

## تعیین فاصله بهینه در آرایه البرز-۱

لیلا رافضی و گوهر رستگرازاده

دانشکده فیزیک، دانشگاه سمنان، سمنان

پست الکترونیکی: g\_rastegar@alum.sharif.edu

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۲۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۷/۲۳)

### چکیده

فاصله بهینه به عنوان فاصله‌ای از هسته بهمن هوایی است که چگالی تعداد ذرات محاسبه شده توسط تابع توزیع عرضی در آن فاصله کمترین عدم قطعیت را دارد. این فاصله با تقریب خوبی مستقل از ویژگی‌های پرتوی اولیه است و فقط به شکل هندسی آرایه بستگی دارد. درکار حاضر با شبیه‌سازی ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV توسط کد CORSIKA و اعمال شرط راه اندازی، این فاصله را برای آرایه در حال راه‌اندازی البرز-۱ برابر با  $9 \pm 1$  m به دست آورده و نشان داده‌ایم که این فاصله و چگالی تعداد ذرات محاسبه شده در آن مستقل از شکل تابع توزیع عرضی مورد استفاده در محاسبات است.

واژه‌های کلیدی: پرتوی کیهانی، بهمن‌های گسترده هوایی، آرایه‌های آشکارساز پرتوهای کیهانی، فاصله بهینه

### ۱. مقدمه

تعداد و توزیع ذرات در سطح مشاهده است. در عمل تعداد آشکارسازها به دلیل محدودیت‌های اقتصادی و زیست محیطی محدود است و برای پوشش دادن کل سطح آرایه با آشکارساز لازم است که فاصله بین آشکارسازهای مجاور را بیشتر و مشخصات ذرات ثانویه را فقط در فواصل خاصی از هسته بهمن هوایی که در آن فواصل آشکارساز وجود دارد، نمونه‌گیری و ثبت کنیم. در بیشتر موارد سطح مورد پوشش در این بازه از یک درصد سطح بهمن هوایی تجاوز نمی‌کند. در نتیجه برای به دست آوردن تعداد کل ذرات در سطح مشاهده معمولاً باید تابع توزیع عرضی مناسبی که به خوبی چگالی

پرتوهای کیهانی با انرژی‌های زیاد با برخورد به مولکول‌های جو برهم‌کنش کرده و بهمن هوایی از ذرات ثانویه تولید می‌کنند. این ذرات ثانویه را می‌توان توسط آرایه‌ای از آشکارسازهای ذرات در سطح مشاهده آشکارسازی کرد. با استفاده از برخی مشخصه‌های این ذرات مانند شیب تابع توزیع چگالی تعداد ذرات [۱]، محل عمق بیشینه بهمن هوایی [۲]، تعداد و زمان رسیدن آنها می‌توان با بازسازی بهمن هوایی، جرم، انرژی و جهت ورود پرتوهای کیهانی اولیه را تعیین کنیم. یکی از روش‌های رایج تعیین انرژی و جرم پرتوی اولیه مطالعه

خارجی پنج ضلعی به ضلع  $m \ 17/63$  که سه ضلعی متساوی الاضلاع هریک به ضلع  $m \ 5$  روی رئوس آن قرار گرفته‌اند، انتخاب شده است. رئوس خوشه‌های داخلی و خارجی محل آشکارسازهای هستند که هریک دارای ابعادی به اندازه  $m^2 \ 0/5 \times 0/5$  می‌باشند. بر اساس تحقیقات انجام شده بر روی شرط‌های راه‌اندازی مختلف، شرط راه‌اندازی که در آن ۵ آشکارساز خوشه مرکزی به طور همزمان ثبت ذرات را نشان دهند برای این بازه انرژی شرط مناسبی است [۵]. در واقع هرگاه این شرط برآورده شود، ثبت یک رویداد (بهمن گسترده هوایی) گزارش می‌شود. در کار حاضر از این پس، این شرط راه‌اندازی را «شرط راه‌اندازی البرز-۱» می‌نامیم.

### ۳. نوسانات ذاتی در توزیع عرضی ذرات

حتی اگر پرتوهای کیهانی با مشخصه‌های اولیه یکسان با جو برخورد کنند به دلیل طبیعت تصادفی نوع اندرکنش‌های پرتوی کیهانی اولیه و همچنین ذرات ثانویه با جو، چگالی تعداد ذرات متفاوتی در سطح مشاهده ایجاد می‌کنند. در نتیجه در تعیین انرژی و جرم پرتوی اولیه از روی چگالی تعداد ذرات در سطح زمین دچار عدم قطعیت ذاتی خواهیم بود. بنابراین در این بخش به بررسی عدم قطعیت ذاتی چگالی تعداد ذرات پرداخته‌ایم. نتایج به دست آمده از ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی  $300 \text{ TeV}$  در شکل ۱ نشان داده شده است. نمودار (الف) میانگین چگالی تعداد ذرات بر حسب فاصله از هسته بهمن هوایی است.

در هر فاصله با این فرض که محل هسته بهمن هوایی را می‌دانیم و توزیع ذرات در سطح مشاهده برای بهمن‌های هوایی عمودی تقریباً متقارن است چگالی تعداد ذرات را در دوایر هم مرکز در اطراف هسته، محاسبه و در انتها نتیجه میانگین چگالی تعداد ذرات ۱۰۰۰ بهمن هوایی را در این شکل نشان داده‌ایم. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود با افزایش فاصله از هسته بهمن هوایی چگالی تعداد ذرات به سرعت افت می‌کند به گونه‌ای که در فواصل دورتر از ۲۵ متر از هسته بهمن هوایی، چگالی تعداد ذرات در مرتبه ۱ ذره در متر مربع است. نمودار

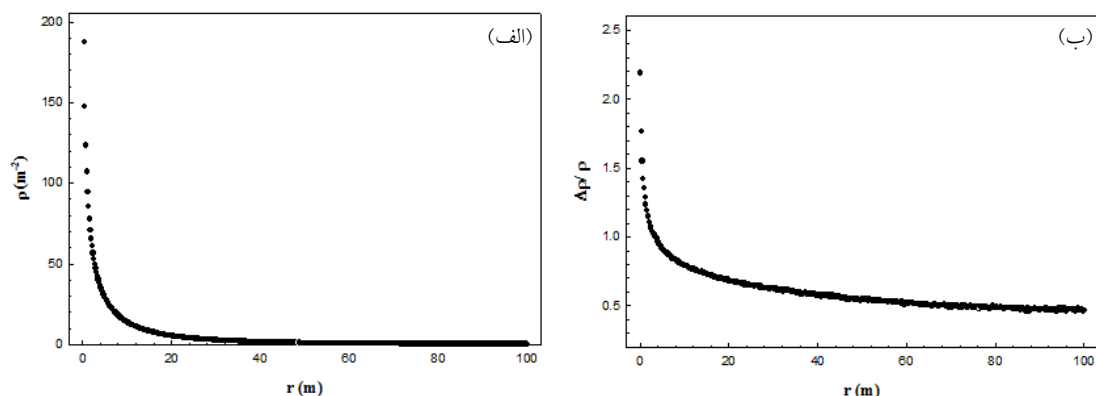
تعداد ذرات ثانویه ثبت شده در آشکارسازها را توصیف کند پیدا کرد و با انتگرال‌گیری از آن روی کل سطح تعداد کل ذرات،  $N$  را در سطح زمین به دست آورد. در این روش برای به دست آوردن تعداد کل ذرات در سطح مشاهده نیاز به شناخت شکل تابع توزیع عرضی ذرات ثانویه (LDF) در این سطح و برازش آن با مقادیر نمونه‌گیری شده است. بنابراین در محاسبه تعداد کل ذرات در سطح مشاهده به دلیل عدم قطعیت ناشی از مدل تابع توزیع مورد استفاده و همچنین عدم قطعیت در محاسبه موقعیت هسته بهمن هوایی، عدم قطعیت بالایی در محاسبه تعداد کل ذرات و در نتیجه عدم قطعیت زیادی در برآورد مشخصه‌های ذره اولیه به وجود خواهد آمد.

برای کاهش این خطا، هیلاس [۳] پیشنهاد کرد که مقدار چگالی تعداد ذرات فقط در فاصله یا فواصل خاصی از هسته بهمن هوایی که در آن نقطه (نقاط) عدم قطعیت ناشی از مدل تابع توزیع ذرات ثانویه کمینه باشد، اندازه‌گیری شود. این مکان را فاصله بهینه،  $R_{opt}$  می‌نامیم. از آنجایی که این فاصله بهینه وابسته به هندسه آرایه می‌باشد، هر رصدخانه قبل از تحلیل داده‌های آشکارسازی شده‌اش نیاز به دانستن این فاصله بهینه دارد. به طور مثال این فاصله بهینه برای رصدخانه بزرگی مثل Peirre Auger با فاصله آشکارسازهای  $1500$  متر حدود  $1000$  متر است [۴].

در کار حاضر با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده توسط کُد CORSIKA فاصله بهینه،  $R_{opt}$  برای آرایه در حال راه‌اندازی البرز-۱ واقع در دانشگاه صنعتی شریف به دست آمده و تأثیر شکل توابع توزیع عرضی در تعیین این فاصله و مقدار چگالی تعداد ذرات به دست آمده در آن فاصله بررسی شده است.

### ۲. آرایه البرز-۱

آرایه البرز-۱ در مختصات جغرافیایی  $E \ 20$  و  $N \ 43$  و  $35$  ارتفاع  $1200$  متری از سطح آزاد دریا ( $890 \text{ g/cm}^2$ ) با مساحت  $m^2 \ 1600$ ، به آشکارسازی پرتوهای کیهانی در انرژی‌های اطراف زانو ( $3 \times 10^{15} \text{ eV}$ ) خواهد پرداخت. چیدمان این آرایه به شکل یک خوشه داخلی پنج ضلعی به ضلع  $m \ 5$  و یک خوشه



شکل ۱. نمودار (الف) توزیع متوسط چگالی تعداد ذرات بهمن هوایی و نمودار، (ب) توزیع عدم قطعیت نسبی چگالی تعداد ذرات حاصل از ۱۰۰۰۰ بهمن هوایی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و زاویه ورود عمودی.

استفاده کردیم. تابع توزیع عرضی قانون توانی<sup>۱</sup>

$$\rho(r) = kr^{-\beta}, \quad (۱)$$

تابع توزیع عرضی هاورا- پارک<sup>۲</sup> [۶]

$$\rho(r) = kr^{-\left(\beta + \frac{r}{r_s}\right)}, \quad (۲)$$

و تابع توزیع عرضی شبه NKG [۷]

$$\rho(r) = k \left(\frac{r}{r_s}\right)^{-\beta} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{-\beta}, \quad (۷)$$

که در روابط بالا  $r$  فاصله تا هسته بهمن هوایی،  $k$  پارامتر اندازه،  $\beta$ ، پارامتر شیب و  $r_s$  پارامتر مقیاس است.  $r_s$  مانند دو پارامتر دیگر ثابت برازش محسوب می شود ولی به خاطر وابستگی آن به پارامتر  $\beta$  و جلوگیری از پیچیدگی برازش مقدار آن از قبل تعیین می شود. در اینجا  $r_s = 5 r_M$  در نظر گرفته شده است که  $r_M$  شعاع مولیر است.  $r_M$  برای رصدخانه البرز-۱ به ارتفاع ۱۲۰۰ m تقریباً برابر با ۹۵ m می باشد [۸]. در نتیجه  $r_s = 475$  m است.

#### ۵. تعیین مکان هسته بهمن هوایی و تابع توزیع عرضی

برای به دست آوردن تابع توزیع عرضی که هدف به دست آوردن ثابت های برازش  $\beta$  و  $k$  می باشد، باید مکان هسته بهمن هوایی از قبل تعیین شده باشد از طرفی برای تعیین محل هسته نیاز به

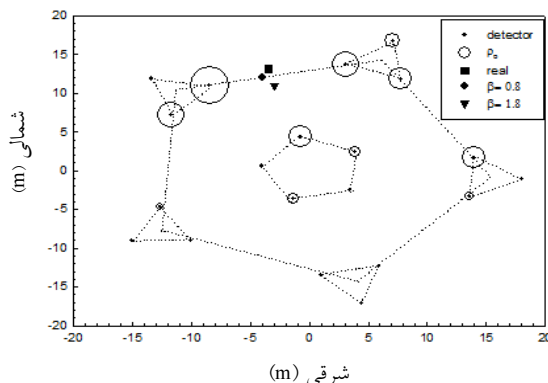
(ب) نشان می دهد که با افزایش فاصله خطای نسبی (نسبت انحراف معیار به میانگین چگالی تعداد ذرات) در تعیین چگالی تعداد ذرات کاهش می یابد. بنابراین در نزدیکی هسته بهمن هوایی به دلیل نوسانات ذاتی بالا، دارای خطا یا عدم قطعیت ذاتی بالایی هستیم از طرفی در فواصل دور از هسته احتمال آشکارسازی ذرات کاهش می یابد. بنابراین بهمن های هوایی که هسته آنها بیش از این فاصله (۲۵ متر) از مرکز آرایه باشد احتمال آشکارسازی کم یا غیرممکن است، به همین علت در انتخاب فاصله هسته بهمن هوایی تا مرکز آرایه، ۸۱ مکان بین صفر تا ۳۰ متری برای هر بهمن هوایی در نظر گرفته شده است. این معادل این است که از ۸۱۰۰۰ بهمن هوایی در به دست آوردن نتایج استفاده کرده باشیم.

#### ۴. توابع توزیع عرضی

تابع توزیع عرضی، LDF، در محاسبه اندازه بهمن هوایی، موقعیت هسته بهمن هوایی و تعیین چگالی تعداد ذرات در هر فاصله از هسته نقش مهمی دارد. در واقع LDF چگالی تعداد ذرات ثانویه را به صورت تابعی از فاصله نسبت به هسته بهمن هوایی توصیف می کند. از این تابع در بازسازی موقعیت هسته و تعیین پارامتر چگالی تعداد ذرات در فاصله بهینه،  $\rho(R_{opt})$ ، استفاده می شود. در این کار از سه شکل تابع توزیع عرضی رایج

۱. Power Law

۲. Haverah Park



شکل ۲. دایره‌های تو خالی مکان آشکارسازها را نشان می‌دهد و قطر دایره‌های اطراف آنها متناسب با چگالی تعداد ذرات است که در هر آشکارساز مشاهده شده است. مربع مکان واقعی هسته و دایره و مثلث به ترتیب مکان بازسازی شده هسته با  $\beta = 0.8$  و  $\beta = 1.8$  هستند.

در این رابطه عدم قطعیت چگالی تعداد ذرات اندازه‌گیری شده توسط هر آشکارساز و خطای آماری در مکان هر آشکارساز را نشان می‌دهد که در اینجا فقط خطای آماری در مکان هر آشکارساز را در نظر گرفته‌ایم. ثابت برازش  $k$  باید به صورتی انتخاب شود که  $\chi^2$  را کمینه کند، به همین منظور از رابطه (۵) نسبت به  $k$  مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و به رابطه زیر برای تعیین مقدار  $k$  می‌رسیم.

$$k = \frac{\sum f(r_i) \rho_{o,i} / \sigma_i^2}{\sum f(r_i)^2 / \sigma_i^2}, \quad (6)$$

با برنامه‌نویسی فرترن، تمامی این مراحل را در  $5^\circ$  مقدار برای پارامتر شیب،  $\beta$ ، مختلف که در بازه  $0.5-3$  به طور خطی انتخاب شدند تکرار کردیم و پارامتر شیب  $\beta$  که کمترین  $\chi^2$  را داشت را به عنوان مناسب‌ترین  $\beta$  برگزیدیم. شکل ۲ چگالی تعداد ذرات مشاهده شده در هر آشکارساز و مکان واقعی و محاسبه شده هسته بهمن هوایی حاصل از یک ذره پروتون عمودی با انرژی  $30^\circ \text{TeV}$  را نشان می‌دهد. نقاط در این شکل محل آشکارسازها را نشان می‌دهند، مساحت دایره‌های تو خالی متناسب با چگالی تعداد ذرات مشاهده شده توسط آن آشکارساز است. برای مثال دایره‌ای به قطر واحد (۱ m) دارای چگالی تعداد ذرات معادل با ۱۳ ذره در متر مربع است. مربع مکان واقعی هسته بهمن هوایی، لوزی و مثلث به ترتیب مکان هسته به دست آمده از طریق برازش با  $\beta$  های ۰٫۸ و ۱٫۸ را نشان می‌دهند.

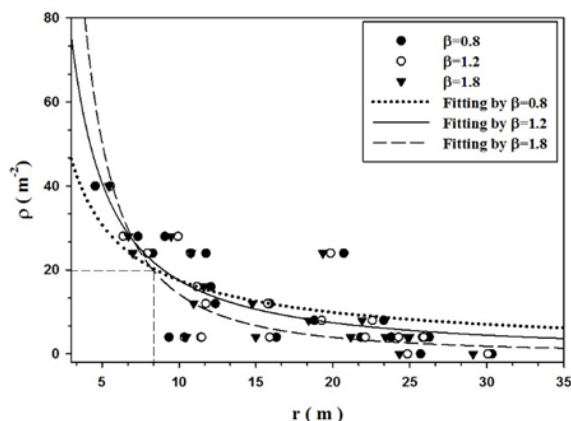
دانستن تابع توزیع عرضی داریم. در اینجا با برازش تابع توزیع عرضی با داده‌های آشکارسازها همزمان محل هسته و تابع توزیع عرضی مناسب را پیدا می‌کنیم. در ادامه روش انجام این برازش آمده است. تمامی توابع توزیع عرضی را به شکل کلی

$$\rho_e(r) = kf(r), \quad (4)$$

در نظر می‌گیریم. در این رابطه  $k$  یکی از ثابت‌های برازش و  $f(r)$  مابقی توابع توزیع که شامل ثابت برازش است،  $r$  فاصله تا هسته بهمن هوایی و  $\rho_e$  مقدار چگالی تعداد ذرات محاسبه شده توسط تابع توزیع در فاصله  $r$  از هسته بهمن هوایی را نشان می‌دهند. برای مثال چگالی تعداد ذرات محاسبه شده از رابطه (۴) در محل آشکارساز نام را به صورت  $\rho_{e,i}$  نشان داده‌ایم. چگالی تعداد ذرات مشاهده شده در این آشکارساز را نیز با نماد  $\rho_{o,i}$  مشخص شده است که  $i$  از ۱ تا ۲۰ برابر با آشکارسازهای آرایه البرز-۱ است. سپس با استفاده از روش کمترین مربعات، موقعیت هسته بهمن هوایی و ثابت‌های برازش را تعیین می‌کنیم.

در این روش با ثابت نگاه داشتن  $\beta$  و تغییر مختصات  $(x,y)$  مکان هسته بهمن هوایی،  $\rho_{e,i}$  مربوط به مکان‌های فرضی مختلف هسته را محاسبه کرده و با استفاده از روش کمترین مربعات اختلاف بین  $\rho_{o,i}$  و  $\rho_{e,i}$  را کمینه می‌نماییم. سپس محل هسته و پارامترهای برازش مربوط به این مقدار کمینه را ثبت می‌کنیم. به عبارت دیگر  $\chi^2$  را در رابطه (۵) کمینه می‌کنیم

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{20} \frac{1}{\sigma_i^2} (kf(r_i) - \rho_{o,i})^2, \quad (5)$$



شکل ۳. نمودار چگالی بر حسب فاصله از هسته بهمن هوایی (بهمن هوایی شکل ۲) را نشان می‌دهد. نقاط دایره و مثلث چگالی آشکارسازها را نسبت به فاصله هسته محاسبه شده با تابع توزیع NKG به ترتیب با  $\beta = 0.8$ ،  $\beta = 1.2$  و  $\beta = 1.8$  را نشان می‌دهد. منحنی‌های خط چین، خط ممتد و خط-نقطه به ترتیب حاصل برازش این تابع توزیع با  $\beta = 0.8$ ،  $\beta = 1.2$  و  $\beta = 1.8$  است.

جدول ۱. مقادیر مربوط به پارامترهای برازش با تابع توزیع عرضی شبه NKG و  $R^2$  مربوط به شکل ۳.

$\beta$	$k \pm \Delta k$	$R^2$
۰٫۸	$0.813 \pm 0.090$	۰٫۵۷
۱٫۲	$0.175 \pm 0.017$	۰٫۶۶
۱٫۸	$0.014 \pm 0.002$	۰٫۶۱

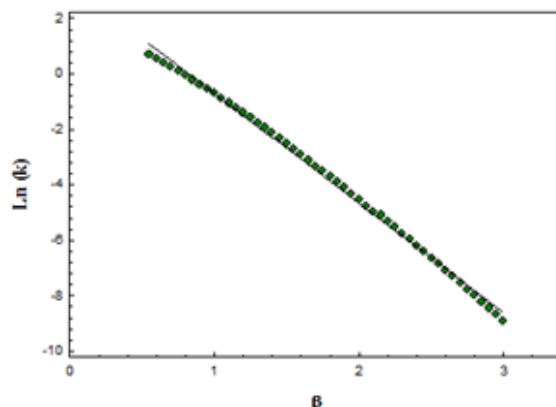
۶. چگونگی محاسبه فاصله بهینه همان طور که در بالا گفته شد، فاصله بهینه یا  $R_{opt}$ ، فاصله‌ای از هسته بهمن هوایی است که در آن خطای حاصل از برازش کمینه است، یعنی در برازش با  $\beta$  های مختلف کمترین خطا را در تعیین مقدار چگالی تعداد ذرات محاسبه شده در آن نقطه داریم. شکل ۳ نمودار چگالی تعداد ذرات بر حسب فاصله از هسته یک بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی  $300 \text{ TeV}$ ، نشان می‌دهد. نقاطی که با مثلث و دایره مشخص شده‌اند، مقادیر چگالی تعداد ذرات هر آشکارساز را نسبت به موقعیت هسته محاسبه شده به ترتیب با  $\beta$  های  $0.8$  و  $1.8$  را نشان می‌دهند. منحنی‌های خط چین و خط-نقطه تابع توزیع برازش شده به ترتیب با  $\beta$  های  $0.8$  و  $1.8$  هستند و منحنی خط ممتد حاصل از برازش با  $\beta$  ی  $1.2$  است. مقادیر مربوط به پارامترهای برازش با تابع توزیع عرضی شبه NKG (رابطه (۳)) و  $R^2$  در جدول ۱ آمده است. همان طور که در این شکل

#### ۷. محاسبه $R_{opt}$ از روش تحلیلی

مشاهده می‌شود فاصله‌ای وجود دارد که چگالی‌های تعداد ذرات محاسبه شده تقریباً نزدیک به هم و مستقل از مقدار  $\beta$  است، که این فاصله را فاصله بهینه،  $R_{opt}$ ، می‌نامیم. در ادامه به نحوه محاسبه  $R_{opt}$  از دو روش تحلیلی و عددی و همچنین تأثیر شکل تابع توزیع عرضی در تعیین آن پرداخته‌ایم.

در محاسبه  $R_{opt}$  از روش تحلیلی، باید برای هر تابع توزیع عرضی فاصله‌ای را بیابیم که با تغییر  $\beta$  کمترین تغییر در چگالی تعداد ذرات محاسبه توسط آن ایجاد شود. در واقع با مشتق گرفتن  $\rho(r)$  نسبت به  $\beta$  و برابر قرار دادن آن با صفر می‌توان این فاصله را به دست آورد. برای ساده‌تر شدن محاسبات، می‌توان تابع توزیع توانی را به صورت زیر نوشت

$$\rho = kr^{-\beta} = ke^{-\beta \ln r} \quad (7)$$



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمودار  $\ln k$  بر حسب  $\beta$  همراه با خط برازش این نقاط.

$$\frac{d(\ln k)}{d\beta} = \ln\left(\frac{r_{opt}}{r_s}\right) + \ln\left(1 + \frac{r_{opt}}{r_s}\right) \quad (15)$$

که اگر در رابطه (۱۲)  $\alpha = \frac{d(\ln k)}{d\beta}$  در نظر بگیریم و رابطه را به صورت نمایی بنویسیم، به معادله درجه دو می‌رسیم که پاسخ آن برابر است با

$$\frac{R_{opt}}{r_s} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4e^\alpha}}{2}, \quad (16)$$

که با محاسبه  $\alpha$  و قرار دادن آن در رابطه (۱۶)،  $R_{opt}$  به دست می‌آید [۲]. برای محاسبه  $R_{opt}$  در سه شکل تابع توزیع، نیاز به محاسبه  $\frac{d(\ln k)}{d\beta}$  برای هر بهمن هوایی است. در شکل ۴ برای یک بهمن هوایی مقدار  $\ln k$  بر حسب  $\beta$ ، برای  $\beta = 50$  مختلف موجود رسم شده است. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود تابعیت  $\ln k$  بر حسب  $\beta$  خطی است ( $\ln k = c + \alpha\beta$ )، و برای بهمن هوایی نشان داده شده در شکل ۴ مقدار  $\alpha = 0.035 \pm 0.026$  و  $R^2 = 0.996$  می‌باشد. برای مقدار  $\Delta\alpha = 0.035$ ، با مشتق گیری از رابطه (۱۶) مقدار خطا در محاسبه فاصله بهینه،  $\Delta R_{opt} = 0.23 \text{ m}$  به دست می‌آید.

در ادامه با محاسبه  $\alpha$ ، فاصله بهینه برای تمام بهمن‌های هوایی شبیه‌سازی شده به دست می‌آید.

شکل ۵ توزیع  $R_{opt}$  حاصل از ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی TeV ۳۰۰ و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه، را نشان

اگر  $k$  را تابعی از  $\beta$  در نظر بگیریم یعنی  $k = k(\beta)$ ، آنگاه داریم

$$\frac{d\rho}{d\beta} = \frac{dk}{d\beta} e^{-\beta \ln r} + k e^{-\beta \ln r} (-\ln r) \quad (8)$$

و با برابر قرار دادن با صفر خواهیم داشت

$$\frac{d\rho}{d\beta} = e^{-\beta \ln r} \left( \frac{dk}{d\beta} - k \ln r \right) = 0 \quad (9)$$

زمانی این تساوی برقرار می‌شود که جمله داخل پرانتز صفر شود، در نتیجه

$$\frac{dk}{d\beta} = k \ln R_{opt} \quad (10)$$

یا

$$\frac{d \ln k}{d\beta} = \ln R_{opt} \quad (11)$$

یعنی با محاسبه شیب نمودار  $\ln k$  بر حسب  $\beta$  می‌توان به کمک رابطه (۱۱)  $R_{opt}$  را محاسبه کرد. اگر به همین ترتیب برای تابع توزیع عرضی هاورا پارک با تابع توزیع

$$\rho = kr^{-\left(\beta + \frac{r}{4000}\right)}, \quad (12)$$

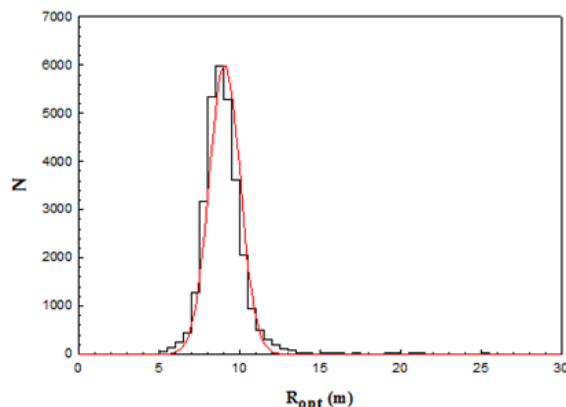
فاصله بهینه را محاسبه کنیم، به نتیجه مشابه

$$\frac{d(\ln k)}{d\beta} = \ln R_{opt} \quad (13)$$

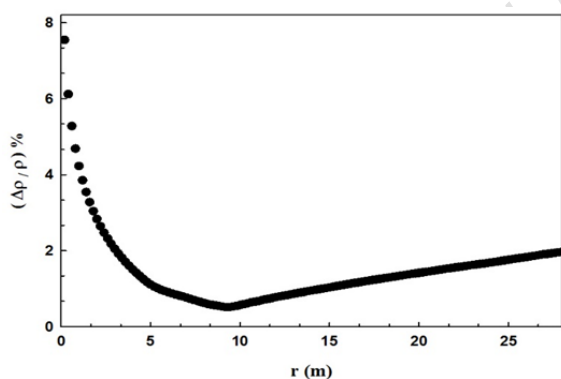
خواهیم رسید. در آخر برای تابع توزیع عرضی شبه NKG

$$\rho = k \left(\frac{r}{r_s}\right)^{-\beta} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{-\beta}, \quad (14)$$

خواهیم داشت



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) توزیع فراوانی  $R_{opt}$ ، حاصل از ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه و منحنی تابع گاوسی برازش شده بر آن.



شکل ۶. نمودار خطای نسبی چگالی تعداد ذرات محاسبه شده با تابع توزیع NKG برای  $50^\circ$  عدد  $\beta$  بر حسب فاصله از هسته برای یک بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV.

چگالی تعداد ذرات در آن کمینه است، فاصله بهینه یا  $R_{opt}$  محسوب می‌شود.

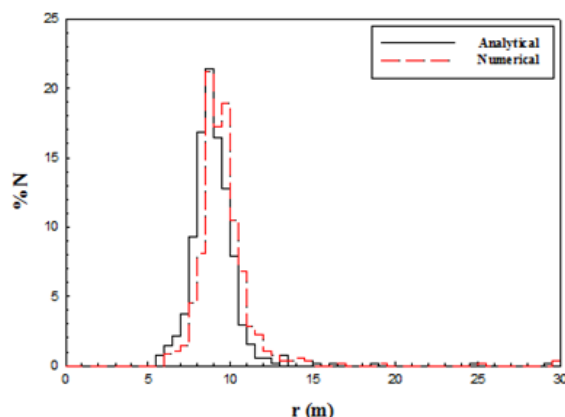
شکل ۶ محاسبه فاصله بهینه یک بهمن هوایی با اولیه عمودی پروتون و انرژی ۳۰۰ TeV از این روش را نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل دیده می‌شود قبل و بعد این فاصله خطای نسبی در تعیین چگالی تعداد ذرات زیاد است که بدین معناست که عدم دقت در تعیین  $\beta$  مقدار خطای زیادی در محاسبه چگالی تعداد ذرات ایجاد می‌کند. در فواصل بیشتر از فاصله بهینه خطای نسبی با شیب کندتری نسبت به فواصل کمتر از آن در حال افزایش است که علت آن کاهش چگالی تعداد ذرات در این فواصل است.

شکل ۷ درصد فراوانی  $R_{opt}$  حاصل از ۱۰۰۰ بهمن هوایی

می‌دهد. فقط بهمن‌های هوایی که شرط راه اندازی البرز-۱ را برآورده کرده‌اند  $R_{opt}$  شان محاسبه شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود این توزیع گاوسی است که با برازش یک تابع گاوسی بر آن، برای آرایه البرز-۱،  $R_{opt}$  میانگین و عدم قطعیت آن،  $\sigma_{R_{opt}}$  (m) را برابر با  $9 \pm 1$  m به دست آورده‌ایم.

#### ۸. محاسبه $R_{opt}$ از روش عددی

در این روش، برای هر فاصله،  $r$ ، از هسته بهمن هوایی مقدار چگالی تعداد ذرات را از طریق تابع توزیع NKG با  $\beta$  های مختلف محاسبه می‌کنیم. سپس درصد خطای نسبی، یعنی نسبت انحراف معیار به میانگین چگالی تعداد ذرات  $\times 100$ ، در هر  $r$  را به دست می‌آوریم. فاصله‌ای که درصد خطای نسبی



شکل ۷. نمودار درصد فراوانی  $R_{opt}$  حاصل ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه که با توزیع عرضی NKG برازش یافته‌اند را نشان می‌دهد. خط ممتد و خط چین به ترتیب درصد فراوانی محاسبه شده از روش تحلیلی و عددی را نشان می‌دهند.

جدول ۲. میانگین  $R_{opt}$  به دست آمده از ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه در شکل‌های مختلف تابع توزیع عرضی.

LDF	$\bar{R}_{opt}$ (m)	$\sigma_{R_{opt}}$ (m)	$\rho_{LDF}(9) / \rho_{NKG}(9)$
NKG	۹,۱۲	۰,۹۵	۱,۰۰۰۰
هاورا- پارک	۹,۲۲	۱,۰۰	۰,۹۹۸۲
قانون توانی	۹,۲۷	۰,۹۷	۰,۹۹۶۵

تحلیلی به دست آوردیم که نتایج حاصل از ۱۰۰۰ بهمن هوایی عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه و اعمال شرط راه اندازی در جدول ۲ آمده است. در این جدول  $\rho_{LDF}(9) / \rho_{NKG}(9)$  مقادیر مربوط به میانگین چگالی تعداد ذرات برای تمام بهمن‌های شبیه‌سازی شده است (توجه شود که برای هریک از این بهمن‌های هوایی مناسب‌ترین  $\beta$  که از طریق برازش به دست می‌آید متفاوت است). ستون دوم و سوم چپ این جدول بیانگر این است که  $R_{opt}$  و عدم قطعیت در تعیین آن به شکل تابع توزیع عرضی بستگی ندارد و مقدار آن  $9 \pm 1$  m است. ستون چهارم این جدول چگالی در  $R_{opt}$  هر کدام از توابع توزیع را نسبت به چگالی شبه NKG در این فاصله نشان می‌دهد که با تقریب خوبی به یک نزدیک هستند، یعنی مقدار چگالی تعداد ذرات محاسبه شده در  $R_{opt}$  به

عمودی پروتون با انرژی ۳۰۰ TeV و انتخاب هسته هر بهمن هوایی در ۸۱ مکان متفاوت، بین ۰ تا ۳۰ متری از مرکز آرایه از روش عددی و تحلیلی و با اعمال شرط راه‌اندازی را نشان می‌دهد که بیانگر نتایج یکسان این دو روش است و هر دو مکان  $R_{opt}$  را تقریباً در فاصله  $9 \pm 1$  متری هسته بهمن هوایی نشان می‌دهند.

## ۹. تعیین فاصله بهینه با استفاده از توابع توزیع

### عرضی دیگر

در این بخش به بررسی تأثیر شکل تابع توزیع عرضی در مکان فاصله بهینه و چگالی تعداد ذرات محاسبه شده در این فاصله پرداخته‌ایم. در اینجا با جایگزین کردن توابع توزیع عرضی هاورا- پارک و قانون توانی به جای تابع توزیع شبه NKG، با پیدا کردن موقعیت هسته و ثابت‌های برازش،  $R_{opt}$  را از روش



انتخاب شکل تابع توزیع بستگی ندارد.

البرز-۱، در فاصله  $9 \pm 1$  متری از هسته بهمن هوایی قرار دارد، یعنی در این فاصله عدم قطعیت چگالی تعداد ذرات محاسبه شده از طریق توابع توزیع عرضی به علت خطا در تعیین ثابت‌های تابع توزیع عرضی کمینه است. همچنین نشان دادیم که فاصله بهینه و چگالی تعداد ذرات در این فاصله به شکل تابع توزیع عرضی بستگی ندارد. در نتیجه می‌توان در محاسبات از تابع توزیع عرضی با شکل ساده‌تر استفاده کرد.

## ۱۰. نتایج

در این مقاله با محاسبه فاصله بهینه بهمن به بهمن،  $1000$  بهمن هوایی پروتون عمودی با انرژی  $300 \text{ TeV}$  شبیه‌سازی شده با کد CORSIKA، با در نظر گرفتن شرط راه اندازی البرز-۱ از دو روش تحلیلی و عددی نشان دادیم که این فاصله برای آرایه

## مراجع

1. G Rastegarzadeh and L Rafezi, *Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A* **763** (2014) 197.
2. G Rastegarzadeh, *Iranian Journal of Physics Research* **6**, 2 (2006) 87.
۲. گ رستگارزاده، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۶**، ۲ (۱۳۸۵)
- ۸۷
3. A M Hillas *et al.*, "Measurement of Primary Energy of Air Showers in the Presence of Fluctuations", Proc. 12th ICRC, Hobart, Australia, **3** (1971) 1001.
4. D Newton, J Knapp, A A Watson, *Astropart. Phys.* **26** (2007) 414.
5. S Abdollahi *et al.*, *Astropart. Phys.* **76** (2016) 1.
6. D M Edge *et al.*, *J. Phys. A: Math. Nucl. Gen.* **6** (1973) 1612.
7. A Tapia *et al.*, "The Lateral Shower Age Parameter as an Estimator of Chemical Composition", Proc. 33th ICRC, Rio de Janeiro, Brazil (2013).
8. P K F Grieder, "Extensive Air Showers", Springer (2010).

Archive of SID