مجلهٔ پژوهش فیزیک ایران، جلد ۱۶، شمارهٔ ۲، تابستان۱۳۹۵

خواص ترمودینامیکی هسته‌های ^{184}W و ^{185}W با به کارگیری نظریهٔ گینزبرگ- لانداؤ اصلاح شده

وحید دهقانی، علی‌اکبر مهمان‌دوست خواجه‌داد و پریوش محمدی

گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

پست الکترونیکی: vdehghani@phys.usb.ac.ir

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۴/۱۹ ؛ دریافت نسخهٔ نهایی: ۱۳۹۴/۱۲/۱۰)

چکیده

در این مقاله به ارائهٔ فرمول‌بندی مدل اصلاح شده گینزبرگ- لانداؤ در گذار فاز مرتبهٔ دوم پرداخته‌ایم. با استفاده از این مدل، خواص ترمودینامیکی، از جمله ظرفیت گرمایی، انرژی کل، آنتروپی و پارامتر نظم هسته‌های ^{184}W و ^{185}W محاسبه شده‌اند. در نمودار ظرفیت گرمایی محاسبه شده بر حسب دما، قله‌ای ظاهر شده است که نشان دهندهٔ انتقال از فاز زوج‌شده به معمولی در این دستگاه‌ها است که این چنین رفتاری، در داده‌های تجربی ظرفیت گرمایی نیز مشاهده می‌شود. محاسبات این مدل نشان‌دهنده آن است که مقدار چشم‌داشتی پارامتر نظم با افزایش دما با شیب ملایم‌تری به نسبت مدل معمول گینزبرگ- لانداؤ به سمت صفر میل می‌کند، که این مطلب بیانگر وجود زوجیت بین نوکلئون‌ها حتی در دماهای بالاست. داده‌های تجربی نتایج به دست آمده از این مدل را به صورت کیفی تأیید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: گذار فاز، گینزبرگ- لانداؤ، افت و خیز، زوجیت، پارامتر نظم

۱. مقدمه

در سال ۱۹۵۷ باردین، کوپر وشریفر [۱] فرمول‌بندی میکروسکوپی ابررسانایی (BCS) را بر اساس هامیلتونی بس‌ذره‌ای بنا نهادند. آنها دریافتند که ویژگی‌های میکروسکوپی ابررساناها را می‌توان توسط سازوکار زوجیت، توصیف کرد [۲]. کمی پس از استفاده موفقیت‌آمیز این نظریه در ابررساناهای نوع یک، به کارگیری سازوکار زوجیت در دستگاه‌های محدود مانند هسته‌ها توسط بوهر، ماتلسون و پینز [۳] و بلایو [۴] آغاز شد. از این کوشش‌های اولیه می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که اگر چه منشأ نیروی زوجیت در هسته‌ها و در ابررساناها با هم متفاوت است اما سازوکار ریاضی یکسانی را می‌توان در این دستگاه‌های فرمیونی زوج‌شده به کار گرفت [۳، ۵ و ۶].

نظریهٔ نیمه تجربی انتقال فاز نخستین بار توسط اهرنفست، در سال ۱۹۳۳ بنا شد. لانداؤ و شاگردش گینزبرگ، از این نتایج استفاده کردند و نظریهٔ انتقال فاز پیوسته ابرسانا را در سال ۱۹۵۰ ارائه دادند [۷] و از طریق پدیده‌شناسی به ویژگی‌های

ماکروسکوپی ابررسانا رسیدند. از این رو موفق بـه ارائـهٔ نظریـهٔ گینزبرگ- لانداؤ [۸، ۹] شدند. این نظریه یکـی از مشـهورترین نظریه‌ها در زمینهٔ انتقال فازی است و اساس بسیاری از مـدل‌هـا در این زمینه بوده است.

نظریهٔ معمول گینزبـرگ- لانـداؤ یکـی از روش‌هـای میـدان میانگین [۱۰]، جهت بررسی گذار فاز مرتبهٔ دوم است، کـه تـأثیر افت و خیزهای آماری در آن لحاظ نشده است [۱۱ و۱۲]. از ایـن جهت برای دستگاه‌های در ابعاد بزرگ قابل اسـتفاده مـی‌باشـد و برای توصیف ویژگی‌های دستگاه‌های محدود نیازمند اصـلاحات می‌باشد. بـه عبـارتی دیگـر بـه کـارگیری مسـتقیم ایـن روش در دستگاه‌های کوچک مانند هسته، با توجه بـه نقـش تعیـین کننـده افت وخیزهای آماری در این ابعاد، امکان‌پذیر نیسـت. بـه همـین دلیل استفاده از مدل‌های تصحیح شده این نظریه در ابعـاد هسـته، ضروری است [۱۳ و ۱۴]. ایـن امـر بـا اسـتفاده از انـرژی آزاد و تابع توزیعی که بر اساس آن ساخته مـی‌شـود، شـدنی اسـت. در نتیجهٔ این تصحیحات، اگر تعداد ذرات دستگاه از عدد آووگـادرو بسیار کمتر باشد، تفاوت مشخص فازها از بین مـی‌رود [۱۵]. بـه عبارتی در این دستگاه‌ها ناپیوستگی یـا تکینگـی در توابـع پاسـخ محو می‌شود [۱۶]. تحقیـق همخـوانی یـا عـدم همخـوانی نتـایج حاصل از این مدل تصحیح شده بـا نتـایج تجربـی، رد یـا اثبـات کنندهٔ این تصحیحات اسـت، کـه یکـی از نخسـتین تصـحیحات اساسی بر نظریهٔ گینزبرگ- لانداؤ، به منظـور بـه کـارگیـری ایـن نظریه برای دستگاه‌های محدود [۱۷] می‌باشد.

با توجه به وجود پتانسیل زوجیت بین نوکلئون‌ها مـی‌تـوان انتظار داشـت کـه در هسـته‌هـا شـاهد گـذار از فـاز زوج‌شـده نوکلئون‌ها به معمولی باشیم [۱۸]. این گذار فاز در دستگاه‌هـای بزرگ برخلاف دستگاه‌های محدود، بـه شـکل یـک گـذار فـاز مرتبـهٔ دوم مشـخص انجـام مـی‌گیـرد [۱۹]. بـه کـارگیـری سازوکارهای بس‌ذره‌ای (ماننـد BCS) یـا ترمودینـامیکی (ماننـد نظریهٔ گیزنبرگ لانداؤ) بدون توجه بـه تـأثیر افـت و خیزهـا در نقطهٔ انتقال فاز [۲۰]، باعث محاسبهٔ ناپیوستگی‌های غیـر واقعـی در ظرفیت گرمایی [۱۹، ۲۱–۲۳] دستگاه‌های کوچک مـی‌شـود [۹]. با در نظر گرفتن تأثیر افت وخیزهای آماری بر ویژگی‌هـای ترمودینامیکی [۲۴] دستگاه‌های کوچک مانند هسته، ایـن گـذار فاز به شکل معمول آن انجام‌پذیر نیست. چرا که افت و خیزهـا بر ویژگـی‌هـای ترمودینـامیکی دسـتگاه بـه خصـوص ظرفیـت گرمایی که مشخصهٔ مهمی در تشخیص گذار فـاز اسـت، تـأثیر می‌گذارد به طوری که ناپیوسـتگی تـابع پاسـخ را بـه پیوسـتگی تبدیل می‌کند [۲۵–۲۸].

اخیراً گروه اسلو [۲۹] چگـالی تـراز بعضـی از هسـته‌هـا را در انرژی برانگیختگی پایین با استفاده از هشت تلسـکوپ بـا زاویـهٔ ۴۵ درجه نسبت به باریکه و ۲۸ آشکارساز NaI با بازدهٔ کل ۱۵٪ انـدازه گرفته‌انـد [۳۰ و ۳۱]. بـا اسـتفاده از ایـن داده‌هـا، ظرفیـت گرمـایی تجربی برخی هسته‌ها محاسبه شده اسـت. تمـام ایـن ظرفیـت‌هـای گرمایی رفتار S شکلی را نشان می‌دهند که بیـانگر انتقـال فـازی از فاز نرمال به فاز زوج‌شده در هسته‌ها می‌باشد [۲۶، ۳۲–۳۴].

در این مقاله ابتدا به معرفی مدل اصـلاح شـده گینزبـرگ- لانداؤ می‌پردازیم که قابلیت به کارگیری در دستگاه‌های کوچک مانند هسته را دارد. در ادامه به انجام محاسبات با استفاده از این مدل در مورد هسته‌های ^{184}W و ^{185}W بـه عنـوان دو دسـتگاه کوچک دارای خاصیت زوجیت می‌پردازیم.

۲. مدل‌سازی

نظریهٔ گینزبرگ- لانداؤ با تکیه بر بسط انرژی آزاد بر حسب پـارامتر نظم بنا شده است [۳۵]. اساس این بسـط بـر فـرض کوچـک بـودن پارامتر نظم در محـدودهٔ بحرانـی و تحلیلـی بـودن تـابع انـرژی آزاد [۳۶] اسـتوار اسـت. بنـابراین ایـن فرمـول‌بنـدی تـا حـدی بـرای دستگاه‌های زوج‌شدهٔ بس‌ذره مانند ابررساناها جواب‌گـو اسـت. امـا، در دستگاه‌های کوچک که بعد دستگاه کوچک‌تر از طول همبسـتگی می‌باشد، یعنی محدوده‌ای که افت و خیزها غالب می‌شوند (دسـتگاه محدود مانند هسته) این فرمول‌بندی نیاز به تصحیح اساسـی خواهـد داشت. فرمول‌بندی متعارف گینزبرگ- لانداؤ به قرار زیر است

$$f\{\cdot\} = \int d^3x \left(a(T)|\cdot|^2 + \frac{b(T)}{2}|\cdot|^4 + c|\nabla \cdot|^2 \right) \qquad (1)$$

در رابطهٔ بالا، f انرژی آزاد دستگاه (که می‌تواند به عنوان مثـال انرژی کل یا انرژی آزاد هلمهولتز باشد)، · چگالی پارامتر نظم

و a و b دو ثابت وابسته به دما می‌باشند. در فرمول‌بندی معمول مدل گینزبرگ- لانداؤ، به دنبال پیدا کردن $|\cdot|$هایی که انرژی آزاد را کمینه کند، هستیم زیرا پارامتر نظم در حال تعادل، کمترین انرژی آزاد را تولید می‌کند [۳۷ و ۳۸].

از آنجا که افت‌وخیزهای آماری متناسب با $\frac{۱}{\sqrt{N}}$ می‌باشد [۳۹ و ۴۰]، یکی از تفاوت‌های اصلی بین دستگاه‌های بزرگ و کوچک نقش افت‌وخیزها در دستگاه‌های کوچک است. با توجه به اهمیت افت‌وخیز در دستگاه‌های محدود، می‌توان با در نظر گرفتن تابع پارش به صورت تابعی و با انتگرال‌گیری بر روی تمام مقادیر ممکن پارمتر نظم تابع پارش Z را محاسبه کرد و تأثیر افت‌وخیزهای پارامتر نظم را در نظر گرفت [۴۱].

$$Z = ۲\pi \int_{۰}^{\infty} d|\cdot|\,|\cdot|\exp\left[-\ \Omega\left(a|\cdot|^{۲}+\frac{۱}{۲}b|\cdot|^{۴}\right)\right] \qquad (۲)$$

که انتگرال‌گیری در فضای مختلط پارامتر نظم انجام شده است. در مرجع [۱۳] مقادیر

$$a = \frac{N(۰)\,(T - T_c)}{T_c} \quad , \qquad b = \frac{۷\,\zeta(۳)\,N(۰)}{۸\text{®}^{۲}\,(K_B T_c)^{۲}}.$$

با استفاده از مدل BCS [۴۲] در نزدیکی نقطهٔ بحرانی محاسبه شده است. در روابط بالا T_c دمای بحرانی دستگاه [۴۵] که در آن زوج‌های نوکلئونی شکسته می‌شوند، $\beta = \frac{۱}{T}$ عکس دما، Ω حجم دستگاه، $N(۰) = \frac{۱}{\text{¢}}$ و ¢ فاصلهٔ ترازهای تک‌ذره‌ای می‌باشد [۴۳].

در مرجع [۱۳] برای محاسبهٔ تابع پارش از رابطهٔ (۲)، از تقریب $\ \ _c = \ (\ \ $ که در رابطهٔ (۲) پشت Ω قرار دارد) استفاده کردند که $\ _c$ عکس دمای بحرانی است. بنابراین تابع پارش Z_{GL} و سپس ویژگی‌های ترمودینامیکی دستگاه را به صورت زیر محاسبه کردند

$$Z_{GL} = \sqrt{\frac{\bar{\text{¢}}\text{®}^{۵}}{۲\bar{b}\ \ _c^{۴}}}\, e^{\overline{\Delta t}^{۲}}\left(۱ \pm \ \mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\right|\right)\right) \qquad (۳)$$

$$\overline{\Delta t} = \frac{۱}{۲}\pi(t-۱)/(\bar{b}\ \bar{\delta})^{\frac{۱}{۲}},$$

در رابطهٔ بالا علامت بالایی (+) مربوط به دماهای کمتر از دمای بحرانی و علامت پایینی (–) مربوط به دماهای بزرگ‌تر از دمای بحرانی است. مقادیر $\bar{b}$ و $\bar{\delta}$ به صورت زیر است

$$\bar{b} = ۷,\ (۳)/۱۶ = ۰/۵۲۶ \quad , \quad \bar{\delta} = \beta_c / N(۰)\Omega = \text{¢} / K_B T_c$$

با استفاده از این تابع پارش به دست آمده، انرژی آزاد هلمهولتز A_{GL}، آنتروپی S_{GL} ، ظرفیت گرمایی C_{GL} و مقدار چشم‌داشتی قدر مطلق پارامتر نظم $\langle|\cdot|\rangle_{GL}$ دستگاه به صورت زیر به دست می‌آیند

$$A_{GL} = -K_B T\, Ln\, Z_{GL}\ ) \qquad (۴)$$

$$S_{GL} = K_b\left(LnZ + ۲gt\overline{\Delta t} + \frac{\left(-۲g\text{®}^{-\frac{۱}{۲}}\right)te^{-\overline{\Delta t}^{۲}}}{\left(۱ \pm \mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\right|\right)\right)}\right), \qquad (۵)$$

$$C_{GL} = \frac{\text{®}\,t\,K_b}{\bar{b}\,\bar{\text{¢}}}\left(\frac{\left(\text{®}^{\frac{۱}{۲}}\ \ t\,\overline{\Delta t} - ۲\left(\frac{\bar{b}\,\bar{\text{¢}}}{\text{®}}\right)^{\frac{۱}{۲}}\right)e^{-\overline{\Delta t}^{۲}}}{۱ \pm erf\left(\left|\overline{\Delta t}\right|\right)} - \frac{te^{-۲\overline{\Delta t}^{۲}}}{\left(۱ \pm erf\left(\left|\overline{\Delta t}\right|\right)\right)^{۲}} + \text{®}\left(\frac{۳}{۲}t-۱\right)\right), \qquad (۶)$$

$$\langle|\cdot|\rangle_{GL} = \frac{\frac{\text{®}^{۴}}{\ \ _c^{۳}}\int_{۰}^{\infty} a^{\frac{۱}{۲}}\, e^{-\left(\text{®}\sqrt{\frac{\bar{b}}{\bar{\text{¢}}}}\,a + \frac{\text{®}(t-۱)}{۲\sqrt{\bar{b}\bar{\text{¢}}}}\right)^{۲}} d\,a}{\sqrt{\frac{\bar{\text{¢}}\,\text{®}^{۵}}{۲\bar{b}\ \ _c^{۴}}}\left(۱ \pm \ \mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\right|\right)\right)}\ . \qquad (۷)$$

روابط (۳) تا (۷) که در مرجع [۱۳] محاسبه شده‌اند، با توجه به تقریب به کار برده شده در محاسبه آنها، برای تمام محدودهٔ دمایی قابل به کارگیری نیست و تنها در نزدیکی دمای بحرانی قابل استفاده است. به عنوان مثال ظرفیت گرمایی در دماهای پایین‌تر از $\frac{T_c}{۲}$ مقادیر منفی خواهد داشت (شکل ۱)، که نتیجه‌ای غیر فیزیکی است. از این‌رو سعی داریم بدون استفاده از تقریب به کار برده شده در مرجع فوق فرمول‌بندی ارایه دهیم که برای تمام محدودهٔ دمایی مقادیری فیزیکی داشته باشد. پس فرمول‌های انرژی آزاد هلمهولتز، آنتروپی، انرژی، ظرفیت گرمایی و مقدار چشم‌داشتی پارامتر نظم را با استفاده از شکل دقیق تابع پارش Z_{MGL} به دست می‌آوریم و نتایج این روابط را با داده‌های تجربی هسته‌های [۴۴] $^{۱۸۴}W, {}^{۱۸۵}W$ مقایسه

می‌کنیم. در شکل ۱ ظرفیت گرمایی برای هـر دو تقریـب بـرای مقایسه نشان داده شده است.

بنابر این فرمول‌بندی نظریهٔ گینزبرگ- لانداؤ اصـلاح شـده که در این مقاله مورد نظر است را بر این اساس که تـابع پـارش به صورت تابعی از پارامتر نظم در نظر گرفته می‌شود، را بـدون استفاده از تقریب $_c \; =$ ، جهت در نظر گـرفتن تمـام افـت و خیزها، به صورت زیر به دست می‌آوریم (یعنی حاصل انتگـرال رابطهٔ (۲) بدون تقریب زدن) [۱۴]

$$Z_{MGL}=\sqrt{\frac{\bar{\text{¢}}\;\circledR^{5}}{2\;{}_c^{4}\,\bar{b}}}\;t^{\frac{1}{2}}\;e^{\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t}}\left(1\pm\;\mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\;t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)\right) \qquad (۸)$$

سپس با اسـتفاده از تـابع پارشـی کـه در رابطـهٔ (۸) بـه دسـت آوردیـم، بـه محاسـبهٔ انـرژی آزاد هلمهـولتز A_{MGL}، ظرفیـت گرمـایی C_{MGL}، آنتروپـی S_{MGL} انـرژی E_{MGL} و مقـدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم $\langle|\cdot|\rangle_{\mathrm{MGL}}$، برای فـاز زوج‌شـده می‌پردازیم.

$$A_{\mathrm{MGL}}=-K_B T\;\;\mathrm{Ln}Z_{\mathrm{MGL}} \qquad (۹)$$

$$E_{\mathrm{MGL}}=-\frac{\partial}{\partial}\mathrm{Ln(Z_{MGL})}$$
$$=T^{2}\Bigg(\frac{1}{2t}+\left(\frac{2g\overline{\Delta t}}{t}-\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t^{2}}\right)-\frac{g\left(t^{-\frac{1}{2}}+\;t^{-\frac{3}{2}}\right)\;\pi^{-\frac{1}{2}}\;e^{-\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t}}}{1\pm\mathrm{erf}\left(\left|t^{-\frac{1}{2}}\overline{\Delta t}\right|\right)}\Bigg)\;, \qquad (۱۰)$$

بعد از محاسـبهٔ انـرژی E_{MGL} بـه محاسـبهٔ آنتروپـی S_{MGL} و ظرفیت گرمایی C_{MGL} پرداختیم.

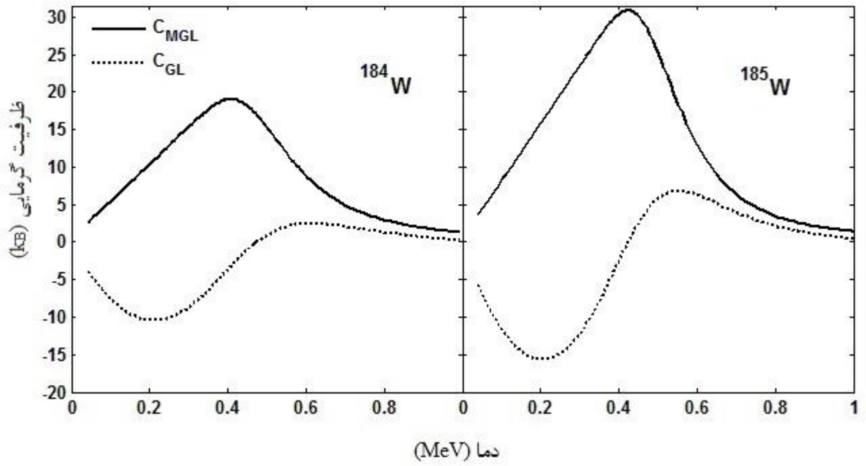
$$\mathrm{S_{MGL}}=K_b\left(\mathrm{Ln(Z_{MGL})}+\frac{1}{2}+\left(2g\overline{\Delta t}-\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t}\right)-\frac{g\left(t^{-\frac{1}{2}}+\;t^{-\frac{3}{2}}\right)\;\pi^{-\frac{1}{2}}\;e^{-\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t}}}{1\pm\mathrm{erf}\left(\left|t^{-\frac{1}{2}}\overline{\Delta t}\right|\right)}\right) \qquad (۱۱)$$

$$C_{\mathrm{MGL}}=\frac{K_b t\circledR}{4\bar{b}\bar{\text{¢}}}\left\{\left(-2\sqrt{\frac{\bar{b}\,\bar{\text{¢}}}{\circledR}}\right.\right.$$
$$\left.\frac{\left(\left(\frac{1}{2}t^{\frac{1}{2}}+\frac{3}{2}t^{-\frac{1}{2}}\right)+\left(\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t^{2}}-\frac{2g\,\overline{\Delta t}}{t}\right)\left(t^{\frac{1}{2}}+t^{-\frac{1}{2}}\right)\right)e^{-\frac{\overline{\Delta t}^{2}}{t}}}{1\pm\mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\;t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)}\right) \qquad (۱۲)$$
$$\left.-\frac{\left(t^{-1}+1\right)^{2}\;e^{-\frac{2\overline{\Delta t}^{2}}{t}}}{\left(1\pm\mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\;t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)\right)^{2}}+2\circledR\left(\frac{\bar{b}\,\bar{\text{¢}}}{t\circledR^{2}}+1\right)\right\}$$

رابطه‌ای که در بالا، به دست آورده ایم بـا رابطـهٔ (۶) در حالـت کلی شباهت دارد، با این تفـاوت کـه در تمـام محـدودهٔ دمـایی فیزیکی مثبت است. و در نهایت از طریـق تـابع پـارش Z_{MGL}، مقدار چشمداشتی پارامتر نظم را نیـز در ایـن فرمـول‌بنـدی بـه صورت زیر به دست آوردیم

$$\langle|\cdot|\rangle_{\mathrm{MGL}}=\frac{\frac{\circledR^{4}}{B_c^{3}}\int_{0}^{\infty}a^{\frac{1}{2}}\,e^{-\left(\circledR\sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\text{¢}}}}\,a+\frac{\circledR\,(t-1)}{2\sqrt{t\,\bar{b}\bar{\text{¢}}}}\right)^{2}}\,d\,a}{\sqrt{\frac{\bar{\text{¢}}\;\circledR^{5}\;T}{2\;{}_c^{3}\,\bar{b}}}\;\;t^{\frac{1}{2}}\left(1\pm\;\mathrm{erf}\left(\left|\overline{\Delta t}\;t^{-\frac{1}{2}}\right|\right)\right)}\,. \qquad (۱۳)$$

در انتهای این بخش نظر خواننده را به این نکته جلب مـی‌کنـیم که نظریهٔ گینزبرگ- لانـداؤ جهـت مطالعـهٔ دسـتگاه‌هـا در حـد ترمودینامیکی و در بازهٔ دمـایی کـوچکی حـول وحـوش دمـای بحرانی طراحی شده است. ایـن دسـتگاه‌هـا دارای تعـداد ذرات زیادی هستند و در نتیجه امکان گذار فاز را دارا هستند. بنابراین دمای بحرانی به عنوان نقطه‌ای که مشخصاً گذار فاز در آن اتفاق می‌افتد در ایـن دسـتگاه‌هـا قابـل تعریـف اسـت. امـا در مـورد دستگاه‌های کوچک (مانند هسته) با توجه بـه رخ نـدادن گـذار فاز، دمای بحرانی نیز معنای خود را از دست می‌دهد. در نتیجـه محدود شدن صحت نظریه به بازه‌ای اطراف این دما نیز بی‌معنی خواهد شد. در نتیجه به عنوان جایگزین برای دمای بحرانـی بـه عنوان مرکز بازهٔ صحت نظریه، از محدوده‌ای دمایی که قطعـاً از محدودهٔ اولیه صحت نظریهٔ بزرگ‌تر است، می‌توان استفاده کرد. بنابراین انتظار داریم با نظریـه‌ای سـروکار داشـته باشـیم کـه در دسـتگاه‌هـای کـم‌ذره در بـازهٔ دمـایی بـزرگ‌تـری قابـل



شکل ۱. ظرفیت گرمایی فاز زوج‌شده ^{185}W و ^{184}W. علامت‌های خط پـر و نقطه‌چـین بـه ترتیـب ظرفیـت گرمـایی مـدل گینزبـرگ- لانـداؤ اصلاح‌شده با فرمول‌بندی این مقاله و ظرفیت گرمایی مدل اطلاح شده مرجع [۱۳] می‌باشند.

استفاده باشد و با بزرگ شدن دستگاه محدودۀ صحت آن به بازۀ دمایی کوچکی محدود شود.

۳. محاسبات

در این محاسبات مطابق با فرض اساسی لانداؤ هسته به عنـوان مجموع دو فاز زوج‌شـده و نرمـال در نظـر گرفتـه شـده اسـت. بنابراین انرژی کل، آنتروپی کل و ظرفیت گرمایی کـل، مجمـوع قسمت نرمال و بخش زوج‌شده می‌باشد. به عنوان مثال:

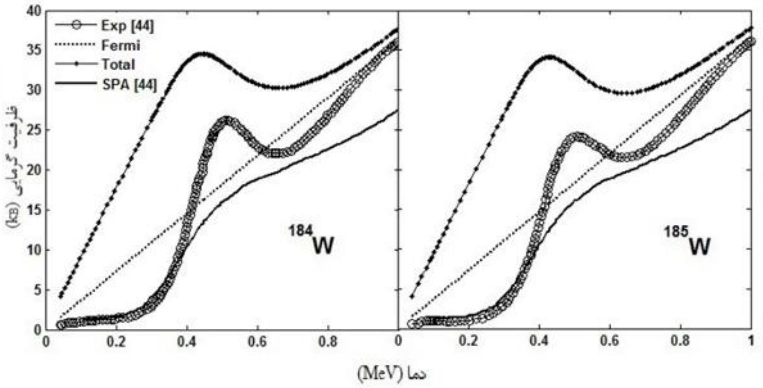
$E_{total}=E_{normal}+E_{paired}$.

پاسخ گرمایی هسته‌های محدود معمولاً منجر به انتقال فـازی از حالت زوج‌شده به نرمال، در دمای $T=۰/۴-۰/۸$ MeV می‌شود [۳۲ و ۴۵]. در این مقاله فاز نرمال هسـته بـه عنـوان یـک گـاز فرمیونی بدون برهم‌کنش در نظر گرفته شده [۴۴] که هیچ گونـه زوج‌شــدگی در آن وجــود نــدارد [۲]. بنــابراین از رابطــۀ $C_{Fermi}=2aT$ (ظرفیت گرمایی گاز فرمی) برای محاسبۀ سـهم فاز نرمال، که برای هر دو هستۀ مورد مطالعـه $a\sim\frac{A}{10}$، A عـدد جرمی هسته و T دمای ترمودینامیکی است، کمک می‌گیـریم و ظرفیت گرمایی فاز زوج‌شده را با استفاده از فرمول اصلاح شدۀ گینزبرگ- لانداؤ، رابطۀ (۱۲)، جایگذاری می‌کنیم.

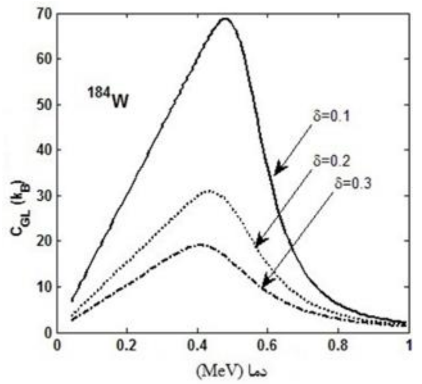
تمام ویژگی‌های ترمودینامیکی فاز زوج‌شده را با استفاده از فرمول‌های اصلاح شدۀ گینزبرگ- لانداؤ (۸) تـا (۱۳) محاسـبه شده‌اند. از آنجا که در روابط مدل اصلاح شده گینزبرگ- لانداؤ ضرایب T_c و ¢ به کار بـرده مـی‌شـوند ابتـدا بـه محاسـبۀ آنهـا می‌پـردازیم. ¢ بـا اسـتفاده از انـرژی حالـت‌هـای نیلسـون بـه صورت $\text{¢}\sim\frac{A}{50}$ [۳] محاسبه شد. دمـای بحرانـی T_c از طریـق برازش داده‌های تجربی با مقادیر محاسبه شدۀ ظرفیـت گرمـایی محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن نتایج بهتر رابطـۀ (۱۲) را با $\Delta C=C_{EXP}-C_{Fermi}$ در محدوده‌های دمـایی کـه $\Delta C\geq 0$ برازش کردیم.

شـکل ۱ ظرفیـت گرمـایی فـاز زوج‌شـده بـرای دو هسـتۀ ^{185}W و ^{184}W را بـا بـه کـارگیری روابـط (۶) و (۱۲) بـرای ظرفیت گرمایی نشان می‌دهد. خط پر نتایج فرمول اصلاح شـده این مقاله و خط‌چین نتایج تقریب مرجع [۱۳] را نشان می‌دهـد. همان گونه که مشاهده مـی‌شـود فرمـول‌بنـدی مرجـع [۱۳] در دماهای پایین مقادیر منفی برای ظرفیت گرمایی پیش‌بینی می‌کند که غیر فیزیکی است و با استفاده از رابطۀ (۱۲) در تمـام دماهـا مقادیر مثبت برای ظرفیت گرمایی به دست آمده است.

شکل (۲) ظرفیت گرمـایی کـل $C_{total}=C_{Fermi}+C_{MGL}$ دو هستۀ ^{185}W و ^{184}W را بر حسب دمـا بـا اسـتفاده از مـدل اصلاح شده گینزبرگ- لانداؤ را نشان مـی‌دهـد. در ایـن شـکل ظرفیت گرمـایی تجربـی [۴۴] (دایـره‌هـای توخـالی)، ظرفیـت گرمایی کل بـه دسـت آمـده بـا تقریـب مـورد نظـر ایـن مقالـه



شکل ۲. ظرفیت گرمایی کل برحسب دما برای هسته‌های $^{۱۸۴}W, ^{۱۸۵}W$. علامت‌های دایرهٔ توخالی، خط و دایرهٔ توپر ریز، نقطه‌چین و خط پر به ترتیب ظرفیت گرمایی تجربی، ظرفیت گرمایی کل ، ظرفیت گرمایی تقریب مسیر ایستایی (SPA) و ظرفیت گرمایی فاز نرمال (مدل گاز فرمی) برحسب دما.



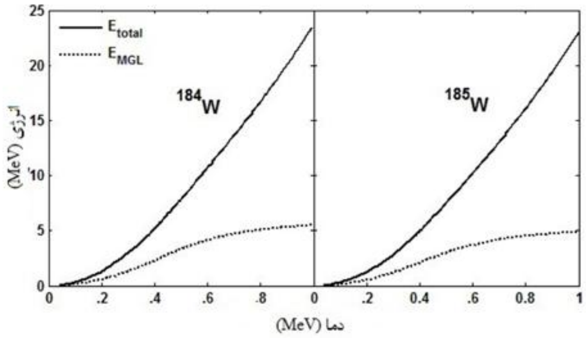
شکل ۳. ظرفیت گرمایی فاز زوج‌شده به ازای $T_c = ۱$ Mev و $¢ = ۰/۱, ۰/۲, ۰/۳$.

(خط و دایرهٔ توپر ریز)، ظرفیت گرمایی با استفاده از تقریب مسیر ایستایی،SPA [۴۴]، (خط پر) و ظرفیت گرمایی فاز نرمال که از طریق مدل گاز فرمی (نقطه‌چین) جهت مقایسه نشان داده شده‌اند. در این شکل با به کارگیری مدل تقریب مسیر ایستایی هیچ قله‌ای مشاهده نشده که عدم هماهنگی با نتایج تجربی را می‌رساند. افزودن نتایج مدل گینزبرگ- لانداؤ اصلاح شده مورد مطالعه به مدل گاز فرمی، منجر به ایجاد یک قله در ظرفیت گرمایی شده است که مانند داده‌های تجربی سایر هسته‌ها [۲۶ و ۴۶] نشانه‌ای از گذار هسته از فاز جفت‌شده به نرمال با افزایش دما است. با توجه به این شکل می‌توان دید که رفتار مشاهده شده در شکل ۲ با نمودار تجربی به صورت کیفی همخوانی دارد. مقدار دمای بحرانی $T_c = ۰/۵۹, ۰/۵۸$ Mev و فاصلهٔ ترازهای تک‌ذره‌ای برای $^{۱۸۴}W, ^{۱۸۵}W$ به ترتیب برابر $¢ = ۰/۳, ۰/۲۷$ MeV است.

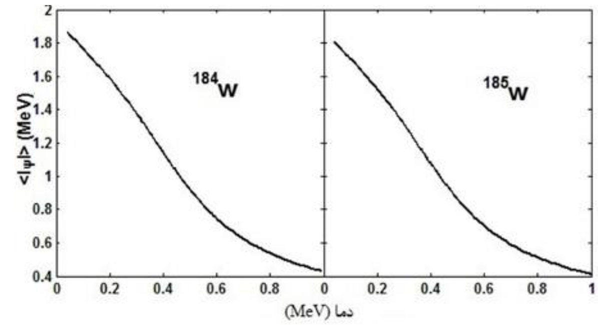
شکل ۳ وابستگی ظرفیت گرمایی مدل اصلاح شده گینزبرگ- لانداؤ C_{MGL} در هستهٔ ^{۱۸۴}W به مقدار ¢ را نشان می‌دهد. در این نمودار مقدار دمای بحرانی به صورت ثابت $T_c = ۱$ Mev نگاه داشته شده است و با کم کردن تدریجی ¢ مشاهده می‌شود که ظرفیت گرمایی دارای قله‌ای بلندتر خواهد بود و از آنجا که $\Omega \sim N(۰) = \frac{۱}{¢}$ در حد $¢ \to ۰$ این رفتار به ناپیوستگی در ظرفیت گرمایی منجر خواهد شد (زیرا با بزرگ شدن اندازهٔ دستگاه گذار فاز به شکل معمول آن یعنی ناپیوستگی در ظرفیت گرمایی دیده خواهد شد). حضور قله و پیوستگی در این نمودار، مربوط به تعداد محدود نوکلئون‌های هسته می‌باشد. در این شکل ملاحظه می‌شود که با کاهش حجم دستگاه، قلهٔ منحنی پهن‌تر می‌شود [۲۲].

انرژی برانگیخته کل E_{total} (خط پر) و انرژی برانگیختگی فاز زوج‌شده E_{MGL} (نقطه‌چین) برحسب دما در شکل ۴ نمایش داده شده است. همان گونه که در شکل مشاهده می‌شود انرژی فاز زوج‌شده در ابتدا با دما افزایش خوبی نشان میدهد ولی به تدریج کمتر و کمتر با دما افزایش میابد که دلیل این امر کم اهمیت شدن فاز زوج‌شده در دماهای بالا می‌باشد. مقدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم $\langle|\Psi|\rangle$ بر حسب دما در شکل ۵ رسم شده است. نکتهٔ مهم در این نمودار پیش‌بینی دنباله‌ای برای پارامتر نظم است که در دماهای بالا به صورت مجانبی و به کندی به صفر میل می‌کند که در توافق با تجربه و در تضاد با نظریهٔ گینزبرگ لانداؤ است که تاکید می‌کند، همه جفت‌های کوپر در دمای بحرانی شکسته می شود.

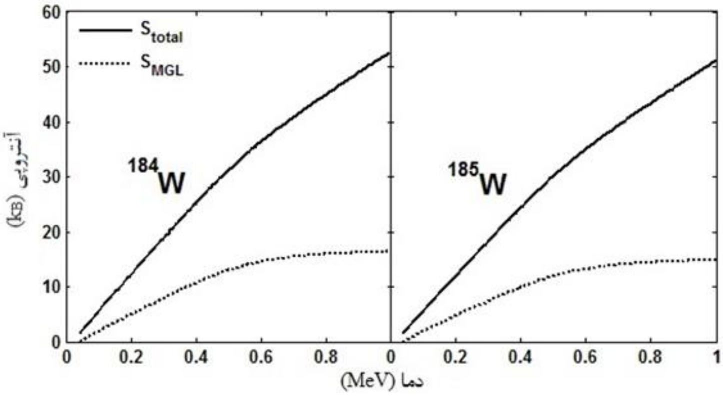
با افزایش دما پارامتر نظم افزایش می‌یابد پس آنتروپی نیز افزایش می‌یابد که در شکل ۶ همچنین رفتاری را مشاهده می‌کنیم. و ملاحظه می‌شود با افزایش دما آنتروپی (میل به بی‌نظمی) دستگاه در حال افزایش است.



شکل ۴. انرژی کل (خط پر) و انرژی فاز زوج‌شده (نقطه‌چین) بر حسب دما.



شکل ۵. مقدار انتظاری قدر مطلق پارامتر نظم بر حسب دما.



شکل ۶. آنتروپی کل (خط پر) و آنتروپی فاز زوج‌شده (نقطه‌چین) بر حسب دما.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله به معرفی مدل اصلاح شده گینزبرگ- لانداؤ پرداختیم و به کمک این مدل به محاسبهٔ ظرفیت گرمایی و دیگر خواص ترمودینامیکی هسته‌های ^{185}W و ^{184}W پرداختیم. نمودار ظرفیت گرمایی کل هسته‌های مورد مطالعه نشان می‌دهد که روابط تصحیح شدهٔ گینزبرگ- لانداؤ، نتایج این مقاله، در دستگاه‌های کوچک رفتار S- شکل ظرفیت گرمایی هسته را می‌تواند به صورت کیفی پیش‌بینی نمایند. مطالعهٔ پارامتر نظم این مدل نشان داد که فاز زوج‌شده هسته در دماهای بالا نیز همچنان حضور دارد و در دمایی خاص از بین نمی‌رود. این نتایج یعنی رفتار S – شکل ظرفیت گرمایی و از بین نرفتن فاز زوج‌شده در یک دمای خاص (دمای بحرانی) هر دو نتیجه وارد کردن افت و خیزهای آماری در فرمول‌بندی اولیهٔ گینزبرگ- لانداؤ می‌باشد.

مراجع

1. J Bardeen, L N Cooper, and J R Schrieffer, *Phys. Rev*. **108** (1957) 1175.
2. D Lang, *Nucl. Phys* **42** (1963) 353.
3. A Bohr, B R Mottelson, and D Pines, *Phys. Rev*. C **110** (1958) 936.
4. S T Belayev, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk* **31** (1959) 11.
5. M Masayuki, "*Spatial Structure of Cooper Pairs in Nuclei*", World Scientific (2013) 61.
6. M Sang and Sh Yamasaki, *Theor. Phys.* **29** (1963) 397.
7. V L Ginzburg and L D Landau, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **20** (1950) 1064.
8. A Fursikov, M Gunzburger, and J Peterson, *Int. Math. Series* **10** (1966) 26.
9. N A Mancini and G Giaquinta, *La Rivista del Nuovo Cimento* **1** (1978) 1.
10. A L Goodman, *Nucl. Phys*. A **406** (1983) 94.
11. A Aharony *et al*., *Lith. J. Phys.* **52** (2012) 81.
12. D R J Devadhason, *Nucl. Phys.* **58** (2013) 76.
13. B Muhlschlege1, D J Scalapino, and B Denton, *Phys. Rev*. B **6** (1972) 1767.

14. P Mohammadi, V Dehghani, and A A Mehmandoost-Khajeh-Dad, *Phys. Rev*. C **90** (2014) 054304.
15. K Kaneko and A Schiller, *Phys. Rev*. C **76** (2007) 064306.
16. G Kanthimathi, N Boomadevi, and T R Rajasekaran, *Commun. Theor. Phys.* **56** (2011) 718.
17. B Muhlschlegel, *Math. Phys.* **522** (1962) 3.
18. L G Moretto, *Nucl. Phys*. A **185** (1972) 145.
19. C Gilbreth and Y Alhassid, *Phys. Rev*. A **88** (2013) 063643.
20. V Galitski, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 127001.

۲۱. ز کارگر و و دهقانی، *مجلهٔ پژوهش فیزیک ایـران*، **۱۳**، ۳ (۱۳۹۲) ۲۶۷.

21. Z Karegar and V Dehghani, *Irainian Journal of Physics Research* **13**, 3 (2013) 267.
22. J Helgesson *et al*., *Nucl. Phys*. A **734** (2004) 549.
23. K Kaneko and *et al*., *Phys. Rev*. C **74** (2006) 024325.
24. J Hurault, K Maki, and M Beal-Monod, *Phys. Rev*. B **3** (1971) 762.
25. R Quick and H Miller, Z. *Phys.* A **336** (1990) 279.
26. Y F Niu *et al*., *Phys. Rev*. C **88** (2013) 034308.
27. R Rossignoli, N Canosa, and P Ring, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 1853.
28. N Q Hung and N D Dang, *Phys. Rev*. C **77** (2008) 064315.
29. M Guttormsen *et al*., *Phys. Rev*. C **89** (2014) 014302.
30. M. Guttormsen *et al*., *Phys. Rev*. C **68** (2003) 034311.
31. N Quang Hung and N Dinh Dang, *Phys. Rev*. C **79** (2009) 054328.
32. T R Rajasekaran and G Kanthimathi, *Eur. Phys. J*. A **35** (2008) 57.
33. B K Agrawal, Tapas Sil, J N De, and S K Samaddar, *Phys. Rev*. C **62** (2000) 044307.
34. M Sang and Sh Yamasaki, *Theor. Phys.* **29** (1963) 397.
35. E F Gramsbergen, L Longa, and H Wim, *Phys. Rep.* **135** (1986) 195.
36. R A Ritchie, H G Miller, and F C Khanna, *Eur. Phys. J*. A **10** (2001) 97.
37. O Yu Dinariev, *Russ. Phys. J*. **41** (1998) 555.
38. H L Morrison and A D Speliotopoulos, *J. Nonlin. Math. Phys* **9** (2002) 464
39. B Cowan, "*Topics in Statical Mechanics*", Imperial College Press (2005).
40. C Bustamante, J Liphardt, and F Ritort, *Phys. Today* **58** (2005) 43.
41. Y Alhassid, *Int. J. Mod. Phys*. B **15** (2001) 1447.
42. J Bardeen, L N Cooper, and J R Schrieffer, *Phys. Rev*. **108** (1957) 1175.
43. J Kirtley, Y Imry, and P Hansma, *J. Low Temp. Phys.* **17** (1974) 247.
44. K Kaneko and M Hasegawa, *Phys. Rev*. C **72** (2011) 024307.
45. B K Agrawal, Tapas Sil, J N De, and S K Samaddar, *Phys. Rev*. C **63** (2001) 024002.
46. M K G Kruse, H G Miller, A R Plastino, A Plastino, and S Fujita, *Eur. Phys. J*. A **25** (2005) 339.