

طراحی و بهینه‌سازی سلول حلقوی بیضوی برای بیناب نمایی جذبی لیزری

امین صادقی‌فراز، سعید قوامی صبوری و علیرضا خورسندی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۲۹؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۶/۰۸/۲۴)

چکیده

یک سلول حلقوی با سطح مقطع بیضی با اندازه فیزیکی کوچک برای افزایش طول جذب در بیناب نمایی معرفی و شبیه‌سازی شده است. در این بررسی با تغییر شعاع‌های هندسی بیضی بیشترین طول جذب برابر با ۱۵/۵۰ متر به دست آمد. با بهینه‌سازی سلول و وارد کردن شعاع‌های سهموی و مماسی بیضی که پرتو از روی آنها بازتاب می‌شود نشان داده شده که با بیشینه طول جذب به دست آمده واگرایی پرتو را می‌توان با بهینه‌سازی شعاع‌های یادشده تا ۵۴ میکرون کاهش داد. سپس نسبت سیگنال به نوفه را با فرض حضور گاز CO_2 در سلول برای خط گذار $R(16)$ محاسبه و نشان دادیم که این مقدار را می‌توان در حالت بهینه تا ۳۱۰ افزایش داد. سرانجام با بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک سلول را با در نظر گرفتن همه پارامترهای مؤثر در کارایی آن بهینه‌سازی کرده، مشاهده کردیم در بهترین حالت طول جذبی برابر با ۸/۲۴ متر با سیگنال به نوفه ۱۰۷ می‌توان در سلولی به شعاع‌های انحنای هندسی ۵/۹۵ و ۴/۵۹ سانتی‌متر به دست آورد.

واژه‌های کلیدی: بیناب نمایی جذبی، سلول جذبی چند عبوری حلقوی

۱. مقدمه

بیشتر مورد توجه می‌باشد زیرا اثر انگشت اغلب مولکول‌های گازی در این دو ناحیه دیده می‌شود [۳]. اگر چه در مقایسه با ناحیه بینابی فروسرخ نزدیک، گذارهای مولکولی در ناحیه فروسرخ میانه تا حدود ۱۰۰ برابر قوی‌ترند، اما ساخت یک حسگر لیزری در ناحیه فروسرخ نزدیک به چند دلیل ترجیح دارد. اول آنکه لیزرهای دیودی‌ای که در محدوده مناسبی از گذارهای مولکولی به صورت تجاری در دسترس بوده و کار می‌کنند بسیار فراوان‌تر، متنوع‌تر و ارزان‌ترند. در حالی که تولید لیزرهای ناحیه فروسرخ میانه پیچیده است و اغلب آنها مانند

امروزه از روش بیناب نمایی جذبی با لیزرهای پرتو و کوک‌پذیر برای تشخیص انواع گازهای آلاینده و سمی مانند CO ، CO_2 ، NO_2 و CH_4 و نیز اندازه‌گیری غلظت آنها به طور گسترده‌ای در صنعت و پزشکی استفاده می‌شود [۱]. به ویژه از این روش برای ساخت حسگرهای لیزری در بازرسی و پایش ایمنی سازه‌ها و همچنین کاربردهای امنیتی و نظامی استفاده فراوان شده و می‌شود [۲]. بیناب نمایی جذبی با لیزرهای کوک‌پذیر در دو ناحیه بینابی فروسرخ میانه و نزدیک

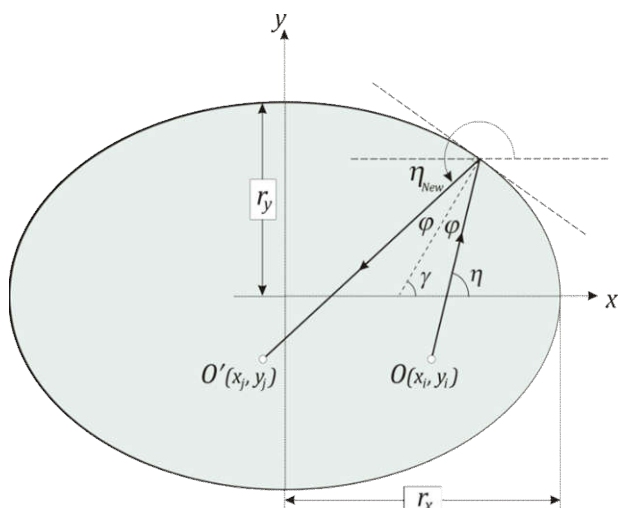
پس از لایه نشانی، آینه‌های سلول برای کاهش اتلاف ناشی از بازتاب، طول جذب پس از ۶ بار رفت و برگشت به ۹۰ سانتی‌متر افزایش یافته است. در این آزمایش حساسیت آشکارسازی 6×10^{-4} به دست آمده است. پس از آن در سال ۲۰۱۳ توزمان و همکارانش [۱۴] یک سلول حلقوی با سطح مقطع دایره‌ای چندین بازتابی را ساختند. در این سلول تنها یک روزنه برای ورود و خروج پرتو لیزر تعبیه شده است. شعاع حلقه ۴ سانتی‌متر و طول مسیر جذب پس از بازتاب‌های متوالی از سطوح داخلی و لایه نشانی شده حلقه، بسته به زاویه ورود پرتو از حدود ۲ تا ۴ متر تغییر می‌کند.

در این پژوهش با استفاده از نتایج به دست آمده در مورد سلول حلقوی دایره‌ای، یک سلول حلقوی بیضوی را معرفی و شبیه‌سازی کرده‌ایم. با استفاده از ماتریس پرتو و بهره‌گیری از نرم‌افزار MATLAB و ردیابی مسیر پرتو پس از هر بازتاب از سطوح داخلی سلول حلقوی، طول مسیر پرتو را به ازای تغییر پارامترهایی مانند زاویه ورود پرتو به سلول، شعاع‌های انحنا داخلی، ضریب بازتاب سطوح داخلی و نیز قطرهای کوچک و بزرگ بیضی محاسبه کرده‌ایم. نتایج این شبیه‌سازی نشان می‌دهند که با تغییر پارامترهای هندسی مذکور می‌توان طول جذب بسیار بیشتری را نسبت به نوع دایره‌ای آن به دست آورد. مثلاً هنگامی که پرتو با زاویه ورودی حدود $28/37$ درجه از روزنه‌ای به قطر ۱ سانتی‌متر وارد سلولی با هندسه بیضی شود که شعاع‌های هندسی آن در هر کدام از راستاهای x و y مساوی دو شعاع انحنا بیضی است که پرتو از آنها بازتاب می‌شوند، و اندازه آنها به ترتیب برابر با ۵ و ۴/۴ سانتی‌متر انتخاب شود طول جذب تا حدود ۱۵/۵۰ متر به دست می‌آید. همچنین در این بررسی نمایه توزیع عرضی شدت در سطح مقطع پرتو مطالعه و تغییر آن پس از خروج از سلول شبیه‌سازی شده است. همچنین با در نظر گرفتن یک محیط گازی جاذب در داخل سلول و وارد کردن مشخصات فیزیکی آن نسبت سیگنال به نوفه را در حضور این محیط جاذب به دست آورده‌ایم. نتایج این محاسبات نشان می‌دهند که سلول یاد شده می‌تواند جایگزین مناسبی برای سلول‌های حجیم و پیچیده قبلی با طول جذب بزرگ‌تر باشد. در پایان با استفاده از الگوریتم

لیزرهای آبشار کوانتومی (QC) به دلیل واگرایی زیاد کارایی کمی دارند [۴]. دوم آنکه لیزرهای دیودی به تارهای نوری سیلیکونی به راحتی جفت می‌شوند. از میان چشمه‌های لیزری ناحیه فرسرخ نزدیک بدون تردید لیزرهای دیودی که با ساختار DFB^۱ ساخته شده‌اند دارای مشخصات منحصر بفردی برای بیناب نمایی می‌باشند. این لیزرها دارای پهنای خط بسیار باریکی از مرتبه $10 \text{ MHz} \sim [3]$ هستند که نسبت به پهنای خط گذارهای مولکولی، لیزری تک مد به حساب می‌آید. با این حال ساخت یک لیزر آبشار کوانتومی در ساختار DFB هم پهنای کوک پذیری بیناب لیزر را تا حدود ۴۲ GHz افزایش و هم پهنای خط لیزری را تا حدود ۰/۳ MHz کاهش داده است [۳]، [۵]، [۶]. اخیراً با استفاده از یک لیزر QC-DFB و استفاده از روش حساس بیناب نمایی نوری-صوتی، استفانسکی و همکارانش [۷] اندازه‌گیری دقیقی روی مولکول CO انجام داده‌اند که در آن کمترین غلظت آشکارسازی حدود ۳ ppbv به دست آمده است. هنگام روبرو شدن با چنین غلظت‌های اندک به ویژه در اندازه‌گیری‌های میدانی می‌توان به جای استفاده از روش‌های بیناب نمایی پیچیده و پر هزینه راه دومی را انتخاب کرد. بر اساس قانون بیر-لامبرت^۲ برای تغییر محسوس در شدت ورودی و خروجی لیزر می‌توان طول برهم‌کنش را افزایش داد. بر این اساس سلول‌های جذبی چند عبوری زیادی پیشنهاد و طراحی شده که اولین آنها توسط وایت [۸] ساخته شد. سپس نسخه جدیدی از این سلول جذبی توسط هریوت [۹]، [۱۰] معرفی شد. پس از آن مانوس [۱۱] نوع دیگری را ارائه کرد که پرتو لیزر می‌توانست در آن سلول رفت و برگشت بیشتری انجام دهد. بررسی جامعی از این نوع سلول‌های جذبی در برخی از کتاب‌ها و مدارک علمی موجود است [۱۰]، [۱۲]. اخیراً خورسندی و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۱۲ از یک سلول جذبی چند عبوری برای ردیابی گذار $p(16)$ از مولکول CO اطراف $4/8$ میکرون استفاده کرده‌اند. طول این سلول ۱۵ سانتی‌متر و قطر آینه‌های استوانه‌ای آن ۲۰ سانتی‌متر بوده است.

۱. Distributed Feed Back

۲. Beer-Lambert



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایی دو بعدی از سلول حلقوی بیضوی که مسیر یک تک پرتو داخل آن را نشان می‌دهد. پرتو پس از هر بازتاب از سطوح داخلی راه بیشتری را طی کرده، مسیر خود را عوض می‌کند. شعاع‌های هندسی بیضی نیز در شکل با r_x و r_y مشخص شده‌اند. هنگامی که $r_x = r_y$ سلول حلقوی دایره‌ای است.

نقطه دلخواهی مانند $O(x_i, y_i)$ و با زاویه η نسبت به محور x ها مسیر خود را آغاز می‌کند و پس از برخورد به سطح داخلی سلول به سمت نقطه $O'(x_j, y_j)$ بر اساس قانون اشکل بازتاب می‌شود. این بازتاب‌ها آنقدر ادامه می‌یابد تا پرتو از سلول خارج شود. با نگاهی به هندسه نشان داده شده در شکل، زاویه پرتو پس از هر بازتاب را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

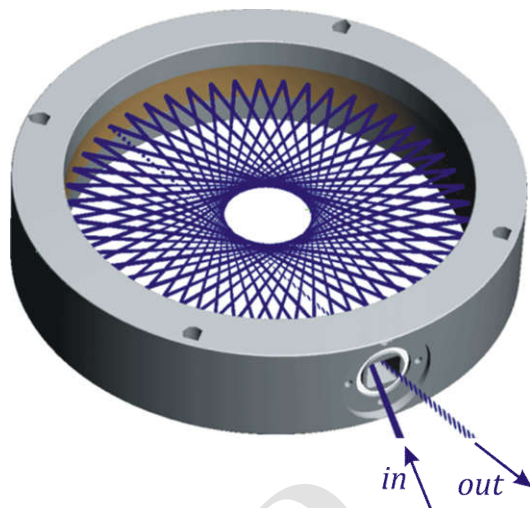
$$\eta_{New} = \pi + 2\gamma - \eta \quad (1)$$

که در آن γ زاویه خط عمود بر سطح جانبی بیضی با محور x و η زاویه بین پرتو فرودی و محور x است. برای تعیین زاویه γ لازم است تا شیب خط عمود بر بیضی‌ای که با معادله

$$\frac{(x-x_0)^2}{r_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{r_y^2} = 1$$

مشخص می‌شود را به دست آورد

که در آن x_0 و y_0 مختصات مرکز آن است. آنگاه اگر شیب خط مماس بر بیضی m و شیب خط عمود بر آن m' باشد، آنگاه $mm' = -1$. این دو خط در شکل ۲ نشان داده شده‌اند. بنابراین برای ردیابی پرتو که فرض شده است در صفحه xy می‌ماند و آنرا ترک نمی‌کند کافی است تا در محل برخورد پرتو



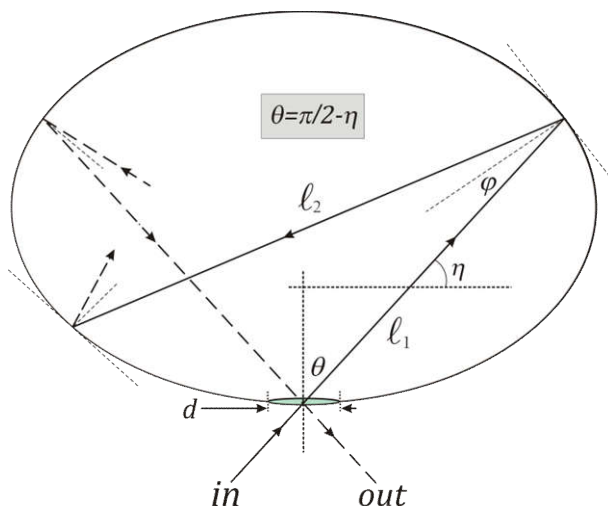
شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مسیر پرتو در یک سلول حلقوی دایره‌ای و الگوی ایجاد شده که توسط بازتاب‌های مکرر از سطوح داخلی لایه نشانی شده ایجاد شده است. پرتو از یک روزنه که در بدنه حلقه ایجاد شده با زاویه مشخصی وارد سلول می‌شود و در زاویه دیگری توسط آشکارساز مقابل همان روزنه دریافت می‌شود.

ژنتیک، پارامترهای بهینه‌ای را بررسی و به دست آورده‌ایم که به وسیله آنها سلول حلقوی بیضوی با بیشترین طول مسیر جذب به ازای بیشترین نسبت سیگنال به نوفه به دست می‌آید ذکر این نکته لازم است که با توجه به اندازه روزنه ورودی که از طول موج نور لیزر ورودی به سلول بسیار بزرگ‌تر است، از اثر پراش پرتو روی دهانه ورودی سلول صرف نظر شده است. همچنین اندازه لکه پرتو ورودی در محاسبات یک میلی‌متر در نظر گرفته شده که آن هم از اندازه روزنه ورودی پرتو به سلول کمتر است. بنابراین در بررسی ارائه شده از رهیافت اپتیک هندسی بهره برده‌ایم.

۲. بررسی اصول طراحی سلول جذب حلقوی

۱. ردیابی پرتو درون سلول

شکل ۱ نمایی سه بعدی از مسیر پرتو و الگوی ایجاد شده توسط آن در یک سلول حلقوی دایره‌ای نشان داده شده است. برای بررسی الگوی ایجاد شده توسط پرتو و ردیابی مسیر آن حالت کلی‌تری از دایره را در شکل ۲ در نظر می‌گیریم. همان طوری که در شکل ۲ نشان داده شده است پرتو از

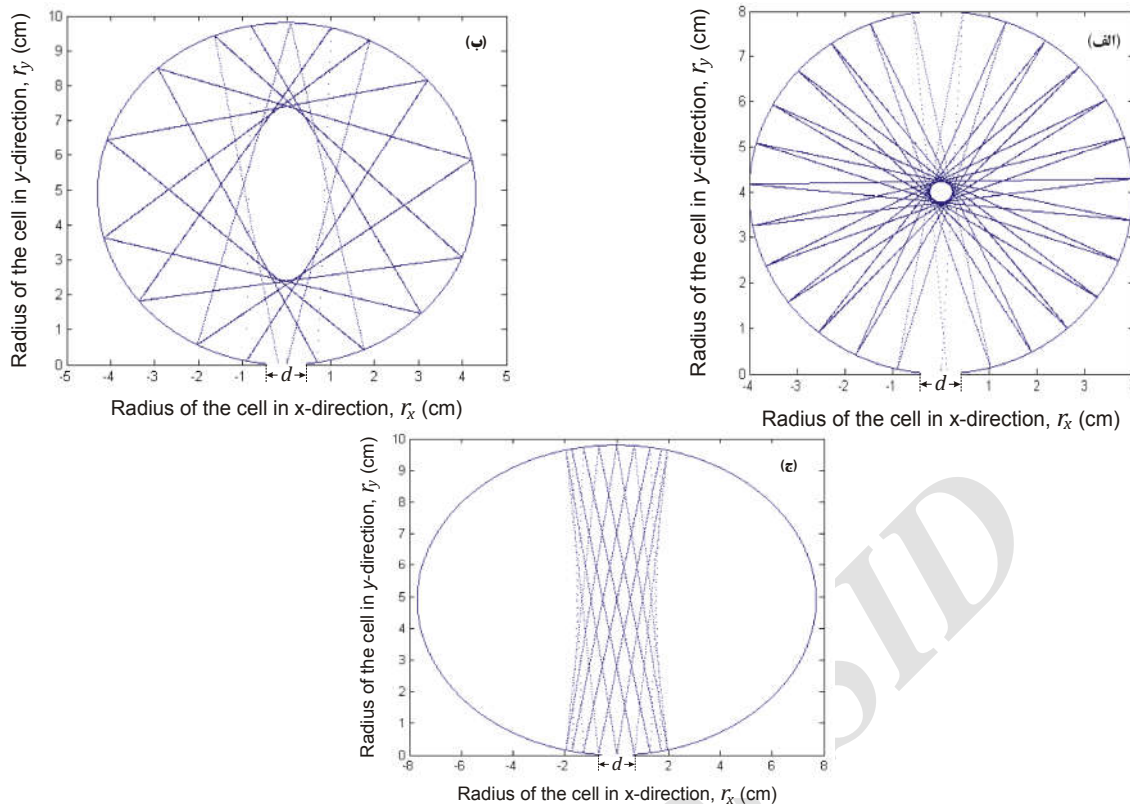


شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) ورود و خروج پرتو پس از بارها بازتاب از سطوح داخلی سلول بیضوی از روزنه‌ای به قطر d که در بدنه سلول تعبیه شده است. پرتو از همان روزنه‌ای که با زاویه θ وارد شده، از آن خارج می‌شود.

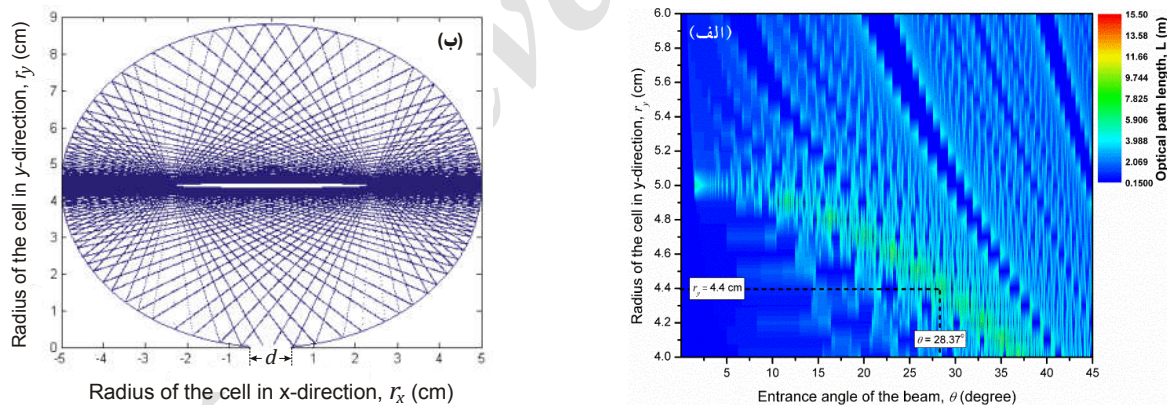
با مقدار گزارش شده آن در مرجع [۱۴] توافق خوبی را نشان می‌دهد که نشان از درستی الگوی محاسباتی‌ای دارد که در این مقاله به کار برده‌ایم. در شکل ۴. ب که تأثیر تغییر r_x را نشان می‌دهد دیده می‌شود اولاً هنگامی که $r_x \neq r_y$ ، هندسه سلول به بیضی می‌گراید و نیز الگوی حرکت پرتو تغییر کرده و طول مسیر پرتو به $1/56$ متر و تعداد بازتاب‌ها به 17 بازتاب تقلیل می‌یابد. همچنین شکل ۴. ج نشان می‌دهد هنگامی که r_x تا $7/7$ سانتی‌متر افزایش می‌یابد طول مسیر پرتو تغییر قابل ملاحظه‌ای نمی‌کند و در مقایسه با شکل ۴. ب با همان تعداد بازتاب تنها 20 سانتی‌متر افزایش می‌یابد. محاسبات نشان می‌دهد بیشترین تأثیر بر روی تعداد بازتاب‌ها و طول مسیر پرتو مربوط به اندازه قطر روزنه ورودی (d) است؛ به طوری که برای مثال در سلول دایره‌ای نشان داده شده در شکل ۴. الف با کاهش قطر روزنه به 2 میلی‌متر، طول مسیر پرتو به مقدار قابل توجهی به اندازه $15/62$ متر افزایش می‌یابد. به علاوه تعداد بازتاب‌ها نیز تا 191 افزایش می‌یابد که رشدی حدوداً 87 درصدی در طول مسیر پرتو را نشان می‌دهد. اما توجه به این نکته لازم است که قطر پرتو لیزری که به سلول وارد می‌شود اگر چه کمتر از اندازه روزنه 2 میلی‌متری است اما واگرایی آن در اثر برخوردهای متوالی به دیواره‌های لایه نشانی شده سلول قطر آن را افزایش می‌دهد. در نتیجه استفاده از روزنه 2 میلی‌متری هم تنظیم

به سطح داخلی بیضی که با دو مختصه x و y معین می‌شود زوایای تابش و بازتابش پرتو را بیابیم و مسیر آن را معین کنیم. شکل ۳ نمایشی از این ردیابی که با حل همزمان معادله پرتو و معادله بیضی امکان‌پذیر است را نشان می‌دهد. معادله پرتو یک خط راست است و شیب آن در هر نقطه قابل محاسبه می‌باشد. همان طوری که در شکل ۳ نشان داده شده است، چنین محاسبه‌ای نیاز به یک چرخه محاسباتی دارد که با کد نویسی در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. این محاسبه تا جایی ادامه می‌یابد که پرتو در مکان مختصاتی که برای روزنه ورودی از پیش تعریف و معین شده است، سلول را ترک کند. بر این اساس پارامترهای ورودی شامل زاویه ورودی پرتو به داخل سلول نسبت به محور y ، θ ، شعاع‌های هندسی بیضی r_x و r_y و اندازه قطر روزنه ورودی d می‌باشد که در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند. تغییر هر کدام از پارامترهای یاد شده، تعداد بازتاب‌ها و طول مسیر پرتو درون سلول را تغییر داده و الگوی حرکت پرتو درون سلول را نیز تغییر می‌دهد. نمونه‌ای از این تأثیر در شکل ۴ نشان داده شده است.

همان طوری که دیده می‌شود در شکل ۴. الف هنگامی که $r_x = r_y = 4$ cm یک سلول دایره‌ای خواهیم داشت. در این حالت پرتو پس از 27 بازتاب از روی دیواره‌های آن و طی مسیر $2/16$ متر سلول را ترک می‌کند. طول مسیر به دست آمده



شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) تأثیر هر کدام از پارامترهای ورودی r_x ، r_y ، d بر الگوی حرکت پرتو درون سلول، تعداد بازتاب‌ها و طول مسیر پرتو درون سلول. شکل (الف) حالت دایره‌های سلول را نشان می‌دهد [۱۴] در حالی که در (ب) و (ج) سلول بیضوی است.



شکل ۵. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) بهینه‌سازی طول مسیر پرتو هنگامی که r_x و d به ترتیب در ۵ و یک سانتی‌متر ثابت نگه داشته شده‌اند و θ و r_y در محدوده نسبتاً مناسبی تغییر کرده‌اند. در این محاسبه مقادیر θ و r_y به ترتیب با گام‌های یک صدم درجه و یک میلی‌متر تغییر داده شده‌اند. (ب) الگوی مسیر حرکت پرتو در سلول برای مقادیر بهینه به دست آمده در شکل (الف) مقادیر بهینه عبارتند از: $r_x = 5$ cm، $r_y = 4.4$ cm و $\theta = 28.37^\circ$.

به ازای آنها طول مسیر بهینه‌ای نیز به دست می‌آید. در شکل ۵. الف این بهینه‌سازی انجام و بیشینه طول مسیر نوری محاسبه شده است. در شکل ۵. ب الگوی حرکت پرتو به ازای مقادیر

دستگاه را دشوار می‌کند و هم از دید تجربی مفید نیست. بنابراین هنگامی که مقدار d را یک سانتی‌متر در نظر بگیریم برای دیگر پارامترهای یاد شده مقادیر بهینه‌ای وجود دارند که

جدول ۱. نتایج به دست آمده از محاسبات انجام شده برای دو سلول دایره‌ای و بیضوی که در شرایط یکسان در نظر گرفته شده اند.

طول مسیر طی شده در سلول (متر)	تعداد بازتاب‌ها	زاویه ورود پرتو، θ (درجه)	قطر روزنه ورودی، d (سانتی‌متر)	شعاع هندسی، r_y (سانتی‌متر)	شعاع هندسی، r_x (سانتی‌متر)	هندسه سلول
۳،۸۲	۳۸	۱۱،۵	۱	۵	۵	دایره‌ای
۱۴،۲۹	۱۴۴	۱۱،۵	۱	۴،۹	۵	بیضوی

بهینه نیز به دست آمده و نشان داده شده است.

همان طوری که در شکل ۵ با خط چین مشخص شده، برای مقادیر بهینه $r_x = 5$ cm، $r_y = 4.4$ cm، $d = 1$ cm و $\theta = 28.37^\circ$ ، بیشینه طول مسیر پرتو درون سلول پس از ۱۶۲ بازتاب از دیواره‌های آن ۱۵،۵ متر به دست آمده است. همچنین شکل ۵. ب نشان می‌دهد که بیشترین بازتاب‌ها در راستای قطر بزرگ بیضی رخ داده‌اند. گفتنی است که این بهینه‌سازی با استفاده از تغییر دو پارامتر و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها انجام شده و از الگوریتم خاصی در این زمینه استفاده نشده است. برای نشان دادن مزیت سلول بیضوی نسبت به سلول دایره‌ای، در محاسبه مشابه دیگری طول مسیر پرتو در دو سلول یاد شده در شرایط یکسان بررسی شده که نتایج حاصل از آن در جدول ۱ آورده شده است.

همان طوری که دیده می‌شود با تغییر اندکی در شعاع سلول به اندازه ۰،۱ سانتی‌متر در r_y ، و تغییر هندسه آن به بیضوی، طول مسیر نوری تا حدود چهار برابر نسبت به هندسه دایره‌ای افزایش یافته است. در ادامه با در نظر گرفتن سایر شرایط تغییر بیش از دو پارامتر بهینه‌سازی یاد شده را با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام خواهیم داد.

۲.۲. بررسی و شبیه‌سازی نمایه پرتو درون سلول بیضوی

یاد آوری این نکته ضروری است که در نمای سه بعدی، سلول بیضوی دارای دو شعاع انحنای متمایز R_x و R_y نیز می‌باشد که الزاماً با شعاع‌های هندسی آن برابر نیستند و پرتو در اثر برخورد به همین شعاع‌های انحنای یاد شده بازتاب می‌کند. وجود این دو شعاع انحنای متمایز روی نمایه پرتو اثر می‌گذارد

و آن را از حالت دایره‌ای اولیه خارج می‌کند. این تأثیر به تعداد بازتاب‌های پرتو درون سلول و سرانجام طول مسیر پیمایش آن بستگی دارد. برای بررسی و شبیه‌سازی نمایه پرتو هنگام خروج از سلول از روش ماتریسی استفاده می‌کنیم. در این حالت فرض می‌کنیم هر پرتو با چهار مختصه x, y, α, β مشخص می‌شود به طوری که [۱۲]:

$$\begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ \alpha_j \\ \beta_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{xx} & A_{xy} & B_{xx} & B_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} & B_{yx} & B_{yy} \\ C_{xx} & C_{xy} & D_{xx} & D_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} & D_{yx} & D_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

که در آن $\alpha_{i,j}$ و $\beta_{i,j}$ سینوس زوایای لحظه‌ای پرتو است که در صفحه xy نسبت به محورهای x و y می‌سازند و به دلیل کوچکی‌شان با خود زوایا تقریب زده شده‌اند. ماتریس ABCD ماتریس انتقال نهایی پرتو است که برای سادگی با M_t نشان می‌دهیم. این ماتریس از حاصل ضرب سه ماتریس متمایز زیر به دست می‌آید:

$$M_t = M_r M_{rot} M_1, \quad (3)$$

که در آن:

$$M_{rot} = \mathcal{R}(-\varphi) M \mathcal{R}(\varphi), \quad (4)$$

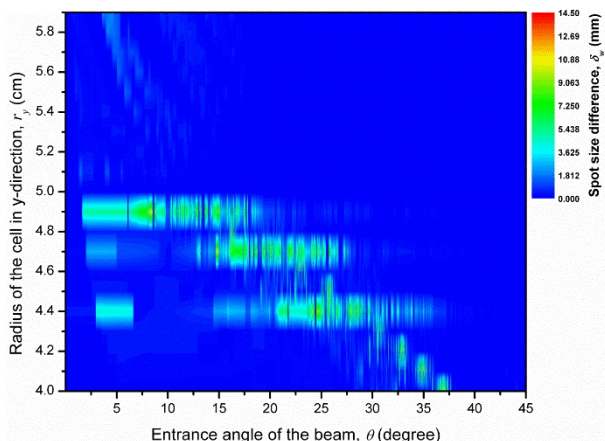
ماتریس چرخش پرتو هنگام بازتاب از سطح است که شامل ماتریس‌های دوران

$$\mathcal{R}(\pm\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \mp\sin\varphi & 0 & 0 \\ \pm\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\varphi & \mp\sin\varphi \\ 0 & 0 & \pm\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}, \quad (5)$$

و

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{y}{R_x} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{y}{R_y} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

می‌باشد که ماتریس بازتاب پرتو از سطح انحنای سلول است که با دو شعاع سهموی R_x و مماسی R_y مشخص شده‌اند و



شکل ۶. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقدار محاسبه شده آستیگماتیسم پرتو، δ_w ، در حالی که همانند شکل ۵، θ و r_y در محدوده مناسبی تغییر کرده‌اند. در این محاسبه فرض شده است: $r_x = 5$ cm و $d = 1$ cm. همچنین در این محاسبه شعاع‌های سهموی R_x و مماسی R_y نیز با شعاع‌های هندسی سلول یعنی r_x و r_y مساوی در نظر گرفته شده‌اند.

$$\frac{1}{q_{ij}} = \frac{1}{R_{ij}} + i \frac{\lambda}{\pi w_{ij}} \quad (9)$$

در اینجا R_{ij} شعاع انحنای پرتو گاوسی، w_{ij} شعاع باریکه و λ طول موج آن است. همچنین $A = \begin{pmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{pmatrix}$ می‌باشد و سایر پارامترهای B ، C و D هم ماتریس‌های 2×2 ای هستند که از همین الگو پیروی می‌کنند. هنگامی که پرتو گاوسی به سطوح انحنای سلول برخورد می‌کند دچار دو انحنایی یا آستیگماتیسم می‌شود. بنابر این میدان وابسته به این پرتو عبارت است از:

$$E(r, z) = E_0 \exp \left[-\frac{i\pi}{\lambda} (r^T Q^{-1} r) \right], \quad (10)$$

که در آن $r = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ مختصه پرتو در هر نقطه در صفحه xy و $r^T = (x \ y \ \alpha \ \beta)$ ترانهاده آن است. بدیهی است این دو انحنایی باعث می‌شود که اندازه لکه پرتو در دو راستای x و y با یکدیگر به اندازه:

$$\delta_w = |w_x - w_y|$$

تفاوت داشته باشند. در شکل ۶ مقدار محاسبه شده δ_w به ازای تغییر دو پارامتر θ و r_y نشان داده شده است در حالی که سایر پارامترها مانند شکل ۵ ثابت نگه داشته شده‌اند. در این محاسبه طول موج باریکه لیزری میکرون $\lambda = 4.23$ فرض شده که بر مرکز خط گذار R(۱۶) مولکول CO_2 منطبق است.

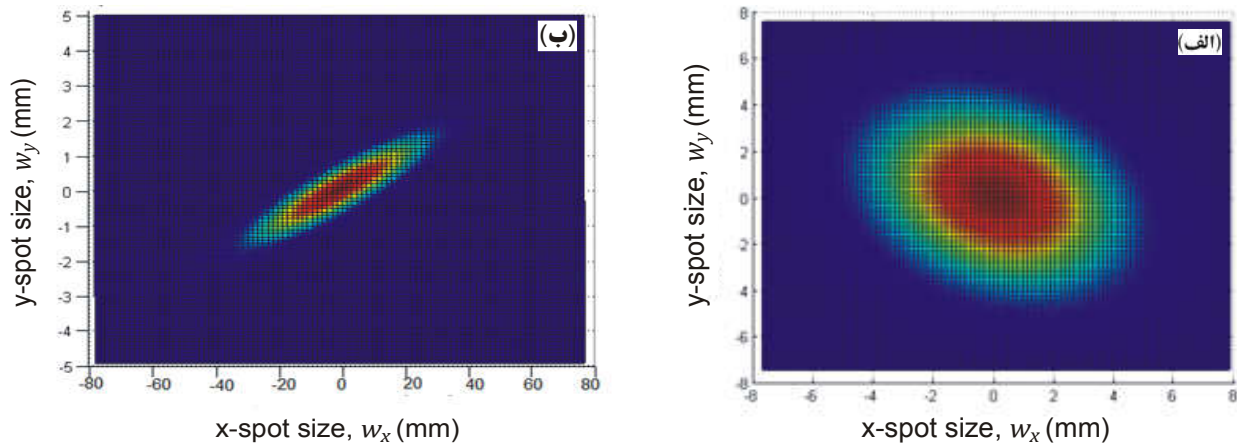
($\varphi = \eta - \gamma$) زاویه چرخش پرتو است که در شکل ۲ مشخص شده است. همچنین همان طوری که در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است ماتریس‌های M_1 و M_2 به ترتیب مربوط به مسیرهای آزاد l_1 و l_2 هستند که پرتو از نقطه $O(x_i, y_i)$ مسیر خود را شروع کرده و پس از بازتاب از روی سطحی که با دو شعاع انحنای سهموی R_x و مماسی R_y مشخص شده است به نقطه $O'(x_i, y_i)$ می‌رسد. سرانجام این ضرب ماتریسی تا جایی تکرار شده، ادامه می‌یابد که پرتو پس از بازتاب‌های متوالی در مکان مختصاتی که برای روزنه ورودی از پیش تعریف و معین شده است سلول را ترک کند. پس از آنکه ماتریس نهایی M_t و مختصات پرتو در چرخه محاسباتی‌ای که از نرم‌افزار MATLAB برای آن استفاده شده است به دست آمد می‌توان توزیع عرضی شدت در سطح مقطع پرتو را به دست آورد. برای این کار از پارامتر Q استفاده می‌کنیم که ارتباط آن با عناصر ماتریس ABCD به قرار زیر است [۱۲]:

$$Q_{out} = \frac{A Q_{in} + B}{C Q_{in} + D}, \quad (7)$$

که در آن ماتریس Q_{in} و Q_{out} عبارت‌اند از:

$$Q = \begin{pmatrix} q_{xx} & q_{xy} \\ q_{yx} & q_{yy} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

و



شکل ۹. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نمایه شبیه‌سازی شده سطح مقطع پرتو هنگام خروج از سلول در دو حالت: (الف) بهینه‌سازی شده و (ب) بهینه‌سازی نشده. در شکل (ب) فرض شده است: $r_x = 5 \text{ cm}$, $r_y = 4.4 \text{ cm}$, $d = 1 \text{ cm}$ و $\theta = 28.37^\circ$. همچنین در این محاسبه شعاع‌های سهموی R_x و مماسی R_y نیز با شعاع‌های هندسی سلول یعنی r_x و r_y مساوی در نظر گرفته شده‌اند.

که در آن $\sigma(\nu) = S_{ij}(\nu)\phi_\nu(\nu - \nu_0)P\chi$ سطح مقطع جذب خط گذار است که مستقیماً به شکل تابع خط ویت مربوط می‌شود. بنابراین اگر نوع گاز، نوع خط گذار، فشار گاز و دمای آن تغییر کند، $\sigma(\nu)$ از راه $\phi_\nu(\nu - \nu_0)$ تغییر خواهد کرد. بررسی اثر این تغییر در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

همچنین

$$N = L \left(\frac{T_0}{T} \right), \quad (14)$$

که در آن $L = 2.69 \times 10^{19} \text{ molecule.cm}^{-3}/\text{atm}$ [۳] عدد لوشمیت در دمای متعارفی T_0 ، T دمای گاز بر حسب کلوین و χ نسبت تعداد اتم‌های جذب کننده به کل حجم است. اکنون کسر توان رسیده به آشکارساز، P_d ، در بسامد مرکزی خط جذبی عبارت است از:

$$P_d(\nu_0) = P_{out} - P_{out}^{abs}. \quad (15)$$

با در نظر گرفتن چشمه‌های نوفه‌ساز ممکن که دستگاه آشکارسازی را مختل می‌کنند مانند نوفه ناشی از نوسانات توان خروجی لیزر (RIN)، نوفه ضربه‌ای و نوفه گرمایی سرانجام نسبت سیگنال به نوفه از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$SNR = \frac{\frac{e\eta P_d}{h\nu}}{\sqrt{\left(\frac{\eta e}{h\nu} P_d\right)^2 \Delta f \times RIN + \frac{\eta e}{h\nu} P_d \Delta f + \frac{kT}{R_L} \Delta f}}. \quad (16)$$

در اینجا Δf پهنای باند دستگاه آشکارسازی است که بسته به

۲-۳. محاسبه نسبت سیگنال به نوفه

از آنجا که سلول طراحی شده برای بیناب نمایی جذبی لیزری در نظر گرفته شده است با افزایش طول مسیر پرتو نسبت سیگنال به نوفه (SNR) برای آشکارساز اهمیت می‌یابد. بنابراین برای محاسبه SNR از داده‌های تجربی استفاده می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم سلول از محیط جاذب گازی خالی باشد و توان پرتو لیزر ورودی به سلول P_0 باشد. در این صورت توان خروجی از سلول پس از n بازتاب از سطوح داخلی سلول عبارت است از [۱۵]:

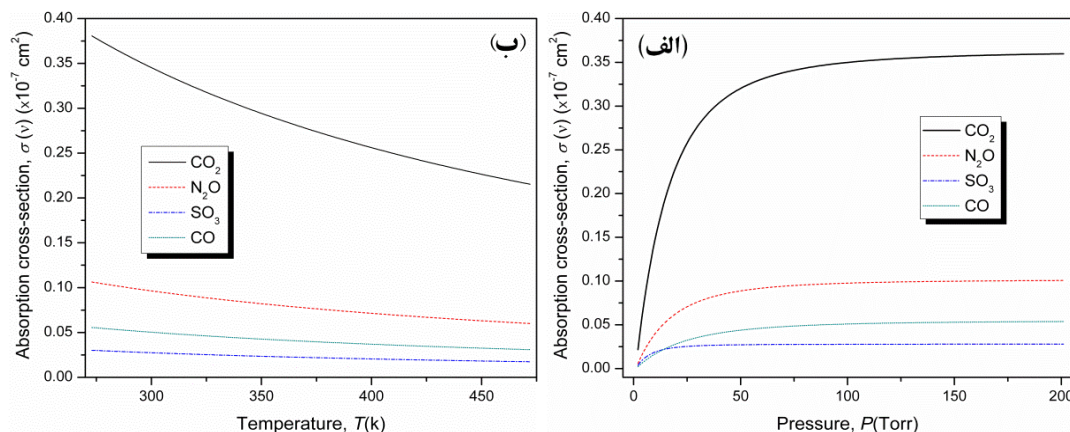
$$P_{out} = P_0 R^{n-1}, \quad (11)$$

که در آن R توان بازتاب داخلی بازتابنده سلول است. این توان در حضور محیط جاذبی که ضریب جذب آن α است به مقدار زیر کاهش می‌یابد:

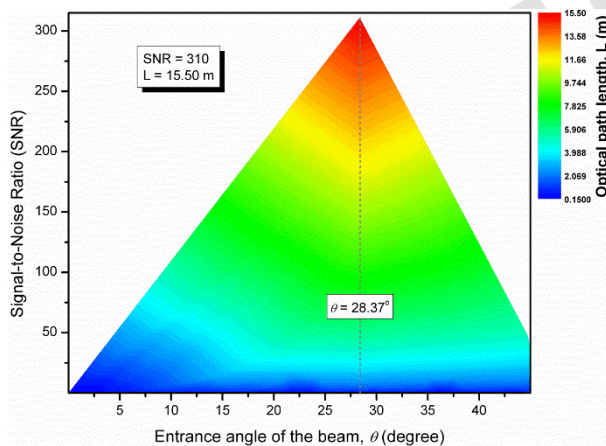
$$P_{out}^{abs} = P_0 R^{n-1} \left[1 - e^{-\alpha(\nu)\ell} \right], \quad (12)$$

که در آن ℓ طول مسیر نوری پیموده شده توسط پرتو در سلول است. ضریب جذب محیط جاذبی درون سلول به پارامترهایی مانند فشار گاز، P ، کسر مولی آن، N ، تابع شکل خط ویتی که طول موج لیزر بر روی آن کوک شده، $\phi_\nu(\nu - \nu_0)$ ، و قدرت خط گذار کوانتومی $i \rightarrow j$ یعنی $S_{ij}(\nu)$ ، از راه رابطه زیر بستگی دارد:

$$\alpha(\nu) = S_{ij}(\nu)\phi_\nu(\nu - \nu_0)P\chi N, \quad (13)$$



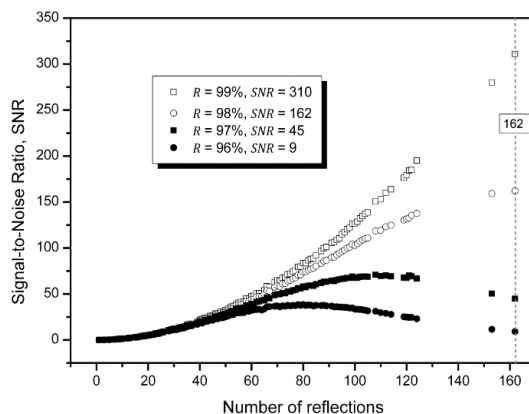
شکل ۱۰. (رنگی در نسخه الکترونیکی) وابستگی سطح مقطع جذب، $\sigma(\nu)$ ، به (الف) فشار و (ب) دما برای سه گاز مختلف. این وابستگی از راه تابع شکل خط ویت، $\phi_p(\nu - \nu_0)$ ، به دست آمده است. در این بررسی از داده های پایگاه هیتران [۱۷] استفاده شده است. همچنین در بررسی وابستگی دمایی فشار در ۱۰۰ تور و در بررسی وابستگی سطح مقطع جذب به فشار، دما در ۳۰۰ کلونین ثابت نگه داشته شده است.



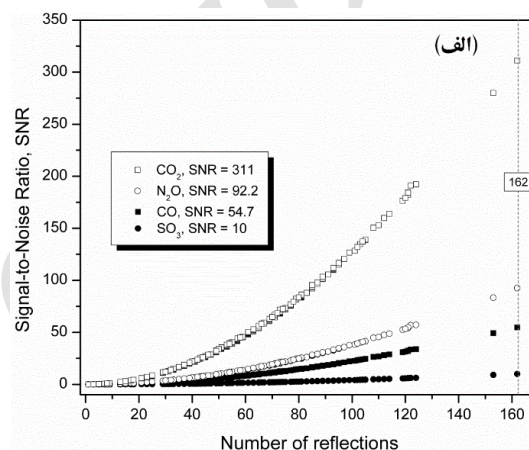
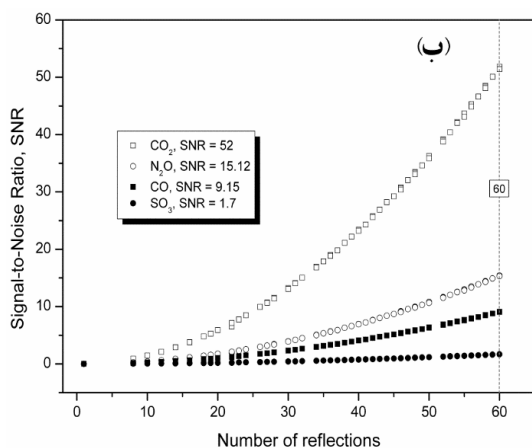
شکل ۱۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقدار SNR محاسبه شده از رابطه (۱۶) برای زوایای مختلف ورودی پرتو به سلولی که مشخصات آن در حالت بهینه با توجه به نتایج به دست آمده از شکل ۵ عبارت است از: $r_x = 5 \text{ cm}$ ، $r_y = 4.4 \text{ cm}$ ، $d = 1 \text{ cm}$ ، $R_x = 5.088 \text{ cm}$ ، $R_y = 4.451 \text{ cm}$ و $R = 7.99$. همچنین مشخصات خط گذار (۱۶) عبارتند از: تور $P_{CO_2} = 100$ و $\chi = 10^{-9} \text{ ppbv}$ (و $10^{-18} \text{ cm}^{-1}/(\text{molecule} \cdot \text{cm}^{-2})$) و $S_{ij}(\nu) = 3.54$.

شده است که پهنای خط لیزری از پهنای ویت خط گذار جذبی کمتر باشد. طول موج مرکزی لیزر کوک پذیر $\lambda = 4.23 \mu\text{m}$ و توان آن $P_0 = 20 \text{ mW}$ در نظر گرفته شده است. اگر سلول از گاز CO_2 با فشار ۱۰۰ تور و $\chi = 10^{-9} \text{ ppbv}$ پر شده و طول موج لیزری در اطراف خط گذار (۱۶) که مرکز آن در 2361.465 cm^{-1} [۱۷] قرار دارد کوک شده باشد، می توان مقدار SNR را برای زوایای مختلف ورودی پرتو به سلول محاسبه و نتایج آن را در نموداری رسم کرد. شکل ۱۱ نتایج این محاسبات را نشان می دهد.

روش مورد استفاده در آشکارسازی تا یک گیگاهرتز هم می رسد ولی در محاسبات ۱۲/۵ کیلوهرتز در نظر گرفته شده است، η بازده کوانتومی آشکار ساز است که در حالت بهینه حدود ۰/۶۰ است، e بار الکترون، h ثابت پلانک، k ثابت بولتزمن، T دمای محیط گازی درون سلول و R_L مقاومت بار مدار تقویت کننده آشکار ساز است که برای یک فوتودیود معمولی حدود ۵۰ اهم است. همچنین در برآوردهای واقعی از لیزرهای آزمایشگاهی مورد استفاده در بیناب نمایی معمولاً $RIN = 10^{-16} \text{ Hz}^{-1}$ در نظر گرفته می شود [۱۶]. همچنین فرض



شکل ۱۲. محاسبه وابستگی مقدار SNR به تعداد بازتاب‌های پرتو درون سلول هنگامی که توان بازتاب سطوح تغییر کرده است. مقادیر داده شده در داخل شکل برای R و SNR برای تعداد بازتاب ۱۶۲ می‌باشد.



شکل ۱۳. محاسبه وابستگی مقدار SNR به هندسه سلول برای (الف) بیضوی و (ب) دایره‌ای هنگامی که با گازهای مختلف پر شده باشد. پرتو در سلول بیضوی پس از ۱۶۲ بازتاب و در سلول دایره‌ای پس از ۶۰ بازتاب خارج می‌شود.

را به طور چشمگیری کاهش می‌دهد به طوری که با کاهش ۴ درصدی در توان بازتاب سلول مقدار SNR از ۳۱۰ به حدود ۹ کاهش می‌یابد. این برابر با یک کاهش ۹۷ درصدی در مقدار SNR است. این نتایج نشان می‌دهند دقت در لایه نشانی سطوح داخلی سلول بیضوی برای داشتن بیشینه SNR و بیشترین طول مسیر پرتو بسیار مهم بوده و از حساسیت زیادی برخوردار است. همچنین در شکل ۱۳ مقایسه‌ای میان سلول بیضوی با مشخصات داده شده در شکل ۱۲ و سلول دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر برای چند گاز مختلف انجام شده است. یادآوری می‌شود که مقدار SNR از رابطه (۱۶) برای زوایای مختلف ورودی پرتو به سلولی دایروی بهینه شده محاسبه شده است.

دید می‌شود که با افزایش طول مسیر پرتو داخل سلول مقدار SNR افزایش می‌یابد تا جایی که با توجه به نتایج بهینه نشان داده شده در شکل ۵ در $\theta = 28.37^\circ$ و $L = 15.50\text{ m}$ مقدار SNR به بیشینه مقدار خود ۳۱۰ می‌رسد. بنابراین در حالت بهینه SNR نیز افزایش می‌یابد. قابل توجه آن که چون در این حالت تعداد بازتاب‌های پرتو از سطوح داخلی سلول به ۱۶۲ می‌رسد، تعداد بازتاب‌ها و توان بازتاب سطوح بر مقدار SNR چه اثری می‌گذارد. نتایج این بررسی در شکل ۱۲ محاسبه و نشان داده شده است.

نتایج نشان داده شده در شکل بالا نشان می‌دهند هنگامی که توان بازتاب کاهش می‌یابد افزایش تعداد بازتاب‌ها مقدار SNR

جدول ۲. نتایج بهینه‌سازی پارامترهای وابسته به سلول بیضوی که با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده است.

هندسه سلول	مقادیر به دست آمده بر اساس پارامترهای بهینه شده	
	پارامترهای بهینه شده	پارامترهای بهینه شده
بیضوی	$R_x = r_x = ۵,۹۵ \text{ cm}$	$L = ۸,۲۴ \text{ m}$
	$R_y = r_y = ۴,۵۹ \text{ cm}$	$\delta_w = ۱۸۴ \mu\text{m}$
	$P_{CO_2} = ۱۸۶ \text{ Torr}$	$\text{SNR} = ۱۰۷$
	$\theta = ۴۴,۰۱^\circ$	

که در آن f_i مقدار هدف گذاری شده متغیر i ام است که همواره بیشینه آن مد نظر است، $f(\lambda_i)$ مقدار به دست آمده λ از متغیر i ام است، Δf_i تفاوت مطلوب و مورد نظری است که در محاسبات انتظار داریم و N تعداد متغیرهاست. بنابراین تعداد متغیرها در اینجا $N=3$ است که عبارتند از L ، مقدار SNR و δ_w . بدیهی است که برای افزایش تابع شایستگی باید Δf_i تا حد ممکن کوچک و به صفر نزدیک باشد. در جدول ۲ نتایج این بهینه‌سازی آورده شده است.

بر این اساس الگوی مسیر پرتو و نمایه شبیه‌سازی شده سطح مقطع پرتو هنگام خروج از سلول در شکل ۱۴ نشان داده شده است.

همان طوری که از شکل پیداست علاوه بر اینکه پرتو هنگام خروج از سلول سطح مقطع نسبتاً خوبی دارد، الگویی زیبا و بی بدلیل را نیز ایجاد کرده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک سلول جذبی چند عبوری بیضوی برای دستیابی به بیشترین طول مسیر جذب با اندازه فیزیکی کوچک طراحی و شبیه‌سازی شد. نتایج شبیه‌سازی نشان دادند که اگر شعاع‌های هندسی بیضی r_x و r_y به ترتیب ۵ و ۴٫۴ سانتی‌متر انتخاب شوند، به ازای زاویه ورودی $\theta = ۲۸,۳۷^\circ$ برای پرتو لیزر، طول مسیر پرتو در حالت بهینه به ۱۵٫۵۰ متر افزایش می‌یابد. این نتیجه با توجه به قانون اشنل در بازتاب و حل همزمان معادله بیضی و پرتو با استفاده از نرم‌افزار محاسباتی MATLAB و تکرار آن تا هنگامی که پرتو از دهانه تعبیه شده

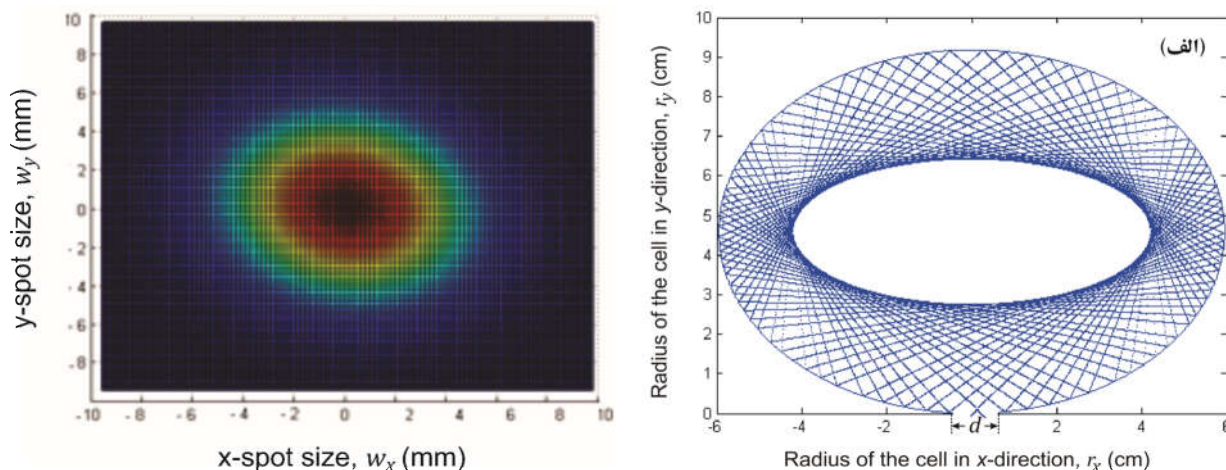
مشخصات چنین سلولی با توجه به نتایج به دست آمده از شکل (۵) عبارت‌اند از: $r_x = ۵ \text{ cm}$ ، $r_y = ۵ \text{ cm}$ ، $d = ۱ \text{ cm}$ ، $R_x = ۵ \text{ cm}$ ، $R_y = ۵ \text{ cm}$ و $R = ۷۹,۹\%$. همان طوری که از نتایج داده شده در شکل ۱۳ دیده می‌شود صرف نظر از نوع گاز مقدار SNR برای سلول بیضوی تا حدود ۶ برابر بزرگ‌تر است. این نتیجه یک بار دیگر بر مزیت استفاده از سلول بیضوی در بیناب‌نمایی نسبت به سلول دایره‌ای تأکید می‌کند.

۳. بهینه‌سازی پارامترهای وابسته به سلول با استفاده از الگوریتم ژنتیک

در بخش ۲-۲ سلول بیضوی را به کمک تغییر حداکثر دو تا از پارامترهای آن بهینه کردیم. اما در ادامه معلوم شد که متغیرهای وابسته دیگری نیز وجود دارند که در کارایی سلول نقش دارند. بنابراین هنگامی که بیش از دو متغیر داشته باشیم الگوی مناسبی برای بهینه‌سازی نیاز داریم. در اینجا از الگوریتم ژنتیک استفاده کرده ایم. دیده شد که طول مسیر پرتو درون سلول L ، مقدار SNR و آستیگماتیسم پرتو δ_w در طراحی سلول بسیار مهم‌اند. پارامترهایی مانند توان بازتاب R ، شعاع انحنای هندسی r_x و r_y ، سهمی R_x و مماسی R_y سلول متغیرهایی هستند که به SNR وابسته‌اند. در استفاده از الگوریتم ژنتیک یک تابع شایستگی وجود دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۸]، [۱۹]:

$$\text{تابع شایستگی} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{f(\lambda_i) - f_i}{\Delta f_i} \right]^2}, \quad (17)$$

Archive of SID



شکل ۱۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) (الف) الگوی مسیر پرتو و (ب) نمایه شبیه‌سازی شده سطح مقطع پرتو هنگام خروج از سلول بر اساس داده‌های بهینه‌سازی شده جدول ۱.

مقدار SNR در تعداد بازتاب ثابت ۱۶۲ تا ۹۷ درصد کاهش یافته به مقدار ۹ تنزل می‌یابد. در پایان با بهره‌گیری از الگوریتم ژنتیک و با در نظر گرفتن سه متغیر اساسی در طراحی سلول مانند طول مسیر پرتو L ، مقدار SNR و آستیگماتیسم پرتو δ_w نشان دادیم که در بهترین حالت پرتو با پیمودن مسیر ۸٫۲۴ متری درون سلول پس از خروج از آن واگرایی ۱۸۴ میکرونی با مقدار SNR برابر با ۱۰۷ را تجربه می‌کند. این در حالی است که مسیر ۸٫۲۴ متری در اندازه فیزیکی کوچکی به اندازه $R_x = r_x = ۵٫۹۵$ cm و $R_y = r_y = ۴٫۵۹$ cm قابل دستیابی است. بنابراین سلول طراحی شده را برای بیناب نمایی جذبی با طول مسیر جذب بلند با اندازه فیزیکی اندک نسبت به سلول‌های ساخته شده مرسوم به عنوان یک گزینه شایسته پیشنهاد می‌کنیم.

در بدنه سلول خارج شود به دست آمد. در گام بعدی با معرفی شعاع‌های سهموی R_x و مماسی R_y برای سلول و بررسی تأثیر آن بر سطح مقطع پرتو و میزان آستیگماتیسم آن یعنی δ_w در حالت بهینه شبیه‌سازی شد و معلوم شد که کمترین آستیگماتیسم برای پرتو هنگام خروج از سلول هنگامی رخ می‌دهد که R_x و R_y به ترتیب ۵۰٫۸۸ و ۴۴٫۵۱ میلی‌متر طراحی شوند. در ادامه به بررسی و محاسبه مقدار SNR در حالت بهینه پرداختیم و با فرض عبور پرتو لیزر از درون سلولی که با گاز CO_2 با فشار ۱۰۰ تور پر شده است، مشاهده شد که در طول بهینه ۱۵٫۵۰ متری SNR تا ۳۱۰ افزایش می‌یابد. سپس به بررسی اثر توان بازتاب سطوح داخلی بازتاب دهنده سلول بیضوی و تعداد بازتاب‌ها بر مقدار SNR پرداختیم. نتایج این بررسی نشان داد که با کاهش توان بازتاب به اندازه ۴ درصد

مراجع

1. J Hodgkinson and R P Tatam, *Measurement Science and Technology* **24** 1 (2013) 012004.
2. A Muraviev, et al., *Applied Physics Letters* **103** 9 (2013) 091111.
3. D Heard, "Analytical techniques for atmospheric measurement", John Wiley & Sons (2008).
4. I Galli, et al., *Applied Physics Letter* **102** 12 (2013) 121117.
5. R Orghici, et al., *Sensors* **10** 7 (2010) 6788.
6. A Hosseinmardi, et al., *Ceramics International* **38** 3 (2012) 1975.
7. J Wojtas, et al., *International Journal of Thermo.*
8. T Bond, et al., *Multiplexed gas spectroscopy using tunable VCSELs*. in *Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering*. Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL), Livermore, CA (2012).
9. D Kaur, et al., *Applied optics* **29** 1 (1990) 119.
10. L H Crawley, "Application of non-dispersive infrared (NDIR) spectroscopy to the measurement of atmospheric trace gases" (2008).
11. J B McManus, P L Keabian, and M Zahniser, *Applied Optics* **34** 18 (1995) 3336.

- Communications*", **1** Oxford university press (2008).
17. L S Rothman, *et al.*, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **96** 2 (2005) 139.
18. J Dobrowolski, *et al.*, *Applied optics* **28** 14 (1989) 2824.
19. A V Tikhonravov, M K Trubetskov, and G W DeBell, *Applied Optics* **35** 28 (1996) 5493.
12. N Hodgson and H Weber, "*Laser resonators and beam propagation*", Springer (2005).
13. A Khorsandi, *et al.*, *Chinese Physics B* **21** 6 (2012) 064213.
14. B Tuzson, *et al.*, *Optics letters* **38** 3 (2013) 257.
15. C Dyroff, *Optics Letters* **36** 7 (2011) 1110.
16. A Yariv, "*Optical Electronics in Modern*

Archive of SID