j1}^{*m} (1-|T_{j1}|^{2})^{k}}{k!\sqrt{n!m!(N-n-k)!(N-m-k)!}} |n\rangle \langle m|,$$
(19)

که در آن، (j = 1,2) درایه های ماتریس انتقال متناظر با ضرایب عبور و بازتاب (۳) و (۴) هستند. به سادگی می توان نشان داد که در حالت خاصی که دی الکتریک شفاف باشد، یعنی 0 = [3]، عملگر چگالی فوق به روابط به دست آمده برای شکافندهٔ نور غیرجاذب در مرجع [۳۴] میل می کند. در ادامه برای تجزیه و تحلیل اثرات تیغهٔ دی الکتریک بر انتشار حالتهای همدوس غیرخطی روی سطح کره، این تیغه را توسط مدل لورنتس توصیف می کنیم که تابع دی الکتریک آن توسط رابطهٔ زیر داده می شود [۳۵]

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{\omega_g^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega}.$$
 (Y •)

در اینجا w_g بسامد پلاسما، w_0 بسامد تشدید و γ ضریب جذب محیط است. در شکل ۲ ضرایب عبور و بازتاب (۳) و (۴)

$$\begin{split} & (\operatorname{quad} S) = 0 \quad \operatorname{sorte} (n - 2) \quad \operatorname{sorte}$$

۱۳

$$W_{\text{out}, j}^{(F)}(x, p, \omega) = \frac{1}{2\pi M}$$

$$\times \sum_{n,m=0}^{N} \sum_{k=0}^{\min\{N-n, N-m\}} \frac{[g(\lambda, n+k)]![g(\lambda, m+k)]!}{k!\sqrt{n!m!(N-n-k)!(N-m-k)!}}$$

$$\times \frac{N!|z|^{2k} z^n z^{*m} T_{j1}^n T_{j1}^{*m} (1-|T_{j1}|^2)^k}{k!\sqrt{n!m!(N-n-k)!(N-m-k)!}}$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} dy \ u_m^*(x-y/2) u_n(x+y/2) e^{-ipy} .$$
(YY)

در این جا $H_n(x) e^{-x^2/2}$ و $u_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(x) e^{-x^2/2}$ چند جمله ای های هرمیت هستند. یکاهای به کار برده شده برای xو q به ترتیب بر و در واحد $\overline{m\omega}$ هستند که m جرم نوسانگری است و $(x)_n$ ها ویژه توابع هامیلتونی آن هستند. همچنین در اینجا برای سادگی محاسبات یکای پلانک را انتخاب کرده ایم که در آن داریم: h = c = 1. با محاسبهٔ انتگرال توابع هرمیت درون رابطهٔ (۲۲) و انجام محاسبات طولانی و سرراست به رابطهٔ ساده شدهٔ زیر می رسیم

$$W_{\text{out},j}^{(F)}(x,p,\omega) = \frac{e^{-(x^2+p^2)}}{M\pi} \times \frac{N}{\sum_{n,m=0}^{\sum} \sum_{k=0}^{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{|g(\lambda,n+k)|![g^*(\lambda,m+k)]!}{k!m!\sqrt{(N-n-k)!(N-m-k)!!}}}{\frac{N!|z|^{2k} (-z)^n z^{*m} T_{j1}^n T_{j1}^{*m} (1-|T_{j1}|^2)^k}{k!m!\sqrt{(N-n-k)!(N-m-k)!}}} \times \frac{[\sqrt{2}(x+ip)]^{m-n} L_n^{m-n} [2(x^2+p^2)],}{\frac{N!(x^2+p^2)}{k!m!}}$$

(۳۳)

که در آن L_n^{m-n} چند جملهای های تعمیم یافته لاگر هستند. در اینجا همان طور که انتظار داریم رابطهٔ فوق به ازای 1 = j، یعنی درگاه خروجی اول، تنها به ضریب بازتاب ((m) و به ازای T(m)، یعنی درگاه خروجی دوم، تنها به ضریب عبور (m) بستگی دارد.

برای مقایسهٔ ویژگیهای توابع ویگنـر خروجـی بـا مقـدار ورودی آن، مشابه روش ارائه شده در بالا تابع ویگنر ورودی را نیز محاسبه میکنیم



برحسب بسامد با استفاده از تابع دیالکتریک مدل لورنتس رسم شده است.

۳. ۱. تابع ویگنر

شبه تابع توزیع ویگنر به صورت تابعی از فضای فاز کوانتومی، ابزار مناسبی برای توصیف اثراتی است که از مکانیک کوانتومی و آمار کلاسیکی بر کوادرتورهای مشاهده گرها اعمال میشود. از آنجا که تابع مزبور شبیه به یک تابع توزیع شبه کلاسیکی عمل میکند، محاسبهٔ کمیتهای مشاهده پذیری از قبیل مقادیر میانگین و یا تغییرات کوادرتورها را مطابق رهیافت کلاسیکی امکان پذیر میسازد. مقادیر منفی تابع ویگنر بیانگر خواص غیر کلاسیکی حالت مورد نظر است. این تابع فضای فاز که متاظر با حالتهای کوانتومی در فضای لیوویل است، به صورت زیر تعریف میشود [۳۳]

 $W(x,p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \langle x+p/2 | \hat{\rho} | x-p/2 \rangle e^{-ipy/\hbar}.$ (۲۱) با جایگذاری عملگر چگالی (۱۹) در رابطهٔ فـوق، تـابع ویگنـر متناظر با حالت کوانتومی خروجی از درگاه *j* ام به شـکل زیـر به دست میآید



شکل ۳. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تابع ویگنر ورودی $W^{(F)}_{in}$ مطابق رابطهٔ (۲۴) به ازای مقادیر خمیدگی (الـف) 0= ۸، (ب) 5 = ۸، (ج) 15= ۸ و (د) 30 = ۸ رسم شدهاست.

در شکلهای ۴ و ۵ تابع ویگنر خروجی از درگاههای اول و دوم با به کار بردن تابع دیالکتریک (۲۰) محاسبه شدهاند. به طور کلی مشاهده میکنیم که این توابع در دو وضعیت نزدیک و دور از بسامد تشدید محیط جاذب رفتارهای کاملا متفاوتی از خود نشان میدهند ولی اثر کلی آنها کاهش ویژگیهای غیرکلاسیکی تابش ورودی به سبب اثرات اتلافی محیط است.

برای وضعیتی که حالت کوانتومی ورودی در نواحی دور از بسامد تشدید از محیط واقع شده است، 1>> ω/ω_0 ، تابع ویگنر خروجی از درگاه اول به ازای تمامی مقادیر خمیدگی همواره یک قلهٔ کاملاً مثبت و متقارن از خود نشان میدهد درحالی که تابع ویگنر خروجی از درگاه دوم تقریباً شبیه به تابع ویگنر ورودی است. به دلیل اینکه در نواحی دور از بسامد تشدید رابطهٔ 1 2 |T|+ 2 |R| برقرار است، از اینرو، محیط جاذب تقریباً شبیه یک تیغهٔ تقسیم کنندهٔ نور بدون اتلاف با ضریب بازتاب 0 2 R| و ضریب عبور 1 2 T| عمل میکند. بنابراین تابع ویگنر خروجی از درگاه اول مستقل از مقدار نقیداری که دارد شبیه تابع ویگنر حالت خلاء و تابع ویگنر

$$W_{in}^{(F)}(x,p) = \frac{e^{-(x^{2}+p^{2})}}{M\pi}$$

$$\times \sum_{n,m=0}^{N} \sqrt{\binom{N}{n}\binom{N}{m}} \frac{[g(\lambda,n)]![g^{*}(\lambda,m)]!\sqrt{n!}(-z)^{n}z^{*m}}{\sqrt{m!}}$$

$$\times [\sqrt{2}(x+ip)]^{m-n} L_{n}^{m-n} [2(x^{2}+p^{2})].$$
(Yf)

تابع ویگنر ورودی (۲۴) به صورت تابعی از متغیرهای مکان و اندازه حرکت به ازای مقادیر مختلف خمیدگی K در شکل ۳ رسم شده است. همان گونه که مشاهده می شود، با افزایش خمیدگی فضا ابتدا ارتفاع تک قلهٔ نامتقارن کنار نقطهٔ مرکزی محیدگی فضا ابتدا ارتفاع تک قلهٔ نامتقارن کنار نقطهٔ مرکزی مرکزی ظاهر می شود و به تدریج تک قلهٔ نامتقارن به قلههای دواری پیرامون قلهٔ مرکزی تغییر شکل می دهد که در بعضی از نواحی دارای مقادیر منفی هستند. بنابراین، همان گونه که انتظار داریم ویژگی های غیرکلاسیکی حالت ورودی با افزایش خمیدگی افزایش می یابد، و با افزایش بیشتر خمیدگی، الگوی تابع ویگنر به جز اندک افزایشی که در ارتفاع قلهٔ مرکزی می کند تغییر محسوس دیگری ندارد.



شکل ۴ . (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تابع ویگنر خروجی درگاه اول و دوم (^(F) و (^wout, ای پارامترهای مشابه شکل ۲، بـرای مقـادیر مختلف خمیدگی رسم شدهاند. در اینجا فرض شده است که تابش فرودی در نواحی دور از بسامد تشدید ۵/۵۱ – ۵/۵ است با مقدار z=0,5 M=4 و مقادیر مختلف پارامتر خمیدگی (الف) و(د) Δ= ۵، (ب) و (و) δ = ۵، (ج) و (ه) 15 = ۸.

خروجی از درگاه دوم تقریباً شبیه بـه تـابع ویگنـر حالـتهـای همدوس روی سطح کره رفتار میکند.

از طرف دیگر، برای وضعیتی که حالت کوانتومی ورودی در نواحی نزدیک بسامد تشدید از محیط واقع شده است، 1≈ ۵/۵۵، ضریب عبور از محیط تقریباً برابر صفر بوده ولی ضریب بازتاب به خاطر وجود اثرات اتلافی محیط کمتر از یک است. از اینرو، حالت بازتابیده از درگاه دوم تقریباً نزدیک به حالت خلاء با تابع ویگنری مطابق شکل ۵ (د)، (و) و (۵) است. در حالی که حالت بازتابیده از درگاه اول تقریباً مشابه به حالت همدوس روی سطح کره است که ویژگی های غیرکلاسیکی آن به خاطر اثرات اتلافی محیط حذف شده است.

بنابراین مطابق شکل ۵ (الف)، (ب) و (ج) مقدار تابع ویگنر خروجی از درگاه اول هیچگاه منفی نمی شود. به عبارت دیگر اثرات بازتاب از محیط جاذب با افزایش مقدار خمیدگی باعث کاهش ارتفاع قلهٔ مرکزی تابع ویگنر ورودی و قلهٔ فرعی دوار پیرامونش تا مقدار صفر می شود. از این رو، مطابق شکل ۵ (ب) و (ج) ، فقط بیرونی ترین قلهٔ فرعی دوار باقی مانده است.

۳. ۲. درهمتنیدگی حالتهای خروجی

یک حالت خالص از سامانهٔ کوانتومی دو بخشی AB که توسط عملگر چگالی *P_{AB} توصیف می*شود را جداپذیر گوییم اگر بتوانیم آن را به صورت حاصلضربی از حالت های زیرسامانه



شکل ۵. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) تابع ویگنر خروجی از درگاه اول و دوم تیغهٔ دیالکتریکی بـا پارامترهـای مـشابه شـکل ۲، بـرای مقـادیر مختلف خمیدگی رسم شده است. در اینجا فرض شده است که تابش فرودی در بسامد تشدید n= m/a است بـا مقـدار N=4، z=0/5 و مقادیر مختلف پارامتر خمیدگی (الف) و(د) 0= ג، (ب) و (و) 5= ג، (ج) و (ه) 15= ג.

ه ایش بنوی سیم، ب ه عب ارت دیگ ر داش ته باش یم: $P_{AB} = \rho_A \otimes \rho_B$ از طرف دیگر، حالت مخلوطی از سامانهٔ کوانتومی دو بخشی که در فضای هیلبرت $C^m \otimes C^m$ توسط عملگر چگالی P_{AB} توصیف می شود را جداپذیر گوییم اگر $able = P_A \rho_A^i \otimes \rho_B^i = 0$ توصیف می شود را جداپذیر گوییم اگر عملگر مزبور را بتوانیم به صورت $P_A^i \otimes \rho_A^i \otimes \rho_A^j \otimes \rho_A^j = 0$ بیان کنیم که در اینجا داریم: $0 \leq P^i$ ، $1 = P^i \sum Q$ و $P_A^i \otimes \rho_A^i$ عملگرهای چگالی کاهش یافته ای هستند که از ردگیری روی درجات آزادی زیر سامانهٔ A(B) به دست می آیند. بنابراین

سامانه های دو بخشیای که به شکل های جداپذیر فوق نوشته نمی شوند را درهم تنیده گویند [۳۶]. در عمل، تعیین اینکه آیا سامانه هایی با حالت های کاملاً دلخواه را می توان به شکل جداپذیر فوق نوشت و یا نه بسیار مشکل است. از این رو، به سنجه هایی برای تعیین درجهٔ درهم تنیدگی این سامانه ها نیاز داریم.

برای وضعیتی که سامانهٔ دو بخشی در حالت خالص است، یگانهٔ سنجهٔ قابل قبول برای تعیین درجهٔ درهـمتنیـدگی سـامانهٔ

A کوانتومی، آنتروپی فون نویمن است که برای زیر سامانههای Aو $B = S_A = S_B = -Tr^{(A)}[\hat{\rho}_{AB} \ln \hat{\rho}_{AB}] = S_A = S_B = Tr^{(A)}[\hat{\rho}_{AB} \ln \hat{\rho}_{AB}]$ تعریف می شود. مقدار آنتروپی فون نویمن برای وضعیتی که حالت کل سامانه جداپذیر باشد، صفر و برای حالتی که درهمتنیده باشد مثبت به دست می آید. بنابراین این سنجه به نحوی میزان درهمتنیدگی حالت سامانه را اندازه گیری می کند.

تعيين درجهٔ درهمتنيدگي براي حالت هاي مخلوط بسيار پیچیدهتر از حالت خالص بوده و بدین منظور تاکنون سه سنجه پیشنهاد شده است [۳۷]. یکی از این سنجه ها در هم تنیدگی قابل تقطیر ' است که بیانگر میزان درهمتنیدگی خالصی است که می توان از عملگر چگالی $\hat{
ho}_{AB}$ استخراج کرد. سنجهٔ دیگر درهـمتنیـدگی تشكيل است كه نسخه بهنجار يافته آن هزينه درهم تنيدكي ناميده می شود و میزان درهم تنیدگی خالص مورد نیاز برای ایجـاد $\hat{
ho}_{AB}$ را بيان مىكند. سىنجة أخر، أنتروپى نىسبى S است که در اینجا $E(\hat{\rho}) = -\min_{\hat{\sigma} \in S} Tr[\hat{\rho}_{AB}(\ln \hat{\rho}_{AB} - \ln \hat{\sigma})]$ مجموعة تمام حالتهاي كوانتومي جدايذيري است كه سامانة كال مي تواند در آن آمادهسازي شود. اين سنجه براي حالت هاي خالص به آنتروپی فون نویمن برای هر یک از زیر سامانه ایش تبدیل می شود. در عمل هنوز مشخص نیست که چگونه می توان بـه طـور مؤثر این سه سنجه را برای حالـت. ای مخلـوط دلخـواه از جملـه سامانههای کوانتومی نوفهای که در این مقالـه بـا آن روبـهرو هـستیم محاسبه کرد. اگرچه تنها یک استثناء نیز وجود دارد و آن هم در مورد درهمتنیدگی تشکیل حالتهای دو کیوبیتی است که وترز^۳ برحسب تلاقی ٔ به دست آورده است [۳۸].

از آنجایی که حالتهای کوانتومی خروجی (۱۸) همانند تمام سامانههای نوفهای دیگر، در یک حالت مخلوط آماری به سر می برند و از طرف دیگر هنوز هیچ عبارت صریحی برای محاسبهٔ سنجههای معرفی شدهٔ فوق برای حالتهای دلخواه وجود ندارد، از این رو ما از سنجههای قابل محاسبهٔ دیگری

- Y. entanglement of formation
- ۳. Wootters
- concurrence

برای تعیین میزان درهم تنیدگی دو حالت خروجی از تیغهٔ دیالکتریک استفاده میکنیم. اگرچه این سنجهها صرفاً همبستگیهای کوانتومی، از قبیل درهم تنیدگیهای کوانتومی، را نشان نمیدهند ولی در به دست آوردن بینشی در مورد علل کاهش همبستگیهای کوانتومی بسیار سودمند هستند.

یکی از این سنجهها شاخص همبستگی[°] و یا آنتروپی متقابل نامیده می شود که متناظر با آن آنتروپیی است کـه توسـط دو زیـر سامانه به اشتراک گذاشته میشود. به عبارت دیگر، آنترویی متقابل برای سامانهٔ ما بیانگر میزان کل همبستگیای است که در دو حالت خروجی از تیغهٔ دیالکتریک نهفته است و بـه صـورت S تعريف میشود [۳۹ و ۴۰]. در اين جا $I_c = S_1 + S_2 - S$ آنتروپی فوننیومن سامانهٔ دو بخشی متشکل از دو حالت خروجی از تیغهٔ دیالکتریک و Si ها آنتروپیهای فوننیومن حالت خروجی از درگاه i ام هـستند. ایـن سـنجه همیـشه بـزرگتـر و مساوی صفر است و با استفاده از نامساوی اراکی- لیب² به سادگی می توان نشان داد که این سنجه دارای کران بالایی بدین شکل است: $I_c \leq 2\min[S_1, S_2]$ ایسن سنجه همهٔ همبستگیها از جمله همبستگیهای کلاسیکی و همبستگیهای کوانتومی را در بر دارد. از اینرو، با استفاده از این سنجه نمی توان درهمتنیدگیهای کوانتومی را از همبستگیهای کلاسیک تمیز داد. به طوری که ممکن است برای حالت های جداپذیری مقادیر مخالف صفر آنتروپی متقابل حاصل شود. از طرف دیگر نـشان داده است کے یک سامانۂ دوبخے شی با آنتروپے اضافی درهم تنيده است [۳۹ و ۴۰]. $\min[S_1, S_2] \le I_c \le 2\min[S_1, S_2]$ بنابراین، یک شرط لازم برای اینکه سامانهٔ دو بخـشی جداپـذیر باشد برابر است با: $I_c \leq \min[S_1, S_2]$ بر این اساس، با تعريف پارامتر درهمتنيدگی $g = \frac{I_c}{\min[S_1, S_2]}$ ديده می شود که 2≥ g ≥0 خواهد بود. بنابراین، اگر 2≥ g >1 باشد، سامانهٔ دوبخشی ما درهمتنیده بوده و شرط 1 ≥ g ≥0، نےشانگر یک شرط لازم برای جداپذیری حالتها است [۴۱]. در شکل ۶ نمودار تغییرات آنتروپی فون نویمن برای

^{1.} distillable entanglement

 $[\]Delta$. index of correlation

^{9.} Araki-Lieb



شکل ۶ . (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) نمودار تغییرات آنتروپی فون نویمن برای حالـتهـای خروجـی ۱ (الـف)، ۲ (ب)، هـر دو حالـت (ج) و همچنین آنتروپی متقابل (د) برحسب بسامد بدون بعد ۵/۵_۵ و پارامتر خمیدگی که رسم شدهاند. در اینجا z=0/5 ، N=2 و پارامترهـای بـه کار رفته برای محیط دیالکتریک مشابه شکل ۲ است.

نواحی کمی دورتر از بسامد تشدید a که اثرات جذب محیط ناچیز هستند مشاهده میکنیم که آنتروپی متقابل تقریباً به بیشینهٔ مقدار خود نزدیک می شود.

در شکل ۷ قسمت (الف) نمودار تغییرات آنتروپی متقابل نشان داده شده در شکل ۶ (د)، بیشینه آنتروپی متقابل و کمینهٔ آنتروپی متقابل و در قسمت (ب) نمودار پارامتر درهم تنیدگی 8 به ازای پارامتر خمیدگی 1= ۸ رسم شدهاند. در اینجا نیز مشاهده میکنیم که در نواحی دور از بسامد تشدید (۵۵ که اثرات جذب محیط ناچیز است، پارامتر درهم تنیدگی 8 بین عدد یک و دو قرار میگیرد و بنابراین حالتهای خروجی درهم تنیده هستند. از طرف دیگر، در نواحی نزدیک به بسامد تشدید (۵۵ که اثرات جذب و بازتاب محیط زیاد است، پارامتر درهم تنیدگی 8 بین عدد صفر و یک واقع می شود که در این صورت انتظار داریم که حالتهای خروجی جداپذیر باشند. حالتهای خروجی از درگاه ۱ و ۲ و همچنین آنتروپی متقابل آنها برحسب بسامد موج فرودی و پارامتر خمیدگی ۸ رسم شده است. همان گونه که انتظار داریم، مشاهده می شود که با اف زایش پارامتر خمیدگی ۸ اثرات غیرکلاسیکی و همبستگیهای حالتهای خروجی افزایش می یابد. همچنین مشاهده می کنیم که نمودار تغییرات آنتروپی فوننیومن برای حالتهای خروجی ۱ و ۲ برحسب بسامد ۵ / ۵ ، رفتاری مشابه تغییرات ضرایب بازتاب و عبور، شکل ۲، از خود نشان می دهند. در شکل ۶ (د) نیز مشاهده می شود که بیشینه درهم تنیدگی حالتهای خروجی در بسامدهای ۵ هرا75 ه و خود نشان می دهند. در شکل ۶ (د) نیز مشاهده می شود که بیشینه می دهند. در شکل ۶ (د) نیز مشاهده می شود که بیشینه می دهم تنیدگی حالتهای خروجی در بسامدهای ۵ مار52 ه و در در این مار52 م در نواحی نزدیک مهم ستگی بدین دلیل است که فوتونهای فرودی بر دی الکتریک، بیشترین بازتاب و جذب را پیدا می کنند، پس در ممل هیچ مخلوط شدگی از حالتهای فرودی وجود ندارد. در



شکل ۷. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) (الف) نمودار تغییرات آنتروپی متقابل (منحنی پررنگ)، بیـشینهٔ آنتروپـی متقابـل [S₁,S₂] (منحنـی نقطهچین) و کمینهٔ آنتروپی متقابل [S₁,S₂] min (ب) نمودار پارامتر درهمتنیدگی g، برحسب بسامد بدون بعد ه*سا a/ م*ر رسم شدهاند. . در اینجا x = 0,5 ، N = 2 و پارامترهای به کار رفته شده برای محیط دیالکتریک مشابه شکل ۲ است.



شکل ۸. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) (الف) نمودار تغییرات آنتروپی شرطی برای درگاه خروجیی ۱ و (ب) درگاه خروجی ۲ به ازای ۵= ۸ (منحنی پررنگ)، 1= ۸ (منحنی نقطهچین) و 2= ۸ (منحنی خطچین) برحسب ۵*۵ / ۵* رسم شدهاند. در اینجا 2= N، 5، ۶= ۶ و پارامترهای به کار رفته شده برای محیط دیالکتریک مشابه شکل ۲ است.

یک شرط لازم و نه یک شرط کافی برای جداپذیری حالتها است. بنابراین ما به سنجههای دیگری نیاز داریم تا به طور دقیق تعیین کنیم آیا جداپذیری حالتها در این ناحیه رخ داده است و یا خیر.

سنجهٔ دیگری که می توانیم برای تعیین درهم تنیدگی حالتهای خروجی به کار ببریم سنجهٔ آنتروپی شرطی $I_e^i = S - S_i$ با 1,2 است [۴۰ و ۴۲]. در واقع این سنجه، آنتروپی یک زیر سامانه را پس از اندازگیری روی زیر سامانهٔ دیگر نشان می دهد که منفی شدن آن نشانهٔ درهم تنیدگی و

غیرکلاسیکی بودن سامانه است. بنابراین یک شـرط لازم بـرای جداپذیری این است که آنتروپی های شرطی مثبت شـوند، زیـرا همیشه آنتروپی کـل یـک سـامانهٔ کلاسـیکی از آنتروپی زیـر سامانه های تشکیل دهندهاش بیشتر است.

در شکل ۸ نمودار تغییرات آنتروپی های شرطی به ازای مقادیر متفاوت \mathcal{K} برحسب بسامد بدون بعد \mathcal{M}/\mathcal{M} رسم شده است. مشاهده می شود که آنتروپی شرطی حالت خروجی ۱ در تمام بازهٔ بسامد مثبت است، در حالی که برای حالت خروجی ۱ در نواحی نزدیک بسامد تشدید مثبت و در نواحی دورتر از



شکل ۹. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) نمودار تغییرات سنجهٔ منفی N_e برحسب بسامد بدون بعد ω / a_0 و پارامتر خمیدگی λ رسم شده است. در اینجا 2 = 0، N = 2 و پارامترهای به کار رفته شده برای محیط دیالکتریک مشابه شکل ۲ است.

بسامد تشدید منفی است و این مقادیر مثبت و منفی با افزایش پارامتر خمیدگی \mathcal{K} افزایش مییابند. بنابراین همانند نتایج قبل در این جا نیز دیده میشود که در نواحی دورتر از بسامد تشدید که اثرات جذب محیط کمتر است، حالتهای خروجی درهم تنید ه هستند و همان گونه که انتظار داریم این درهم تنید گی ها با افزایش پارامتر خمیدگی \mathcal{K} افزایش پیدا میکند. به علاوه، از مقایسه شکل $\mathcal{K}(ب)$ با شکل $\mathcal{V}(p)$ مشاهده میشود که در بسامدهای $0.90 \approx \omega$ و $0.175 \approx \omega$ که متناظر است با بیشینه های همبستگی های کلاسیکی با پارامتر درهم تنید گی 1 = g، آنتروپی شرطی صغر می شود که این مشاهدات با نتایج مرجع [\mathcal{K}] در سازگاری کامل هستند.

سنجهٔ قابل محاسبه دیگر که نقش به سزایی در پرکردن خلاء مطالعاتی در محاسبهٔ درجهٔ درهمتنیدگیهای حالتهای مخلوط دارد سنجهٔ منفیت' است. این سنجه که بر اساس ترانهادهٔ جزئی ماتریس چگالی $\rho_{i\alpha,j\beta}^{T_1} \equiv \rho_{j\alpha,i\beta}$ پایهریزی شده است به نوعی یک نسخهٔ کمی از ملاک پرز^۲ برای جداپذیری حالتها بوده [۳۴] و تعیین کنندهٔ یک کرانه بالایی برای درهم تنیدگی قابل تقطیر است [۳۷]. مطابق این ملاک یک شرط لازم برای

جداپذیری حالتها، مثبت معین بودن ترانهادهٔ جزئی ماتریس چگالی سامانه است. البته هرودکی^۳ نشان داده است که این شرط برای جداسازی سامانههای $C^m \otimes C^m$ یک شرط کافی نیز هست اگر $\delta \ge nm$ باشد [۴۴].

سنجۀ منفیت بر اساس ترانهادۀ جزئی ماتریس چگالی ${}^{T_{1}}$ به صورت ${}^{T_{1}} = \frac{\|\rho^{T_{1}}\|_{1}}{2}$ تعریف می شود که $\|{}^{T_{0}}\|_{1}^{1} - 1$ رد نرم به صورت ${}^{T_{1}} = \frac{1}{2}$ تعریف می شود که $\|{}^{T_{0}}\|_{1}^{1} - 1$ رد نرم ${}^{T_{1}}$ است و برای عملگرهای هرمیتی مانند ${}^{T_{1}}$ برابر است با ${}^{T_{1}}$ است و برای عملگرهای هرمیتی مانند ${}^{T_{1}}$ برابر است با ${}^{I_{1}}$ است و برای عملگرهای هرمیتی مانند ${}^{T_{1}}$ برابر است با ${}^{I_{1}}$ است و برای عملگر ${}^{T_{1}}$ هستند ${}^{I_{1}}$ هستند ${}^{I_{1}}$ مقادیر عملگر ${}^{I_{1}}$ هستند [${}^{T_{1}}$]. بنابراین سنجۀ منفیت ${}^{I_{1}}$ به صورت حاصل جمع ویژه مقادیر منفی عملگر ${}^{I_{1}}$ نوشته می شود. از حاصل جمع ویژه مقادیر منفی عملگر ${}^{I_{1}}$ نمی تواند مثبت معین این رو این سنجه، که تا اندازهای که ${}^{I_{1}}$ نمی تواند مثبت معین باشد، را اندازگیری می کند، برای حالت های غیر دره متنیده برابر عدد صفر به دست می آید.

از آنجا که ما در اینجا میخواهیم از شرط لازم و کافی بودن سنجهٔ منفیت در جداپذیری حالتهای خروجی استفاده کنیم، لذا بعد فیضای مربوط به حالت همدوس غیرخطی را برابر 2 = N در نظر میگیریم تا ماتریس چگالی کاهش یافته (۱۸) در فضای $C^2 \otimes C^2$ عمل کند. در شکل ۹ نمودار تغییرات سنجهٔ N_e را برحسب بیسامد بدون بعد

۳. Horodecki

۱. Negativity

۲. Peres



شکل ۱۰. (رنگی در نسخهٔ الکترونیکی) نمودار تغییرات همانندی برای حالتهای بازتاب یافته (الف) و عبور کرده (ب) برحـسب بـسامد بـدون بعـد ۵/ ۵۵ و پارامتر خمیدگی کم رسم شدهاند. در اینجا 2 = ۵، تا z = ۵/5 و پارامترهای به کار رفته شده برای محیط دیالکتریک مشابه شکل ۲ است.

کوانتومی نسبت به همدیگر در فضای هیلبرت در نظر گرفت. اگر عملگر چگالی ورودی و خروجی سامانه به ترتیب توسط روابط (۱۵) و (۱۸) بیان شوند، همانندی برای حالت بازتاب یافته از تیغهٔ دیالکتریک توسط رابطهٔ زیر بیان می شود [۲۹]

 a/a₀ و پارامتر خمیدگی λ رسم کردهایم. همان گونـه کـه انتظار داشتیم، مجدداً مشاهده می کنیم که با افزایش پارامتر خمیدگی ک اثرات درهمتنيدگي حالتهاي خروجي افزايش مييابد. همچنين مشاهده میکنیم کـه در بـسامد تـشدید ۵٫، هماننـد سـنجهٔ آنتروپـی متقابل، درهمتنیدگی حالت های خروجی حتبی با افرایش پارامتر خمیدگی ۲ تقریباً برابر صفر است زیرا فوتون های فرودی بر دی الکتریک، بیشترین بازتاب و جذب را پیدا میکنند و بنابراین عملاً هیچ مخلوط شدگی از حالتهای فرودی وجود ندارد. در صورتی کـه در نواحي کمي دورتر از بسامد تشديد a) که اثرات جذب محيط ناچيز هستند، سنجهٔ منفی N_e تقریباً به بیشینه مقادیر خود نزدیک می شود و خود این بیشینه مقادیر نیز با افـزایش پـارامتر خمیـدگی ۸ افـزایش مىيابند. در نهايت، در نواحي خيلي دورتر از بـسامد تـشديد a، كـه تقریباً ضریب بازتاب و عبور به ترتیب برابر صفر و یک می شوند، ایس سنجه به مقدار صفر میل میکند. زیـرا در چنـین وضـعیتی هـم هـیچ مخلوط شدگی از حالتهای فرودی وجود ندارد (شکل ۹). بنابراین نتيجه مي گيريم كه درهم تنيدگي حالتها به شدت به خواص اپتيكي مواد به کار رفته برای تولید ادوات اپتیکی، که حالت های مختلف فیزیکی از آنها عبور و بازتاب میکنند، بستگی دارد.

۳. ۳. همانندی

همانندی را می توان به عنوان سنجهای از نزدیکی دو حالت

در بسامد تشدید برای حالتهای بازتاب یافته بیشنه مقدار خود را دارا است، زیرا بیشترین ضریب بازتاب در بسامد تشدید رخ می دهد. برای حالت عبور کرده نیز به خاطر جذب شدید در نزدیکی بسامد تشدید، مقدار همانندی به کمترین مقدار خود یعنی صفر می رسد. از طرف دیگر، در نواحی دورتر از بسامد تشدید که اثرات جذب محیط کمتر است، به طوری که ضرایب بارتاب و عبور تقریباً برابر صفر و یک هستند، همانندی برای حالتهای بازتاب یافته تقریباً برابر صفر و برای حالتهای عبور کرده تقریباً برابر یک است.

۴. نتیجه گیری

با به کار بردن رهیافت پدیده شناختی در کوانتش امواج الکترومغناطیسی در محیطهای جراذب و پاشینده و برا مفروض بودن تابع دىالكتريك سامانة موردنظر كه به طور تجربي قابل محاسبه است، اثرات كوانتومي جذب، بازتاب و عبور تيغة دىالكتريك بر ويژگىهاى غيركلاسـيكى حالـتهـاى كوانتـومى فرودی را برحسب عملگر چگالی به دست آوردیم. مشاهده کردیم که در نتیجهٔ جـذب، حالـتهـای کوانتـومی خروجـی بـه حالت کوانتومی دیالکتریک در زمان فرود تابش ها بستگی دارد و بدين صورت، امكان دستكاري حالت هاي كوانتومي فراهم می شود. نتایج به دست آمده در اینجا را می توان به عنوان الگویی برای توصيف اثرات جـذب و پاشـندگی محـيط دیالکتريـک در سامانههایی از قبیل شکافنده های نور، فیبرهای نوری، وسایل تداخل سنجي و... به كار برد. از أنجا كه جذب به طور حـتم بـا نوفه نیز همراه است، سامانههای مزبور را می توان به صورت کانالهای نوفهای بـرای عبـور اطلاعـات کوانتـومی نیـز در نظـر گرفت. در این مقاله حالتهای فرودی بر دیالکتریک از سمت چپ و راست را به ترتیب حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره و حالت خلاء در نظر گرفته و محیط دیالکتریک را با مـدل لورنتس الگوبندي كرديم. همچنين براي سادگي محاسبات فـرض کردیم که دیالکتریک در دمای صفر نگهداری شود. با به کاربردن عملگرهای چگالی به دست آمده از کوانتش میدانهای الكترومغناطيسي و روابط كوانتومي ورودي- خروجي، توابع

ویگنر خروجی از محیط را محاسبه کرده و مشاهده کردیم که این توابع در دو وضعیت نزدیک و دور از بسامد تشدید محیط جاذب رفتارهای کاملا متفاوتی از خود نشان میدهند ولی اثر کلی آنها کاهش ویژگیهای غیرکلاسیکی تابش ورودی به سبب اثرات اتلافی محیط است، به طوری که حتی با افزایش پارامتر خمیدگی Λ که منجر به افزایش خواص غیرکلاسیکی حالتهای همدوس غیرخطی متناظر می شود، اثر جذب در کاهش ویژگی های غیرکلاسیکی را نمی توان جبران کرد.

در نهایت برای محاسبهٔ درهمتنیدگی دو حالت خروجی از تيغهٔ دىالكتريك كه در يك حالت مخلوط آمارى بسر مىبرنـد، سنجههای قابل محاسبهای از قبیـل آنتروپـی متقابـل، آنتروپـی شرطی و منفیت را به کار بردیم. مشاهده کردیم که در بسامد تشدید، درهمتنیدگی حالت های خروجی حتی با افزایش پارامتر خمیدگی کم تقریباً برابر صفر است، زیـرا فوتـونهـای فرودی بر دیالکتریک، بیشترین بازتاب و جذب را پیدا میکنند و عملاً هیچ مخلوط شدگی از حالتهای فرودی وجود نـدارد. در صورتی که در نواحی کمی دورتر از بـسامد تـشدید a کـه اثرات جذب محیط ناچیز هستند، درهمتنیدگی های کوانتومی به بيشينة مقدار خود مىرسند و ايـن بيـشينههـا حتـى بـا افـزايش پارامتر خمیدگی λ نیز افزایش می یابند. درهمتنیدگی های کوانتومی در نواحی خیلی دورتر از بسامد تشدید a_0 که تقریبـاً ضرایب بازتاب و عبور برابر صفر و یک هستند دوباره به مقدار صفر میل میکنند. زیرا در چنین وضعیتی باز هم هیچ مخلوطشدگی از حالتهای فرودی وجود ندارد. بنابراین می توان نتیجه گرفت که درهم تنیدگی های کوانتومی، حتی برای حالتهای غیرکلاسیکیای همانند حالت همدوس غیرخطی، به شدت به خواص اپتیکی مواد به کار رفتـه بـرای تولیـد ادوات ايتيکی بستگی دارد.

قدردانی

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایتهای انجام شده قدردانی مینمایند.

مراجع

664.

- 20. F T Arecchi, E Courtens, R Gilmore, and H Thomas, *Phys. Rev.* A **6** (1972) 2211.
- 21. G S Agarwal, Opt. Commun. 42 (1982) 205.
- 22. A M Perelomov, "Generalized Coherent States and Their Applications", Springer, Berlin (1986).

غیر خطی"، پایاننامه دکتری، دانشکده علوم، دانشگاه

اصفهان (۱۳۸۶).

- 24. R Roknizadeh and M K Tavassoly, J. Phys. A: Math. Gen. **37** (2004) 8111.
- 25. M Bagheri Harouni, R Roknizadeh, and M H Naderi, *J. Phys.* A: *Math. Gen.* **42** (2009) 045403.
- 26. A Mahdifar, R Roknizadeh, and M H Naderi, J. *Phys. A: Math. Gen.* **39** (2006) 7003.
- 27. A Mahdifar, W Vogel, T Richter, R Roknizadeh, and M H Naderi, *Phys. Rev.* A **78** (2008) 63814.
- 28. S Scheel, L Knoll, T Opatrny, and D-G Welsch, *Phys. Rev.* A **62** (1998) 043803.
- 29. A V Chizhov, E Schmidt, L Knoll, and D-G Welsch, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 3 (2001) 77.
- 30. C K Law and J H Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 1055.
- 31. K Vogel, V M Akulin, and W P Schleich, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1816.
- 32. A Vidiella-Barranco and J A Roversi, *Phys. Rev.* A 58 (1998) 3349.
- 33. M O Scully and M S Zubairy, "Quantum Optics", Cambridge University Press, Cambridge, UK (1997).

- 1. R J Glauber and M Lewenstein, *Phys. Rev.* A **43** (1991) 467.
- 2. B Huttner and S M Barnett, *Phys. Rev.* A **46** (1992) 4306.
- 3. R Matloob and R Loudon, *Phys. Rev.* A **53** (1996) 4567.
- H T Dung, S Y Buhmann, L Knoll, D G Welsch, S Scheel, and J Kastel, *Phys. Rev.* A 68 (2003) 043816.
- 5. R Matloob, Phys. Rev. A 70 (2004) 022108.
- 6. W Vogel and D -G Welsch, "Quantum Optics", Wiley-Vch, Berlin (2006).
- F Kheirandish and M Amooshahi, *Phys. Rev.* A 74 (2006) 042102.
- 8. M Amooshahi, J. Math. Phys. 50 (2009) 062301.
- F Kheirandish and E Amooghorban, *Phys. Rev.* A 82 (2010) 042901.
- 10. F Kheirandish, E Amooghorban, and M Soltani, *Phys. Rev.* A **83** (2011) 032507.
- E Amooghorban, M Wubs, N Asger Mortensen, and F Kheirandish, *Phys. Rev. A* 84 (2011) 013806.
- 12. M Artoni and R Loudon, *Phys. Rev.* A **55** (1997) 1347.
- 13. R Loudon, Proc. R. Soc. London A 355 (1997) 2313.
- 14. J Jeffers and S M Barnett, J. Mod. Opt. **41** (1994) 1121.
- E Schmidt, L Knoll, and D-G Welsch, *Phys. Rev.* A 54 (1996) 843.
- 16. M Artoni and R Loudon, *Phys. Rev.* A **59** (1999) 2279.
- 17. E Amooghorban, N Asger Mortensen, and M Wubs, *Phys. Rev. Lett.* **110** (2013) 153602.
- R Matloob and G Pooseh, Optics Communications 181 (2000) 109.
- 19. E Shrodinger, Die Naturwissenschaften 14 (1926)