

## بررسی نرخ رشد یک لیزر الکترون آزاد با نوسان ساز لیزری و پس زمینه پلاسما

نیلوفر اسماعیل دوست و ساعد جعفری

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه گیلان، رشت

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۲؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۲/۷)

### چکیده

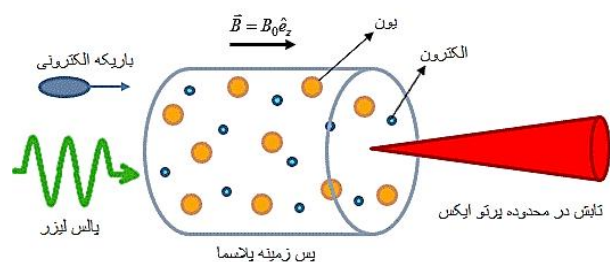
در این مقاله نرخ رشد یک لیزر الکترون آزاد با نوسان ساز لیزری که در آن از پلاسماهای پس زمینه برای ایجاد طول موج های کوتاه، در محدوده پرتو ایکس استفاده شده، به طور نظری مورد بررسی قرار گرفته است. موج لیزر با قطبش خطی، به واسطه داشتن طول گام های کوتاه نوسان سازی (در محدوده میکرومتری) قادر خواهد بود که تابش هایی همدوس در محدوده پرتو ایکس را تولید کند و به عنوان یک نوسان ساز تخت در لیزر الکترون آزاد به کار گرفته شود. سرعت فاز پالس لیزر در حضور پلاسما کاهش یافته، در نتیجه باریکه الکترونی عبوری می تواند خود را با پالس لیزر همگام ساخته و با انرژی کمتری وارد ناحیه برهم کنش شود و این باعث می شود که بدون نیاز به داشتن باریکه های پر انرژی، بتوانیم طول موج هایی از مرتبه پرتو ایکس را توسط باریکه های کم انرژی تر تولید کنیم. این ترکیب بندی می تواند امکان ایجاد بسامدهای بالاتر را نسبت به لیزرهای الکترون آزاد مرسوم (که از نوسان سازهایی مغناطوستاتیک آهنربایی استفاده می کنند)، برای یک دستگاه به وجود آورد. با وارد کردن اختلال به معادلات انتقال ممتوم، پیوستگی و ماکسول، رابطه پاشندگی را به دست آوردیم و تغییرات چگالی پلاسما را روی نرخ رشد یک لیزر الکترون آزاد با نوسان ساز و پس زمینه پلاسما بررسی کردیم. علاوه بر این سطح مقطع مسیر های الکترونی را برای بسامدهای مغناطیسی مختلف با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم شبیه سازی کردیم. نتایج نشان می دهد که با افزایش چگالی پلاسما نرخ رشد برای مسیر گروه I و II کاهش یافته ولی برای گروه III افزایش می یابد.

واژه های کلیدی: لیزر الکترون آزاد، رابطه پاشندگی، نرخ رشد، پس زمینه پلاسما

### ۱. مقدمه

ایکس) را راه اندازی کند. این لیزرها می توانند کاربردهای بسیاری در دستگاه های شتاب دهنده ذرات و همچنین منابع تابشی طول موج کوتاه داشته باشند. به همین علت لیزرهای الکترون آزاد با نوسان سازهای لیزری پیشنهاد گردیده است. در لیزرهای الکترون آزاد مرسوم، باریکه الکترونی در طول یک میدان مغناطیسی متناوب استاتیک (نوسان ساز پیچشی مگنتوستاتیکی) انتشار

پیشرفت های اخیر در زمینه لیزر منجر به ایجاد زمینه های جدید تحقیقاتی در طراحی نوسان سازهای مورد استفاده در منابع سینکروترونی شده است. استفاده از لیزرهای با توان بالا و طول موج کوتاه اجازه می دهد تا با به کار بستن باریکه الکترونی با انرژی های کمتری، تابش های با طول موج کوتاه (در حد پرتو



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایی از یک نوسان‌ساز لیزری با پس زمینه پلاسما.

یعنی سرعتشان از سرعت نور کمتر است. در نتیجه، الکترون‌های باریکه الکترونی می‌توانند به راحتی با آن همگام شده و تبادل انرژی انجام دهند و یک موج پاندرماتیو را تولید کنند که می‌تواند تابش‌هایی از مرتبه پرتو ایکس را راه اندازی کند.

## ۲. مدل نظری

در اینجا یک پالس لیزری قطبیده خطی که یکی از ویژه مدهای پلاسما محسوب می‌شود، به داخل پلاسمای پس زمینه تابیده شده و باعث برانگیخته شدن ویژه مد خطی در پلاسمای پس زمینه خواهد شد، که ما این ویژه مد خطی را به عنوان نوسان‌ساز به کار می‌گیریم. برای یک پالس لیزری قطبیده خطی که به درون پلاسما تابیده می‌شود، می‌توان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی وابسته به زمان زیر را در نظر گرفت [۱۱]:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{e}_y, \quad (1)$$

$$\vec{B}(z,t) = B_0 \cos(kz - \omega t) \hat{e}_x, \quad (2)$$

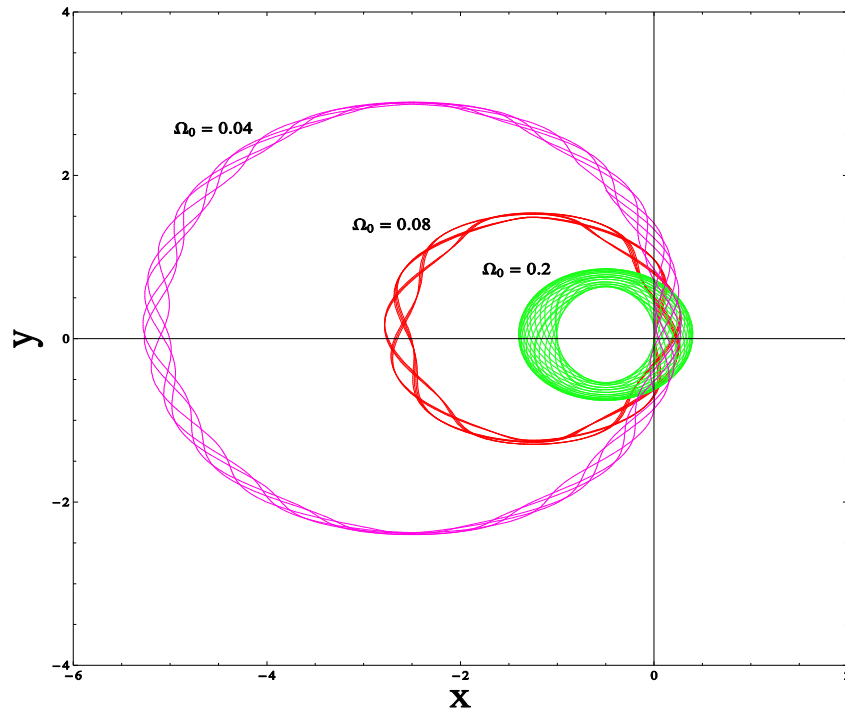
که در اینجا باریکه الکترونی نسبتی هم جهت و هم راستا با پالس لیزر منتشر می‌شود. حضور میدان مغناطیسی راهنما نیز باعث می‌شود تا هم از پراکندگی‌های عرضی باریکه الکترونی جلوگیری شود و هم بتوانیم بهره و نرخ رشد تابش خروجی از لیزر الکترون آزاد را به راحتی کنترل کنیم. نمایی طرحوار از این سیستم در شکل ۱ آمده است.

## ۳. معادلات مسیر حرکت الکترون

معادلات حرکت یک باریکه الکترونی که از میان یک موج الکترومغناطیسی قطبیده خطی با پس زمینه پلاسما عبور می‌کند،

می‌یابد و با موج تابشی داخل نوسان‌ساز همگام شده و یک موج زنبشی با سرعتی کمتر از سرعت نور، (که در اصطلاح به آن، موج پاندرماتیو گفته می‌شود) تولید می‌کند. اما در لیزرهای الکترون آزاد با نوسان‌ساز لیزری، یک پالس لیزری پر شدت جایگزین میدان نوسان‌ساز می‌شود و موج پاندرماتیو را ایجاد خواهد کرد [۱]. تفاوت اصلی نوسان‌ساز لیزری با نوسان‌سازهای مگنتوستاتیکی در بسامد تابش خروجی است و می‌تواند طول موج خروجی کوتاه‌تری را ایجاد کند به همین علت این نوسان‌سازها مورد توجه قرار گرفته‌اند [۲].

یکی از رویکردهایی که امروزه دانشمندان به آن علاقه‌مند هستند، ایجاد پرتوهایی با طول موج کوتاه‌تر و توان‌های بسیار بالاست و این کار نیازمند شتاب دهنده‌های بسیار بزرگ و گران قیمت است. تلاش‌های بسیاری در این باره انجام شده تا بتوانیم تابش‌هایی با توان بالا را با استفاده از شتاب دهنده‌های ارزان‌تر و با مقیاس کوچک‌تر ایجاد کنیم. توانایی پلاسماها در تقویت میدان‌های الکتریکی فوق‌العاده قوی سبب جلب توجه بسیاری از دانشمندان در طی دهه‌های اخیر و همچنین سبب به وجود آمدن علوم جدیدی نظیر مهندسی پلاسما شده است. امروزه از پلاسماها به طور معمول برای شتاب دادن به الکترون‌های نسبی و همچنین کار کردن با پالس‌های لیزری پر شدت استفاده می‌شود [۳]. الکترون‌ها در میدان‌های تابشی تقویت شده درون پلاسما نوسان می‌کنند و نور را با طول موج‌های کوتاه‌تری تابش می‌کنند. یکی از راه‌های جالب برای ایجاد بسامدهای بالا به کارگیری پلاسما در لیزرهای الکترون آزاد است [۴ و ۵]. حضور پلاسما، این امکان را فراهم می‌آورد تا بتوانیم از ویژه مدهای پلاسما به عنوان نوسان‌ساز برای ایجاد طول موج‌های کوتاه‌تر استفاده کنیم. همچنین پس زمینه پلاسما باعث هدایت پالس لیزری شده و از پراکندگی آن جلوگیری می‌کند. چند نوع ویژه مد در پلاسما وجود دارد که می‌توان از آنها به عنوان نوسان‌ساز استفاده کرد: موج قطبیده دایروی راستگرد که مد ویسلر گفته می‌شود [۶]، موج قطبیده دایروی چپگرد مانند مد آلفن [۷]، لانگمیر [۸]، موج یونی صوتی [۹] و مد هایبرید بالا [۱۰]. امواج در پلاسما از نوع امواج کند هستند،



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار سطح مقطع مسیرهای حرکت بهنجار الکترون برای قدرت‌های مغناطیسی بهنجار مختلف برای  $\Omega_0 = 0.04$  (صورتی)،  $\Omega_0 = 0.08$  (قرمز)،  $\Omega_0 = 0.2$  (سبز)،  $\Omega_w = 0.05$ ،  $\gamma = 16$ .

به صورت زیر است: قدرت‌های میدان مغناطیسی بهنجار مختلف در شکل ۲ رسم شده اند.

با حل همزمان معادلات زیر می‌توان  $\beta_p$  و  $\beta_r$  را برحسب  $\Omega$  به دست آورد:

$$\beta_r^2 = 1 - \gamma^{-2} - \frac{1}{\gamma^2} \left[ \frac{\Omega_w (\beta_r - \beta_p)^2}{(\beta_r - \beta_p)^2 - \Omega_e^2} \right]^2 \quad (9)$$

$$\left( 1 + \frac{\Omega_e^2}{(\beta_r - \beta_p)^2} \right),$$

$$\beta_p^2 = \frac{\omega_b^2 (\beta_r - \beta_p)^2}{(\beta_r - \beta_p)^2 - \Omega_e^2} \quad (10)$$

$$-\frac{\gamma \omega_p^2 \beta_p^2}{\beta_p^2 - \gamma^2 \Omega_e^2} - 1 = 0,$$

که در این معادلات  $\omega_p = (\epsilon \pi e^2 n_p / \gamma m c^2 k_w)^{1/2}$  بسامد بهنجار پلاسماست و ناشی از این واقعیت است که برهم‌کنش در محیط پلاسما رخ می‌دهد.  $\omega_b = (\epsilon \pi e^2 n_b / \gamma m c^2 k_w)^{1/2}$  نیز بسامد بهنجار باریکه الکترونی است. در رابطه (۱۰) جمله سوم ناشی از حضور پلاسمای پس زمینه است. نمودار مسیر گروه‌های چرخش

$$\frac{d\beta_x}{d\tau} = -\beta_p \Omega_w \cos(\chi_r - \beta_p \tau) \quad (3)$$

$$-\Omega_e \beta_y + \Omega_w \beta_z \cos(\chi_r - \beta_p \tau),$$

$$\frac{d\beta_y}{d\tau} = \Omega_e \beta_x, \quad (4)$$

$$\frac{d\beta_z}{d\tau} = -\Omega_w \beta_x \cos(\chi_r - \beta_p \tau). \quad (5)$$

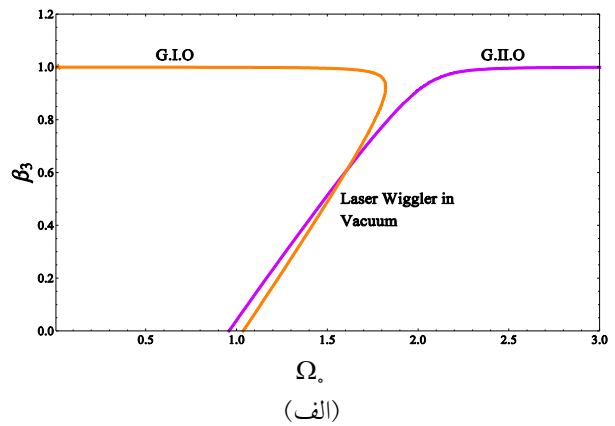
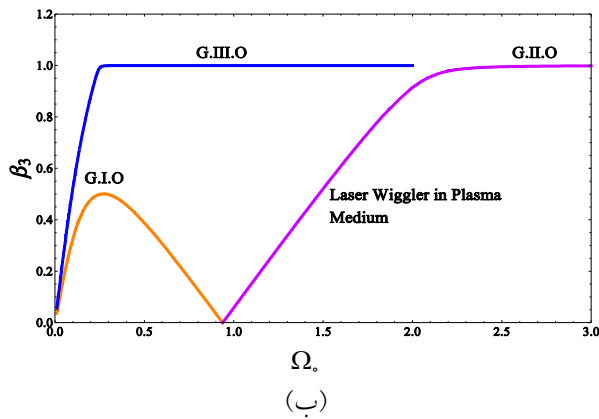
با استفاده از حل معادلات حالت پایا، سرعت‌های عرضی به صورت زیر خواهند بود:

$$\beta_x = \frac{\Omega_w (\beta_r - \beta_p)^2}{(\beta_r - \beta_p)^2 - \Omega_e^2} \sin(\chi_r - \beta_p \tau), \quad (6)$$

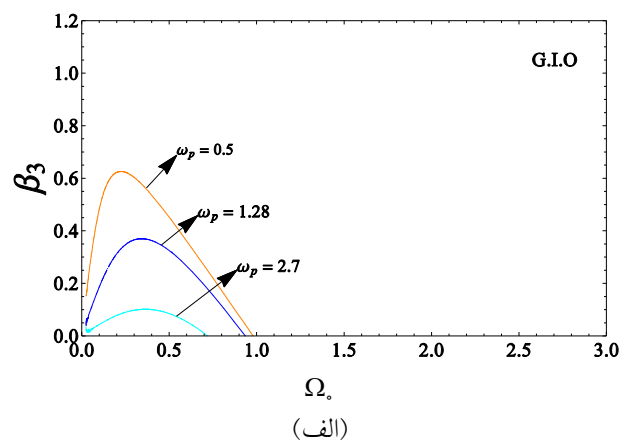
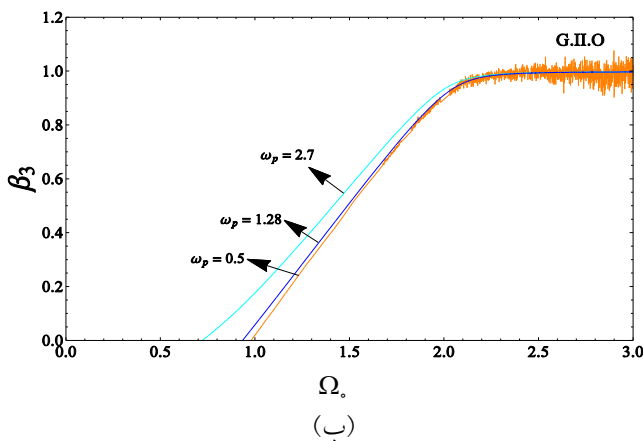
$$\beta_y = -\frac{\Omega_e \Omega_w (\beta_r - \beta_p)}{(\beta_r - \beta_p)^2 - \Omega_e^2} \cos(\chi_r - \beta_p \tau), \quad (7)$$

$$\beta_z = \beta_r = \text{ثابت} \quad (8)$$

که در آن  $\Omega_w = e B_w / \gamma m c^2 k_w$  و  $\Omega_e = e B_e / \gamma m c^2 k_w$  به ترتیب بسامد سیکلوترونی و نوسان ساز بهنجار،  $\tau = c k_w$  زمان بهنجار،  $\chi_r = k_w z$  طول بهنجار و  $\beta_p = \omega_w / c k_w$  سرعت فاز بهنجار است. با استفاده از روش رانگ کوتای مرتبه چهارم نمودار مقطع عرضی مسیرهای بهنجار حرکت الکترون برای



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار سرعت محوری بهنجار بر حسب بسامد میدان مغناطیسی بهنجار برای: (الف) نوسان‌ساز لیزری قطبیده خطی خالی از پلاسما و (ب) نوسان‌ساز لیزری قطبیده خطی با پس‌زمینه پلاسما. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.08$ ,  $\omega_p = 1.24$ ,  $\gamma = 40$  و  $\Omega_w = 0.05$ .



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار سرعت محوری بهنجار بر حسب بسامد میدان مغناطیسی بهنجار برای گروه II برای بسامدهای پلاسمایی مختلف. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ,  $\Omega_w = 0.05$  و  $\gamma = 16$ .

شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار سرعت محوری بهنجار بر حسب بسامد میدان مغناطیسی بهنجار برای گروه I برای بسامدهای پلاسمایی مختلف. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ,  $\Omega_w = 0.05$  و  $\gamma = 16$ .

چگالی پلاسما تابش خروجی را تحت کنترل خود در آوریم و این موضوع خاصیت تنظیم پذیری لیزرهای الکترون آزاد را بالا خواهد برد که برتری نوسان‌ساز لیزری با پس زمینه پلاسما را نسبت به نوسان‌سازهای مرسوم نشان می‌دهد.

الکترون برای یک نوسان‌ساز لیزری خالی از پلاسما (شکل ۳-الف) و نیز در حضور پلاسما (شکل ۳-ب) نشان داده شده است. در شکل ۴، ۵ و ۶ نمودار مسیر گروه‌های چرخش الکترون برای بسامدهای پلاسمایی مختلف (یعنی چگالی‌های مختلف پلاسمایی) رسم شده است. با توجه به نمودارها، وابستگی مسیر گروه‌های چرخش الکترون نسبت به چگالی پلاسما احساس می‌شود. این خاصیت در لیزرهای الکترون آزاد مرسوم با نوسان‌سازهای مگنتوستاتیکی یا الکترومغناطیسی در خلاء وجود نداشت. همین ویژگی باعث می‌شود تا بتوانیم با تغییر بسامد یا

#### ۴. رابطه پاشندگی

ابتدا با وارد کردن اختلال به معادلات انتقال ممتوم و پیوستگی، سرعت‌ها و جریان‌های اختلالی را به دست می‌آوریم [۱۲].

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{e}{m\gamma} \left[ \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}) + \frac{1}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \right], \quad (11)$$

$$\beta_{xn} = \frac{-ie}{\gamma_w mc^2 k_w} \left[ \frac{(1 - \beta_r \frac{\tilde{k}_n}{\tilde{\omega}}) E_{xn} + B_r \beta_{yn}}{\Omega(n, \tilde{\omega})} + \frac{i \beta_r \Omega_w (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}} \left( \frac{E_{ln-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{E_{ln+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) \right] - \frac{ie}{\sqrt{\gamma_w mc^2 k_w}} \left[ \beta_r \left( B_w (\beta_r - \beta_p) + \frac{\Omega_w \Omega_r (\beta_r - \beta_p)}{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]} \right) - \frac{B_w}{\gamma_w^{\dagger}} \right] \left( \frac{\beta_{zn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} + \frac{\beta_{zn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right), \quad (18)$$

$$\beta_{yn} = \frac{-ie}{\gamma_w mc^2 k_w} \left[ \frac{(1 - \beta_r \frac{\tilde{k}_n}{\tilde{\omega}}) E_{yn} - B_r \beta_{xn} + \frac{\Omega_r \Omega_w (\beta_r - \beta_p)}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}}}{\Omega(n, \tilde{\omega})} + \frac{E_{ln-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} + \frac{E_{ln+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right] + \frac{\beta_r \gamma_w^{\dagger} \Omega_w \Omega_r (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}} \left( \frac{\beta_{zn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\beta_{zn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right), \quad (19)$$

$$\beta_{zn} = \frac{-ie}{\gamma_w mc^2 k_w} \left[ \frac{E_{ln}}{\gamma_w \Omega(n, \tilde{\omega})} - \frac{i \Omega_w (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}} \left( \frac{\tilde{k}_{n-1} E_{xn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\tilde{k}_{n+1} E_{xn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) - \frac{\Omega_r \Omega_w (\beta_r - \beta_p)}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}} \left( \frac{\tilde{k}_{n-1} E_{yn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} + \frac{\tilde{k}_{n+1} E_{yn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) + \frac{i \beta_r \Omega_w (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_w^{\dagger}]}} \left( \frac{E_{xn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{E_{xn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) + \frac{B_w}{\sqrt{\gamma_w}} \left( \frac{\beta_{zn-1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\beta_{zn+1}}{\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) \right] \quad (20)$$

در روابط بالا  $\Omega(n, \tilde{\omega} \pm \beta_p) = \tilde{\omega} \pm \beta_p - k_n \beta_r$  و  $\tilde{k} = k_n / k_w$ ،  $\tilde{\omega} = \omega / ck_w$  است.

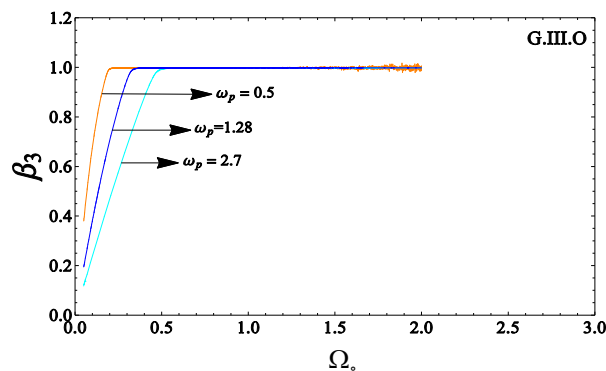
حال اختلال را به معادله پیوستگی وارد می‌کنیم:

$$\nabla \cdot (\mathbf{N}\mathbf{V}) + \partial(\mathbf{N}) / \partial t = 0, \quad (21)$$

که  $N = n + n_0$  است. از معادله (۱۶) و (۲۱) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$n_n = \frac{\tilde{k}_n n_0 \tilde{\beta}_{zn}}{\Omega(n, \tilde{\omega})} \quad (22)$$

چگالی جریان خطی در رابطه (۲۳) ظاهر شده است. با جاگذاری معادله (۱۶) و (۲۲) معادلات چگالی جریان‌های خطی را به دست



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار سرعت محوری بهنجار بر حسب بسامد میدان مغناطیسی بهنجار برای گروه III برای بسامد های پلاسمایی مختلف. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ،  $\Omega_w = 0.05$  و  $\gamma = 16$ .

که در آن سرعت به صورت مجموع قسمت اختلالی و قسمت غیر اختلالی نوشته می‌شود:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}. \quad (12)$$

فاکتور نسبی لورنتز نیز به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\gamma = \gamma_0 \left( 1 - 2\gamma_0^2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}_0}{c^2} \right)^{-1/2} \approx \gamma_0 \left( 1 + \gamma_0^2 \frac{\vec{v} \cdot \vec{v}_0}{c^2} \right). \quad (13)$$

همچنین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_w + \mathbf{B}_r + \mathbf{B}_0, \quad (14)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_w + \mathbf{E}_r + \mathbf{E}_l, \quad (15)$$

که در آن  $\mathbf{E}_l$  و  $\mathbf{B}_r$  میدان‌های تابشی و میدان  $\mathbf{E}_l$  میدان بار فضایی است. اختلال‌های الکترومغناطیسی به صورت زیر  $\exp(ikz - i\omega t)$  تغییر می‌کند:

$$X = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} x_n e^{i(k_n z - \omega t)}, \quad (16)$$

$$k_n = k + nk_w, \quad (17)$$

که  $k_n$  و  $\omega$  عدد موج و بسامد امواج ترکیب شده می‌باشد. با فرض کوچک بودن نوسانات عرضی  $\partial / \partial x$  و  $\partial / \partial y \gg \partial / \partial z$  و استفاده از روابط تعامد  $\int_0^l \exp[i(k_n - k_m)z] dz = l \delta_{nm}$  و  $\int_0^T \exp[i(\omega - \omega')t] dt = T \delta_{\omega, \omega'}$  را به دست می‌آوریم:

می‌آوریم:

$$\mathbf{J} = -e(n_s \mathbf{v} + n\mathbf{v}_s) , \tag{۲۳}$$

$$\mathbf{J}_{xn} = -en_s \mathbf{v}_{xn} + \frac{ien_s \Omega_w (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}}} \left[ \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} - \beta_p)} \mathbf{v}^{zn-1} - \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \mathbf{v}^{zn+1} \right] , \tag{۲۴}$$

$$\mathbf{J}_{yn} = -en_s \mathbf{v}_{yn} + \frac{en_s \Omega_w \Omega_s (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\sqrt{[(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}}} \left[ \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} - \beta_p)} \mathbf{v}^{zn-1} - \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \mathbf{v}^{zn+1} \right] , \tag{۲۵}$$

$$\mathbf{J}_{zn} = \frac{en_s \tilde{\omega}}{\Omega(n, \tilde{\omega})} \mathbf{v}_{zn} . \tag{۲۶}$$

معادله موج با ترکیب قانون فارادی و قانون آمپر- ماکسول به دست می‌آید:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \frac{1}{c^{\dagger}} \frac{\partial^{\dagger} \mathbf{E}}{\partial t^{\dagger}} + \frac{\dagger \pi}{c^{\dagger}} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = 0 , \tag{۲۷}$$

$$\frac{\partial^{\dagger} E_z}{\partial z^{\dagger}} + \left( -\frac{\partial^{\dagger}}{\partial z^{\dagger}} + \frac{1}{c^{\dagger}} \frac{\partial^{\dagger}}{\partial t^{\dagger}} \right) \mathbf{E} - \frac{\dagger \pi}{c^{\dagger}} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = 0 . \tag{۲۸}$$

با استفاده از معادله (۱۶)، برای  $E_{x,y,z}$  و  $J_{x,y,z}$  می‌توانیم عبارات زیر را در نظر بگیریم:

$$(k_n - \frac{\omega^{\dagger}}{c^{\dagger}}) \begin{pmatrix} E_{xn} \\ E_{yn} \end{pmatrix} - \frac{\dagger \pi i \omega}{c^{\dagger}} \begin{pmatrix} J_{xn} \\ J_{yn} \end{pmatrix} = 0 , \tag{۲۹}$$

$$-\frac{\omega^{\dagger}}{c^{\dagger}} - \frac{\dagger \pi i \omega}{c^{\dagger}} J_{zn} = 0 . \tag{۳۰}$$

با جاگذاری چگالی جریان‌های اختلالی، معادلات (۲۴)-(۲۶) و همچنین سرعت‌های اختلالی، معادلات (۱۸)-(۲۰) در معادلات موج رابطه پاشندگی برای یک نوسان‌ساز لیزری با پس زمینه پلاسما به دست خواهد آمد:

$$\left\{ \tilde{\omega}^{\dagger} - \tilde{k}_n^{\dagger} - \tilde{\omega}_b^{\dagger} + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} - \beta_p)} + \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) \right\} \times \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) \left\{ \tilde{\omega}^{\dagger} - \tilde{k}^{\dagger} - \tilde{\omega}_b^{\dagger} + \frac{i \tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \right\} = \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,-} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\Omega(n+1, \tilde{\omega} - \beta_p)} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\Omega(n-1, \tilde{\omega} + \beta_p)} \right) , \tag{۳۱}$$

که در رابطه بالا  $1/\Gamma_{n,\pm} = 1/\Omega(n, \tilde{\omega} + \beta_p) \pm 1/\Omega(n, \tilde{\omega} - \beta_p)$

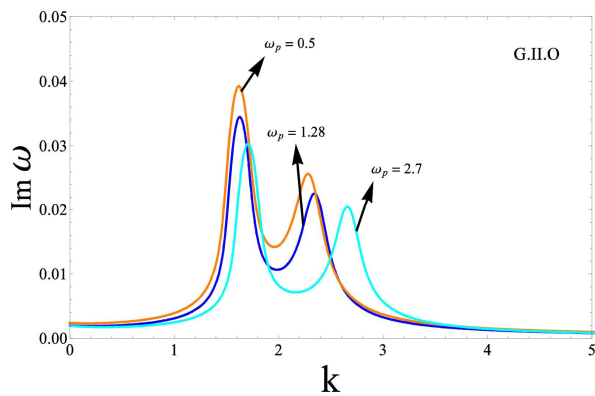
است. برای مد پایه، ( $n = 0$ ) رابطه پاشندگی به عبارت زیر تبدیل می‌شود:

$$\left\{ \tilde{\omega}^{\dagger} - \tilde{k}^{\dagger} - \tilde{\omega}_b^{\dagger} + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\tilde{\omega} - \beta_p - (k+1)\beta_r} + \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\tilde{\omega} + \beta_p - (k-1)\beta_r} \right) \right\} \times \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\tilde{\omega} - \beta_p - (k+1)\beta_r} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\tilde{\omega} + \beta_p - (k-1)\beta_r} \right) \left\{ \tilde{\omega}^{\dagger} - \tilde{k}^{\dagger} - \tilde{\omega}_b^{\dagger} + \frac{i \tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\tilde{\omega} - \beta_p - (k+1)\beta_r} + \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\tilde{\omega} + \beta_p - (k-1)\beta_r} \right) \right\} = \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,-} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{\tilde{\omega} - \beta_p - (k+1)\beta_r} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{\tilde{\omega} + \beta_p - (k-1)\beta_r} \right) + \frac{\tilde{\omega}_b^{\dagger} \Omega_w^{\dagger} \Omega_s^{\dagger} (\beta_r - \beta_p)^{\dagger}}{\dagger \Gamma_{n,+} [(\beta_r - \beta_p)^{\dagger} - \Omega_s]^{\dagger}} \left( \frac{\tilde{k}_{n+1}}{[\tilde{\omega} - \beta_p - (k+1)\beta_r]^{\dagger}} - \frac{\tilde{k}_{n-1}}{[\tilde{\omega} + \beta_p - (k-1)\beta_r]^{\dagger}} \right) , \tag{۳۲}$$

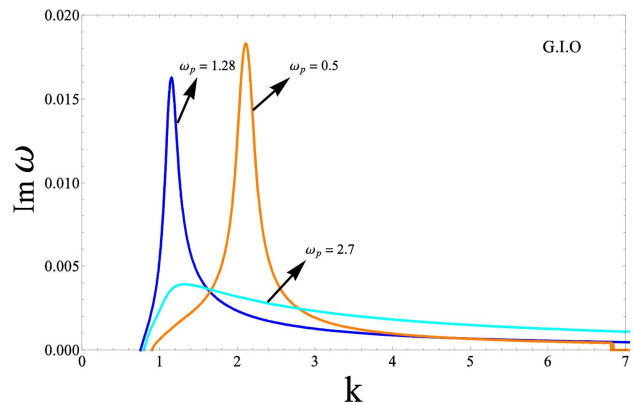
که در رابطه بالا  $1/\Gamma_{\pm} = (1/\tilde{\omega} - \beta_p - \tilde{k}\beta_r) \pm (1/\tilde{\omega} + \beta_p - \tilde{k}\beta_r)$  است.

### ۵. بررسی نتایج عددی و نتیجه‌گیری

مطالعات عددی مسیرهای الکترونی، رابطه پاشندگی و نرخ رشد در یک لیزر الکترون آزاد با نوسان‌ساز لیزری و پس زمینه پلاسما بررسی گردید. شکل ۲ سطح مقطع مسیرهای الکترونی برای قدرت‌های میدان مغناطیسی مختلف را نشان می‌دهد. همان گونه که در این شکل مشخص است، با افزایش قدرت میدان مغناطیسی بهنجار سطح مقطع جابه‌جایی‌های عرضی، در حین نوسان کوچک‌تر می‌شوند، که این بدان معناست که باریکه الکترونی در طی انتشار رو به جلو به واسطه افزایش قدرت میدان مغناطیسی راهنمای خارجی بیشتر کانونی می‌شود. دلیل فیزیکی آن این است که وقتی الکترون نوسان می‌کند، یکی از مؤلفه‌های سرعتش به ترتیب موازی و دیگری خلاف جهت میدان الکترونی موج لیزری خواهد بود، بنابراین موج لیزر انرژی الکترون را تغییر خواهد داد که در نوسان‌سازهای مرسوم مگنتوستاتیکی این گونه نبود. مسیر گروه‌های الکترونی برای یک نوسان‌ساز لیزری در حضور پلاسما و یک نوسان‌ساز لیزری خالی از پلاسما در شکل ۳ رسم شده‌اند. با توجه به این شکل برای نوسان‌ساز لیزری خالی از پلاسما دو مسیر گروه الکترونی و



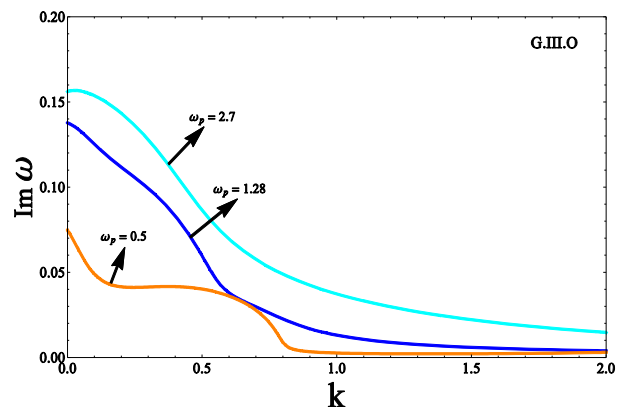
شکل ۸ (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار نرخ رشد بهنجار برای مسیر گروه II. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ,  $\gamma = 16$ ,  $\Omega_e = 1.4$  و  $\Omega_w = 0.05$ .



شکل ۷ (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار نرخ رشد بهنجار برای مسیر گروه I. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ,  $\gamma = 16$ ,  $\Omega_e = 0.36$  و  $\Omega_w = 0.05$ .

با افزایش پلاسما نمودار کمی به سمت راست جابه‌جا شده است (یعنی  $\Omega_e$  های بیشتر). با توجه به نمودارهای نشان داده شده، نمودار سرعت محوری گروه I بر حسب بسامد میدان مغناطیسی حساسیت بیشتری نسبت به تغییرات بسامد پلاسما، در مقایسه با سایر گروه‌ها از خود نشان می‌دهد.

نمودارهای نرخ رشد برای یک لیزر الکترون آزاد با نوسان ساز لیزری و پس زمینه پلاسما برای بسامدهای مختلف پلاسما در شکل‌های ۷، ۸ و ۹ آمده است. با توجه به شکل برای مسیر گروه I با افزایش بسامد پلاسما قله نمودار کاهش یافته و نمودار کمی به سمت چپ (یعنی  $\Omega_e$  های کوچک‌تر) جابه‌جا شده است. برای مسیر گروه II نیز قله نمودارها به طور ناچیزی کاهش یافته، و کمی نیز به سمت راست (یعنی  $\Omega_e$  های بیشتر) جابه‌جا شده‌اند. برای گروه III با افزایش بسامد پلاسما، بیشینه نمودار افزایش یافته و نمودار کمی منظم‌تر شده است. از نمودارهای رسم شده این طور دریافت می‌شود، که نرخ رشد به بسامد پلاسما وابسته است و می‌توان با تنظیم بسامد یا چگالی پلاسما پس زمینه نرخ رشد سیستم را کنترل کرد. در نتیجه، بسامد یا چگالی پس زمینه پلاسما نقش بسیار مهمی در بسامد تابش خروجی در لیزر الکترون آزاد ایفا می‌کند.



شکل ۹ (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار نرخ رشد بهنجار برای مسیر گروه III. پارامترهای انتخابی عبارتند از:  $\omega_b = 0.06$ ,  $\gamma = 16$ ,  $\Omega_e = 0.12$  و  $\Omega_w = 0.05$ .

برای نوسان ساز لیزری با پس زمینه پلاسما سه مسیر گروه الکترونی داریم. نمودار مسیر گروه‌های الکترونی برای بسامدهای پلاسمایی مختلف یا چگالی های مختلف پلاسما در شکل‌های ۴، ۵ و ۶ نشان داده شده است. با تغییر بسامد پلاسما، تغییرات سرعت محوری بهنجار بر حسب بسامد میدان مغناطیسی بهنجار برای سه مسیر گروه الکترونی نشان داده شده است. همان گونه که از شکل مشخص است، با افزایش بسامد پلاسما برای مسیر گروه I قله نمودار کاهش یافته است. برای مسیر گروه II، با افزایش پلاسما نمودار کمی به سمت چپ جابه‌جا شده است (یعنی  $\Omega_e$  های کمتر) و برای مسیر گروه III

## مراجع

- 20 (2013) 3106.
7. D G Swanson, "Plasma Waves" Bristol, Institute of Physics Publishing (2003).
8. C Joshi, T Katsouleas, J M Dawson, Y T Yan and J M Slater, *IEEE J. Quantum Electron.* **23** (1987) 1571.
9. S Jafari, *Laser Phys. Lett.* **12** (2015) 5002.
10. E Z Gusakov and A V Surkov, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49** (2007) 631.
11. R Hedayati, S Jafari, and S Batebi, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57** (2015) 5007.
12. H Mehdian, A Hasanbeigi, and S Jafari, *Phys. Plasmas* **15** (2008) 3103.
1. D F Gordon, P Sprangle, B Hafizi, and C W Roberson, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **475** (2001) 190.
2. H P Freund and T M Antonsen, "Principle of Free Electron Lasers", Chapman and Hall, London (1992).
3. I A Andriyash, R Lehe, A Lifschitz, C Thaury, J-M Rax, K Krushelnick, and V Malka, *Nat. Commun.* **5** (2014) 4736.
4. S Kiselev, A Pukhov, and I Kostyukov, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 1.
5. R A Ganeev, *Laser Phys. Lett.* **9** (2012) 175.
6. F Jafarina, S Jafari, and H Mehdian, *Phys. Plasmas*