

توصیف شارهای ناپایداری رشته‌ای برخوردی یک پلاسمای یونیده ضعیف در حضور میدان مغناطیسی

کمال حاجی شریفی، سمیرا تاجیک‌نژاد و حسن مهدیان

پژوهشکده پلاسما و دانشکده فیزیک دانشگاه خوارزمی، تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۲۶؛ دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۷/۰۷/۱۴)

چکیده

در این مقاله ناپایداری رشته‌ای برخوردی در یک دستگاه باریکه الکترونی - پلاسمای یونیده ضعیف با در نظر گرفتن اثرات میدان مغناطیسی پلاسمای زمینه، به روش شارهای مورد بررسی قرار گرفته است. با توصیف تعادل اولیه پیکربندی باریکه گرم - پلاسمای سرد در حضور برخورد ذرات باردار با اتم‌های خنثی و استفاده از تقریب موضعی، رابطه پاشندگی مد ناپایدار (ناپایداری رشته‌ای) و نتایج حاصل از اثرات دو عامل ناپایدارکننده برخورد و میدان مغناطیسی و یک عامل ناپایدارکننده جریان و میزان نقش هر کدام در افزایش و کاهش ناپایداری بررسی شده است. نتایج نشان‌دهنده یک بردار موج بحرانی و یک آستانه مغناطیسی برای ناپایداری رشته‌ای در یک دستگاه برخوردی مغناطیده بوده به گونه‌ای که برای اعداد موج بزرگ‌تر از این مقدار بحرانی و میدان‌های مغناطیسی بزرگ‌تر از این آستانه قطع مغناطیسی، ناپایداری در دستگاه قابل مشاهده نیست. بررسی‌ها نشان می‌دهد که مقدار عدد موج بحرانی و آستانه قطع مغناطیسی با افزایش چگالی جریان باریکه الکترونی افزایش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری جریانی رشته‌ای، پلاسمای یونیده ضعیف، میدان مغناطیسی، معادلات شارهای

۱. مقدمه

الکترواستاتیک دو جریانی [۶] با $k \parallel V_b$ ، امواج الکترومغناطیس رشته‌ای [۷] با $k \perp V_b$ و مدهای مایل [۸] با جهت دلخواه k نسبت به راستای باریکه، الکترواستاتیک / الکترومغناطیس، اشاره نمود. از میان این ناپایداری‌های جریانی، ناپایداری رشته‌ای که توسط یک بردار موج عمود بر راستای شارها باعث تقویت اختلالات مغناطیسی عرضی در دستگاه می‌شود، اهمیت زیادی در توجه بسیاری از پدیده‌های آزمایشگاهی و کیهانی از جمله

دستگاه‌های برهم‌کنشی باریکه الکترونی با پلاسمای مغناطیده به دلیل کاربردهای گسترده آنها در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱-۵]. در چنین دستگاه‌هایی با انتخاب جهت میدان مغناطیسی نسبت به راستای سرعت باریکه V_b و همچنین جهت انتشار موج k ، ناپایداری‌های جریانی مختلفی برانگیخته می‌شوند. از جمله این ناپایداری‌ها می‌توان به امواج

ذکر است که دستگاه باریکه-پلازما در حضور یک میدان مغناطیسی عمود در مقایسه با حالت موازی ناپایدارتر است. بنابراین، حضور میدان مغناطیسی خارجی اهمیت بسیار زیادی بر روی نرخ ناپایداری‌های جریانی دارد. البته نقش دیگر کمیت‌های فیزیکی کاهنده یا افزایشنده نرخ رشد ناپایداری جریانی رشته‌ای را نیز نباید فراموش کرد.

همان طور که پیشتر اشاره شد، در دستگاه‌های باریکه-پلازما کمیت‌های فیزیکی مختلفی بر روی نرخ ناپایداری‌های جریانی تأثیر دارند. از جمله، دو عامل دما و برخورد که با توجه به پیکربندی دستگاه می‌توانند باعث افزایش و یا کاهش ناپایداری شوند. این اثرات جنبشی (دما و برخورد) به تفصیل در محیط‌های مغناطیسه و غیرمغناطیسه کاملاً یونیده، که تنها برخوردهای کولنی وجود دارند، با رهیافت جنبشی و شماره‌ای به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته‌اند [۲۵-۲۸]. علاوه بر این در نظر گرفتن اثرات برخوردهای دوتایی غیرکولنی بر روی ناپایداری چنین دستگاه‌هایی با رهیافت جنبشی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، اما به دلیل سختی پیکربندی دستگاه تعادلی این بررسی در مدل شماره‌ای کمتر دیده می‌شود. اخیراً در محیط‌های یونیده ضعیف غیرمغناطیسه که برخورد ذرات باردار با اتم‌های خنثی نقش اساسی را ایفا می‌نمایند، با رهیافت شماره‌ای اثرات دمایی بر روی نرخ رشد ناپایداری جریانی رشته‌ای برای اولین بار مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است [۲۹]. به دلیل اهمیت حضور میدان‌های مغناطیسی در فضای کیهانی شامل محیط‌های یونیده ضعیف، در این مقاله در ادامه کار پیشینمان [۲۹] به بررسی نقش حضور میدان مغناطیسی استاتیکی خارجی بر روی نرخ رشد ناپایداری جریانی رشته‌ای دستگاه برخوردی باریکه-پلازما یونیده ضعیف با استفاده از رهیافت شماره‌ای خواهیم پرداخت. در محیط‌های یونیده ضعیف غوطه‌ور در یک میدان

مغناطیسی، توجه به ضریب هال $H_j = \frac{\omega_{cj}}{v_{jn}}$ بسیار ضرورت

دارد که در آن v_{jn} بسامد برخورد ذرات j پلازما با اتم‌های خنثی است. اگر $H_j < 1$ باشد، در این حالت شماره غیرمغناطیسه و یا مغناطیسه ضعیف است [۳۰] و طوری رفتار می‌کند که گویا

اشتعال سریع و انفجار پرتوهای گاما داشته و امروزه به عنوان کاندیدای اصلی تولید میدان‌های مغناطیسی بزرگ و شتاب ذرات در فضا بشمار می‌آید [۹-۱۲]. از این رو، رفتار این ناپایداری دو جریانی الکترومغناطیسی و بررسی میزان نرخ رشد آن در شرایط فیزیکی گوناگون برای یک دستگاه باریکه-پلازما همواره مورد توجه فیزیکدانان این حوزه از علم بوده است [۱۳-۲۲].

در حوزه آزمایشگاهی، ناپایداری رشته‌ای به عنوان یکی از موانع اصلی بر سر راه همجوشی هسته‌ای به روش لختی به شمار می‌آید. بررسی‌های جدید در بحث اشتعال سریع نشان می‌دهد حضور یک میدان مغناطیسی می‌تواند به انتقال الکترون‌های پر انرژی در دستگاه گداخت به روش لختی کمک نماید. در واقع می‌توان گفت که در برهم‌کنش باریکه الکترونی با پلازما یکی از ضرایب تضعیف ناپایداری رشته‌ای، مغناطیسه بودن دستگاه است [۲۳ و ۲۴]. البته باید توجه داشت که در یک دستگاه شماره سرد، تنها در شرایطی میدان مغناطیسی B_0 می‌تواند ناپایداری را به طور کامل محو نماید که در امتداد انتشار شماره قرار گرفته باشد، $B_0 \parallel V_b$ برای یک باریکه نسبیته رقیق، $\alpha = \frac{n_b}{n_p} \ll 1$ می‌توان نشان داد که اگر

$$\Omega_B = \frac{\omega_c}{\omega_p} > \beta \sqrt{\alpha \gamma_b}$$

برانگیخته نخواهد شد. در این رابطه ω_c بسامد سیکلوترونی، ω_p بسامد پلاسمایی الکترون، α نسبت چگالی عددی الکترون‌های باریکه n_b به پلازما n_p ، γ_b عامل نسبیته و $\beta = \frac{V_b}{c}$ سرعت نسبیته باریکه است. برای یک باریکه

چگال‌تر، میدان مغناطیسی قوی‌تری نسبت به دستگاه شامل باریکه رقیق برای محو ناپایداری رشته‌ای نیاز خواهد بود. در واقع، در حالتی که چگالی باریکه با الکترون‌های پلازما برابر باشد، $\alpha = 1$ ، آستانه حذف ناپایداری به صورت $\Omega_B > \beta \sqrt{2\gamma_b}$ محاسبه شده است. از سوی دیگر، اگر میدان مغناطیسی با راستای شماره زاویه داشته باشد نرخ رشد ناپایداری حتی در حد میدان‌های مغناطیسی بزرگ نیز همچنان وجود خواهد داشت و دستگاه پایدار نخواهد ماند [۲ و ۴]. لازم به

آستانه‌ای برای میدان مغناطیسی وجود خواهد داشت که دستگاه برای مقادیر میدان بزرگ‌تر از این آستانه متحمل ناپایداری رشته‌ای نخواهد شد. این مقدار آستانه با افزایش چگالی و سرعت باریکه افزایش می‌یابد. در پایان روابط به دست آمده در بررسی یک محیط اخترفیزیکی واقعی شامل نفوذ باریکه الکترونی در ناحیه یون سپهر مورد بررسی قرار گرفته است.

۲. معادلات اساسی و تعادل اولیه

یک باریکه الکترونی گرم، رقیق و طویل با چگالی اولیه n_{i0} و سرعت ثابت V_b در راستای محور x را در نظر گرفته که با یک پلاسمای یونیده ضعیف سرد، چگال، همگن و مغناطیده که شامل الکترون‌ها، یون‌ها و ذرات خنثی است برهم‌کنش می‌کند. میدان مغناطیسی استاتیکی B_0 را در راستای موازی با انتشار باریکه در نظر می‌گیریم. با عبور باریکه الکترونی رقیق از میان پلاسمای ساکن، چگالی عددی باریکه به خاطر پراکندگی زاویه‌ای ناشی از برخورد الکترون‌های باریکه با ذرات خنثی پلاسمای زمینه به تدریج کم شده، به طوری که چگالی باریکه تابعی نزولی از x خواهد شد. با توجه به فرض غیرنسبیتی و رقیق بودن باریکه الکترونی و همچنین شرط یونش ضعیف پلاسمای هدف، پراکندگی زاویه‌ای ناشی از برخورد الکترون‌های باریکه با ذرات خنثی بر توان توقف باریکه غالب در نظر گرفته می‌شود. می‌دانیم که اتلاف توان در برهم‌کنش دستگاه‌های کلاسیکی باریکه-پلاسمای سه جمله اتلاف یونش و تهیج ذرات هدف، اتلاف ناشی از تابش ترمزی و اتلاف اهمی نشأت می‌گیرد. اگر برخوردهای کولنی الکترون-الکترون در مقابل برخوردهای الکترون-اتم خنثی اهمیت داشته باشند و همچنین انرژی باریکه از مرتبه مگا الکترون ولت باشد، توان توقف اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین در دستگاه مورد بررسی ما با توجه به فرض‌های اولیه غیرنسبیتی و رقیق بودن باریکه الکترونی و نیز صرف نظر کردن از فرایندهای یونش/باز ترکیب و نادیده گرفتن برخوردهای کولنی، اتلاف توان نقش اساسی نخواهد داشت. در نتیجه می‌توان گفت زمانی که نسبت چگالی عددی باریکه به پلاسمای زمینه خیلی کم باشد، اتلاف انرژی ناشی از نفوذ جریان باریکه در پلاسمای

میدان مغناطیسی وجود ندارد. در حالتی که برای $H_j > 1$ ، بسامد برخورد کوچک‌تر از بسامد سیکلوترونی بوده و در نتیجه نیروی لورنتس ناشی از میدان مغناطیسی B_0 بر نیروی اصطکاک ناشی از برخورد غلبه پیدا می‌کند و اثرگذاری قابل توجهی بر دستگاه خواهد داشت.

همان‌طور که گفته شد، یک میدان مغناطیسی موازی می‌تواند شرایط ناپایداری جریانی رشته‌ای را طوری تغییر دهد که نرخ رشد ناپایداری کاهش یابد. از طرف دیگر، اثرات جنبشی شامل برخورد و دمای باریکه نیز باعث تضعیف ناپایداری جریانی محیط یونیده ضعیف باریکه-جریان برگشتی می‌شوند. برای بررسی اثر همزمان این کمیت‌ها، در این مقاله برای اولین بار به تحلیل شاره‌ای ناپایداری جریانی رشته‌ای برخوردی دستگاه مغناطیده باریکه گرم-پلاسمای یونیده ضعیف سرد که شامل الکترون‌های باریکه، الکترون‌های پلاسمای زمینه، یون‌ها و ذرات خنثی است می‌پردازیم. این بررسی بیشتر توسط نویسندگان این مقاله در حالت غیرمغناطیده با در نظر گرفتن تنها اثرات جنبشی با استفاده از معادلات شاره‌ای انجام پذیرفته است [۲۹]، و در این مقاله بر نقش میدان مغناطیسی خارجی بر روی مدهای ناپایدار و همچنین نرخ رشد بیشینه ناپایداری رشته‌ای پرداخته می‌شود. برای این منظور، ابتدا برهم‌کنش باریکه الکترونی گرم و رقیق با پلاسمای یونیده ضعیف سرد مغناطیده و تعادل اولیه دستگاه باریکه-جریان برگشتی با در نظر گرفتن برخورد ذرات باردار با اتم‌های خنثی و صرف نظر کردن از برخوردهای کولنی از دیدگاه شاره‌ای را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در ادامه با استفاده از معادلات ماکسول-شاره‌ای، رابطه پاشندگی خطی مدهای ناپایدار در دستگاه را به دست آورده و نرخ رشد بیشینه ناپایداری رشته‌ای تحت تأثیر اثرات برخوردی و میدان مغناطیسی اولیه را به صورت عددی مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهیم داد. نتایج نشان می‌دهد که حضور یک میدان مغناطیسی خارجی در راستای جریان باریکه باعث کاهش نرخ رشد ناپایداری می‌شود، به طوری که با افزایش اندازه میدان مغناطیسی ناحیه طول موج‌های ناپایدار و همچنین بیشینه نرخ رشد ناپایداری کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر برای یک دستگاه با عامل‌های مشخص مقدار

الکترون‌های گرم باریکه به صورت $\nabla P_b = \gamma_b T_b \nabla n_b$ که T_b دمای باریکه بر حسب یکای انرژی و γ_b نسبت ظرفیت گرمایی است در نظر گرفته شده و از جمله فشار ذرات پلاسما زمینیه صرف نظر شده است، $\nabla P_n \cong \nabla P_i \cong \nabla P_e \cong 0$ ، در حالت تعادل اولیه، با در نظر گرفتن نمایه چگالی باریکه به صورت $n_b^0(x) = n_b^0(x=0)e^{-x/l}$ ، شرط خنثی‌سازی بار و جریان در معادله حالت پایا انتقال تکانه در هر نقطه فراهم می‌شود که $l = V_{Tb}^2 / (v_{b\parallel} V_b^0)$ طول مشخصه دستگاه مورد بررسی در راستای محور x ، $V_{Tb} = (\gamma_b T_b / m_e)^{1/2}$ سرعت گرمایی الکترون‌های باریکه و $v_{b\parallel}$ بسامد برخورد باریکه با ذرات خنثی در راستای موازی با باریکه است.

۳. رابطه پاشندگی

در این قسمت با اعمال اختلالات اولیه کوچک عرضی به صورت $\exp[iky - i\omega t]$ به بررسی ناپایداری رشته‌ای دستگاه مغناطیده باریکه-جریان برگشتی در حضور اثرات برخوردی می‌پردازیم. با انتخاب مناسب کمیت‌های دستگاه تعادلی به گونه‌ای که طول دستگاه از طول موج اختلالات خیلی بزرگ‌تر باشد، $k \gg 2\pi/l$ ، می‌توان از تقریب موضعی استفاده نمود و در همسایگی موضع تحت مطالعه $x = x_0$ چگالی باریکه را تقریباً یکنواخت فرض نمود [۳۳ و ۳۴].

با در نظر گرفتن بردار موج k در راستای محور y ، عمود بر راستای باریکه، میدان مغناطیسی \vec{B}_1 در راستای محور z و میدان الکتریکی \vec{E}_1 در راستای x ، معادلات شماره‌ای خطی شده اختلالی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$-i\omega n_b^1 + ik_y n_b^1 V_b^1 = 0, \quad (6)$$

$$-i\omega n_{e,i,n}^1 + ik_y n_{e,i,n}^1 V_{e,i,n}^1 = 0, \quad (7)$$

$$(-i\omega + v_{b\parallel, \perp}) \vec{V}_b^1 = -\frac{\nabla P_b^1}{m_e n_b^0} - \frac{e}{m_e} \left(\vec{E}_1 + \frac{\vec{V}_b^1 \times \vec{B}_1}{c} + \frac{\vec{V}_b^1 \times \vec{B}_0}{c} \right) + v_{b\parallel, \perp} \vec{V}_n^1 - v_{b\parallel} \vec{V}_b^0 \frac{n_b^1}{n_b^0}, \quad (8)$$

$$(-i\omega + v_{en}) \vec{V}_e^1 = -\frac{e}{m_e} (\vec{E}_1 + \frac{\vec{V}_e^1 \times \vec{B}_0}{c}) + v_{en} \vec{V}_n^1, \quad (9)$$

چگال قابل صرف نظر کردن است [۳۱]. از سوی دیگر با فرض گرادیان بسیار کوچک نمایه چگالی باریکه در راستای انتشار باریکه، جریان برگشتی موضعی پلاسما در هر نقطه از مکان انتشار به صورت زیر بیان می‌شود [۳۲]:

$$n_b^1(x) V_b^0 = n_e^0 V_e^0(x), \quad (1)$$

که $n_b^1(x)$ و V_b^0 چگالی تابع مکان و سرعت سوق باریکه الکترون، n_e^0 و $V_e^0(x)$ چگالی ثابت و سرعت سوق وابسته به مکان الکترون‌های پلاسما زمینیه هستند. در بررسی این دستگاه شرط خنثی‌سازی بار الکتریکی در شرایط تعادل نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$n_b^1(x) + n_e^0 = n_i^1(x), \quad (2)$$

که در آن $n_i^1(x)$ چگالی یون‌های پلاسما می‌باشد. با در نظر گرفتن شرط رقیق بودن باریکه $n_b^1(x) \ll n_p^0$ ، از سرعت برگشتی الکترون‌های پلاسما در ادامه صرف نظر خواهد شد، $V_e^0(x) \sim 0$.

در بررسی حالت تعادل و مطالعه تحول زمانی دستگاه مغناطیده باریکه-جریان برگشتی از معادلات پیوستگی و تکانه شماره استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_{j,n} + \nabla \cdot (n_{j,n} \vec{V}_{j,n}) = 0, \quad (j = b, e, i) \quad (3)$$

$$m_j n_j \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_j \cdot \nabla \right) \vec{V}_j = q_j n_j \left[\vec{E} + \frac{\vec{V}_j \times (\vec{B} + \vec{B}_0)}{c} \right] - \nabla P_j - v_{jn} m_j n_j (\vec{V}_j - \vec{V}_n), \quad (4)$$

$$m_n n_n \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_n \cdot \nabla \right) \vec{V}_n = -\nabla P_n - \sum_j v_{nj} m_n n_n (\vec{V}_n - \vec{V}_j), \quad (5)$$

که در آن q_j بار ذرات نوع j ، $m_{j,n}$ ، $n_{j,n}$ ، $P_{j,n}$ ، $\vec{V}_{j,n}$ به ترتیب جرم، چگالی عددی، فشار و سرعت شماره ذرات باردار j و ذرات خنثی است. \vec{E} و \vec{B} میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و v_{jn} (بسامد برخورد ذرات باردار j با ذرات خنثی) v_{nj} (بسامد برخورد ذرات باردار j با ذرات خنثی) است.

در معادلات بالا جملات یونش و باز ترکیب ذرات، برخورد‌های کولنی و همچنین برخورد ذرات خنثی با الکترون‌های گرم باریکه به دلیل چگالی بسیار بالای ذرات خنثی نسبت به باریکه الکترونی نادیده گرفته شده‌اند. گرادیان فشار

$$\left(-i\omega + v_{in} - \frac{v_{in}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}\right)V_{ix}' - \frac{\mu e}{m_e}E_{ix} - \frac{v_{in}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}V_{ex}' = 0, \quad (19)$$

$$\left(-i\omega + v_{in} - \frac{v_{in}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}\right)V_{iy,z}' \mp \mu\omega_c V_{iz,y}' - \frac{v_{in}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}V_{ey,z}' = 0, \quad (20)$$

که در آن $\mu = m_e / m_i$ نسبت جرم الکترون به یون و $\omega_c = eB_0 / cm_e$ بسامد سیکلوترونی الکترون است. با به دست آوردن میدان الکتریکی از رابطه (۱۲) و قرار دادن آنها در معادله آمپر، رابطه (۱۳) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$ik_y \left(1 - \frac{\omega^2}{C^2 k_y^2}\right) B_{iz} - \frac{4\pi en_e^0}{C} \left[(1 + \alpha)V_{ix}' - V_{ex}' - \alpha V_{bx}' - \frac{\alpha k_y}{\omega} V_b^0 V_{by}' \right] = 0, \quad (21)$$

که در آن $\alpha = n_b^0 / n_e^0$ نسبت چگالی عددی مختل نشده الکترون‌های باریکه به الکترون‌های پلازما است. معادلات (۱۴) تا (۲۱) معادلات جفت شده‌ای هستند که با حل همزمان آنها رابطه پاشندگی ناپایداری رشته‌ای برخوردی برای دستگاه مغناطیسه باریکه-پلاسمای یونیده ضعیف به صورت زیر دست می‌آید:

$$Dr = \{K^x \beta_{tb}^x B_0 + iC_x \bar{\omega}^x (\alpha B_r + \bar{\omega} B_1 + \bar{v}_{bn\parallel} B_r) - K^x \bar{\omega} [\beta_{tb}^x (\bar{v}_{bn\perp} - i\bar{\omega}) (\alpha B_r + \bar{v}_{bn\parallel} B_r) - (\bar{v}_{in} - i\bar{\omega}) (\bar{v}_{en} - i\bar{\omega}) (\alpha \beta^x (i\bar{v}_{bn\perp} + \bar{\omega}) - C_x (i\bar{v}_{bn\parallel} + \bar{\omega}))] \} \{ \bar{v}_{in}^x C_1 + C_r + \bar{v}_{in}^x [-i\bar{\omega} C_1 + \bar{v}_{ni} (\bar{\omega}^x A + \bar{v}_{ne} (\bar{v}_{en} \bar{\omega}^x - i\bar{\omega} u + \mu v_{en} \Omega^x)] \}, \quad (22)$$

که کمیت‌های A ، w ، $C_{\alpha,1,2}$ و $B_{\alpha,1,2,3}$ در پیوست تعریف شده‌اند. در محاسبه این رابطه از کمیت‌های بدون بعد $\beta_{Tb} = \frac{V_{Tb}}{c}$ ، $\beta = \frac{V_b^0}{c}$ ، $\Omega = \frac{\omega_c}{\omega_p}$ ، $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_p}$ ، $K = \frac{ck_y}{\omega_p}$ و $\bar{v} = \frac{v}{\omega_p}$ استفاده شده است.

۴. تجزیه و تحلیل

در این قسمت با حل عددی رابطه پاشندگی $Dr = 0$ بر حسب

$$(-i\omega + v_{in})\bar{V}_i' = \frac{e}{m_i}(\bar{E}_1 + \frac{\bar{V}_i' \times \bar{B}_0}{c}) + v_{in}\bar{V}_n', \quad (10)$$

$$(-i\omega + v_n)\bar{V}_n' = v_{ni}\bar{V}_i' + v_{ne}\bar{V}_e', \quad (11)$$

که $v_{bn\parallel,\perp}$ بسامد برخورد مؤثر باریکه با ذرات خنثی در راستای موازی و عمود بر سرعت باریکه [۲۲] و $v_n = v_{ni} + v_{ne}$ معادلات به همراه معادلات ماکسول خطی شده به صورت زیر، توصیف دستگاه اختلالی را تکمیل می‌کنند:

$$\frac{i\omega}{c}\bar{B}_1 = i\bar{k} \times \bar{E}_1, \quad (12)$$

$$i\bar{k} \times \bar{B}_1 = \frac{4\pi}{c}\bar{j}_1 - \frac{i\omega}{c}\bar{E}_1, \quad (13)$$

که در آن $\bar{j}_1 = \sum_j q_j n_j \bar{V}_j' = e(n_i^0 \bar{V}_i' - n_e^0 \bar{V}_e' - n_b^0 \bar{V}_b' - n_b^0 \bar{V}_b^0)$ چگالی جریان اختلالی دستگاه را نشان می‌دهد.

با به دست آوردن چگالی‌ها از رابطه‌های (۶) و (۷) و همچنین سرعت اختلالی ذرات خنثی از رابطه (۱۱) و قرار دادن آنها در معادلات (۸) تا (۱۰)، مؤلفه‌های سرعت‌های اختلالی به صورت زیر به دست می‌آیند:

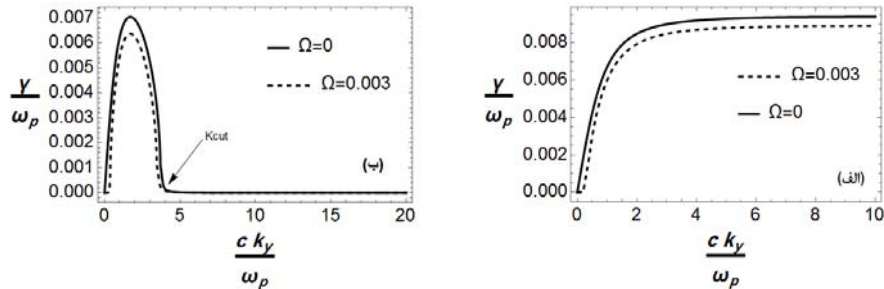
$$(-i\omega + v_{bn\parallel})V_{bx}' + \frac{e}{m_e}E_{ix} - \frac{v_{bn\parallel}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}V_{ex}' - \frac{v_{bn\parallel}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}V_{ix}' + \frac{v_{bn\parallel}V_b^0 k_y}{\omega}V_{by}' = 0, \quad (14)$$

$$\left(-i\omega + v_{bn\perp} + \frac{ik_y^x V_{Tb}^x}{\omega}\right)V_{by}' + \omega_c V_{bz}' - \frac{e}{m_e}V_b^0 B_{iz} - \frac{v_{bn\perp}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}V_{ey}' - \frac{v_{bn\perp}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}V_{iy}' = 0, \quad (15)$$

$$(-i\omega + v_{bn\perp})V_{bz}' - \omega_c V_{by}' - \frac{v_{bn\perp}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}V_{ez}' - \frac{v_{bn\perp}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}V_{iz}' = 0. \quad (16)$$

$$\left(-i\omega + v_{en} - \frac{v_{en}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}\right)V_{ex}' + \frac{e}{m_e}E_{ix} - \frac{v_{en}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}V_{ix}' = 0, \quad (17)$$

$$\left(-i\omega + v_{en} - \frac{v_{en}v_{ne}}{(-i\omega + v_n)}\right)V_{ey,z}' \pm \omega_c V_{ez,y}' - \frac{v_{en}v_{ni}}{(-i\omega + v_n)}V_{iy,z}' = 0, \quad (18)$$



شکل ۱. نرخ رشد ناپایداری رشته‌ای بر حسب عدد موج در دو حالت (الف) پلاسمای کاملاً یونیده غیربرخوردی با $T_b = 0.05 \text{ eV}$ و (ب) پلاسمای یونیده ضعیف برخوردی با $T_b = 3 \text{ eV}$. سایر مقادیر به صورت $T_e = T_i = 0.02 \text{ eV}$ ، $V_b^0 = 0.3c$ ، $\alpha = 10^{-3}$ ، $n_n^0 = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ و $i = n_e^0 / n_n^0 = 10^{-3}$ انتخاب شده‌اند.

مانع انحراف ذرات باردار و در نتیجه مانع رشد ناپایداری شوند. البته به دلیل کوچک بودن بسامد سیکلوترونی یون‌ها نسبت به الکترون‌ها می‌توان از مغناطیده بودن یون‌ها صرف نظر کرد.

در تحلیل عددی رابطه پاشندگی به دست آمده، نرخ رشد بی‌بعد شده مد ناپایدار (γ / ω_p) بر حسب عدد موج بی‌بعد شده (ck_y / ω_p) در حضور $(\Omega = 0)$ و عدم حضور میدان مغناطیسی $(\Omega = 0)$ در شکل ۱ برای دو دستگاه (الف) بدون برخورد و (ب) با برخورد، به ازای کمیت‌های فیزیکی $\alpha = 10^{-3}$ و $V_b^0 = 0.3c$ رسم شده است. دمای باریکه در حالت بدون برخورد $T_b = 0.05 \text{ eV}$ و در حالت برخوردی $T_b = 3 \text{ eV}$ فرض شده است.

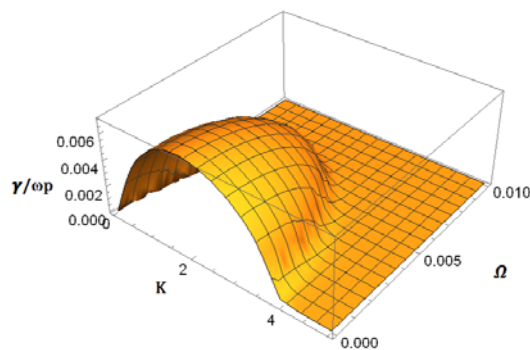
با مقایسه نمودارهای (الف) و (ب) شکل ۱ دیده می‌شود که در یک دستگاه کاملاً یونیده در غیاب اثرات برخوردی (شکل ۱ الف) نرخ رشد ناپایداری با عدد موج هم در حضور میدان مغناطیسی و هم در عدم حضور آن افزایش می‌یابد و در طول موج‌های کوتاه به حد اشباع می‌رسد. در حالی که، در حالت یونیده ضعیف با در نظر گرفتن برخوردهای دوتایی (شکل ۱ ب)، ناپایداری در یک عدد موج که عدد موج قطع (K_{cut}) نامیده می‌شود از بین می‌رود. بدیهی است که این ویژگی به دلیل اثرات برخوردی است که رشد ناپایداری را در طول موج‌های بسیار کوچک امکان‌پذیر نمی‌نماید. از طرف دیگر، نقش میدان مغناطیسی در تضعیف ناپایداری در هر دو دستگاه قابل مشاهده است. یک میدان مغناطیسی موازی

کمیت‌های مناسب، نرخ رشد بی‌بعد شده (γ / ω_p) ناپایداری رشته‌ای برخوردی را در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی B_0 و وابستگی آن به تقابل هم زمان اثرات جنبشی و میدان مغناطیسی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. باید توجه داشته باشیم که در تحلیل عددی، کمیت‌های به کار رفته طوری انتخاب شده‌اند که تقریب موضعی در همه جا برقرار باشد. برای این منظور دمای پلاسمای زمینه $T_e = T_i = 0.02 \text{ eV}$ ، چگالی ذرات خنثی $n_n^0 = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ و درجه یونش $i = n_e^0 / n_n^0 = 10^{-3}$ انتخاب شده است. همچنین در محاسبه بسامدهای برخورد از رابطه زیر استفاده می‌شود [۳۵]:

$$v_{jn} = \frac{m_n n_n}{m_j + m_n} \sigma v_{jn} \quad (23)$$

که σv_{jn} ضریب نرخ انتقال تکانه بین ذرات j با ذرات خنثی است. باید توجه داشت که به دلیل وجود سرعت سوق باریکه الکترونی V_b^0 ، بسامد برخورد باریکه-خنثی در راستای موازی $(v_{bn||})$ و عمود $(v_{bn\perp})$ بر راستای انتشار باریکه متفاوت در نظر گرفته شده است به طوری که بسامد برخورد در راستای باریکه از فرض $v_{bn||} = 10 v_{bn\perp}$ و در راستای عمودی از رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود.

با توجه به ضریب هال که در محیط‌های یونیده ضعیف اهمیت پیدا می‌کند، با قرار دادن کمیت‌های مناسب، بسامد سیکلوترونی الکترون‌ها و یون‌ها طوری انتخاب می‌شوند که $H_{e,i} > 1$ بوده و هم یون‌ها و هم الکترون‌ها تحت تأثیر میدان مغناطیسی همچنان مغناطیده باقی مانده و طوری رفتار کنند که



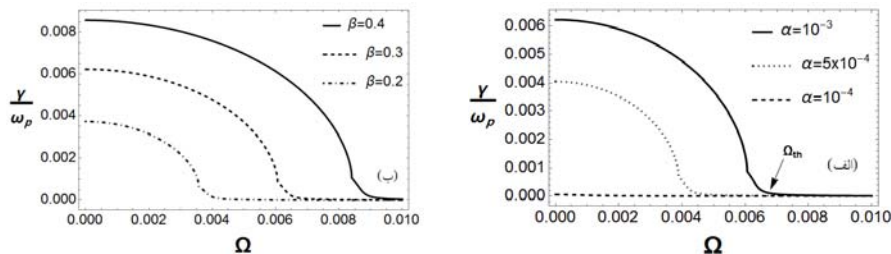
شکل ۲. (رنگی در نسخه الکترونیکی) نرخ رشد بی‌بعد شده ناپایداری رشته‌ای بر حسب عدد موج K و بسامد سیکلوترونی Ω . سایر کمیت‌ها مانند حالت برخوردی شکل ۱ انتخاب شده است.

عددی باریکه به پلاسمای سرعت باریکه بستگی دارد. برای تجزیه و تحلیل وابستگی ناپایداری رشته‌ای برخوردی به Ω_{th} که بعد از آن نرخ رشد ناپایداری صفر و دستگاه پایدار می‌شود، در ادامه به بررسی دو عامل مؤثر α و β بر روی بیشینه نرخ رشد ناپایداری و همچنین عدد آستانه قطع مغناطیسی می‌پردازیم.

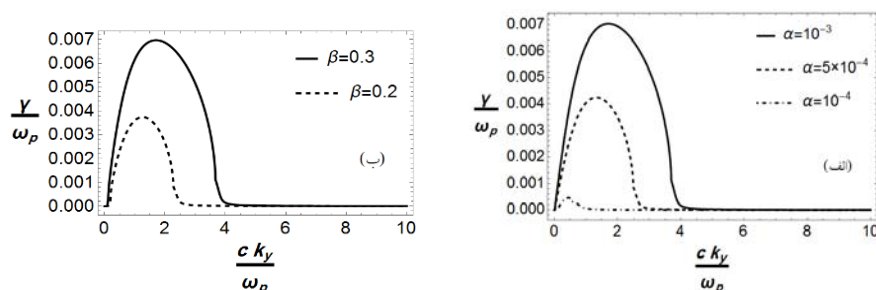
شکل ۳، نرخ رشد ناپایداری رشته‌ای برخوردی در یک دستگاه مغناطیسه بر حسب بسامد بی‌بعد شده Ω برای (الف) مقادیر مختلف α در یک سرعت ثابت $\beta = 0.3$ و (ب) سرعت‌های مختلف باریکه در یک چگالی ثابت $\alpha = 10^{-3}$ رسم شده است. در رسم شکل ۳ طول موج برابر با عمق پوسته پلاسمای $K = ck_y / \omega_p = 1$ که بیشترین نرخ رشد ناپایداری را شامل می‌باشد انتخاب نموده‌ایم. سایر کمیت‌ها همانند شکل ۱ (ب) می‌باشند. با بررسی قسمت (الف) شکل ۳ مشخص می‌شود که هر چه باریکه الکترونی چگال‌تر باشد، نرخ رشد ناپایداری بزرگ‌تر و در نتیجه دستگاه به ازای یک میدان مغناطیسی ثابت ناپایدارتر است. از طرف دیگر، با توجه به شکل ۳ (ب)، با افزایش سرعت باریکه نیز ناپایداری رشد می‌کند که این امر به دلیل افزایش چگالی جریان که عامل اصلی ناپایداری است می‌باشد. با مقایسه دو نمودار شکل ۳ می‌توان گفت که هم با افزایش α و هم β ، مقدار آستانه قطع مغناطیسی Ω_{th} نیز افزایش می‌یابد، بنابراین به میدان‌های مغناطیسی بزرگ‌تری برای از بین بردن کامل ناپایداری نیاز است.

می‌تواند شرایط دستگاه را طوری تغییر دهد که باعث کاهش نرخ رشد ناپایداری در هر دو حالت برخوردی و بدون برخورد شود. این امر از نظر فیزیکی کاملاً قابل توجیه است. همان‌طور که می‌دانیم نرخ رشد ناپایداری رشته‌ای متناسب با انحراف جریان‌های (ایجاد جریان‌های خالص رشته‌ای) در افزایش میدان مغناطیسی ایستای اختلال ورودی بوده و حضور یک میدان مغناطیسی خارجی در راستای جریان، مانع انحراف الکترون‌ها و در نتیجه مانع افزایش چگالی جریان رشته‌ای شده و بدین سبب کاهش رشد ناپایداری را در پی خواهد داشت.

برای بررسی دقیق‌تر اثرات میدان مغناطیسی در حالت برخوردی، نرخ رشد بیشینه ناپایداری رشته‌ای برخوردی در یک دستگاه مغناطیسه بر حسب عدد موج K و بزرگی بی‌بعد شده میدان مغناطیسی (Ω)، در شکل ۲ رسم شده است. سایر کمیت‌ها مشابه دستگاه برخوردی شکل ۱ انتخاب شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، با افزایش میدان مغناطیسی (افزایش کمیت Ω) ناحیه طول موج‌های ناپایدار و مقدار عدد موج قطع K_{cut} کوچک‌تر می‌شوند، تا این‌که در Ω های بزرگ دستگاه پایدار می‌شود. همچنین در یک طول موج مشخص، با افزایش Ω نرخ رشد بیشینه ناپایداری کاهش می‌یابد، تا این‌که از یک بسامد به بعد که آن را بسامد مغناطیسی آستانه Ω_{th} می‌نامیم، ناپایداری از بین می‌رود. این مقدار آستانه برای یک باریکه رقیق، همان‌طور که در مقدمه بیان شد، به عوامل مختلفی از جمله نسبت چگالی



شکل ۳. نرخ رشد بی بعد شده ناپایداری رشته‌ای بر حسب بسامد سیکلوترونی الکترون (الف) برای سه مقدار مختلف α ، 10^{-4} ، 5×10^{-4} ، 10^{-3} و سرعت ثابت $\beta = 0.3$ ، (ب) برای مقادیر مختلف β ، 0.2 ، 0.3 و 0.4 در چگالی ثابت $\alpha = 10^{-3}$. $K = 1$ و سایر کمیت‌ها همانند شکل ۱ (ب) انتخاب شده‌اند.



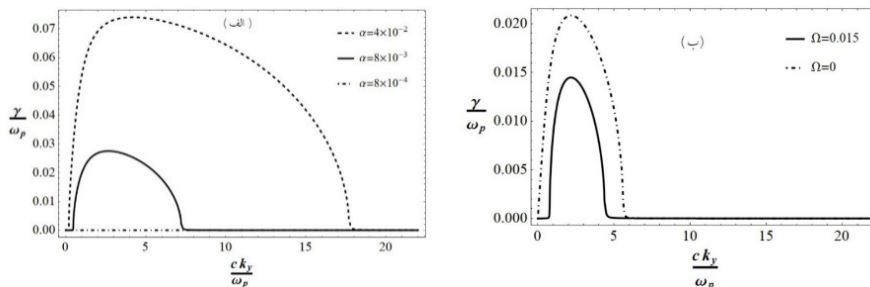
شکل ۴. (الف) نرخ رشد بی بعد شده γ/ω_p ناپایداری رشته‌ای بر حسب عدد موج بی بعد شده K برای (الف) مقادیر مختلف نسبت چگالی باریکه به پلاسما و (ب) مقادیر مختلف سرعت باریکه سایر کمیت‌ها همانند شکل ۱ (ب) انتخاب شده‌اند.

دستگاه اخترفیزیکی شامل نفوذ باریکه الکترونی در لایه‌های مختلف یون سپهر به کار برده شده است. برای این منظور مسئله نرخ رشد ناپایداری رشته‌ای در ناحیه F یون سپهر در فاصله $1000-150$ km از سطح زمین با چگالی الکترونی در محدوده $10^6-10^5 \text{ cm}^{-3}$ و درجه یونش یون سپهر حداکثر تا ۱٪ مورد بررسی قرار گرفته است. مشاهدات تجربی نشان می‌دهد که نسبت چگالی الکترون‌های باریکه نفوذکننده به این محیط می‌تواند از محدوده 10^{-2} تا 10^{-4} تغییر کند [۳۷]. برای بررسی اثر میدان مغناطیسی بر روی ناپایداری رشته‌ای در شکل ۵ نرخ رشد ناپایداری بر حسب عدد موج بی بعد شده برای بازه‌های مختلف چگالی (شکل ۵ الف)) و میدان مغناطیسی (شکل ۵ ب)) در محدوده مجاز ذکر شده برای محیط یون سپهر نشان داده شده است. نتایج شکل ۵ الف) نشان می‌دهد که در محیط یون سپهر مغناطیده با افزایش چگالی الکترون‌های باریکه نرخ رشد ناپایداری بزرگ‌تر و در نتیجه محیط به ازای یک

در ادامه بحث، نرخ رشد ناپایداری بر حسب عدد موج بی بعد شده به ازای مقادیر مختلف α و β به ترتیب در شکل ۴ الف) و (ب) رسم شده است. همان‌طور که در این شکل می‌بینیم، با افزایش نسبت چگالی الکترون‌های باریکه به پلاسما عدد موج قطع بزرگ‌تر شده و در نتیجه ناحیه طول موج‌های ناپایدار پهن‌تر می‌شود. بنابراین نرخ رشد بیشینه ناپایداری رشته‌ای برای هر عدد موج دلخواه به دلیل رشد نوسان اختلافات با چگالی جریان افزایش می‌یابد. همین نتایج نیز برای سرعت باریکه صدق می‌کند. زیرا افزایش هر کدام از کمیت‌ها افزایش چگالی جریان را در پی خواهد داشت که نتیجه آن رشد ناپایداری برخوردی در دستگاه مغناطیده باریکه-جریان خواهد بود. این نتایج با نتایج قبلی در توافق کامل است [۲، ۲۳ و ۳۶].

۵. کاربرد نتایج در دستگاه‌های اخترفیزیکی

در این بخش نتایج به دست آمده از تحلیل عددی برای یک



شکل ۵. نرخ رشد بی بعد شده γ / ω_p ناپایداری رشته‌ای بر حسب عدد موج بی بعد شده K برای (الف) مقادیر مختلف نسبت چگالی الکترونی باریکه به الکترون‌های یون سپهر مغناطیده با $\frac{\omega_c}{\omega_p} = 0.015$ و (ب) یون سپهر مغناطیده با $\frac{\omega_c}{\omega_p} = 0.015$ و غیرمغناطیده برای نسبت چگالی $\alpha = 4 \times 10^{-3}$. سایر کمیت‌ها $\beta = 0.4$ ، درجه یونش $i = 10^{-3}$ و چگالی الکترون‌های یون سپهر $n_e^0 = 10^6 \text{ cm}^{-3}$ انتخاب شده‌اند.

افزایش می‌یابد. علاوه بر این، به عنوان نتیجه‌ای بسیار حائز اهمیت، در دستگاه‌های مغناطیده برخوردی، میدان مغناطیسی آستانه قطعی برای حضور ناپایداری در دستگاه مشاهده می‌شود که دستگاه برای مقادیر میدان بزرگ‌تر از این آستانه پایدار خواهد بود. بررسی تحولات نرخ رشد ناپایداری در حالت‌های مختلف نشان می‌دهد که هم مقدار آستانه قطع مغناطیسی و هم عدد موج قطع تعریف شده با افزایش چگالی جریان باریکه الکترونی افزایش می‌یابند. از این رو، در چگالی و سرعت‌های بالای باریکه به میدان‌های مغناطیسی نسبتاً بزرگی برای جلوگیری از تهیج مدهای ناپایدار رشته‌ای در دستگاه نیاز خواهد بود. نتایج به دست آمده در این پژوهش می‌توانند سهمی قابل توجه در درک فیزیکی بهتر رفتار برخی محیط‌های پلاسمایی آزمایشگاهی و اختریفیکی از جمله ناحیه‌هایی از یون سپهر و فام سپهر داشته باشد.

پیوست

کمیت‌های رابطه پاشندگی

کمیت‌های تعریف شده در رابطه پاشندگی (۲۲) به صورت زیر بیان شده‌اند:

$$u = \bar{\omega}^2 - \Omega^2,$$

$$w = (1 - i\nu_{en} \bar{\omega} - \bar{\omega}^2)$$

$$A = (v_{en}^2 - 2i\nu_{en} \bar{\omega} - \bar{\omega}^2 + \Omega^2)$$

$$B_0 = (\bar{v}_{bn||} - i\bar{\omega})(\bar{v}_{bn\perp} - i\bar{\omega})(\bar{v}_{in} - i\bar{\omega})(v_{en} - i\bar{\omega}),$$

مغناطیسی ثابت ناپایدارتر می‌شود. از سوی دیگر در ناحیه‌هایی که حضور میدان مغناطیسی بیشتر است ناپایداری رشته‌ای نقش کمتری داشته و محیط پایدارتر است.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات گرمایی و میدان مغناطیسی خارجی بر ناپایداری رشته‌ای دستگاه برخوردی باریکه الکترونی رقیق-پلاسمای یونیده ضعیف از طریق تحلیل بیشینه نرخ رشد مدهای ناپایدار مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، با توصیف پیکربندی تعادلی دستگاه مغناطیده باریکه-جریان برگشتی در حضور برخوردهای دوتایی ذرات باردار با اتم‌های خنثی، نرخ رشد بیشینه ناپایداری رشته‌ای از طریق تحلیل عددی رابطه پاشندگی به دست آمده بر پایه تقریب موضعی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که در غیاب برخورد نرخ رشد با افزایش عدد موج افزایش می‌یابد و در حد طول موج‌های کوتاه به حالت اشباع می‌رسد. در نظر گرفتن اثرات برخوردی منجر به یک عدد موج قطع می‌شود که برای مقادیر بزرگ‌تر از این عدد موج دستگاه حالت پایدار از خود نشان می‌دهد. از سوی دیگر، حضور میدان مغناطیسی باعث تضعیف ناپایداری در هر دو حالت برخوردی و غیربرخوردی می‌شود به طوری که با کاهش اندازه میدان مغناطیسی ناحیه طول موج‌های ناپایدار و همچنین بیشینه نرخ رشد ناپایداری

$$C_{\parallel} = \bar{v}_{ne}^{\perp} u + \bar{\omega}^{\perp} A + \bar{v}_{ne} \bar{\omega} (\bar{v}_{en} \bar{\omega} - iu),$$

$$C_{\perp} = \left(\bar{\omega}^{\perp} - \mu^{\perp} \Omega^{\perp} \right) [i \bar{v}_{ne} \bar{\omega} (i \bar{v}_{en} \bar{\omega} + u) + \bar{v}_{ni}^{\perp} A + \bar{v}_{ne} \bar{\omega} (\bar{v}_{en} \bar{\omega} - iu) - i \bar{v}_{ni} (\bar{v}_{ne} (v_{en} \bar{\omega} - iu) + \bar{\omega} A) - C_{\parallel}]$$

$$B_{\parallel} = \bar{v}_{ne} + \mu (\bar{v}_{en} - i \bar{\omega}) - i \bar{\omega} w - i \bar{v}_{ni} \bar{v}_{en} \bar{\omega} + \bar{v}_{in} w,$$

$$B_{\perp} = i \bar{v}_{ne} + i \alpha \bar{v}_{ne} + \bar{\omega} w + \bar{v}_{ni} \bar{v}_{en} \bar{\omega} + \mu (i \bar{v}_{ni} + (1 + \alpha) (i \bar{v}_{en} + \bar{\omega})) + i \bar{v}_{in} w,$$

$$B_{\perp} = (\bar{v}_{en} - i \bar{\omega}) (i \bar{v}_{in} + (1 + \mu) (i \bar{v}_{ni} + \bar{\omega})),$$

$$C_{\circ} = (\bar{v}_{bn\perp}^{\perp} - i \bar{v}_{bn\perp} \bar{\omega} - u)$$

مراجع

22. S Mohammadi and S M Jazayeri, *Iranian Journal of Physics Research* **10**, 3 (2010) 265.
۲۲. س محمدی و س م جزایری، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۰**، ۳ (۱۳۸۹) ۲۶۵.
23. J R Cary, L E Thode, D S Lemons, M E Jones, and M A Mostrom, *Phys. Fluids* **24** (1981) 1818.
24. A Parvazian and A Javani, *Iranian Journal of Physics Research* **10**, 3 (2010) 249.
۲۴. پروازیان و اجوانی، *مجله پژوهش فیزیک ایران* **۱۰**، ۳ (۱۳۸۹) ۲۴۹.
25. L O Silva, R A Fonseca, J W Tonge, W B Mori, and J M Dawson, *Phys. Plasmas* **9** (2002) 2458.
26. A Karmakar, N Kumar, G Shvets, O Polomarov, and A Pukhov, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 255001.
27. B Hao, Z M Sheng, J Zhang, and Y T Li, *Laser Part. Beams* **32** (2014) 79.
28. M Alimohamadi and K Hajisharifi, *Eur. Phys. J. Plus* **132** (2017) 232.
29. K Hajisharifi, S Tajik-nezhad, and H Mehdian, *Phys. Plasmas* **24** (2017) 032120.
30. B P Pandey, J Vranjes, and S V Vladimirov, *Phys. Plasmas* **19** (2012) 093701.
31. S Atzeni, A Schiavi, and J R Davies, *Plasma Phys. Control. Fusion* **51** (2009) 015016.
32. M Karlický, D Alexander, J C Brown, and A L MacKinnon, *Sol. Phys.* **129** (1990) 325.
33. E M Epperlein, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **27** (1985) 1027.
34. R Aghevli and J E Rowe, *Phys. Fluids* **16** (1973) 686.
35. S I Braginskii, *Rev. Plasma Phys.* **1** (1965) 205.
36. A Bret and E Perez Alvaro, *Phys. Plasmas* **18** (2011) 080706.
37. D Le Queau, R Pellat, and A Saint Marc, *Phys. Rev. A* **24** (1981) 448.
1. K Molvig, *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1504.
2. A Bret and M E Dieckmann, *Phys. Plasmas* **15** (2008) 062102.
3. A Bret, *Phys. Plasmas* **15** (2008) 022109.
4. A Bret, L Gremillet, and M E Dieckmann, *Phys. Plasmas* **17** (2010) 120501.
5. B B Godfrey, W R Shanahan, and L E Thode, *Phys. Fluids* **18** (1975) 346.
6. D Bohm and E P Gross, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1851.
7. B D Fried, *Phys. Fluids* **2** (1959) 337.
8. A Bret, M C Firpo, and C Deutsch, *Phys. Rev. E* **70** (2004) 046401.
9. M Tabak *et al.*, *Phys. Plasmas* **1** (1994) 1626.
10. M V Medvedev and A Loeb, *The Astrophysical Journal* **526** (1999) 697.
11. M Lazar, R Schlickeiser, R Wielebinski, and S Poedts, *The Astrophysical Journal*. **693** (2009) 1133.
12. H Mehdian, K Hajisharifi, and A Hasanbeigi, *The Astrophysical Journal*. **801** (2015) 89.
13. F Califano, R Prandi, F Pegoraro, and S V Bulanov, *Phys. Rev. E* **58** (1998) 7837.
14. M Honda, *Phys. Rev. E* **69** (2004) 016401.
15. A Bret, M C Firpo, and C Deutsch, *Phys. Rev. E* **72** (2005) 016403.
16. B Hao, Z M Sheng, and J Zhang, *Phys. Plasmas* **15** (2008) 082112.
17. A Hasanbeigi, N Saberi and H Mehdian, *Phys. Plasmas* **19** (2012) 042112.
18. H Mehdian, A Hasanbeigi, and K Hajisharifi, *Astrophys. Space Sci.* **346** (2013) 2.
19. H Mehdian, K Hajisharifi, and A Hasanbeigi, *Physics Letters A* **377** (2013) 34.
20. H Mehdian, K Hajisharifi, and A Hasanbeigi, *Phys. Plasmas* **21** (2014) 072106.
21. H Mehdian, K Hajisharifi, and A Hasanbeigi, *American Institute of Physics Advances* **5** (2015) 117236.