

عبور امواج الکترومغناطیسی از یک پلاسمای ابرچگال با نمودار

ضریب گذردهی الکتریکی سهموی

صدیقه میرابوطالبی^۱، محمد کاظم خدیوی بروجنی^۲ و منصوره هاشمی حسین آبادی^۱

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال، تهران

۲. گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۲/۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۹/۱۴)

چکیده

در این مقاله به مطالعه نظری عبور موج الکترومغناطیسی از یک لایه پلاسمای سرد ابرچگال ناهمگن پرداخته شده است. فرض شده که لایه پلاسمای در داخل خلاء غوطه‌ور است و چگالی پلاسمای به شکل سهموی می‌باشد. در این حالت، ضریب گذردهی الکتریکی پلاسمای به طور تدریجی و سهموی کاهش می‌یابد، و منفی شده و سپس دوباره مثبت می‌شود. در اینجا نشان داده شده که این ساختار چگونه موجب تسهیل عبور موج الکترومغناطیسی برای طیف وسیعی از زاویه فرودی، می‌شود. بدین منظور مد عادی و فرود مایل موج الکترومغناطیسی در نظر گرفته شده است. دامنه موج عبوری و انعکاسی به صورت تحلیلی محاسبه شده و مورد بررسی قرار گرفته است. وابستگی ضریب گذار کل ساختار به پارامترهای تأثیرگذار مسئله مورد ارزیابی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: پلاسمای ابرچگال، پلاسمای با چگالی متغیر، چگالی سهموی، عبور غیر عادی موج الکترومغناطیسی

۱. مقدمه

دارد که ویژگی یک ماده چپ‌گرد است [۲ - ۴]. ضریب

گذردهی الکتریکی معادل پلاسمای به صورت
$$V = 1 - \frac{S_p^2}{S^2}$$

تعریف می‌شود و هنگامی که $S < S_p$ شود، $V < 0$ خواهد

پلاسمای با چگالی بیش از حد بحرانی در برابر عبور امواج الکترومغناطیسی رفتاری شبیه ماده چپ‌گرد، [۱] دارد. در واقع پلاسمای چگال ضریب گذردهی الکتریکی معادل منفی

مطالعات گذشته ضرایب گذار از کل لایه بررسی نشده بودند و تنها به نشان دادن شکل موج انتقالی بسنده شده بود [۸ و ۹]. اما در اینجا، تمرکز اصلی بر روی دامنه گذار موج از کل ساختار است. نشان می‌دهیم که شرایط تشدید برای زوایای بسیاری قابل حصول می‌باشد و شرایط تشدید فقط برای زوایای خاصی رخ نخواهد داد.

در آنچه در ادامه می‌آید، ابتدا به معرفی معادلات بنیادی می‌پردازیم. سپس برای ساده شدن پاسخ‌ها، میدان الکتریکی را در راستای موازی با لایه پلاسما در نظر گرفته و فرود مایل را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. آنگاه، به محاسبه تحلیلی ضرایب موج در نواحی مختلف پرداخته و سرانجام ضریب گذار موج را از کل ساختار به طور دقیق به دست می‌آوریم. وابستگی ضریب گذار از کل ساختار را به پارامترهای ساختار، مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم.

۲. معادلات بنیادی

معادلات ساختاری حاکم بر پلاسما ساکن مورد نظر که دارای گرادیان چگالی می‌باشد، به صورت زیر است [۱ و ۲]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\vec{S}\vec{B}, \quad (1)$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\epsilon f n_e e \vec{V} - i\vec{S}\vec{E}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{-e}{m} (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) - \epsilon \vec{V}, \quad (3)$$

در این روابط، \vec{V} ، n_e و ϵ به ترتیب بردار سرعت، چگالی الکترون‌ها و بسامد برخوردی می‌باشند و یون‌ها بی‌حرکت فرض شده‌اند. مقدار \vec{B} را از رابطه (۱) در (۲) قرار می‌دهیم و پس از ساده‌سازی، معادله خطی موج به شکل زیر در می‌آید:

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{\vec{S}^2}{c^2} \vec{E} = \frac{-i\vec{S}m\vec{S}_p}{ec^2} \vec{V}. \quad (4)$$

جای لایه پلاسما را بر روی محور x در نظر می‌گیریم، یعنی لایه پلاسما بر روی محور x محدود و از دو سمت دیگر نامحدود بوده و لایه پلاسما موازی صفحه yz قرار گرفته است همچنین گرادیان چگالی $\vec{\nabla} n_e$ در جهت محور x است. در این صورت تغییرات تمامی کمیات میدانی به صورت زیر در

شد. از طرفی بسامد پلاسما با رابطه $\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$ به چگالی n ارتباط می‌یابد [۵]. بنابراین برای پلاسما به اندازه کافی چگال، ضریب گذردهی معادل پلاسما منفی می‌شود. پلاسما ابرچگال کاربردهای مهمی در زمینه‌های گوناگون نظری و آزمایشگاهی دارد [۶ و ۷]. پلاسما ابرچگال به طور معمول امواج الکترومغناطیسی را از خود عبور نمی‌دهد. اما سازوکارهای خاصی وجود دارد که طی آنها پلاسما ابرچگال این امواج را به صورت کامل عبور می‌دهد. این سازوکارها با برانگیختگی تشدید امواج سطحی کلید می‌خورند. تشدید وقتی رخ می‌دهد که امواج سطحی، یا همان پلاسمون‌ها، از روی لایه پلاسما برانگیخته می‌شوند. این برانگیختگی همانند فنرهای جفت شده عمل می‌کند، و از دو طرف لایه همزمان ایجاد می‌شوند. سپس انرژی موج فرودی از میان لایه عبور می‌کند.

به طور معمول فرض می‌شود که لایه پلاسما چگال دارای چگالی یکنواخت است. در این صورت شرایط تشدید برای ضخامت معین از لایه فقط در معدودی زاویه فرودی مشاهده می‌شود. اما به طور طبیعی انتظار داریم که لایه پلاسما چگالی متغیری داشته باشد. در این صورت شرایط تشدید چه خواهد شد؟

در این مقاله فرض می‌کنیم چگالی پلاسما دارای تغییرات مکانی باشد. به این صورت که ضریب گذردهی الکتریکی معادل پلاسما به صورت سهموی کم شده و منفی می‌شود و سپس به صورت سهموی زیاد شده و مثبت می‌شود. به این ترتیب چگالی در محیط پلاسما ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. با اعمال این شرایط، برانگیختگی تشدید امواج سطحی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در مطالعات قبلی فرض شده بود که چگالی پلاسما به صورت خطی افزایش و سپس کاهش یابد [۸ و ۹]. در آنجا مشاهده کردیم که چنین ساختاری دارای پتانسیل لازم برای گذار موج الکترومغناطیسی می‌باشد. امواج سطحی به خوبی در دو سمت لایه برانگیخته می‌شوند. حتی در شرایطی که میرایی وجود دارد، سازوکار معرفی شده به خوبی کار می‌کند. در

در آنچه در ادامه می‌آید فرض می‌شود که $\vec{E} = E\hat{z}$ و موج به صورت مایل، در صفحه xy وارد پلاسما می‌شود، یعنی $k_z = 0$. در این حالت معادلات (۶) و (۷) اطلاعات خاصی در بر نداشته و معادله (۸) به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \left[v(x) - (\sin \theta)^2 \right] E_z = 0, \quad (9)$$

در این رابطه x به صورت $k_0 x$ بی‌بعد شده است.

۳. معرفی ساختار

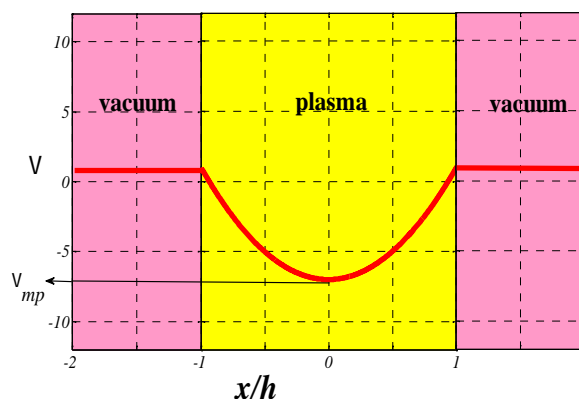
اکنون سیستمی متشکل از یک لایه پلاسمای چگال با توزیع ضریب گذردهی الکتریکی معادل $v(x)$ مطابق شکل ۱، در نظر می‌گیریم. لایه پلاسما با عرض محدود $2h$ بر روی محور x قرار دارد و از دو سمت محور y و z تا بی‌نهایت ادامه دارد و همگن است، یعنی لایه پلاسما در خلاء غوطه‌ور است و از دو طرف برای $x < -h$ و $x > h$ به خلاء ختم می‌شود. این ساختار به گونه‌ای فرض شده است که ضریب گذردهی الکتریکی به صورت تدریجی و سهموی منفی می‌شود. در این صورت چگالی الکترون‌ها ابتدا به صورت سهموی زیاد شده و در $x = 0$ به بیشینه خود می‌رسد که در این نقطه، $v(x)$ برابر v_{mp} می‌باشد. پس از آن به همین ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی به صورت تدریجی سهموی و افزایش و چگالی الکترون‌ها به صورت سهموی کاهش می‌یابد. در این صورت موج الکترومغناطیسی از عرض چاه ضریب گذردهی عبور می‌کند توابع $v(x)$ و چگالی در این ناحیه به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$v(x) = \left[\frac{1 - v_{mp}}{h^2} \right] x^2 + v_{mp}, \quad (10)$$

$$n(x) = \frac{m \tilde{S}_p}{4f e^2} (1 - v(x)).$$

در این رابطه، h نشان‌دهنده محدوده پلاسما است که با k_0 بهنجار شده و v_{mp} قدرمطلق بیشینه ضریب گذردهی الکتریکی می‌باشد.

برای یافتن پاسخ‌های معادله (۹)، تغییر متغیرهای زیر را اعمال می‌کنیم:



شکل ۱. تغییرات فضایی ضریب گذردهی الکتریکی معادل ساختار

پلاسما v بر حسب $\frac{x}{h}$

می‌آید:

$$f(\vec{r}) = E(x) e^{ik_y y + ik_z z - i\tilde{S}t}. \quad (5)$$

به این ترتیب که ضریب شکست در نواحی خلاء ثابت و در ناحیه پلاسما متغیر و تابعی از x می‌باشد و k_y و k_z ثابت هستند. حال سرعت الکترون‌ها را به صورت $\vec{V} = (V_x, V_y, 0)$ فرض می‌کنیم. با استفاده از رابطه (۳)، و همچنین فرض به کار گرفته شده در رابطه (۵)، \vec{V} را در معادله موج (۴) حذف می‌کنیم. این فرض با توجه به بی‌نهایت بودن لایه پلاسما در جهات y و z و محدود بودن آن در راستای x ، در نظر گرفته شده است. در این صورت این معادله به سه معادله زیر تبدیل می‌شود:

$$\left(k_y^2 + k_z^2 - k_0^2 v(x) \right) E_x + ik_y \frac{\partial E_y}{\partial x} + ik_z \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$ik_y \frac{\partial E_x}{\partial x} - \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left(k_z^2 - k_0^2 v(x) \right) E_y - k_y k_z E_z = 0, \quad (7)$$

$$ik_z \frac{\partial E_x}{\partial x} - k_y k_z E_y - \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \left(k_y^2 - k_0^2 v(x) \right) E_z = 0. \quad (8)$$

در این روابط \tilde{S}_p بسامد پلاسما و $v(x)$ ضریب گذردهی الکتریکی معادل به شکل $v(x) = 1 - \frac{\tilde{S}_p^2}{\tilde{S}^2}$ و $k_0 = \frac{\tilde{S}}{c}$ می‌باشند. حال با در دست داشتن معادلات امواج، به صورت معادلات (۶-۸)، می‌توانیم به مطالعه رفتار موج در محیط پلاسما بپردازیم.

موج (۹) در پلاسما است.

با اعمال شرایط مرزی که عبارت است از پیوستگی E و $\frac{dE}{dx}$ روی مرزها، دامنه‌های موج در نواحی مختلف به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$c_1 = \frac{ikE_0}{(ikp + F)e^{ikh}}, \quad (16)$$

$$c_2 = \frac{ikE_0}{(G - ikhq)e^{ikh}}, \quad (17)$$

$$R = -\frac{FGE_0 - hpqk^\gamma E_0}{(FG + ikpG - ikhqF + k^\gamma hpq)e^{\gamma ikh}}, \quad (18)$$

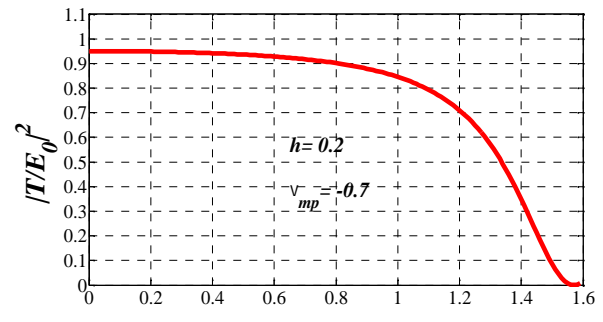
$$T = \frac{ikE_0 pG + ikE_0 hqF}{(ikpG + k^\gamma hpq + FG - iFkhq)e^{\gamma ikh}}. \quad (19)$$

به طوری که:

$$\begin{cases} k = k_0 \cos \theta, \\ p = hy \left(m_1 + \frac{1}{\gamma}, nh^\gamma \right) e^{\frac{n}{\gamma}(1-h^\gamma)}, \\ q = hy \left(m_2 + \frac{\gamma}{\gamma}, nh^\gamma \right) e^{\frac{n}{\gamma}(1-h^\gamma)}, \\ F = -\gamma nm_1 hr + nhp, \\ G = (1 - nh^\gamma) q + \frac{\gamma}{\gamma} nh^\gamma m_2 s, \\ r = hy \left(m_1 + 1 + \frac{\gamma}{\gamma}, nh^\gamma \right) e^{\frac{n}{\gamma}(1-h^\gamma)}, \\ s = hy \left(m_2 + 1 + \frac{\gamma}{\gamma}, nh^\gamma \right) e^{\frac{n}{\gamma}(1-h^\gamma)}. \end{cases} \quad (20)$$

به این ترتیب ضریب عبور T را مطابق با معادله (۱۹) برحسب داده‌هایی چون k_0 ، θ ، h و ν_{mp} محاسبه نمودیم، که شکل نتایج به دست آمده در ادامه قابل مشاهده می‌باشد.

در شکل ۲، نرخ عبور $\left| \frac{T}{E_0} \right|$ برحسب زاویه فرودی θ رسم شده است. لازم به ذکر است که در این شکل $h = 0.2$ و $\nu_{mp} = -0.7$ انتخاب شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود به ازای بازه خاصی از θ یعنی $0 < \theta \leq 0.8$ رادیان، ضریب عبور بالای ۰.۹ وجود دارد. این بدین معنی است که در یک بازه وسیعی از زاویه فرودی عبور بالای موج الکترومغناطیسی وجود دارد. درحالی که در نتایج مقاله قبلی [۲]



شکل ۲. نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^\gamma$ برحسب زاویه فرودی θ .

$$\begin{cases} a = \frac{(1 - \nu_{mp})}{h^\gamma} \\ b = \nu_{mp} - (\sin \theta)^\gamma \end{cases} \quad (11)$$

در این صورت معادله (۹) به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d^\gamma E_z(x)}{dx^\gamma} + (ax^\gamma + b)E_z(x) = 0 \quad (12)$$

که دارای پاسخ‌هایی به شکل توابع فراهندسی^۱ است.

۴. تعیین ضریب گذار موج الکترومغناطیسی

به منظور بررسی چگونگی عبور موج الکترومغناطیسی از ساختار شکل ۱، معادلات میدان در نواحی مختلف را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$E = E_0 e^{ik_0 \cos \theta x} + R e^{-ik_0 \cos \theta x}, \quad (13)$$

$$E = \left[c_1 hy \left(m_1 + \frac{1}{\gamma}, nx^\gamma \right) + c_2 hy \left(m_2 + \frac{\gamma}{\gamma}, nx^\gamma \right) x \right] \quad (14)$$

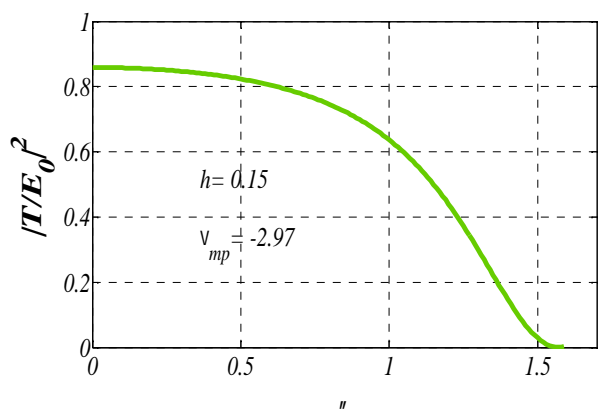
$$\begin{cases} \times e^{\frac{n}{\gamma}(1-x^\gamma)}, & -h < x < h \\ E = T e^{ik_0 \cos \theta x}, & x > h \end{cases} \quad (15)$$

در رابطه دوم $n = \sqrt{a} i$ و $m_1 = \frac{\sqrt{a} + ib}{\gamma \sqrt{a}}$

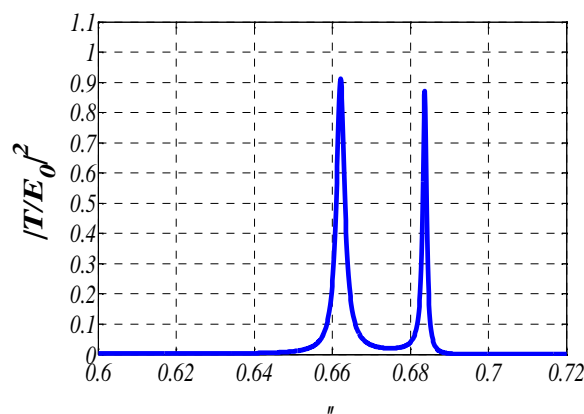
$$m_2 = \frac{3\sqrt{a} + ib}{\gamma \sqrt{a}} \text{ داریم.}$$

در این روابط، E_0 ، R و T به ترتیب ضرایب فرودی، انعکاسی و عبوری موج هستند. معادلات (۱۳) و (۱۵) جواب معادله ماکسول امواج در خلاء و معادله (۱۴) جواب معادله

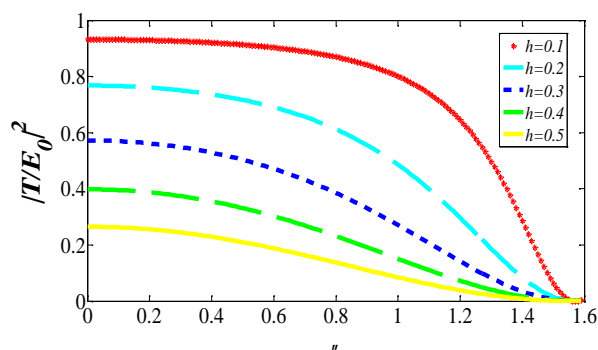
۱. Hypergeometric function



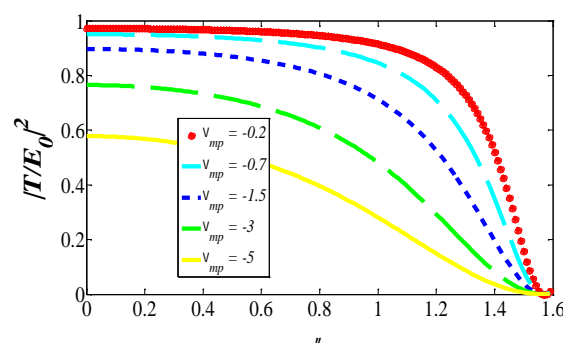
شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^2$ بر حسب زاویه فرودی ν .



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^2$ بر حسب زاویه فرودی ν در صورتی که پلاسمای چگال همگن بوده و بین دو دی الکتریک قرار گیرد.



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^2$ بر حسب زاویه فرودی ν برای پنج مقدار متفاوت h .



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^2$ بر حسب زاویه فرودی ν برای پنج مقدار متفاوت از v_{mp} .

بالایی انجام خواهد شد.

همچنین در شکل ۴، $h = 0.15$ و $v_{mp} = -2.97$ انتخاب شده است. با مقایسه شکل های ۲ و ۴ دیده می شود که با افزایش $|v_{mp}|$ گذار بیشینه به سمت زوایای کوچک تر میل می کند و همچنین شدت بیشینه کاهش می یابد. این امر در شکل ۵ بهتر دیده می شود. این شکل به ازای پنج مقدار متفاوت از v_{mp} رسم شده است. همچنین در این شکل $h = 0.2$ انتخاب شده است. آنجایی که در این مقاله حل های تحلیلی و دقیق به دست آمده اند، پس مطالعه دیگر کمیت های فیزیکی از قبیل نرخ انعکاس از سطح پلازما نیز به راحتی قابل حصول است.

شکل ۶ نمودار نرخ گذار موج الکترومغناطیسی را بر حسب زاویه فرودی ν برای h های گوناگون، نشان می دهد.

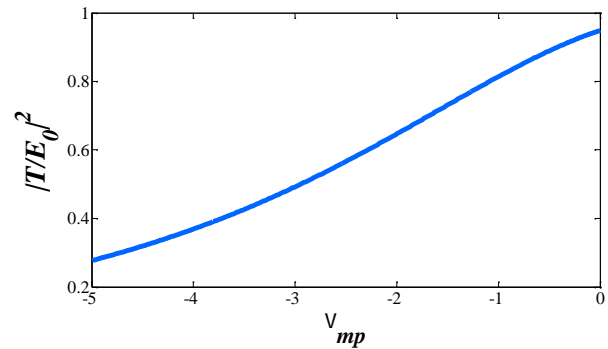
که در آن پلاسمای چگال همگن در نظر گرفته شده است، بیشینه های گذار موج در زوایای محدود و خاصی رخ می دهند. منظور از پلاسمای همگن آن است که لایه پلاسمای دارای چگالی ثابتی باشد و از این رو ضریب گذردهی هم مقدار ثابتی داشته باشد. این امر در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل $v_{mp} = -2.97$ می باشد و پلاسمای چگال همگن بین دو دی الکتریک قرار گرفته است و مانند یک ماده چپ گرد با ضریب گذردهی الکترونیکی منفی رفتار می کند [۲].

بنابراین به نظر می رسد که اگر ساختار پلاسمای چگال به گونه ای باشد که ضریب گذردهی معادل v به صورت سهموی تغییر کند، ساختاری به دست می آید که عبور امواج الکترومغناطیسی در طیف گسترده ای از زاویه فرودی، با نرخ

الکترومغناطیسی را در مد عادی، یعنی میدان الکتریکی موازی با سطح فرود و با فرود مایل در نظر گرفتیم. پلاسما دارای گرادیان چگالی فرض شد به طوری که ضریب گذردهی معادل آن به صورت یک تابع سهموی در آمد. در این صورت جوابهای معادله موج به صورت توابع فرا هندسی به دست آمدند. دامنه موج را در هر سه ناحیه محاسبه نمودیم. ضریب گذار موج را از این ساختار محاسبه نمودیم. وابستگی ضریب گذار را به زاویه فرودی، محدوده پلاسما چگال و همچنین قدرمطلق بیشینه ضریب گذردهی الکتریکی پلاسما چگال بررسی نمودیم.

در اینجا، به این نتیجه رسیدیم که گذار بیشینه در گستره وسیعی از زاویه فرودی می تواند رخ بدهد. این نتیجه گیری از این نظر بسیار مهم است که تا به حال، در کارهای تحقیقاتی مربوط به عبور غیر عادی امواج الکترومغناطیسی از پلاسما چگال، همواره گذار بیشینه در معدودی زاویه فرودی گزارش شده است، که در واقع این زوایا بسیار گزینشی هستند. این تفاوت از اینجا ناشی می شود که، در تحقیقات گذشته، ضریب گذردهی الکتریکی پلاسما به صورت ایده آل ثابت در نظر گرفته شده است. اما در اینجا ضریب گذردهی الکتریکی دارای تغییرات مکانی سهموی شکل است. این تغییرات مکانی موجب شده که عبور بیشینه فقط در یک یا دو زاویه فرودی خاص رخ ندهد، بلکه در طیف وسیعی از زوایای فرودی گذار غیرعادی داشته باشیم.

همچنین دیده شد که هر چه محدوده پلاسما چگال کوچکتر باشد و نیز بیشینه قدرمطلق ضریب گذردهی معادل کمتر باشد عبور بیشتری و انعکاس کمتری موجود است.



شکل ۷. نمودار دامنه گذار $\left| \frac{T}{E_0} \right|^2$ بر حسب v_{mp} .

لازم به ذکر است که در این شکل $\theta = 30^\circ$ و $\nu_{mp} = -1/3$ انتخاب شده است. یادآوری می شود که h نشان دهنده ضخامت محدوده پلاسما می باشد. با توجه به نمودار، با افزایش h دامنه گذار کاهش می یابد. بنابراین با افزایش محدوده پلاسما شاهد کاهش دامنه گذار موج الکترومغناطیسی از داخل پلاسما خواهیم بود.

چگونگی وابستگی نرخ گذار موج الکترومغناطیسی به v_{mp} در شکل ۷ نشان داده می شود. لازم به ذکر است در این شکل $\theta = 30^\circ$ و $h = 0/3$ انتخاب شده است. مطابق با این شکل، با کاهش ضریب گذردهی الکتریکی کمینه v_{mp} میزان گذار موج از ساختار مورد نظر کاهش می یابد.

۵. نتیجه گیری

پلاسما چگال، پلاسمایی با چگالی بیش از حد بحرانی است. این نوع پلاسما در شرایط خاصی امواج الکترومغناطیسی را با درصد بالایی از خود عبور می دهد. در این مقاله سه محیط متشکل از ابتدا خلاء، سپس پلاسما با ضریب گذردهی الکتریکی سهموی و سپس خلاء در نظر گرفتیم. موج

مراجع

1. Yu K Bliokh and Yu P Bliokh., *Physics Uspekhi*. **47** (2004) 393.
2. L Rajaei, S Mir Aboutalebi, and B Shokri, *Physica Scripta*, **84**, 1 (2011) 8949.
3. S Miraboutalebi, L Rajaei, and M K Khadivi Borogeni, *J. Theor. Appl. Phys.* **7**, 1 (2013) 1.
4. S Miraboutalebi, L Rajaei, and L Farhang Matin, *J. Theor. Appl. Phys.* **6**, 1 (2012) 1.
5. J A Bittencourt, "Fundamentals of Plasma Physics," Springer-Verlag New York, (2004).
6. L Rajaei, S Miraboutalebi and M Nejati, accepted for publication in: *Contributions to Plasma Physics* **55**, 7 (2015) 513.
7. L Rajaei, S Miraboutalebi, "The profile of Temperature in the Dissipative over-dense Plasma

۹. ص میرابوطالبی، م ک خدیوی بروجنی، ل رجایی و ن احمدی،
مجله پژوهش فیزیک ایران ۱۵ (۱۳۹۴) ۶۳.

"Layer", Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM)
2 (2014).

۸. ص میرابوطالبی، م ک خدیوی بروجنی و ل رجایی، مجله
پژوهش سیستم‌های بس ذره‌ای ۴ (۱۳۹۱) ۳۷.