

بررسی تشدیدهای تداخل چند تراز از طریق آهنگ‌های گذار در سیستم‌های شش تراز قویاً تحریک شده

مصطفی کرمی^۱، خدیجه کرمی^۱، پارسا زمانی^۲ و قاسم رضایی^۲

۱. سازمان آموزش و پرورش استان فارس

۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه یاسوج، یاسوج

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۱/۱۰؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۲/۱۹)

چکیده

در این مقاله، نوع جدیدی از تشدیدهای چند فوتونی در یک سیستم کوانتومی شش تراز قویاً تحریک شده که یکی از ترازهای آن به صورت انفرادی با دو تراز دارای شکاف انرژی ثابت E ، جفت شده است را مطالعه می‌کنیم. در نزدیکی شرط تشدید چند فوتونی، رفتاری متفاوت از نظر کیفی برای تعداد فوتون‌های صحیح زوج یا فرد پیدا می‌شود که چنین پدیده‌ای، بر حسب دو مسیر تداخلی معین و با محاسبه فاز تداخل سیستم توجیه می‌شود. در رژیم وافازی قوی آهنگ‌های گذار بین ترازها را محاسبه کرده و نشان می‌دهیم که تداخل‌های چندترازی لاندائو-زیر (LZ) بین فرایندهای مرتبه اول و مرتبه سوم، منجر به تشدیدهایی با خصوصیات کاملاً متفاوت از تشدیدهای دوتراز شده که اولین بار در مرتبه چهارم جفت‌شدگی ترازهای انرژی به وجود می‌آیند. آهنگ‌ها برای تعداد فوتون‌های صحیح، ویژگی‌های تشدیدداری را نشان می‌دهند. سرانجام آشکارا مدلمان را به آزمایش‌ها ربط داده و نشان می‌دهیم که همه ویژگی‌های مربوط به داده‌های تجربی را در بر می‌گیرد. این تحقیق با انواع مختلفی از سیستم‌های حالت جامد و اتمی یا مولکولی مربوط است که به طور خاص راهکاری واضح را برای توضیح آزمایش‌های مبهم در نقاط کوانتومی دوگانه قویاً تحریک شده ارائه می‌کند.

واژه‌های کلیدی: نقطه کوانتومی دوگانه، فاز تداخل، رژیم وافازی قوی، آهنگ گذار، تشدیدهای تداخل چند تراز

۱. مقدمه

بین ترازهای انرژی سیستم است، معمولاً با به کارگیری تقریب موج چرخان (RWA) شناخته می‌شود. در این رژیم ممکن است که دامنه میدان خارجی، از انرژی فوتون و نیز کل انرژی تقسیم شده بین ترازهای سیستم، خیلی بزرگ‌تر باشد. سیستم‌های کوانتومی میکروسکوپی که با میدان‌های خارجی به طور هم‌دوس تحریک شده‌اند، دیدگاه جدیدی را در مورد

با کشف و پیدایش منابع لیزری و میکروموج‌های قوی، حوزه‌ای وسیع از امکاناتی جدید برای مطالعه رژیم تحریک قوی در مولکول‌ها و اتم‌های طبیعی و مصنوعی باز شده [۱، ۲] که چنین رژیمی برای یک سیستم دوتراز تحریک شده با میدان محرک خارجی که دامنه‌اش بزرگ‌تر یا مساوی با شکاف ثابت

\hbar ثابت پلانک، ω بسامد میدان محرک الکتریکی، g_i عامل g الکترون نقطه نام، μ_B مگنتون بوهر و B میدان مغناطیسی کاربردی است [۲۹، ۳۰]. بررسی‌های دقیق‌تر نشان می‌دهند که هرگاه نقطه کوانتومی دوگانه (DQD) نزدیک به گذار بار بین نقطه‌ای تحریک شود تشدیدهای چند ترازوی، قوی‌ترین وضعیت رخداد را دارند [۲۷]. در آزمایش‌ها [۲۵ و ۲۷] مشخص شد که این تشدیدها، نامتقارنی قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهند اگر انرژی شکاف ثابت زیمان الکترون، با یک مضرب فردی از انرژی فوتون میدان محرک برابر بوده یعنی $E_Z = (2n+1)\hbar\omega$ و در این صورت جریان افزایش می‌یابد اما وقتی که $E_Z = 2n\hbar\omega$ ، جریان کاملاً کاهش می‌یابد؛ این تأثیر زوج یا فرد مضارب انرژی فوتون که نسبت به تغییرات دامنه میدان و نیز جبران dc، بر روی محدوده بزرگی از مقادیر و داده‌ها بی تأثیر است هنوز در سیستم‌های دوترازی ناشناخته و مبهم باقی مانده است [۳۱]. بررسی‌های تحلیلی [۳۲ و ۳۳] و عددی [۲۷ و ۳۴]، وجود تشدیدهای چند فوتونی را محاسبه کرده‌اند، اما هیچ کدام نمی‌توانند توضیحی برای نامتقارنی زوج یا فرد ملاحظه شده در مراجع [۲۵ و ۲۷] ارائه کنند.

در سال ۲۰۱۴، دنون و رادنر برای اولین بار تشدیدهای تداخل چند ترازوی در یک سیستم کوانتومی سه ترازوی قویاً تحریک شده را بر مبنای رژیم وافازی قوی مطالعه کردند و با تحلیلی دقیق، به طور کیفی رفتار متفاوتی برای تعداد فوتون‌های صحیح زوج یا فرد پیدا کرده و عدم تقارن آنها را توضیح دادند [۳۵]. قبلاً سیستم‌های چند ترازوی، در آثاری تحقیقی مانند: نقل و انتقال کوانتومی تحریک شده در رساناهایی با مقیاس نانو با کمک نظریه فلوکیت [۳۶ و ۳۷]، دینامیک بر حسب نقاط تقاطع دو تراز مجزا و حذف همدوسی‌های طولانی مدت احتمالی [۳۸] و نیز تداخل‌های بین فرایندهای چند ترازوی مورد تحقیق قرار گرفته‌اند. سیستمی که به صورت غیر بی‌دررو از طریق عدم تقاطع حالت‌ها تحریک می‌شود، متحمل گذار می‌شود [۳۹-۴۲]. احتمال گذار به پارامترهای تحریک و شکافتگی بین حالت‌ها بستگی دارد. آخرین گذار به وسیله جفت‌شدگی بین حالت‌های غیر بی‌دررو تعیین می‌شود. تکرار گذار از طریق غیر بی‌درروی حالت‌ها، مسیرهای مختلفی را تا پایان به وجود

مبانی مکانیک کوانتومی و همچنین روزنه امید را در جهت کاربردهایی مانند محاسبه کوانتومی ایجاد کرده‌اند [۳]. ابزارهای جوزفسون ابررسانایی سیستم‌های کوانتومی نمونه‌ای هستند که با میدان‌های محرک RF، قابل دستکاری بوده [۴] و در درک دینامیک آنها پیشرفت‌های سریع و قابل ملاحظه‌ای دیده شده که همدوسی کوانتومی این سیستم‌ها را با استفاده از نوسانات رابی می‌توان بررسی کرد [۵-۹]. در دهه‌های اخیر به صورت گسترده‌ای، دینامیک سیستم‌های دوترازی قویاً تحریک شده، مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۱۰-۱۳]، در حالی که سیستم‌های چند ترازوی مسیرهای جدیدی را برای مطالعه ارائه می‌دهند. به طور ویژه، فرایندهای چندفوتونی و چند ترازوی با مرتبه‌های بالا [۱۴ و ۱۵]، همچنین پدیده‌های بسیار مفیدی مانند: طیف‌سنجی دامنه [۱۶]، وارونی جمعیت القایی با گذار لاندائو-زئر-استکلبرگ-مجورانا (LZSM) [۱۷-۱۹]، خنک‌سازی با استفاده از میکروموج را موجب شده است [۲۰].

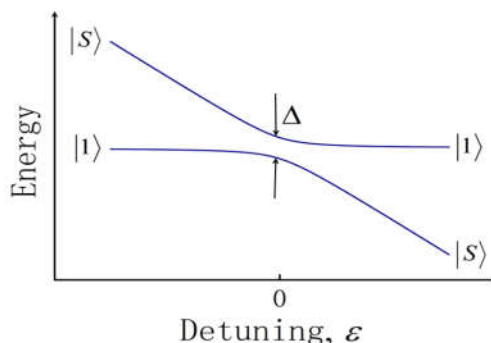
تولید هماهنگ شدید در تشدید اسپین دوقطبی الکتریکی^۱ (EDSR)، وقتی در سیستم‌های کوانتومی غیرخطی رخ می‌دهد که تحریک در بسامد ω صورت گرفته باشد، بنابراین به پاسخ فیزیکی سیستم در بسامدهایی مانند 2ω ، 3ω و 4ω منجر شده و اپتیک کوانتومی و غیرخطی را تأیید و پشتیبانی می‌کند [۱۴ و ۲۱]. جذب دوفوتونی را می‌توان در سیستم‌های به صورت نوری پمپ شده در توان‌های بالا مشاهده کرد [۲۲ و ۲۳]. تولید هماهنگ را در نقاط کوانتومی تحریک شده الکتریکی می‌توان مشاهده کرد [۲۴ و ۲۵]. به طور کلی تشدیدهای چندفوتونی در میدان‌های تحریکی قوی، مشاهده می‌شوند [۲۶].

اخیراً، تشدیدهای چندفوتونی در EDSR در نقاط کوانتومی مسطح و نانوسیمی نیز مشاهده شده‌اند [۲۴، ۲۵ و ۲۷] که آزمایش‌های اولیه در این سیستم‌ها، تحریک الکتریکی اسپین‌های تک‌الکترون را نشان دادند [۲۸]. عمده این داده‌ها با پیش‌بینی‌های نظری و با پاسخ EDSR مشاهده شده همراه هستند هرگاه:

$$\hbar\omega = E_Z \quad \text{که} \quad E_Z = g_i \mu_B B$$

انرژی زیمان نقطه کوانتومی نام،

۱. Electric dipole spin resonance



شکل ۱. (رنگی در نسخه الکترونیکی) با فرض تحریک قوی ترازهای انرژی به صورت تابعی از نامیزانی ε رسم شده و شکاف کمینه بین ترازها با Δ مشخص شده است.

متفاوت از نظر کیفی به ازای تعداد فوتون‌های زوج یا فرد در نزدیکی ناحیه تشدید مشاهده می‌شود. پدیده‌هایی که توصیف می‌شوند کاملاً کلی بوده که برای مثال با کیوبیت‌هایی با اسپین قویاً تحریک شده، کیوبیت‌های ابررسانا و مراکز NV الماس، ارتباطی بالقوه دارند.

۲. تشدیدهای چند فوتونی در سیستم‌های دوترازی

برای مشخص کردن تفاوت‌های اساسی و کیفی بین تشدیدهای دوترازی و چند تراز، به طور خلاصه به مطالعه تشدیدهای چند فوتونی در یک سیستم دوترازی می‌پردازیم. فرض می‌شود، حالت‌های پایه سیستم $\{|1\rangle, |S\rangle\}$ باشد، دینامیک چنین سیستمی با هامیلتونی زیر بیان می‌شود:

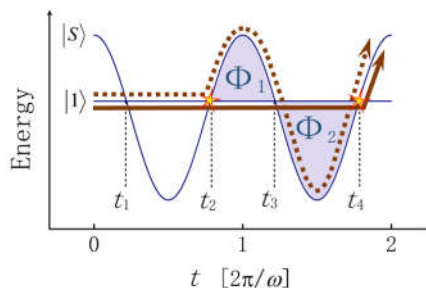
$$H_{\varepsilon}(t) = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta/2 \\ \Delta/2 & -\varepsilon(t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

که $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 - A \cos \omega t$ ، میدان محرک دوره‌ای و $\Delta/2$ ، عنصر جفت‌شدگی ماتریس است. با روش قطری سازی معادله ویژه مقداری را حل کرده، با فرض تحریک قوی $A \gg \Delta/2$ و شرط $|A| > \varepsilon_0$ ، در شکل ۱ ترازهای انرژی را به صورت تابعی از نامیزانی ε ، با شکاف کمینه Δ و سپس در شکل ۲، آنها را بر حسب زمان t و با فرض $\Delta/2 = 0$ رسم می‌کنیم.

رخداد گذارهای غیر بی‌دررو LZSM از طریق عدم تقاطع بین دو تراز متناظر با حالت‌های $|1\rangle$ و $|S\rangle$ در سیستم دوترازی به صورت دو انفجار در زمان‌های t_p و $t_p + T$ با بازه زمانی

می‌آورد که به تداخل سازنده می‌انجامند.

ما در این مقاله از مدل دنون و رادنر پیروی می‌کنیم. ابتدا به صورت اجمالی در مورد تشدیدهای چند فوتونی در سیستم‌های دوترازی قویاً تحریک شده صحبت می‌کنیم. سپس با معرفی یک سیستم شش تراز مختل شده به وسیله یک میدان محرک و با تعیین ترازهای انرژی بی‌دررو و غیر بی‌دررو، شکل‌های طیف لحظه‌ای این سیستم را رسم می‌کنیم. با استفاده از هندسه مسیرهای تداخلی معین در تقریب غیر بی‌دررو، فاز تداخل کل را محاسبه کرده و با بحث درباره تداخل سازنده چنین مسیرهایی، شرط تشدیدهای چند فوتونی از طریق گذارهای LZSM و چگونگی پیش‌بینی رخداد آنها را بررسی می‌کنیم. سپس تحلیل دقیقی بر اساس رفتاری اختلال آمیز بر حسب پارامترهای کوچکی که حد تحریک قوی را نشان می‌دهند، با معرفی رژیم افزایش قوی به وسیله تغییرات ترازهای وابسته به زمان [۳۵] ادامه می‌دهیم. با محاسبه آهنگ‌های گذار بین تراز برای نامیزانی‌های صفر و دلخواه، مشخص می‌شود این آهنگ‌ها دارای خصوصیات کاملاً تشدیدداری در n ‌های صحیح (تعداد فوتون‌ها) می‌باشند که این نوع جدید از تشدیدهای چند فوتونی فقط در سیستم‌های چند تراز (بیش از دوترازی) رخ می‌دهند. سرانجام آشکارا مدل افزایش را به آزمایش‌های مراجع [۲۷ و ۲۵] مربوط کرده و نشان می‌دهیم که همه خصوصیات مربوط به داده‌های تجربی را در بر می‌گیرد. در رژیم افزایش قوی، بروز رفتاری



شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) با فرض تحریک قوی، ترازهای انرژی به صورت تابعی از زمان رسم شده‌اند (خطوط باریک آبی). دو مسیر که سیستم را $|1\rangle$ به $|S\rangle$ می‌برند با خطوط یک پارچه و خط چین قهوه‌ای رنگ مشخص شده‌اند. هرگاه دو تراز تقریباً تبهگن شوند، گذارها در این نقاط رخ می‌دهند که به شکل انفجار نشان داده شده‌اند.

۳. تشدیدهای تداخل چند تراز در سیستم‌های

شش تراز

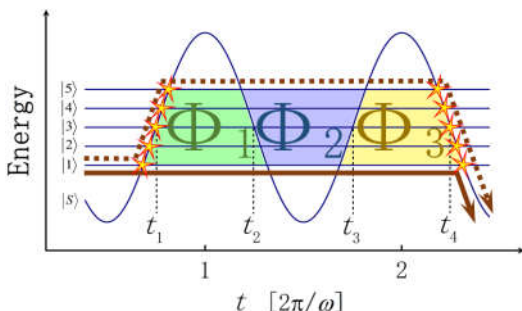
اینک بر تحریک قوی در یک سیستم شش تراز تمرکز می‌کنیم. فرض می‌کنیم که میدان محرک دوره‌ای، قویاً با تراز متناظر با - حالت $|S\rangle$ جفت می‌شود، در حالی که شکاف‌های انرژی ثابت $E/4$ بین سایر ترازها، بی‌تأثیر می‌باشند. بنابراین حالت $|S\rangle$ مانند یک شاتل عمل کرده و انتقال جمعیت بین سایر ترازها را موجب می‌شود. هامیتلونی این سیستم شش تراز را در پایه‌های $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |S\rangle\}$ ، به شکل زیر می‌نویسیم:

$$H_z(t) = \begin{pmatrix} E/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta_5 \\ 0 & E/4 & 0 & 0 & 0 & \Delta_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta_3 \\ 0 & 0 & 0 & -E/4 & 0 & \Delta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -E/2 & \Delta_1 \\ \Delta_5 & \Delta_4 & \Delta_3 & \Delta_2 & \Delta_1 & -\mathcal{E}(t) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

که $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 - A \cos \omega t$ مانند قبل میدان محرک و $\Delta_{1,2,3,4,5}$ عناصر جفت‌شدگی ماتریس هستند. مانند سیستم دوترازی و با فرض تحریک قوی $A \gg \Delta_{1,2,3,4,5}$ ، به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ ترازهای انرژی به صورت تابعی از نامیزانی \mathcal{E} و زمان t رسم می‌شوند.

وقتی نامیزانی مانای $\mathcal{E}_0 \pm E/2$ با انرژی n فوتون برابر باشد، تشدیدهای دوترازی بین $|S\rangle$ و $|1\rangle$ یا $|5\rangle$ به وجود می‌آیند،

یک دوره تحریک $T = 2\pi/\omega$ ، در شکل ۲ مشخص شده‌اند. خصوصیات مربوط به دینامیک سیستم‌های تحریک شده را بر حسب دسته‌ای از مسیرهای تداخلی، می‌توان مورد مطالعه قرار داد. برای تحریک قوی، هرگاه ترازها تقریباً تبهگن شوند، گذارها در نقاط خوب تعریف‌شده $\{t_p\}$ رخ خواهند داد. مسیرهایی که سیستم را از $|1\rangle$ به $|S\rangle$ می‌برند در شکل ۲، با خطوط یک‌پارچه و خط چین ضخیم قهوه‌ای رنگ نمایش داده شده‌اند. فاز تداخل با اختلاف مساحت‌های سایه زده، یعنی $\Phi = |\Phi_1| - |\Phi_2|$ ، برابر بوده و با محاسبه انتگرال اختلاف ترازهای انرژی غیر بی‌درروی سیستم در یک دوره تحریک حاصل می‌شود. فرض می‌کنیم که $\hbar = 1$. اگر $\mathcal{E}_0 = n\omega$ ، آنگاه $\Phi = 2n\pi$ ، و برای n های صحیح تداخل سازنده است. تمام مسیرهایی که گذارهایی در زمان‌های زوج t_p دارند به صورت سازنده تداخل می‌کنند، به همین نحو برای مسیرهای گذارهایی در زمان‌های فرد $t_p + 1$ ، که این یک پاسخ تشدید داری را فراهم می‌کند. ساختار اضافی که از تداخل‌های بین چنین مسیرهایی حاصل می‌شود، به فازهای انفرادی $\Phi_{1,2}$ حساس است [۳۵]. برای تحریک سینوسی که به شدت خط تشدید n فوتونی می‌انجامد، با تابع بسل $J_n(A/\omega)$ قالب‌بندی می‌شود [۱۱]. شدت تشدیدهای چند فوتونی در سیستم دوترازی به دامنه و بسامد میدان محرک کاربردی خیلی حساس است و دنباله‌ای از قله‌ها و گره‌ها که با A/ω تغییر می‌کند را به نمایش می‌گذارد.

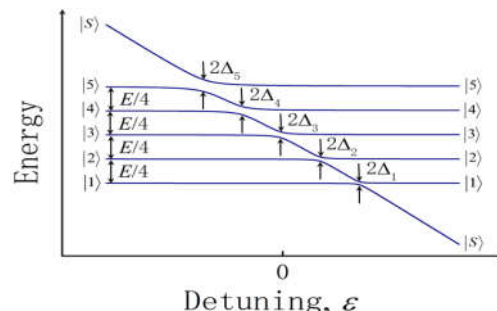


شکل ۴. (رنگی در نسخه الکترونیکی) با فرض تحریک قوی، ترازهای انرژی به صورت تابعی از زمان رسم شده‌اند (خطوط آبی). دو مسیر که سیستم را از $|1\rangle$ به $|5\rangle$ می‌برند با خطوط یک پارچه و خط چین ضخیم قهوه‌ای رنگ مشخص شده‌اند. فازهای $\Phi_{1,2,3}$ به شکل سه دوزنقه بزرگ و با سه رنگ متفاوت نشان داده شده‌اند.

که رخداد پنج گذار آخر تقریباً به طور هم‌زمان در $t_p > 1$ صورت می‌گیرد. این مسیرها به طور سازنده تداخل می‌کنند هرگاه $\Phi_1 = \pi E/\omega = 2n\pi$ ، که بر وجود تشدیدهایی در $E = 2n\omega$ یعنی در مضارب زوج ω دلالت دارند. با بررسی‌های مشابه برای گذارهای LZSM از $|1\rangle$ به $|2\rangle$ ، $|2\rangle$ به $|3\rangle$ ، $|3\rangle$ به $|4\rangle$ ، $|4\rangle$ به $|5\rangle$ پاره‌ای از فرایندهایی را که به دوره تحریک کامل T وابسته‌اند آشکار می‌کند به طوری که تشدیدهای اضافی در تمامی مضرب‌های انرژی فوتون یعنی $E = n\omega$ را پیش‌بینی می‌کند. بنابراین هرگاه E مضرب زوج یا فردی از ω باشد، انتظار رخداد تشدیدهایی با رفتاری کاملاً متفاوت را داریم. همچنین در تمایز کاملاً آشکار با مورد دوترازی ذکر شده در آغاز مقاله، فاز تداخل Φ_1 و در نتیجه تشدیدها، به طور اندکی به دامنه A و نامیزانی ϵ حساس است؛ یعنی اگر ϵ مرتبه‌ای از دامنه باشد آنگاه فاز Φ_1 به صورتی محسوس تغییر می‌کند و برعکس.

۳.۲. رژیم وافازی قوی و محاسبه آهنگ‌های گذار

اینک تحلیل دقیقی با فرض غیر بی‌دررویی گذارهای LZSM که مبتنی بر رفتار اختلال آمیز بر حسب پارامترهای خیلی کوچک $\Delta_{1,2,3}^2/A\omega$ که مشخص کننده حد تحریک قوی است را آغاز می‌کنیم. برای آشکار کردن چنین اثری و رسیدن



شکل ۳. (رنگی در نسخه الکترونیکی) با فرض تحریک قوی، ترازهای انرژی به صورت تابعی از نامیزانی ϵ رسم شده‌اند (خطوط آبی). شکاف‌های کمینه بین ترازها با $2\Delta_1, 2\Delta_2, 2\Delta_3, 2\Delta_4, 2\Delta_5$ مشخص شده‌اند. تراز متناظر با $|5\rangle$ به صورت انفرادی با ترازهای $|1\rangle$ و $|5\rangle$ که شکافتگی انرژی ثابت E دارند، جفت شده است.

هرگاه $\epsilon = n\omega$ آنگاه تشدیدهای دوترازی بین $|5\rangle$ و $|3\rangle$ و به همین صورت اگر $\epsilon = E/4 \pm n\omega$ با انرژی n فوتون برابر باشد، تشدیدهای دوترازی بین $|5\rangle$ و $|2\rangle$ یا $|4\rangle$ می‌توانند رخ دهند. این تشدیدهای دوترازی، فیزیک و ساختار جدیدی را نشان نمی‌دهند. پس وجود تشدیدهایی همراه با شکافتگی‌های ثابت انرژی $E/4$ بین ترازها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، این تشدیدها باید از طریق تراز شاتل $|5\rangle$ رخ دهند تا به واسطه آن یک پدیده چند ترازی واقعی تشکیل شود.

۳.۱. مسیرهای تداخلی

ابتدا چگونگی رخداد این تشدیدهای تداخل چند ترازی را بررسی می‌کنیم. دو مسیر تداخلی معین که سیستم را از $|1\rangle$ به $|5\rangle$ می‌برند، با خطوط یک پارچه و خط چین ضخیم قهوه‌ای رنگ در شکل ۴ مشخص شده‌اند. برای دامنه تحریک بزرگ $A \ll E, \epsilon$ ، فاز تداخل کل از مساحت جاروب شده بین دو تراز $|1\rangle$ و $|5\rangle$ که به وسیله تراز شاتل، حاصل شده است با $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = E(t_4 - t_1) = 3E(T/2) = 3\Phi_1$ تعیین می‌شود. حائز اهمیت است که این فاز، فقط با شکاف انرژی ثابت E بین ترازهای $|1\rangle$ و $|5\rangle$ و نیم دوره تحریک $T/2 = \pi/\omega$ کنترل می‌شود و از شکل موج یا دامنه میدان مستقل است. مسیرهای بسیاری مانند دو مسیر بالا وجود دارند

$$\begin{aligned} \tilde{H}_\varphi(t) = & \Delta_1 e^{i\varphi_{S_1}(t)} |S\rangle\langle 1| + \Delta_2 e^{i\varphi_{S_2}(t)} |S\rangle\langle 2| + \Delta_3 e^{i\varphi_{S_3}(t)} |S\rangle\langle 3| + \Delta_4 e^{i\varphi_{S_4}(t)} |S\rangle\langle 4| + \Delta_5 e^{i\varphi_{S_5}(t)} |S\rangle\langle 5| + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (5)$$

نوشت به طوری که $\varphi_{\alpha\beta}(t) \equiv \varphi_\alpha(t) - \varphi_\beta(t)$ است. آهنگ گذار بین دو حالت دلخواه $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ ، به صورت مشتق زمانی احتمال گذار محاسبه می‌شود

$$W_{\alpha \rightarrow \beta} = \frac{d}{dt} |\langle \beta | U(t) | \alpha \rangle|^2, \quad (6)$$

چون عملگر $\tilde{H}_\varphi(t)$ وابسته به زمان بوده و در زمان‌های مختلف جابه‌جا پذیر نیست یعنی $[\tilde{H}_\varphi(t_1), \tilde{H}_\varphi(t_2)] \neq 0$ ، پس می‌توان در تصویر برهم‌کنش تغییر یافته، عملگر تحول زمانی $U(t)$ که سیستم را بین زمان‌های صفر و t متحول می‌کند، بر حسب توان‌های $\Delta_{1,2,3,4,5}$ به صورت سری دایسون بسط داد که به روش تکرار به دست می‌آید، یعنی

$$U^m(t) = (-i)^m \int_0^t dt_1 \dots \int_0^{t_{m-1}} dt_m \tilde{H}_\varphi(t_1) \dots \tilde{H}_\varphi(t_m).$$

۳.۳. آهنگ‌های گذار مرتبه دوم

ابتدا آهنگ گذار سیستم برای گذار از حالت $|1\rangle$ به حالت $|S\rangle$ را برای پایین‌ترین مرتبه (مرتبه دوم) محاسبه می‌کنیم. با بسط عملگر تحول زمانی تا مرتبه اول یعنی $U^{(1)}(t)$ و با توجه به هرمیتی بودن $\tilde{H}_\varphi(t)$ ، این آهنگ گذار را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} W_{1 \rightarrow S}^{(2)} = & \frac{d}{dt} \{ |\langle S | U^{(1)}(t) | 1 \rangle|^2 \} \\ = & \Delta_1^2 \frac{d}{dt} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 e^{i[\varphi_{S_1}(t_1) - \varphi_{S_1}(t_2)]}, \end{aligned} \quad (7)$$

میانگین نوبه سفید گوسی $\xi_\alpha(t)$ بر روی تراز دلخواه $|\alpha\rangle$ ، همواره صفر است یعنی $\langle \xi_\alpha(t) \rangle = 0$. اتحاد $e^{i \int d\tau \xi(\tau)} = e^{-(\gamma\tau) \int d\tau \int d\tau' \xi(\tau)\xi(\tau')}$ استفاده می‌کنیم [۳۵]. برای نوبه سفید، همین‌طور نوبه گوسی با سایر چگالی‌های طیفی، تابع همبستگی در نما با $\delta(\tau - \tau')$ متناسب است. با استفاده از روابط بین توابع مثلثاتی در نمای (۷)، همچنین در نظر

به نتایج تحلیلی، رژیم وافازی قوی را معرفی کرده که همدوسی‌های بین $|S\rangle$ و $|1\rangle$ ، همچنین بین $|S\rangle$ و $|5\rangle$ در بازه زمانی کوتاه‌تر از دوره T و سریع از بین می‌روند. در مقابل اجازه می‌دهیم که همدوسی‌های بین $|1\rangle$ ، $|2\rangle$ ، $|3\rangle$ و $|4\rangle$ ، $|4\rangle$ و $|5\rangle$ در این بازه زمانی طولانی مدت باشد. وافازی، با نوسانات نوبه سفید گوسی بر روی هر کدام از ترازهای انرژی غیرمختل، از طریق رابطه

$$\delta H_\varphi(t) = \sum_\alpha \xi_\alpha(t) |\alpha\rangle\langle \alpha|, \quad \alpha \in \{1, 2, 3, 4, 5, S\}, \quad (3)$$

با $\xi_\alpha(t)\xi_\beta(t') = \Gamma_\alpha \delta(t-t')\delta_{\alpha\beta}$ مدل‌سازی می‌شود [۳۵]. $\xi_\alpha(t)$ و Γ_α به ترتیب نوبه سفید گوسی و آهنگ وافازی حالت $|\alpha\rangle$ ، همچنین خط بالایی میانگین‌گیری بر روی نوبه را نشان می‌دهد. معادله شرودینگر در رژیم وافازی قوی به شکل زیر است:

$$(H_\varphi + \delta H_\varphi) |\psi(t)\rangle = i(d/dt) |\psi(t)\rangle. \quad (4)$$

رژیم وافازی قوی به صورت خاصی با آزمایش‌های [۲۷ و ۲۵] مرتبط است که به علت جفت شدن تراز شاتل با منبعی نزدیک (میدان محرک قوی)، طول عمر دیگر ترازها بسیار زیاد می‌شود. تشدیدهای تداخل چندترازی، در این رژیم ماندگار بوده اما تشدیدهای شبه دوترازی در $\varepsilon_\pm = n\omega$ ، $\varepsilon_\pm \pm E/2 = n\omega$ و $\varepsilon_\pm \pm E/4 = n\omega$ کاملاً از بین می‌روند.

در اولین مرحله تحلیلی، چارچوب را با تبدیل به تصویر برهم‌کنش تغییر یافته از طریق معادله

$$R(t) = \sum_\alpha \varphi_\alpha(t) |\alpha\rangle\langle \alpha| \quad \text{با} \quad |\psi_R(t)\rangle = e^{iR(t)} |\psi(t)\rangle$$

به چارچوب دورانی تغییر می‌دهیم [۳۵]. فازهای ϕ_α با

$$\varphi_\alpha(t) = - \int_0^t d\tau \tilde{\varepsilon}_\alpha(\tau)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{\varphi,4}(\tau) = \mp E/4 + \xi_{\varphi,4}(\tau), \quad \tilde{\varepsilon}_{1,5}(\tau) = \mp E/2 + \xi_{1,5}(\tau)$$

$$\tilde{\varepsilon}_3(\tau) = \xi_3(\tau) \quad \text{و} \quad \tilde{\varepsilon}_S(\tau) = \varepsilon(\tau) + \xi_S(\tau).$$

حالت‌ها با معادله شرودینگر $i(d/dt) |\psi_R\rangle = \tilde{H}_\varphi(t) |\psi_R\rangle$ متحول می‌شوند. هامیلتونی برهم‌کنش هرمیتی $\tilde{H}_\varphi(t)$ با رابطه

$$\tilde{H}_\varphi(t) = -\dot{R} + e^{iR(t)} (H_\varphi + \delta H_\varphi) e^{-iR(t)}$$

که می‌توان آن را به شکل

۴.۳. آهنگ‌های گذار مرتبه چهارم

با بسط $U(t)$ تا مرتبه سوم در جفت‌شدگی‌های $\Delta_{1,2,3,4,5}$ ، نشان می‌دهیم که با تداخل‌های چندترازی LZ بین فرایندهای مرتبه اول و مرتبه سوم، تشدیدهای تداخل چند تراز برای اولین بار در مرتبه چهارم جفت‌شدگی ترازها به وجود می‌آیند

$$W_{1 \rightarrow S}^{(4)} = \frac{d}{dt} \left\{ \text{Re} \left\langle \left| U^{(4)}(t) \right| S \right\rangle \left\langle S \left| U^{(1)}(t) \right| 1 \right\rangle + \left| \left\langle S \left| U^{(2)}(t) \right| 1 \right\rangle \right|^2 \right\}. \quad (14)$$

به‌خاطر شکل $\tilde{H}_e(t)$ ، آهنگ $W_{1 \rightarrow S}^{(4)}$ فقط شامل جمله اول داخل آکولاد است زیرا جمله دوم، تداخل بین فرایندهای مرتبه دوم است که تداخلی ویرانگر بوده و حاصل آن صفر خواهد شد، در حالی که آهنگ‌های $W_{1 \leftrightarrow 2}^{(4)}$ ، $W_{2 \leftrightarrow 3}^{(4)}$ ، $W_{3 \leftrightarrow 4}^{(4)}$ ، $W_{4 \leftrightarrow 5}^{(4)}$ فقط شامل جمله دوم هستند. با انجام کارهایی مشابه آنچه برای آهنگ‌های مرتبه دوم صورت گرفت یعنی در نظر گرفتن شروط $\Gamma_S \gg \omega$ ، $\Gamma_{1,2,3,4,5}$ و با فرض رژیوم چندفوتونی $n \gtrsim 1$ که $A\omega/E \gg \Gamma_S$ را نتیجه می‌دهد، می‌توان انتگرال‌های زمانی در آهنگ‌ها را انجام داد که حاصل بدین صورت است:

$$W_{1,5 \leftrightarrow S}^{(4)} = \int_0^t d\tau \frac{\Delta_1^2 \Delta_5^2 \Gamma_S e^{-(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{\left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega t\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_S^2} \times \text{Im} \left\{ \frac{e^{-iE(t-\tau)/\hbar}}{\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega \tau + \frac{i}{4}\Gamma_S} \right\},$$

$$W_{1,5 \leftrightarrow S}^{(4)} = \int_0^t d\tau \frac{\Delta_1^2 \Delta_5^2 \Gamma_S e^{-(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{\left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega t\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_S^2} \times \text{Im} \left\{ \frac{e^{-iE(t-\tau)/\hbar}}{\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega \tau + \frac{i}{4}\Gamma_S} \right\} + \int_0^t d\tau \frac{\Delta_1^2 \Delta_3^2 \Gamma_S e^{-(\Gamma\omega/\pi)(t-\tau)}}{\left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega t\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_S^2} \times \text{Im} \left\{ \frac{e^{-iE(t-\tau)/\hbar}}{\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega \tau - \frac{i}{4}\Gamma_S} \right\}$$

گرفتن شروط $\Gamma_S \gg \omega$ ، $\Gamma_{1,2,3,4,5}$ که نامساوی $\omega |t_1 - t_2| \ll 1$ را موجب می‌گردند این نامساوی جدید اجازه می‌دهد تابع مثلثاتی در نما، به دلیل کوچک بودن آرگومان‌ش، به مرتبه خطی خود حول نقطه ثابت $(t_1 + t_2)/2$ بسط تیلور بیابد، با استفاده از تقریب غیر بی‌دررو (ناگهانی) برای گذارهای LZSM و کمک از برخی ساده‌سازی‌ها، انتگرال دوگانه حاصل را برحسب مختصات مجموع و تفاضل زمان‌ها حل کرده و با مشتق‌گیری از این احتمال گذار، معادله زیر به دست می‌آید

$$W_{1 \rightarrow S}^{(2)} = \frac{\Delta_1^2 \Gamma_S}{\left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0 + A \cos \omega t\right)^2 + \frac{1}{4}\Gamma_S^2}. \quad (8)$$

با حرکت به سمت حد تحریک قوی $\Gamma_S \gg A$ و با فرض $| \varepsilon_0 - \frac{1}{4}E | < A$ ، آهنگ گذار انفجارهای دقیقی که در زمان به خوبی از هم متمایزند را نمایش می‌دهد، هرگاه ترازهای انرژی یکدیگر را قطع کنند، به عبارتی انرژی دو تراز در آن لحظه‌ی خاص برابر شده، یعنی دو تراز تقریباً ته‌گن می‌شوند. این انفجارها وقتی رخ می‌دهند که $\varepsilon_0 - \frac{1}{4}E \approx A \cos \omega t$. با میانگین‌گیری گوسی از این انفجارها در یک دوره خواهیم داشت

$$W_{1 \rightarrow S}^{(2)} \approx \frac{2\Delta_1^2}{\sqrt{A^2 - \left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0\right)^2}}. \quad (9)$$

سایر آهنگ‌های گذار به همین نحو، به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$W_{2 \rightarrow S}^{(2)} \approx \frac{2\Delta_2^2}{\sqrt{A^2 - \left(\frac{1}{4}E - \varepsilon_0\right)^2}}, \quad (10)$$

$$W_{3 \rightarrow S}^{(2)} \approx \frac{2\Delta_3^2}{\sqrt{A^2 - \varepsilon_0^2}}, \quad (11)$$

$$W_{4 \rightarrow S}^{(2)} \approx \frac{2\Delta_4^2}{\sqrt{A^2 - \left(\frac{1}{4}E + \varepsilon_0\right)^2}}, \quad (12)$$

$$W_{5 \rightarrow S}^{(2)} \approx \frac{2\Delta_5^2}{\sqrt{A^2 - \left(\frac{1}{4}E + \varepsilon_0\right)^2}}. \quad (13)$$

با ارزیابی فرایندهای معکوس $W_{S \rightarrow 1}^{(2)}$ ، $W_{S \rightarrow 2}^{(2)}$ ، $W_{S \rightarrow 3}^{(2)}$ ، $W_{S \rightarrow 4}^{(2)}$ و $W_{S \rightarrow 5}^{(2)}$ به ترتیب آهنگ‌های یکسانی با روابط بالا حاصل خواهد شد.

$$g'_i = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd'_-)[\sinh(\frac{\Gamma d'_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d'_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g'_j = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd'_-)[\sinh(\frac{\Gamma d'_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d'_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g'_k = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd'_-)[\sinh(\frac{\Gamma d'_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d'_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g'_l = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\cos(nd''_-)[\sinh(\frac{\Gamma'' d''_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma'' d''_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma''/\epsilon} - 1}{\epsilon A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma'') - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g''_i = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd''_-)[\sinh(\frac{\Gamma'' d''_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma'' d''_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma''/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma'') - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g''_j = \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd''_-)[\sinh(\frac{\Gamma'' d''_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma'' d''_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma''/\epsilon} - 1}{\epsilon A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma'') - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g''_k = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd''_-)[\sinh(\frac{\Gamma'' d''_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma'' d''_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma''/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma'') - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g''_l = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\cos(nd''_-)[\sinh(\frac{\Gamma'' d''_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma'' d''_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma''/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma'') - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$h_i = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} nd_+) \coth(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$h'_j = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} nd'_+) \coth(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$h''_k = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} nd''_+) \coth(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$h''_l = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} nd''_+) \coth(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$h''_l = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} nd''_+) \coth(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(1 - \delta^{\gamma})}$$

در روابط بالا $d'_{\pm} = \pi \pm \frac{\delta}{\epsilon} \sin^{-1} \delta$ ، $d''_{\pm} = \pi \pm \frac{\delta}{\epsilon} \sin^{-1} \delta$ و $d_{\pm} = \pi \pm \frac{\delta}{\epsilon} \sin^{-1} \delta$ است.

$d_{\pm} = \pi \pm \frac{\delta}{\epsilon} \sin^{-1} \delta$ و $d''_{\pm} = \pi \pm \frac{\delta}{\epsilon} \sin^{-1} \delta$ است.

۴. نتایج و بحث

در شکل ۵ به ترتیب در (الف)، (ب)، (ج)، (د)، (ه)، (و) و (ز)

آهنگ‌های گذار $W_{1 \rightarrow 2}^{(2)}$ ، $W_{3 \rightarrow 5}^{(2)}$ ، $W_{2,4 \rightarrow 5}^{(4)}$ ، $W_{1,5 \rightarrow 5}^{(2)}$

و $W_{2 \rightarrow 3}^{(2)}$ و $W_{3 \rightarrow 4}^{(2)}$ و $W_{4 \rightarrow 5}^{(2)}$ به صورت تابعی از n برای

$$g''_{\gamma} = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\epsilon \cos(n\pi) \sinh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma') + e^{\Gamma'/\epsilon} - \cos 2n\pi}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma') - \cos 2n\pi)}$$

$$h_{\gamma} = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} n\pi) \sinh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - \cos 2n\pi)}$$

$$h'_{\gamma} = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} n\pi) \sinh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - \cos 2n\pi)}$$

$$h''_{\gamma} = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} n\pi) \sinh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - \cos 2n\pi)}$$

$$h''_{\gamma} = \epsilon \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\sin^{\gamma}(\frac{1}{\epsilon} n\pi) \sinh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma)}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - \cos 2n\pi)}$$

در روابط بالا، $n = E/\omega$ تعداد فوتون‌هاست.

ب: برای نامیزانی دلخواه غیر صفر اما n های صحیح، آهنگ‌های

گذار را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$W_{1,5 \leftrightarrow 5}^{(2)} \approx -\frac{1}{\epsilon} (g_i + g_j + g_k + g_l) C_{\gamma}, \quad (23)$$

$$W_{\gamma, \gamma \leftrightarrow \gamma}^{(2)} \approx -\frac{1}{\epsilon} (g'_i + g'_j + g'_k + g'_l) C_{\gamma}, \quad (24)$$

$$W_{\gamma \leftrightarrow \gamma}^{(2)} \approx -\frac{1}{\lambda} (g''_i + g''_j + g''_k + g''_l) C_{\gamma}, \quad (25)$$

$$W_{1 \leftrightarrow \gamma}^{(2)} \approx \left(\frac{1}{\epsilon} g_i + \frac{1}{\epsilon} h_i \right) C_{\gamma}, \quad (26)$$

$$W_{\gamma \leftrightarrow \gamma}^{(2)} \approx \left(\frac{1}{\epsilon} g'_j + \frac{1}{\epsilon} h'_j \right) C_{\gamma}, \quad (27)$$

$$W_{\gamma \leftrightarrow \gamma}^{(2)} \approx \left(\frac{1}{\epsilon} g''_k + \frac{1}{\epsilon} h''_k \right) C_{\gamma}, \quad (28)$$

$$W_{\gamma \leftrightarrow \delta}^{(2)} \approx \left(\frac{1}{\epsilon} g''_l + \frac{1}{\epsilon} h''_l \right) C_{\gamma}, \quad (29)$$

که $h''_{k,l}$ و h'_j ، h_i ، $g''_{i,j,k,l}$ ، $g'_{i,j,k,l}$ ، $g_{i,j,k,l}$ به صورت

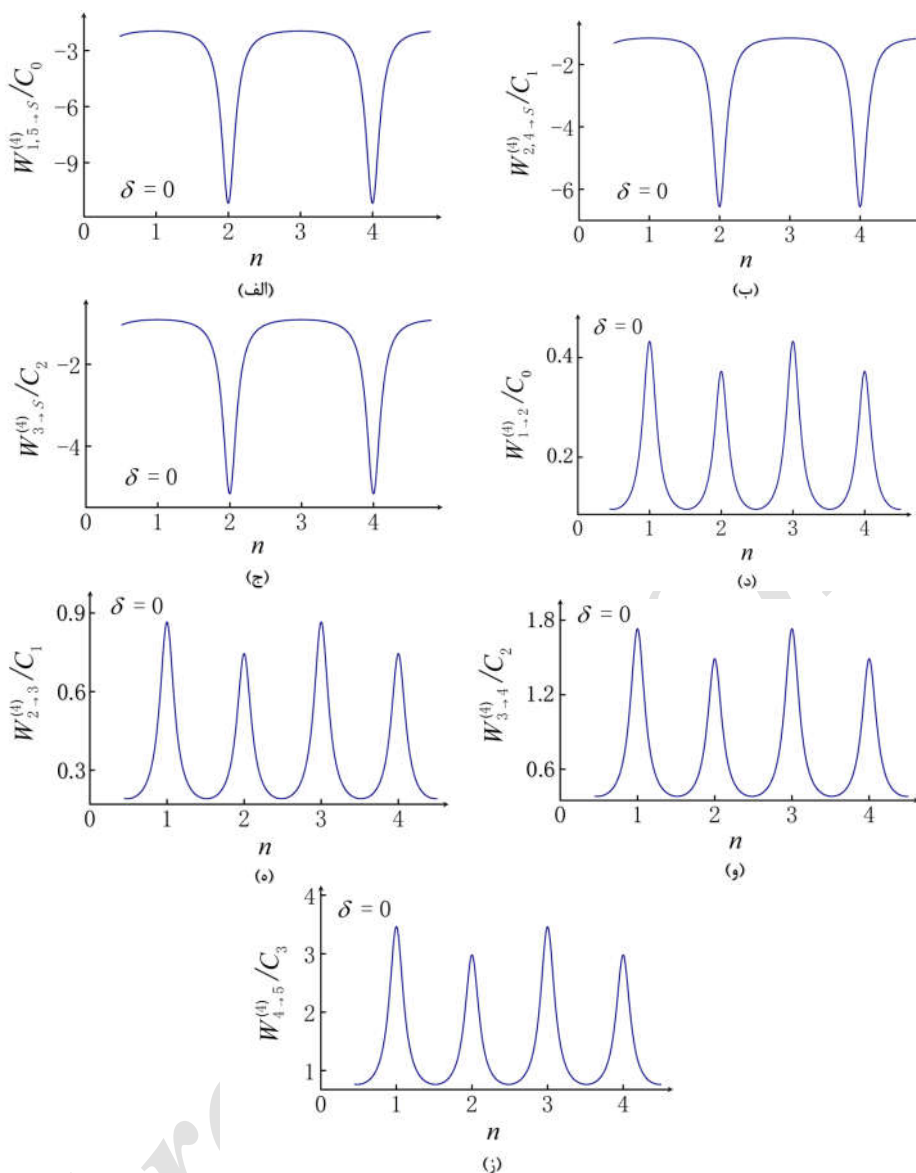
زیرند:

$$g_i = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd_-)[\sinh(\frac{\Gamma d_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g_j = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd_-)[\sinh(\frac{\Gamma d_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

$$g_k = \epsilon \Delta_{\gamma}^{\gamma} \frac{\cos(nd_-)[\sinh(\frac{\Gamma d_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$

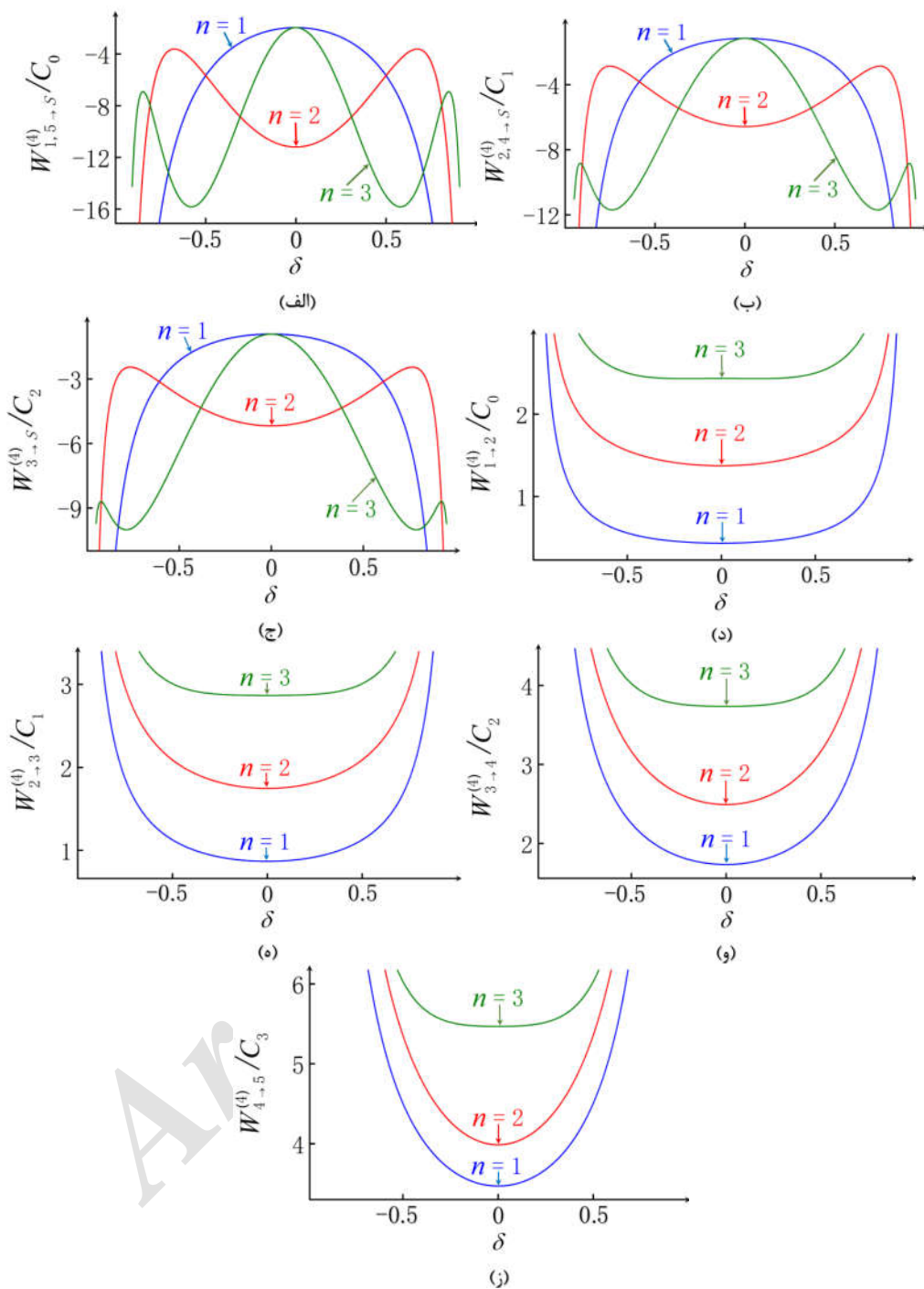
$$g_l = \Delta_{\delta}^{\delta} \frac{\cos(nd_-)[\sinh(\frac{\Gamma d_-}{\epsilon \pi}) + \sinh(\frac{\Gamma d_+}{\epsilon \pi})] + e^{\Gamma/\epsilon} - 1}{\epsilon A(\cosh(\frac{1}{\epsilon} \Gamma) - 1)(1 - \delta^{\gamma})}$$



شکل ۵. به ترتیب در (الف)، (ب)، (ج)، (د)، (ه)، (و) و (ز) آهنگ‌های گذار $W_{1,5 \rightarrow S}^{(4)}$ ، $W_{2,4 \rightarrow S}^{(4)}$ ، $W_{2 \rightarrow 3}^{(4)}$ ، $W_{1 \rightarrow 2}^{(4)}$ ، $W_{2 \rightarrow S}^{(4)}$ ، $W_{3 \rightarrow 4}^{(4)}$ ، $W_{3 \rightarrow S}^{(4)}$ و $W_{4 \rightarrow 5}^{(4)}$ به صورت تابعی از n برای نامیزانی صفر رسم شده‌اند. این آهنگ‌های گذار تشدیدهای تداخل چند تراز (قله‌های تیز) را در n های زوج و فرد نشان می‌دهند.

میرفت. منفی بودن $W_{1 \rightarrow S}^{(4)}$ ، نشان دهنده این است که چنین سهمی از مرتبه چهارم، باعث متوقف شدن آهنگ گذار زمینه بزرگ $W_{1 \rightarrow S}^{(4)}$ می‌شود. مادامی که $W_{1 \rightarrow S}^{(4)} > \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5$ ، آهنگ کل یعنی $W_{1 \rightarrow S}^{(4)} + W_{1 \rightarrow S}^{(4)}$ مثبت خواهد بود. برای

نامیزانی صفر، سپس آنها را در شکل ۶ به صورت تابعی از نامیزانی دلخواه δ ، به ازای $n=1,2,3$ رسم کرده‌ایم. برای تمامی شکل‌ها، $\Gamma/\pi = \Gamma'/\pi = \Gamma''/\pi = \Gamma'''/\pi = 0.45$ در نظر گرفته شده است. آهنگ‌ها ویژگی‌های تشدیداری را در n های صحیح نشان می‌دهند، به علاوه تشدیدها برای n های زوج و فرد از نظر کیفی متفاوتند؛ همان گونه که در بالا انتظار



شکل ۶. رنگی در نسخه الکترونیکی) در (الف)، (ب)، (ج)، (د)، (ه)، (و) و (ز) به ترتیب آهنگ‌های گذار $W_{3 \to S}^{(4)}$ ، $W_{2,4 \to S}^{(4)}$ ، $W_{1,5 \to S}^{(4)}$ ، $W_{1 \to 2}^{(4)}$ ، $W_{2 \to 3}^{(4)}$ ، $W_{3 \to 4}^{(4)}$ و $W_{4 \to 5}^{(4)}$ به صورت تابعی از نامیزانی دلخواه و غیرصفر δ ، به ازای $n = 1, 2, 3$ رسم شده‌اند. منحنی‌ها در (د)، (و)، (ز)، برای $n = 2$ با افزودن عدد ۱ و برای $n = 3$ با افزودن عدد ۲ جبران شده‌اند.

حالت‌های $|1\rangle$ و $|2\rangle$ و $|3\rangle$ و $|4\rangle$ و $|5\rangle$ به علت گذارهای $W_{1 \to S}^{(2)} < \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5$ ، طول عمر

تحریکی - القایی، نسبت به حالت $|S\rangle$ زیادتر می شود. برای رسیدن به این اثر و نتایج باید جملات با مرتبه های بالاتر را در عبارت اختلال لحاظ کرد. سایر آهنگ های گذار نیز به همین نحو قابل بررسی هستند.

نتایجی که تاکنون برای سیستم های شش ترازوی قویاً تحریک شده به دست آوردیم کلی هستند. ویژگی اساسی تشدیدها در $E = n\omega$ ، با رفتار متفاوت آهنگ ها در n های زوج و فرد پیش بینی می شود. برای دستیابی به نتایج تحلیلی، ما فرض نوسانات شدید تراز قویاً تحریک شده را اضافه کردیم. اینک نتایج حاصل شده را به آزمایش ها [۲۵ و ۲۷] مرتبط می کنیم که در این مشاهدات تجربی، از طریق نقاط کوانتومی دوگانه اسپین سد شده (DQDs) و با حضور میدان محرک قوی ac ، جریان اندازه گیری می شود.

در رژیم دو الکترونی، زیرفضای الکترونی انرژی پایین نقطه کوانتومی دوگانه، با پنج حالت اندازه گیری می شود: یک $S(1,1)$ اسپین تک تایی و یک اسپین سه تایی با اشغال هر الکترون در یک نقطه کوانتومی، و یک $S(0,2)$ اسپین تک تایی با هر دو الکترون در نقطه راست (نقطه کوانتومی چپ خالی است). در اینجا اعداد ۰، ۱ و ۲ تعداد الکترون ها را در نقطه راست و یا چپ نشان می دهند. در اسپین سد شده، حالت تک تایی $S(0,2)$ موجب شارش جریان شده که تنها حالتی است که با میدان محرک دوره ای، جفت شدگی مستقیم دارد. جفت شدگی بین ترازهای تک تایی و اسپین سه تایی سد شده می تواند از طریق جفت شدگی فوق ریز، جفت شدگی بی هنجار زیمان و یا جفت شدگی اسپین - مدار به وجود آید. میدان محرک ac می تواند دور از نقاط تبهگنی ترازهای تک تایی - سه تایی، انرژی مورد نیاز برای تحریک کردن گذارهای سه تایی - تک تایی را ایجاد کند [۴۳، ۴۴]. هرگاه که بسامد تحریک و شکاف ترازها در تشدید هستند از چنین جفت شدگی هایی انتظار می رود که از سد شدن دست برداشته و باعث افزایش جریان شوند. پس تأثیر قابل توجه زوج یا فرد مشاهده شده در آزمایش ها [۲۵ و ۲۷]، شایسته این نگرش ساده نیست.

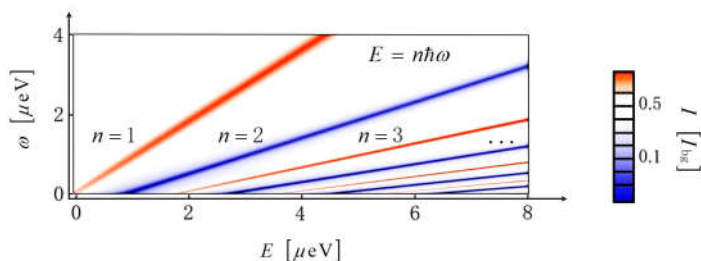
در ادامه نشان خواهیم داد که تشدیدهای چند فوتونی در

سیستم شش ترازوی، تمام خصوصیات اصلی مقادیر و داده های تجربی را حساب می کنند. برای مرتبط کردن آشکارتر، در مدل وافازی قوی، $|S\rangle$ حالت تک تایی $S(0,2)$ از DQD را نمایش داده در حالی که $|1\rangle$ نشان دهنده حالت سه تایی $T_+(1,1)$ با هر دو اسپین جهت بالای الکترون و $|2\rangle$ نیز یک بر هم نهی خاص از حالت های تک تایی $S(1,1)$ و $T_-(1,1)$ را نمایش می دهد که با انرژی بی هنجار زیمان در DQD تعیین می شود. در ضمن هر یک از حالت های $|3\rangle$ ، $|4\rangle$ و $|5\rangle$ که می توانند نشان دهنده تراز ناقطبیده $S(1,1)$ باشند، موجب اولین تقریب دیگری معادل با دنباله ای از تشدیدها در $E' = n\omega$ می شوند و معادله $E'/E = g_1/g_2$ با نسبت عامل های مؤثر g در دو نقطه کوانتومی مرتب می شود. افزودن تراز T_- ، تغییر چندانی در فیزیک مسئله ایجاد نمی کند. برای سایر حالت های $|2\rangle$ و $|3\rangle$ ، $|3\rangle$ و $|4\rangle$ ، $|4\rangle$ و $|5\rangle$ نیز به همین ترتیب می توان استدلالی مشابه کرد.

اکنون با استفاده از همه سهم های تا مرتبه چهارم آهنگ های گذار، برای احتمالات اشغال تراز وابسته به زمان $\{p_\alpha\}$ ، یک معادله اساسی به شکل زیر می سازیم:

$$\dot{p}_1 = p_5 \left(W_{5 \rightarrow 1} + W_{5 \rightarrow 2} + W_{5 \rightarrow 3} + W_{5 \rightarrow 4} - \frac{1}{5} W_{5 \rightarrow S} \right) + p_4 \left(W_{4 \rightarrow 1} + W_{4 \rightarrow 2} + W_{4 \rightarrow 3} + W_{4 \rightarrow 5} + \frac{1}{5} W_{4 \rightarrow S} \right) + p_3 \left(W_{3 \rightarrow 1} + W_{3 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{3 \rightarrow 5} + \frac{1}{5} W_{3 \rightarrow S} \right) + p_2 \left(W_{2 \rightarrow 1} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 4} + W_{2 \rightarrow 5} + \frac{1}{5} W_{2 \rightarrow S} \right) - p_1 \left(W_{1 \rightarrow 2} + W_{1 \rightarrow 3} + W_{1 \rightarrow 4} + W_{1 \rightarrow 5} + \frac{4}{5} W_{1 \rightarrow S} \right), \quad (30)$$

به طوری که $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$. در اینجا برای حذف p_S ، فرض می کنیم که فروافت (واپاشی) از $|S\rangle$ و بارگیری متوالی و مجدد از $|1\rangle$ یا $|2\rangle$ یا $|3\rangle$ یا $|4\rangle$ یا $|5\rangle$ با احتمالاتی برابر، به صورت فوری در مقیاس زمانی دینامیک $p_{1,2,3,4,5}$ اتفاق می افتد. با حل کردن معادله (۳۰) برای مقادیر حالت مانای $p_{1,2,3,4,5}^{(eq)}$ یعنی $dp_1^{(eq)}/dt = 0$ ، در نهایت جریان حالت مانا را به صورت زیر می نویسیم:



شکل ۷. (رنگی در نسخه الکترونیکی) جریان محاسبه شده از طریق یک نقطه کوانتومی دوگانه تحریک شده در اسپین سد شده که با جریان زمینه I_{bg} بهنجار شده است و برای نامیزانی صفر به صورت تابعی از E و ω رسم شده است.

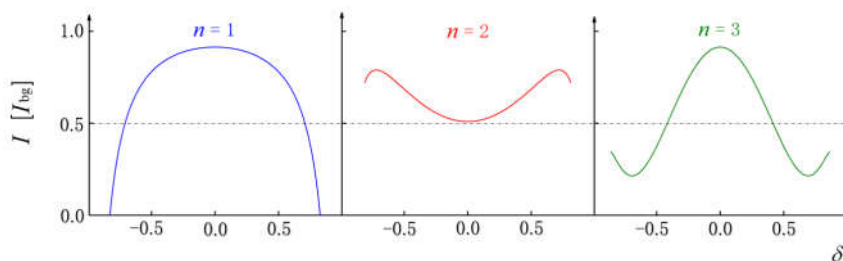
دچار دگرگونی نمی‌شود. در n های زوج، سهم‌های $W_{1,2,3,4,5 \rightarrow S}^{(4)}$ که دارای علامت منفی‌اند خروج از حالت‌های $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ و $|5\rangle$ به حالت $|S\rangle$ را متوقف کرده که منجر به کاهش جریان نسبت به جریان زمینه می‌شود. آهنگ‌های گذار $W_{1 \rightarrow 2}^{(4)}, W_{2 \rightarrow 3}^{(4)}, W_{3 \rightarrow 4}^{(4)}, W_{4 \rightarrow 5}^{(4)}$ در n های فرد حداکثر مقدار را داشته که در این آهنگ‌ها، به طور مؤثری هر کدام از جفت حالت‌های $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ و $|4\rangle, |5\rangle$ با یکدیگر ترکیب می‌شوند، پس آهنگ خروج از قوی‌ترین حالت سد شده یعنی $|1\rangle$ افزایش یافته که این نیز باعث تقویت و افزایش جریان کل می‌شود. هر یک از حالت‌های $|3\rangle, |4\rangle$ و $|5\rangle$ که می‌توانند نشان دهنده تراز ناقطبیده $S(1,1)$ باشند، موجب اولین تقریب دیگری معادل با دنباله‌ای از تشدیدها در $E' = n\omega$ می‌شوند و معادله $E'/E = g_1/g_2$ با نسبت عامل‌های مؤثر g در دو نقطه مرتب می‌شود. تراز ناقطبیده $S(1,1)$ به وسیله E' از $|1\rangle$ شکافته می‌شود که حاصل آن باد بزن دیگری از فرورفتگی‌ها و قله‌های جریان در $E' = n\omega$ است و مجدداً باد بزن دولا شده شکل d از مرجع [۲۷] را به وجود می‌آورد.

در پایان، وابستگی نامیزانی جریان را در آزمایش‌هایی انجام گرفته بررسی می‌کنیم که مدولاسیونی آهسته (در مقیاس $A \sim \epsilon$)، با شکل‌هایی که از نظر کیفی با هم فرق دارند برای هر کدام از تشدیدها در شکل (b) ۳ از مرجع [۲۷] نمایش داده شده است.

در شکل ۸ جریان را به صورت تابعی از δ ، به ازای $n=1,2,3$ مانند شکل ۷ با استفاده از پارامترهای یکسانی و

$$I/e = p_1^{(eq)} \left(W_{1 \rightarrow S}^{(2)} + W_{1 \rightarrow S}^{(4)} \right) + p_2^{(eq)} \left(W_{2 \rightarrow S}^{(2)} + W_{2 \rightarrow S}^{(4)} \right) + p_3^{(eq)} \left(W_{3 \rightarrow S}^{(2)} + W_{3 \rightarrow S}^{(4)} \right) + p_4^{(eq)} \left(W_{4 \rightarrow S}^{(2)} + W_{4 \rightarrow S}^{(4)} \right) + p_5^{(eq)} \left(W_{5 \rightarrow S}^{(2)} + W_{5 \rightarrow S}^{(4)} \right). \quad (31)$$

اینک برای مقایسه کردن با داده‌های در شکل (d) ۲ از مرجع [۲۷] فرض می‌کنیم که $\delta = 0$ ، $\omega, E \sim 1-20 \mu eV$ ، $\Delta_1^2/A = 0.0625 \mu eV$ ، $\Delta_2^2/A = 0.125 \mu eV$ ، $\Delta_3^2/A = 0.25 \mu eV$ ، $\Delta_4^2/A = 1 \mu eV$ و $\Delta_5^2/A = 0.50 \mu eV$ یعنی $\Gamma_{1,2,3,4,5} = 1 \mu eV$ و $[\Delta_5^2/\Delta_1^2 = \Delta_4^2/\Delta_2^2 = \Delta_3^2/\Delta_2^2 = \Delta_2^2/\Delta_1^2 = \Delta_1^2/\Delta_1^2 = 2]$ را در نظر می‌گیریم. در شکل ۷ جریان حالت مانای به دست آمده که با I_{bg} بهنجار شده، را رسم می‌کنیم. I_{bg} جریان زمینه غیرتشدید می‌شود یعنی جریان به دلیل گذارهای مستقیم مرتبه دوم $W_{1,2,3,4,5 \rightarrow S}^{(2)}$ همراه با جاروب کردن‌های مکرر از طریق تقاطع تراز $S-T_+$ تولید شده است که ما در این آزمایش $I_{bg} \sim 2 pA$ را در نظر گرفته‌ایم. چنین مدلی تمام ویژگی‌های مهم داده‌های تجربی را که در ادامه بیان می‌شوند مجدداً تولید می‌کند. یک پاسخ تشدیددار جریان در طول تمام خطوط n فوتون، تناوبی بین تقویت برای n های فرد و توقف برای n های زوج ایجاد می‌شود، یعنی برای اکثر نقطه‌های کوانتومی دوگانه واقعی، نوبه بر روی حالت‌های $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ و $|4\rangle, |5\rangle$ و $|5\rangle$ به وسیله مؤلفه‌های کم بسامد غالب می‌شود. با در نظر داشتن این مطلب در مدلمان جزئیات کمی شکل‌های خط تشدید تغییر کرده ولی موقعیت یا وابستگی نامیزانی شدت آنها



شکل ۸. (رنگی در نسخه الکترونیکی) جریان محاسبه شده از طریق یک نقطه کوانتومی دوگانه تحریک شده در اسپین سد شده که با جریان زمینه I_{bg} بهنجار شده است. شکل فوق نمایش مدولاسیون آهسته تشدیدها است که جریان به صورت تابعی از δ به ازای $n=1, 2, 3$ رسم شده است.

تشدید $E=n\omega$ جایی که گذارها رخ می‌دهند، با رسم شکل آهنگ‌های گذار ابتدا به صورت تابعی از n در نامیزانی صفر، سپس به صورت تابعی از نامیزانی دلخواه غیرصفر، رفتار متفاوتی به ازای n ‌های زوج یا فرد پیدا کرده که با مشاهدات تجربی سازگاری کامل دارند. این تفاوت رفتاری، نسبت به نوسانات انرژی تراز شاتل بی تفاوت بوده و به طور عمیق در رژیم وافازی قوی باقی می‌ماند. پاسخ‌های تشدید جدیدی که قاطعانه به ساختار چند تراز سیستم بستگی دارند را شناسایی کرده و برای دستیابی به نتایج تحلیلی فرض نوسانات قوی تراز شاتل را در نظر گرفتیم. مشخص شد که چگونه این تشدیدها راهکاری مؤثر برای توضیح مشاهدات تجربی مبهم در نقاط کوانتومی دوگانه قویاً تحریک شده را فراهم می‌کنند. اکتشافات دقیق رژیم کاملاً همدوس، نقش ناهمدوسی و ارتباط با دیگر سیستم‌های فیزیکی، مسیریابی برای مطالعات بیشتر هستند.

$I_{bg} = eW_{1,2,3,4,5 \rightarrow S}^{(\uparrow)} / eW_{1,2,3,4,5 \rightarrow S}^{(\downarrow)} \sim \mu\text{pA}$ و $p_{1,2,3,4,5}^{(eq)} = \frac{1}{5}$ رسم می‌کنیم. وابستگی نامیزانی جریان، به خوبی با آزمایش‌ها سازگار است که ناشی از وابستگی ضعیف فازهای تداخلی Φ_n در ϵ است؛ همان گونه که قبلاً توضیح داده شد.

۵. نتیجه گیری

تشدیدهای تداخل چندترازی در یک سیستم کوانتومی شش تراز که میدان محرک با یکی از ترازهایش قویاً جفت شده را از طریق ارزیابی آهنگ‌های گذار بین تراز که دارای ویژگی‌های تشدید در n ‌های صحیح هستند مورد مطالعه قرار دادیم. با محاسبه آهنگ‌های گذار مشخص شد که چنین تشدیدهایی در رژیم وافازی قوی ماندگار بوده اما تشدیدهای شبه دوترازی کاملاً از بین می‌روند. این پدیده برای اولین بار در مرتبه چهارم جفت‌شدگی‌ها به وجود می‌آید. در نزدیکی شرط

مراجع

- J M Martinis, S Nam, J Aumentado, and C Urbina, *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 117901.
- I Chiorescu, Y Nakamura, C J P M Harmans, and J E Mooij, *Science* **299** (2003) 1869.
- S Ashhab, J R Johansson, A M Zagoskin, and F Nori, *Phys. Rev. A* **75** (2007) 063414.
- S N Shevchenko, S Ashhab, and F Nori, *Phys. Rep.* **492** (2010) 1.
- H Ribeiro, J R Petta, and G Burkard, *Phys. Rev. B* **87** (2013) 235318.
- J Stehlik, Y Dovzhenko, J R Petta, J R Johansson, F Nori, H Lu, and A C Gossard, *Phys. Rev. B* **86** (2012) 121303.
- M O Scully and M S Zubairy, "Quantum Optics",
- F Lang, P V D Straten, B Brandsttter, G Thalhammer, K Winkler, P S Julienne, R Grimm, and J Hecker, *Denschlag, Nat. Phys.* **4** (2008) 223.
- W D Oliver, Y Yu, J C Lee, K K Berggren, L S Levitov, and T P Orlando, *Science* **310** (2005) 1653.
- J E Mooij, *Science* **307** (2005) 1210.
- Y Makhlin, G Scho'n, and A Shnirman, *Rev. Mod. Phys.* **73** (2001) 357.
- J R Friedman, V Patel, W Chen, S K Tolpygo, and J E Lukens, *Nature* **406** (2000) 43.
- Y Nakamura, Y A Pashkin, and J S Tsai, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 246601.
- Y Yu, S Han, X Chu, S I Chu, and Z Wang, *Science* **296** (2002) 889.

- P Kouwenhoven, *Nature (London)* **468** (2010) 1084.
29. V N Golovach, M Borhani, and D Loss, *Phys. Rev. B* **74** (2006) 165319.
30. C Flindt, A S Sørensen, and K Flensberg, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006) 240501.
31. A V Shytov, D A Ivanov, and M V Feigel'man, *Eur. Phys. J. B* **36** (2003) 263.
32. E I Rashba, *Phys. Rev. B* **84** (2011) 241305.
33. G Széchenyi and A Pályi, *Phys. Rev. B* **89** (2014) 115409.
34. M P Nowak, B Szafran, and F M Peeters, *Phys. Rev. B* **86** (2012) 125428.
35. J Danon and M S Rudner, *Phys. Rev. Lett.* **113** (2014) 247002.
36. H Sambe, *Phys. Rev. A* **7** (1973) 2203.
37. S Kohler, J Lehmann, and P Hänggi, *Phys. Rep.* **406** (2005) 379.
38. X Wen and Y Yu, *Phys. Rev. B* **79** (2009) 094529; L Du and Y Yu, *Phys. Rev. B* **82** (2010) 144524.
39. L D Landau, *Zur theorie der energieübertragung. II*, *Phys. Z. Sowjetunion* **2** (1932) 46.
40. C Zener, *Non-adiabatic crossing of energy levels*, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **137** (1932) 696.
41. E C G Stückelberg, *Theorie der unelastischen Stöße zwischen Atomen*, *Helv. Phys. Acta* **5** (1932) 369.
42. E Majorana, *Atomi orientati in campo magnetico variabile*, *Nuovo Cimento* **9** (1932) 43.
43. K C Nowack, F H L Koppens, Y V Nazarov, and L M K Vandersypen, *Science* **318** (2007) 1430.
44. E A Laird, C Barthel, E I Rashba, C M Marcus, M P Hanson, and A C Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 246601.
45. S Nadj-Perge, S M Frolov, J W W van Tilburg, J Danon, Y V Nazarov, R Algra, E P A M Bakkers, and L P Kouwenhoven, *Phys. Rev. B* **81** (2010) 201305.
- Cambridge University Press, Cambridge, England, (1997).
15. G Sun, X Wen, B Mao, J Chen, Y Yu, P Wu, and S Han, *Nat. Commun.* **1** (2010) 51.
16. D M Berns, M S Rudner, S O Valenzuela, K K Berggren, W D Oliver, L S Levitov, and T P Orlando, *Nature (London)* **455** (2008) 51.
17. G Sun, X Wen, Y Wang, S Cong, J Chen, L Kang, W Xu, Y Yu, S Han, and P Wu, *Appl. Phys. Lett.* **94** (2009) 102502.
18. S E de Graaf, J J Leppakangas, A Adamyan, A V Danilov, T Lindstrom, M Fogelstrom, T Bauch, G Johansson, and S E Kubatkin, *Phys. Rev. Lett.* **111** (2013) 137002.
19. J I Colless, X G Croot, T M Stace, A C Doherty, S D Barrett, H Lu, A C Gossard, and D J Reilly, *Nat. Commun.* **5** (2014) 3716.
20. S O Valenzuela, W D Oliver, D M Berns, K K Berggren, L S Levitov, and T P Orlando, *Science* **314** (2006) 1589.
21. P A Franken, A E Hill, C W. Peters, and G Weinreich, *Phys. Rev. Lett.* **7** (1961) 118.
22. I D Abella, *Phys. Rev. Lett.* **9** (1962) 453.
23. W Kaiser and C G B Garrett, *Phys. Rev. Lett.* **7** (1961) 229.
24. S Nadj-Perge, V S Pribiag, J W G van den Berg, K Zuo, S R Plissard, E P A M Bakkers, S M Frolov, and L P Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **108** (2012) 166801.
25. E A Laird, C Barthel, E I Rashba, C M Marcus, M P Hanson, and A C Gossard, *Semicond. Sci. Technol.* **24** (2009) 064004.
26. B D Cohen-Tannoudji, C and F Laloe, "Quantum Mechanics Volume One", Wiley, New York, (1977).
27. J Stehlik, M D Schroer, M Z Maialle, M H Degani, and J R Petta, *Phys. Rev. Lett.* **112** (2014) 227601.
28. S Nadj-Perge, S M Frolov, E P A M Bakkers, and L