

## بررسی تأثیر تغییر کشیدگی المان‌های بیضوی بر ساختار نواری موجبر بلور فوتونی دو بعدی

عبدالرسول قرائتی و سیدحسن زهرایی

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، مرکز شیراز

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۱/۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۶/۱۵)

چکیده

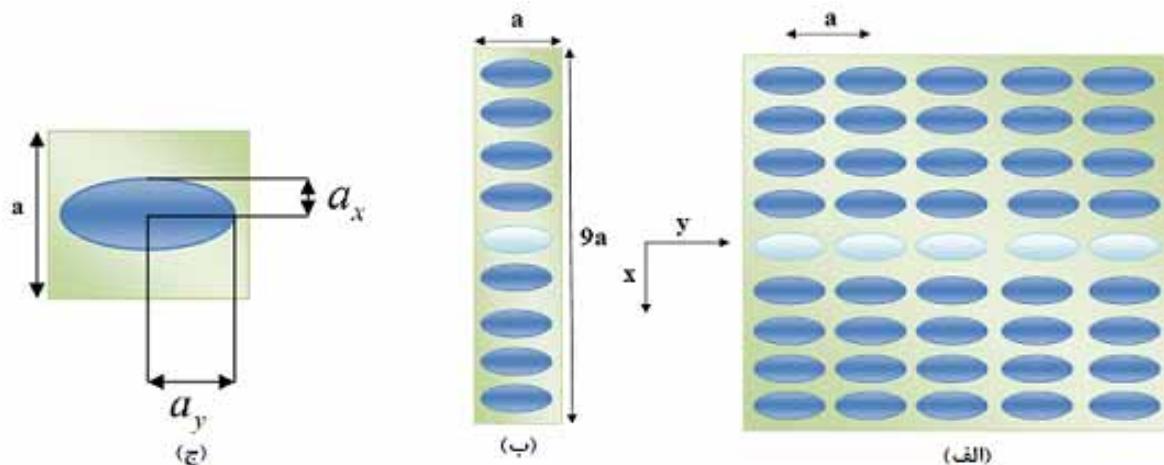
در این مقاله ساختار نواری وابسته به قطبش در موجبر بلور فوتونی دو بعدی با شبکه مربعی مت Shankل از المان‌های با سطح مقطع بیضوی از جنس گالیم آرسناید در زمینه هوا با استفاده از روش بسط موج تخت مطالعه شده است. سپس به بررسی تغییرات ساختار نواری موجبر بلور فوتونی، با تغییر در کشیدگی المان‌ها پرداخته شده است. براساس نتایج حاصله، با افزایش میزان کشیدگی المان‌های بیضوی، هردو مشخصه پهنه‌ای نوارگاف و بزرگی ویژه فرکانس‌های هدایتی موجبر بلور فوتونی افزایش می‌یابند.

**واژه‌های کلیدی:** موجبر بلور فوتونی دو بعدی، نوار گاف، ساختار نواری، ویژه مد هدایتی

### ۱. مقدمه

صورتی که یک اختلال در ساختار دوره‌ای بلور فوتونی ایجاد شود، ویژه فرکانس‌هایی در ناحیه نوار گاف اجازه انتشار خواهد یافت، که آنها را مدهای نقص گویند. موجبر بلور فوتونی دو بعدی از ایجاد یک یا چند نقص خطی در شبکه بلور فوتونی به وجود می‌آید. می‌توان این نقص، به عنوان هسته موجبر، را با جایگزینی یک یا چند ردیف از پایه‌های دی‌الکتریک با ضرب شکست متفاوت ایجاد نمود. به دلیل وابستگی ساختار نواری موجبر به مدل قطبش، می‌توان از این ساختارها برای طراحی موجبرهای قطبش‌گر استفاده نمود [۶-۹]. یکی از مشخصه‌های قابل توجه موجبرهای بلور فوتونی این است که مدهای نقص در محیط اطراف هسته موجبر تضعیف شده و

بلورهای فوتونی، ساختارهایی هستند که ضرب شکست در آنها به طور متناوب تغییر می‌کند. اگر این تناوب در یک، دو یا سه بعد باشد، بلور را به ترتیب یک، دو یا سه بعدی گویند. مهم‌ترین خاصیت بلورهای فوتونی وجود نوار گاف انرژی و ویژه مدهای مجاز در ساختار نواری آنها است. نوار گاف شامل ناحیه‌ای از فرکانس‌ها است که تابش الکترومغناطیسی در این ناحیه قابل انتشار در بلور فوتونی نیست، اما ویژه مدهای مجاز توانایی انتشار و عبور از بلور را خواهند داشت. یکی از مشخصه‌های بلورهای فوتونی هم مرتبه بودن ثابت شبکه با طول موج تابش برهم کنش کننده با ساختار است [۱-۵]. در



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) موجبر بلور فوتونی دو بعدی، (ب) سلول واحد موجبر بلور فوتونی، (ج) پایه تشکیل دهنده سلول موجبر.

### ۳. تحلیل عددی

به منظور دستیابی به ساختار نواری موجبر مورد مطالعه و بررسی تأثیر کشیدگی المان‌ها بر ساختار نواری، از روش بسط موج تخت استفاده شده است. در مرجع [۵] تغییرات پهنه‌ای نوار گاف بلور فوتونی با تغییر در کشیدگی المان‌های بیضوی و چرخش المان‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به تقارن انتقالی موجبر در جهت y و عدم تقارن انتقالی در جهت x، بسط فوریهٔ مؤلفه z بردار میدان مغناطیسی مدققیبde TE و بردار میدان الکتریکی مدققیبde TM به صورت زیر خواهد بود [۱ و ۲]. برای مدققیبde TE

$$\vec{H} = \left( 0, 0, H_{z,k_y}(x, y) \right),$$

$$H_{z,k_y}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk_x H_z(\vec{K} + \vec{G}) \exp(i(\vec{K} + \vec{G}) \cdot \vec{r}). \quad (1)$$

برای مدققیبde TM

$$\vec{E} = \left( 0, 0, E_{z,k_y}(x, y) \right),$$

$$E_{z,k_y}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk_x E_z(\vec{K} + \vec{G}) \exp(i(\vec{K} + \vec{G}) \cdot \vec{r}). \quad (2)$$

در روابط (۱) و (۲)، انتگرال‌گیری در منطقه اول بریلوئن مربوط به یاخته واحد موجبر شکل ۱ گرفته می‌شود [۱]. از طرفی با حل معادلات ماکسول در دستگاه یکاهای گاوسی CGS نسبت به میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی، معادلات زیر حاصل می‌شوند [۱ و ۶]:

امکان انتشار در بلور فوتونی به جز در راستای هسته موجبر ندارند [۱۲-۱۰].

در سال ۲۰۰۶ کارلا و همکاران تأثیر چرخش المان‌های بیضوی بلور فوتونی دو بعدی و تغییر کشیدگی آنها بر ساختار نواری را مورد بررسی قرار دادند [۵].

در این مقاله ساختار نواری موجبر بلور فوتونی دو بعدی متشكل از المان‌های با سطح مقطع بیضوی از جنس گالیم آرسناید در زمینهٔ هوا با یک ردیف نقص خطی با روش بسط موج تخت مورد مطالعه قرار گرفته و سپس به بررسی تأثیر کشیدگی المان‌ها بر ساختار نواری موجبر پرداخته شده است.

### ۲. پارامترهای طراحی موجبر بلور فوتونی دو بعدی

برای بررسی ساختار نواری موجبر بلور فوتونی و تغییرات ساختار نواری با تغییر کشیدگی المان‌های بلور فوتونی، ساختار زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

موجبر بلور فوتونی متشكل از المان‌های دی‌الکتریک با سطح مقطع بیضوی از جنس گالیم آرسناید ( $n_a = 3.37$ ) در یک شبکهٔ مربعی در زمینهٔ هوا ( $n_b = 1$ ) با یک ردیف نقص خطی [۷]. شکل ۱ (الف) موجبر بلور فوتونی دو بعدی مورد مطالعه را نشان می‌دهد. در شکل ۱ (ب) یاخته واحد موجبر و شکل ۱ (ج) پایه‌های تشکیل دهنده یاخته واحد را نشان می‌دهد.

رسم ساختارهای نواری موجبر بلور فوتونی دو بعدی شکل ۱ به این صورت انجام شده، که ابتدا برای منطقه اول بریلوئن، ویژه مدهای مجاز بلور فوتونی با نقص، با خطوط مشکی رسم می‌شوند و سپس مدهای مجاز با طیف پیوسته بلور فوتونی دو بعدی بدون نقص (نواحی قرمز رنگ) رسم می‌شود. به این ترتیب نواحی سفید رنگ رنگ دهنده نوار گاف بلور فوتونی بدون نقص می‌باشند. بخشی از ویژه مدهای مجاز بلور فوتونی با نقص، در ناحیه نوار گاف بلور (نواحی سفید رنگ) قرار گرفته‌اند و از این رو فقط قابل انتشار با وجود نقص خواهد بود، که مدهای نقص می‌باشند [۱ و ۲].

به منظور بررسی تغییر کشیدگی المان‌های بیضوی بر ساختار نواری موجبر بلور فوتونی مورد مطالعه، در هر مرحله از محاسبات، ساختار نواری به ازای مقادیر مختلفی از کشیدگی المان‌های بیضوی  $e = a_x/a_y = a_x/a$  رسم می‌شوند. نتایج مربوط به محاسبه ساختار نواری موجبر بلور فوتونی مورد مطالعه، متشكل از المان‌های بیضوی گالیم آرسناید در زمینه هوا، با یک ردیف نقص خطی از جنس هوا برای ثابت شبکه  $a = 1\mu m$  و مقادیر مختلفی از کشیدگی  $e$ ، یعنی به ازای مقدار ثابت نیم قطر بزرگ  $a_y = 0.4a$  و مقادیر مختلف نیم قطر کوچک  $a_x = 0.4a, 0.3a, 0.2a, 0.1a$  برای هر دو مدل قطبیده TE و TM به ترتیب در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ و ۵ رسم شده‌اند.

همان گونه که در شکل‌های ۲ تا ۵ مشاهده می‌شود، ساختار نواری شامل سه ناحیه متفاوت فرانکنسی است. فرانکنس‌های واقع در نواحی قرمز رنگ قابلیت انتشار در شبکه بلور فوتونی دو بعدی بدون نقصی را دارند که ناحیه موجبری با ایجاد یک ردیف نقص خطی در آن ایجاد شده است. فرانکنس‌های واقع در نواحی سفید رنگ که تشکیل نوارهای گاف بلور فوتونی دو بعدی بدون نقص می‌دهند قابلیت انتشار در بلور فوتونی بدون نقص را ندارند. فرانکنس‌های مشخص شده با خطوط مشکی که در نوار گاف بلور فوتونی واقع شده‌اند فقط قابلیت انتشار با ایجاد نقص هسته را خواهند داشت

$$\omega^2 \vec{H} = \vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H} \right), \quad (3)$$

$$\omega^2 \vec{E} = \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \left( \vec{\nabla} \times \vec{E} \right). \quad (4)$$

اکنون با جایگذاری روابط (۱) و (۲) به ترتیب در معادلات (۳) و (۴)، معادلات ویژه مقداری زیر حاصل می‌شوند [۱]:

برای مدل قطبیده TE

$$\begin{aligned} \omega^2(k_y) H_z(\vec{K} + \vec{G}) = & - \sum_{\vec{G}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk_x' \kappa(\vec{K} + \vec{G} - \vec{K}' - \vec{G}') \\ & \times \left[ (\vec{K}' + \vec{G}') \cdot (\vec{K} + \vec{G} - \vec{K}' - \vec{G}') \right] H_z(\vec{K}' + \vec{G}'). \end{aligned} \quad (5)$$

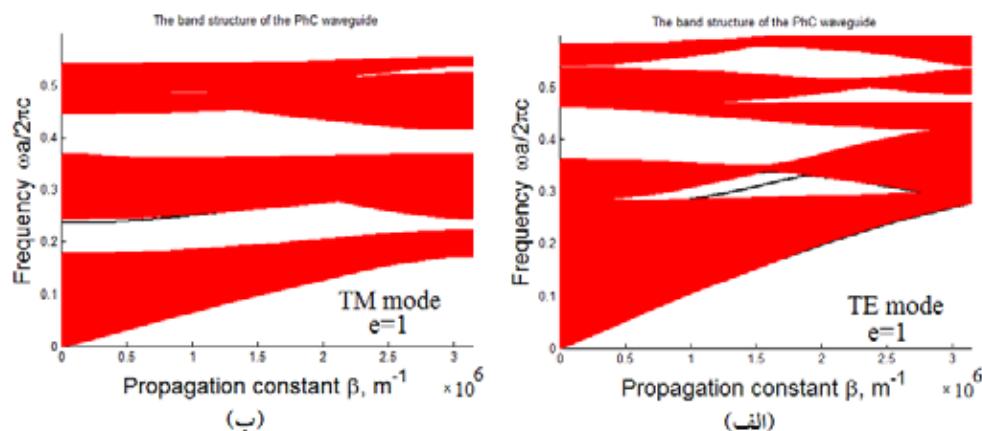
برای مدل قطبیده TM

$$\begin{aligned} \omega^2(k_y) E_z(\vec{K} + \vec{G}) = & - \sum_{\vec{G}} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dk_x' \kappa(\vec{K} + \vec{G} - \vec{K}' - \vec{G}') \\ & \times \left| (\vec{K}' + \vec{G}') \right|^2 E_z(\vec{K}' + \vec{G}'). \end{aligned} \quad (6)$$

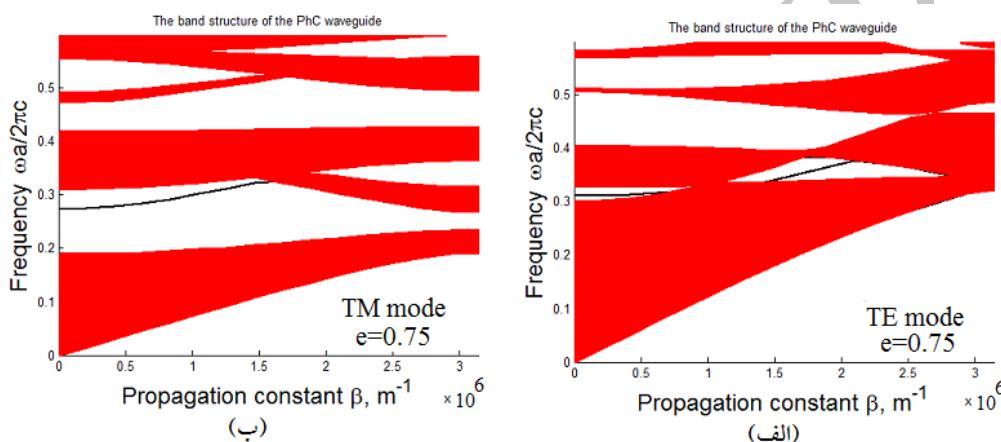
در معادله (۳)،  $\kappa$  ضریب فوریه بسط وارون تابع دی‌الکتریک موجبر بلور فوتونی شکل ۱ است، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\kappa(\vec{K} + \vec{G}) = \frac{1}{S_{\text{unit cell}}} \int_{\text{unit cell}} d\vec{r} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \exp(-i(\vec{K} + \vec{G}) \cdot \vec{r}). \quad (7)$$

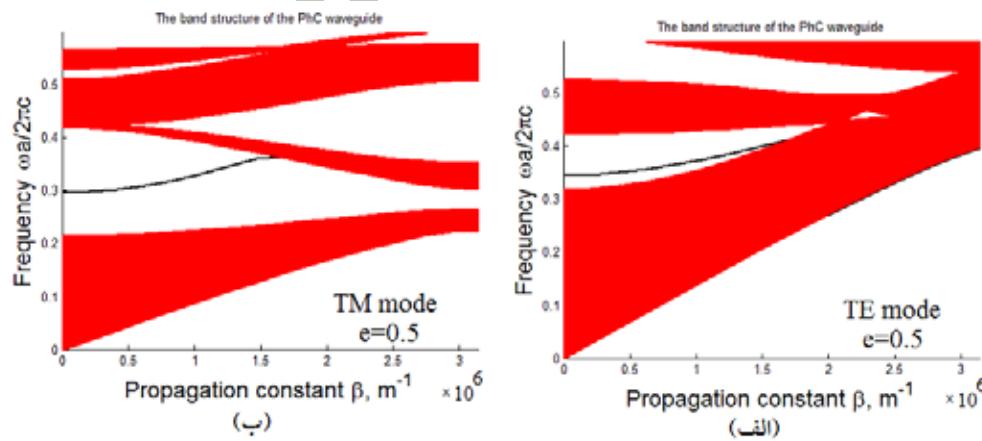
و برای محاسبه آن انتگرال‌گیری بر روی یاخته واحد موجبر شکل ۱ گرفته می‌شود. در رابطه (۷)،  $\epsilon(\vec{r})$  تابع تناوبی دی‌الکتریک موجبر بلور فوتونی،  $\vec{G}$  بردار شبکه وارون،  $\vec{K}$  بردار موج،  $(\vec{K}' + \vec{G}')$  ضریب بسط فوریه میدان الکتریکی و  $H_z(\vec{K}' + \vec{G}')$  ضریب بسط فوریه میدان مغناطیسی است. به ازای مقدار مشخصی از  $k_y$  که به عنوان ثابت انتشار  $\beta$  در نظر گرفته می‌شود، معادلات (۵) و (۶) یک مسئله ویژه مقداری نسبت به مربع فرانکنس را نشان می‌دهند [۱ و ۴]. سرانجام با یک تقریب ذوزنقه‌ای برای انتگرال‌گیری یک بعدی نسبت به  $k_x'$  [۱] و حل عددی معادله ویژه مقداری به دست آمده و رسم فرانکنس بهنجار شده ( $\omega/2\pi c/a$ ) بر حسب ثابت انتشار، ساختار نواری موجبر بلور فوتونی شکل ۱ حاصل می‌شود.



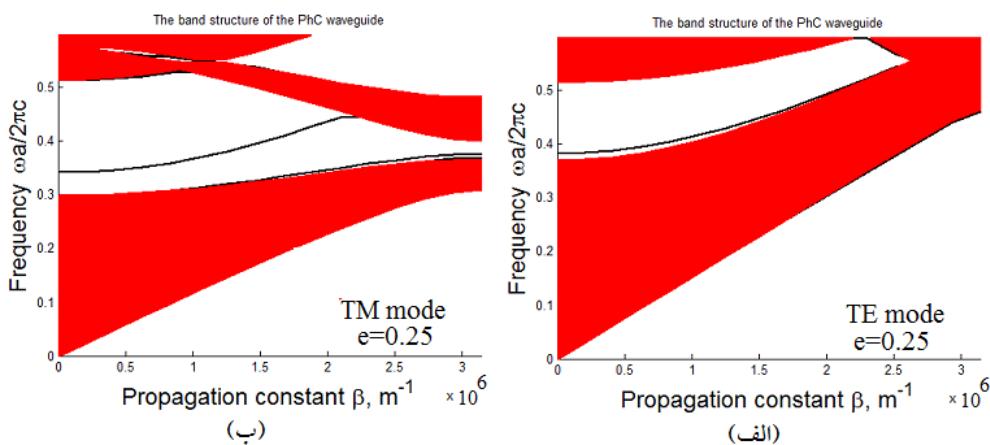
شکل ۲. ساختار نواری موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع دایره‌ای به شعاع  $r = 0/4a$  با  $e = a_x/a_y = 1$  برای (الف) مد قطبیde TE، (ب) مد قطبیde TM.



شکل ۳. ساختار نواری موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع بیضوی با  $e = a_x/a_y = 0.75$  برای (الف) مد قطبیde TE، (ب) مد قطبیde TM.



شکل ۴. ساختار نواری موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع بیضوی با  $e = a_x/a_y = 0.5$  برای (الف) مد قطبیde TE، (ب) مد قطبیde TM.



شکل ۵. ساختار نواری موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع بیضوی با  $e = a_x/a_y = 0.25$  برای (الف) مد قطبیه TE، (ب) مد قطبیه TM.

پرشدگی کاهش می‌یابد و بنابراین ضریب دیالکتریک افزایش می‌یابد و این امر سبب می‌شود که با توجه به روابط (۵) و (۶)، بزرگی فرکانس‌های نقص افزایش یابد [۱]. همچنین با توجه به افزایش ضریب دیالکتریک، پهنه‌ای نوار گاف بلور فوتونی نیز افزایش می‌یابد.

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله وابستگی به قطبش ساختار نواری موجبر بلور فوتونی دو بعدی مشکل از المان‌های بیضوی دیالکتریک در زمینه‌هوا با یک ردیف نقص خطی با روش بسط موج تخت مورد بررسی قرار گرفته است. تغییر اندازه نوار گاف و افزایش بزرگی ویژه فرکانس‌های هدايتی برای هر مد قطبی، ترکیبی از اثرات تغییر در عامل پرشدگی ( $f \propto a_x a_y$ ) و کشیدگی المان‌ها است. با تغییر کشیدگی المان‌ها و درنتیجه تغییر عامل پرشدگی، تغییراتی در ساختار نواری مشاهده گردید. بنا به نتایج حاصل شده با کاهش نیم قطر بیضوی در راستای x (کاهش مقدار  $e$ ) و مقدار نیم قطر ثابت در جهت y، هر دو مشخصه پهنه‌ای نوار گاف و بزرگی ویژه فرکانس‌های هدايتی ساختار نواری برای هر دو مد قطبش TE و TM افزایش می‌یابند و این افزایش برای مد TM بیشتر است. همچنین موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع بیضوی نسبت به موجبر با المان‌های با سطح مقطع دایره‌ای نوار گاف پهن‌تری خواهد داشت.

و از این رو مدنقص نامیده می‌شوند [۳-۱]. با توجه به نتایج حاصل شده با تغییر نیم قطر بیضوی در راستای محور x و ثابت نگه داشتن نیم قطر بیضوی در راستای y ( $a_y = 0.4a$ ،  $a_x = 0.25a$ )، کاهش مقدار  $e$  و افزایش کشیدگی بیضوی‌ها) هر دو مشخصه موجبر بلور فوتونی، یعنی پهنه‌ای نوار گاف بلور فوتونی و بزرگی فرکانس‌های مدنقص موجبر بلور فوتونی مورد مطالعه، افزایش می‌یابند. همچنین با مقایسه شکل ۲ مربوط به ساختار نواری موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع دایره‌ای با ساختار نواری شکل‌های ۳، ۴ و ۵ مربوط به موجبر مطالعه، آشکار است که موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع بیضوی نوار گاف پهن‌تری نسبت به موجبر بلور فوتونی با المان‌های با سطح مقطع دایره‌ای خواهد داشت. از طرفی با ثابت نگه داشتن نیم قطر بیضوی در راستای x ( $a_x = 0.4a$ ) و تغییر کشیدگی المان‌ها در راستای y نتایج مشابهی حاصل می‌شود، با این تفاوت که پهنه‌ای نوار گاف نسبت به حالت دایره‌ای افزایش و نسبت به حالت قبلی، کاهش می‌یابد. این تغییرات به عواملی از قبیل عامل پرشدگی  $e$  ( $f \propto a_x a_y$ )، اختلاف ضریب شکست‌ها و کشیدگی  $e$  بستگی دارد. از جمله عوامل مؤثر در این تغییرات عامل پرشدگی است که به طور معکوس به ضریب دیالکتریک  $\epsilon(\vec{r})$  بستگی دارد. نظر به اینکه با تغییر کشیدگی  $e$ ، عامل پرشدگی تغییر می‌کند به طوری که با کاهش  $e$ ، عامل

## قدردانی

نویسنده‌گان از همکاری این دانشگاه تشکر و سپاسگزاری

می‌نمایند.

این تحقیق با پشتیبانی مالی دانشگاه پیام نور انجام گرفته است.

## مراجع

- 0131081.
8. K S Ravindra and K yogita, *Optical Society of America* **22**, 14 (2006) 10791.
  9. I Guryev, I A Sukhoivanov, S Alejandro-Izquierdo, M Trejo-Duran, J M Estudillo-Ayala, J A Andrade-Lucio, and E Alvarado-Mendez, *Revista Mexicana De Física* **52**, 5 (2006) 453.
  10. T Liu, A R Zakharian, M Fallahi, J V Moloney, and Mansuripur, *IEEE Photonics Technology Letters* **17**, 7 (2005) 1435.
  11. M Bayindir, E Cubukcu, I Bulu, T Tut, and E Ozbay, *Physical Review* **64** (2001) 1951131.
  12. M J A De Dood, E Snoeks, A Moroz, and A Polman, *Optical and Quantum Electronics* **34** (2002) 145.

1. M Skorobogatiy and J Yang, “*Fundamentals of photonic crystal guiding*”, Cambridge University Press (2009) 148.
2. K Sakoda, “*Optical properties of photonic crystals*”, Springer-Verlag, Berlin (2001) 142.
3. J D Joannopoulos, S G Johnson, J N Winn, and R D Meade, “*Photonic crystals molding the flow of light*”, Princeton University Press (2008).
4. B E A Saleh and M C Teich, “*Fundamentals of photonic*”, Wiley-Interscience, New York (2007).
5. Y Kalra and R K Sinha, *PRAMANA Journal of Physics* **67**, 6 (2006) 1155.
6. S Robinson and R Nakkeeran, *Optical and Photonic Journal* **1** (2011) 142.
7. A V Dyogtayev, I A Sukhoivanov, and R M De La Rue, *Journal of Applied Physics* **107** (2010)