

بازسازی داده های لرزه ای با نمونه برداری مکانی غیر یکنواخت

مژگان کشکولی*، حمیدرضا سیاه کوهی

مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، دانشگاه تهران، تهران، ایران
*مسئول مکاتبات - آدرس الکترونیکی: m_kashkooli2001@yahoo.com
(دریافت: ۸۷/۳/۲۷؛ پذیرش: ۸۷/۱۲/۲۶)

چکیده

هدف لرزه نگاری اکتشافی ثبت میدان موج بازتاب شده از مرز مشترک لایه های زمین به منظور تولید تصویری از ساختارهای زمین شناسی زیرسطح می باشد. در پاره ای از مواقع داده های لرزه ای بطور غیر یکنواخت در مکان نمونه برداری می شوند، یعنی فاصله نمونه برداری مکانی در طول برداشت تغییر می کند. این مسأله ممکن است در پردازش منجر به ایجاد جاماندها در مقاطع لرزه ای شود که تفسیر را نیز با مشکل مواجه می کند. علت نمونه برداری غیر یکنواخت می تواند مربوط به: ۱- خطاهای انسانی مثل بکارگیری تجهیزات معیوب و خطا در استقرار تجهیزات، ۲- ناشی از محدودیت های محیطی مانند نوسان و جابجایی کابل ها در برداشت دریایی یا ۳- ناشی از مناطق غیرقابل دسترس در برداشت زمینی (مانند داخل شهرها، رودخانه ها، دره های ژرف) باشد. در این مقاله برای بازسازی رد لرزه های مفقوده از داده های لرزه ای که با نمونه برداری غیر یکنواخت برداشت شده اند از روش معکوس در حوزه فوریه با استفاده از کمترین مربعات استفاده شده است. اساس ریاضی این روش تخمین ضرایب فوریه ای است که توصیف کننده داده های لرزه ای با نمونه برداری غیر یکنواخت هستند. پس از تخمین این ضرایب می توان سیگنال را روی هر شبکه نمونه برداری مناسب دیگر توسط یک تبدیل فوریه معکوس بازسازی کرد. نرم افزارهای مربوطه در محیط MATLAB تدوین و نتایج اعمال روش بر روی داده های لرزه ای مصنوعی و واقعی ارائه شده است.

واژه های کلیدی: بازسازی رد لرزه، نمونه برداری نامنظم، تبدیل فوریه گسسته غیریکنواخت.

مقدمه

در نشریات ژئوفیزیکی روشهای ارائه شده مربوط به تبدیل های خاص، مانند تبدیل هذلولی، تبدیل رادون خطی (Thorson & Clearbout 1985) و تبدیل رادون سهموی (Hampson 1986, Kabir & Verschuur 1995) به نمونه برداری نامنظم داده های لرزه ای پرداخته اند. (Ronen, 1987) و (Ronen *et al.* 1991) روشی را برای تولید یک مقطع برانبارش شده همراه با برونراند شیب بدون دگرنامی معرفی کردند که از عهده نمونه برداری نامنظم داده های ورودی بر می آید. (Clearbout 1992) روشی یک بعدی بر پایه فیلتر پیش بینی خطا با هدف بازسازی نمونه های مفقود پیشنهاد داد.

در اینجا روشی پیشنهاد می شود که به هیچ یک از فرضیات ژئوفیزیکی و زمین شناختی نیاز ندارد. آسیب ایجاد شده توسط دگرنامی را می توان با استفاده از اطلاعات پیشین (a priori) مناسب در وارون کاهش داد، چنانچه توسط (Herrmann *et al.* 2000) برای رادون سهمی و توسط (Zwartjes & Sacchi 2004) برای تبدیل فوریه نشان داده شده است. روش بکار رفته در این مطالعه فقط بر مبنای تئوری فوریه و برگردان پارامتری بوده و قادر است از عهده انواع نمونه برداری نامنظم اختیاری برآید. ایده اصلی این روش تخمین طیف فوریه

در عمل مواردی پیش می آید که به دلایل مختلفی مانند مناطق غیرمجاز، رد لرزه های غیر قابل استفاده، رد لرزه های ازدست رفته به خاطر نقص دستگاه و نظایر آنها، به ناچار داده های لرزه ای در حوزه مکان بطور نامنظم نمونه برداری شوند. اکثر الگوریتم های پردازش داده های چند کاناله نمی توانند بطور مناسب با نمونه برداری نامنظم کار کنند. روش های ساده ای در عمل برای جبران رد لرزه های مفقوده از مجموعه داده های لرزه ای که بطور نامنظم نمونه برداری شده اند، استفاده شده است که عبارتند از:

الف) کپی کردن یا درون یابی خطی از روی رد لرزه های مجاور
ب) چشم پوشی کامل از آنها (با گنجاندن رد لرزه هایی با دامنه صفر).
در برخورد با این نوع داده های لرزه ای روش های کاملتری هم توسط محققین ارائه شده است:

الف) بازسازی داده ها در حوزه یک تبدیل مناسب غیر از حوزه زمان - مکان

ب) تنظیم (regularization) داده ها (یعنی بازسازی داده ها روی یک شبکه منظم در حوزه مکان).

$$P(x, \omega) = \frac{\Delta k_x}{2\pi} \sum_{m=-M}^M \tilde{P}(m\Delta k_x, \omega) e^{-jm\Delta k_x x} \quad (۶)$$

برای جلوگیری از دگرنامی قابل توجه در x ، Δk_x به اندازه کافی کوچک انتخاب می شود. ترکیب N رابطه (۶) برای مکانهایی که در عمل نمونه برداری غیر یکنواخت در آنها صورت گرفته (x_1, \dots, x_{N-1}) را می توان بصورت برداری نوشت:

$$\bar{y} = A\bar{p} \quad (۷)$$

$$y_n = P(x_n, \omega) \quad (۸-الف)$$

$$\tilde{p}_m = \tilde{P}(m\Delta k_x, \omega) \quad (۸-ب)$$

$$A_{nm} = \frac{\Delta k_x}{2\pi} e^{-jm\Delta k_x x_n} \quad (۸-ج)$$

در عمل داده ها به باند مورد نظر (یعنی $[-M\Delta k_x, M\Delta k_x]$) محدود نمی شوند و تعدادی مؤلفه های فرکانس مکانی فراتر از پهنای باندی که ما برای داده مشخص می کنیم وجود دارد. این مؤلفه ها در مدل مستقیم، خطاها یا نوفه را تشکیل می دهند و باید بصورت عبارت نوفه \bar{n} منظور شوند:

$$\bar{y} = A\bar{p} + \bar{n} \quad (۹)$$

اکنون مسأله ما به یک مسأله معکوس خطی استاندارد تبدیل شده است که در آن بردار مجهول، \bar{p} ، شامل داده ها در حوزه فوریه با فاصله منظم است که باید از بردار \bar{y} (شامل داده هایی که بطور نامنظم در حوزه مکان نمونه برداری شده اند) تخمین زده شود. از هر تکنیک تخمین پارامتر مطلوبی می توان استفاده کرد. در روش بیزین (Bard, 1988; Duijndam, 1988; Tarantola, 1987; 1974) تحت فرضیات توزیع های گوسی برای نوفه $n=N(0, C_n)$ که در آن مقدار قابل انتظار (expected value) و C_n ماتریس کواریانس نوفه است، اطلاعات پیشین (priori information) $\bar{p} = N(\bar{p}^i, \bar{C}_{\bar{p}})$ رابطه آشنای تخمین بیشینه تابع چگالی احتمال پسین (posteriori) بصورت زیر تعریف می شود (Bard, 1974; Tarantola, 1987; Duijndam, 1988):

$$\hat{\bar{p}} = (\bar{A}^H \bar{C}_n^{-1} \bar{A} + \bar{C}_{\bar{p}}^{-1})^{-1} (\bar{A}^H \bar{C}_n^{-1} \bar{y} + \bar{C}_{\bar{p}}^{-1} \bar{p}^i) \quad (۱۰)$$

که در آن ترانهاده مزدوج مختلط \bar{A} می باشد. در این مطالعه، رابطه (۱۰) را می توان بصورت زیر ساده کرد. چون برای داده لرزه ای معمولاً مدل پیشین در دست نیست، بنابراین $\bar{p}^i = \bar{0}$. طبق تئوری فوریه گسسته استاندارد، Δk_x بصورت $\Delta k_x < 2\pi/X$ انتخاب می شود، که در آن $X = \sum_n \Delta x_n$ فاصله ثبت است. پس دلیلی برای فرض همبسته بودن فرکانس های مکانی هم وجود ندارد و $\bar{C}_{\bar{p}}$ قطری خواهد بود. با تغییر قطر، می توان اولویتی را برای بعضی فرکانس های مکانی که می توانند مناسب باشند مشخص کرد (یعنی وقتی احتمال وقوع رویدادهای مسطح بسیار زیاد است). ولی معمولاً $\bar{C}_{\bar{p}}$ به شکل

یک داده برداری منظم (مورد نظر) از طیف دامنه نمونه های نامنظم است (Feichtinger et al. 1995).

در این روش می توان تبدیل معکوس دقیقی از حوزه تبدیل با نمونه برداری منظم را به حوزه مکان (برای هر موقعیت دلخواه) انجام داد. برای مثال، این روش برای تبدیل هذلولی و تبدیل رادون خطی توسط (Thorson & Clearbout, 1985) و برای تبدیل رادون سهموی توسط (Hampson, 1986) اجرا شده است. در ادامه علاوه بر تشریح مبانی نظری روش، با مثالهایی کارآیی آن روی داده های لرزه ای نشان داده می شود.

بازسازی یک بعدی با استفاده از تبدیل فوریه

برای داده های لرزه ای که در حوزه فرکانس-مکان $P(x, \omega)$ هستند، تبدیل فوریه مکانی پیوسته و مستقیم بصورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{P}(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x, \omega) e^{jk_x x} dx \quad (۱)$$

که در آن x متغیر مکانی، k_x عدد موج، و ω فرکانس زمانی می باشد. تبدیل معکوس آن هم بصورت زیر تعریف می شود:

$$P(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(k_x, \omega) e^{-jk_x x} dk_x \quad (۲)$$

زوج تبدیل فوریه زمانی نیز در تعریف یکسان و فقط در علامت تابع نمایی متفاوت هستند. برای داده باند محدود با نمونه برداری منظم در امتداد x ، تبدیل فوریه گسسته (DFT)، مربوط به رابطه (۱)، بصورت:

$$\tilde{P}(k_x, \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} P(n\Delta x, \omega) e^{jk_x n\Delta x} \Delta x \quad (۳)$$

تعریف می شود، که برای جلوگیری از دگرنامی در حوزه فوریه مکانی، Δx باید به اندازه کافی کوچک انتخاب شود. برای داده ها با نمونه برداری مکانی نامنظم، روش بدست آوردن تبدیل فوریه داده ها استفاده از جمع ریمان است، که در آن انتگرال رابطه (۱) با جمع روی مکان های نمونه واقعی (x_1, \dots, x_{N-1}) جایگزین می شود:

$$\tilde{P}(k_x, \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} P(x_n, \omega) e^{jk_x x_n} \Delta x \quad (۴)$$

$$\Delta x_n = \ell_{n+1} - \ell_n = \frac{x_{n+1} - x_{n-1}}{2} \quad (۵)$$

که در آن $\ell_n = (x_n + x_{n-1})/2$ نقطه میانی بین دو نمونه است. رابطه (۴) به عنوان تبدیل فوریه گسسته غیر یکنواخت (NDFT) معرفی شده است.

با استفاده از نمونه برداری یکنواخت در حوزه فوریه با فاصله Δk_x و باند محدود $[-M\Delta k_x, M\Delta k_x]$ ، عکس تبدیل فوریه گسسته برای هر مکان x توسط رابطه زیر بدست می آید:

محاسبه است. در این مطالعه مقدار ۱٪ بجای k^2 استفاده شده است. رابطه (۱۲) برای حالت کلی نمونه برداری نامنظم به یک نتیجه استاندارد برای حالت خاص نمونه برداری منظم تبدیل می شود. به سادگی می توان نشان داد که در مقابل انتخاب $\Delta k_x = 2\pi/N\Delta x$ ، رابطه تخمین زنده بصورت زیر در می آید (Sacchi & Ulrych, 1996):

$$\hat{p} = \left(\frac{\Delta k_x}{2\pi} + k^2 \right)^{-1} \bar{A}^H \bar{W} \bar{y} \quad (15)$$

با صفر قرار دادن عبارت تثبیت و جایگزین کردن تعاریف \bar{A} ، \bar{p} و \bar{y} در رابطه (۱۵)، در واقع DFT استاندارد بدست می آید:

$$\tilde{P}(k_x, \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} P(n\Delta x, \omega) e^{jk_x n \Delta x} \Delta x \quad (16)$$

کاربرد الگوریتم بر روی رکورد لرزه ای مصنوعی

همانطور که ذکر شد، اساس الگوریتم بازسازی تخمین صحیح ضرایب فوریه می باشد. این تخمین به وسیله رابطه (۱۲) انجام می شود. ورودی این الگوریتم بردار \bar{y} شامل داده ها با نمونه برداری غیر یکنواخت در حوزه مکان - فرکانس $((x_n, \omega))$ می باشد. خروجی رابطه (۱۲) (\hat{p}) ، شامل داده ها با نمونه برداری یکنواخت در حوزه عدد موج - فرکانس $((k_x, \omega))$ (همان تخمین ضرایب فوریه) با فاصله نمونه برداری یکنواخت $\Delta k_x = \frac{2\pi}{X}$ می باشد. سپس با تبدیل فوریه معکوس، داده ها با نمونه برداری یکنواخت مورد نظر در حوزه مکان بدست می آیند.

چون نمونه برداری مکانی نامنظم در لرزه نگاری اکتشافی در مرحله داده برداری لرزه ای رخ می دهد. برای بررسی کارایی این روش در پردازش داده های لرزه ای، رکورد لرزه ای چشمه مشترک مصنوعی (شکل ۱) حاوی امواج مستقیم، شکست مرزی و بازتابی از مدل زمین دو لایه با استفاده از موجک ریکر با فرکانس مرکزی ۲۵ هرتز تهیه شد (برای مشاهده کارایی روش روی مثال های متعدد داده های لرزه ای مصنوعی به کشکولی (۱۳۸۵) مراجعه شود). در مدل زمین بکار رفته، سرعت ۲۰۰۰ m/s برای لایه اول و سرعت ۵۰۰۰ m/s برای لایه دوم انتخاب شده است. این رکورد دارای ۱۲۸ رد لرزه با فاصله نمونه برداری منظم $\Delta x = 13$ متر می باشد که برای تهیه رکورد با نمونه برداری مکانی نامنظم، ۱۲ رد لرزه از آن در موقعیت های مختلف و دلخواه حذف شده است (شکل ۲). لازم به ذکر است که روش مورد استفاده در این مطالعه علاوه بر داده هایی که تعدادی از رد لرزه های آن مفقود شده است، قادر است با داده های لرزه ای که کلاً بطور غیر یکنواخت برداشت شده اند نیز کار بکند. شکل (۳) تبدیل فوریه دو بعدی رکورد مصنوعی را که بوسیله تبدیل فوریه گسسته DFT محاسبه شده است و شکل (۴) تبدیل فوریه دو بعدی رکورد نامنظم را

می باشد که $\bar{C}_p = \sigma_p^2 \bar{I}$ هنوز نامشخص است (Bard, 1974)؛ (Duijndam, 1988; Tarantola, 1987).

نمایش دقیقی از نوفه در \bar{C}_n بر هزینه است و معمولاً واقع بینانه نمی باشد چون اطلاعات مشروحه درباره نوفه در لرزه نگاری در دست نیست. از طرف دیگر، تعیین نوفه غیر همبسته از $\bar{C}_n = \sigma_n^2 \bar{I}$ برای نمونه های فشرده (یا نمونه برداری با فاصله کمتر) یک ساده سازی بیش از حد خواهد بود و علاوه بر آن نوفه هم از نوع باند محدود خواهد بود. یک تقریب بسیار مفید که زمان اندکی هم می برد توسط جایگزینی \bar{C}_n با ماتریس قطری $c^2 \bar{W}^{-1}$ بدست می آید (Duijndam, 1988)، که در آن عناصر قطر \bar{W} متناظر با فواصل بین نمونه ها هستند،

$$W_{nn} = \Delta x_n \quad (11)$$

اکنون رابطه تخمین زنده ضرایب فوریه بصورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\hat{p} = (\bar{A}^H \bar{W} \bar{A} + k^2 \bar{I})^{-1} \bar{A}^H \bar{W} \bar{y} \quad (12)$$

که در آن $k^2 = \frac{c^2}{\sigma_p^2}$ (جلوتر k توضیح داده شده است). نمونه های

فشرده دارای وزن کمتری نسبت به نمونه های فاصله دار هستند. زیرا در حالتیکه نوفه ها باند محدود باشند، همه نمونه های فشرده تقریباً دارای سیگنالهای مشابه و نوفه های مشابه خواهند بود. از این رو آنها اطلاعات مستقل را نشان نمی دهند و باید در حل دستگاه معادلات به مثابه بخش واحدی از اطلاعات تلقی شوند که ماتریس وزن \bar{W} همین ایده را بر آورده می کند. عبارت $[\bar{A}^H \bar{W} \bar{y}]_m$ در رابطه (۱۲) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$[\bar{A}^H \bar{W} \bar{y}]_m = \frac{\Delta k_x}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} P(x_n, \omega) e^{jm \Delta k_x x_n} \Delta x_n \quad (13)$$

مشاهده می شود که، صرف نظر از فاکتور ثابت $\Delta k_x / 2\pi$ ، این رابطه نشان دهنده جمع ریمان (NDFT) رابطه (۴) می باشد و تقریب اول برای جواب است. عملگر $(\bar{A}^H \bar{W} \bar{A} + k^2 \bar{I})^{-1}$ در رابطه (۱۲) در واقع اعمال واهمامیخت بر روی خروجی NDFT است که نتیجه را بهبود می بخشد. بدون وزن ها، اولین عبارت تقریب ضعیف تر $\bar{A}^H \bar{y}$ می باشد و فرایند تصحیح انجام شده توسط عملگر $(\bar{A}^H \bar{A} + k^2 \bar{I})^{-1}$ کم ثبات تر می شود.

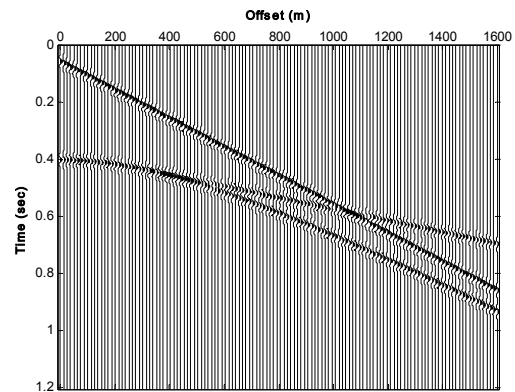
اگر بتوان نسبت F بین انرژی های پیش بینی شده نوفه و سیگنال را در داده ورودی تعیین کرد، می توان ثابت پایدارسازی را توسط رابطه

$$k^2 = \frac{c^2}{\sigma_p^2} = F \frac{\Delta k_x}{2\pi} \frac{M_p}{N} \quad (14)$$

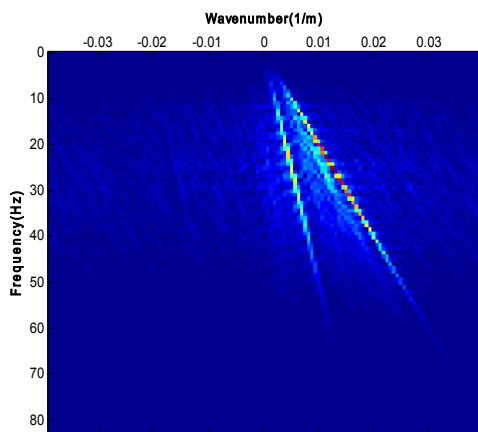
تقریب زد (دویجن دام، ۱۹۸۸). که در آن $M_p = 2M + 1$ تعداد کل ضرایب فوریه می باشد. در اینجا k^2 از روشهای آزمون و خطا قابل

نشان می دهد.

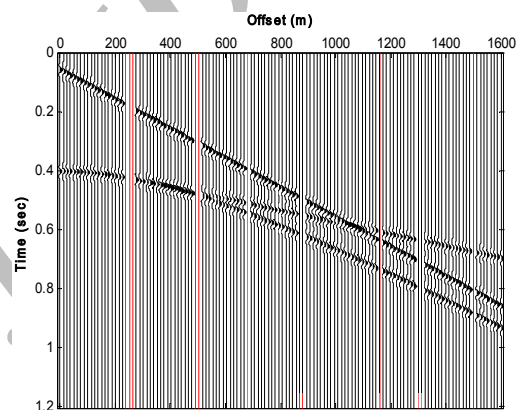
سیگنال های بازسازی شده در حوزه $(X-t)$ را نشان می دهد. اختلاف بین رکورد با نمونه برداری نامنظم و رکورد لرزه ای بازسازی شده در شکل (۶) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود اصلاً لطمه ای به داده های لرزه ای موجود نخورده و فقط اطلاعات مفقود شده بازسازی شده اند. از آنجا که تکنیکهای درونیابی معمولاً در مواجهه با رویدادهای لرزه ای با شیب تند به مشکل برمی خورند و به راحتی رویدادها با شیب کم را بازسازی می کنند. لذا در این مثال مصنوعی ضرورتی برای آوردن رویدادهای لرزه ای عمیق تر که عموماً شیبهای خیلی کمتری دارند، مشاهده نشد.



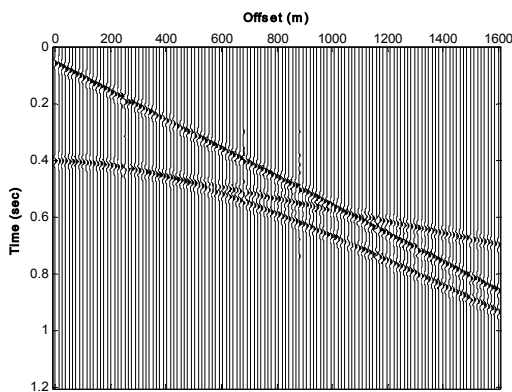
شکل ۱- رکورد لرزه ای چشمه مشترک مصنوعی با نمونه برداری مکانی منظم حاوی امواج مستقیم، شکست مرزی و بازتابی.



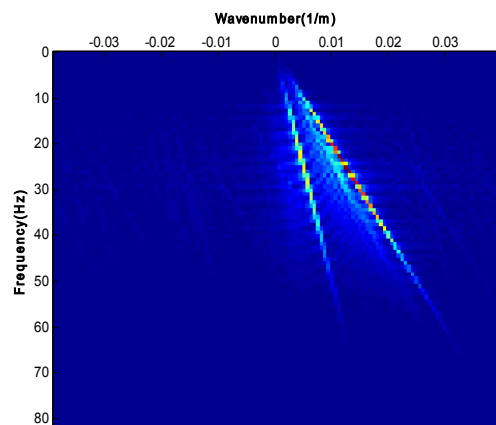
شکل ۲- تبدیل F-K رکورد شکل (۱).



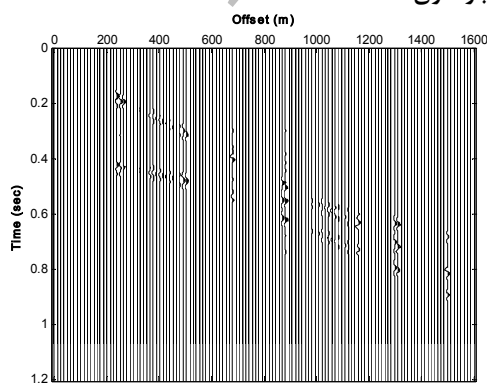
شکل ۳- رکورد لرزه ای چشمه مشترک مصنوعی پس از حذف ۱۲ رد لرزه در مکانهای مختلف (رکورد لرزه ای نامنظم) محل رد لرزه های حذف شده با خطوط قرمز مشخص شده اند.



شکل ۴- رکورد لرزه ای حاصل از بکارگیری الگوریتم که در آن رد لرزه های حذف شده بازسازی شده اند

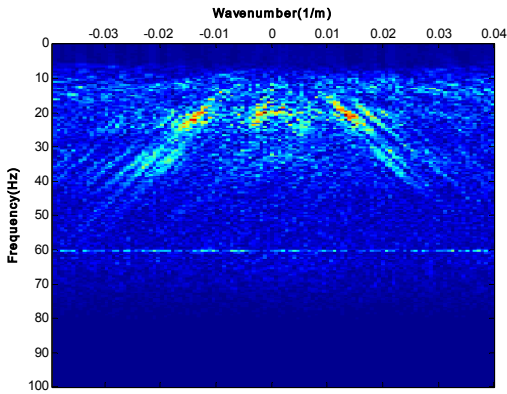


شکل ۵- تبدیل F-K رکورد شکل (۳)

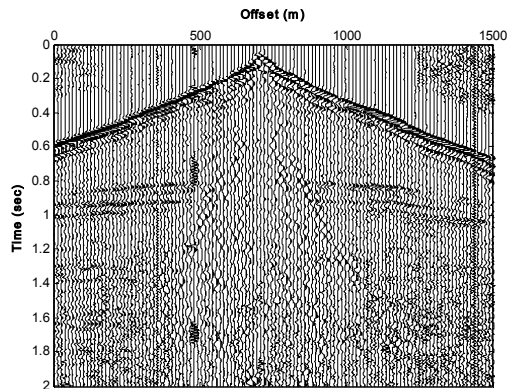


شکل ۶- رد لرزه های بازسازی شده

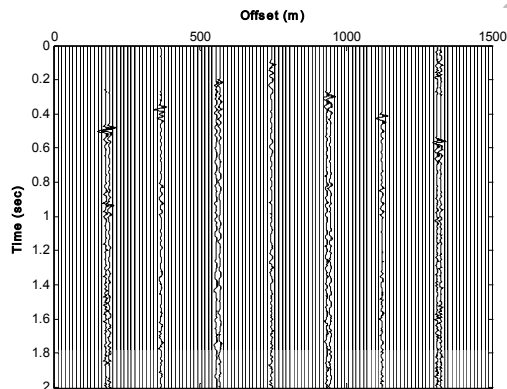
این الگوریتم به پهنای باند مکانی شدیداً وابسته است. لذا، بهترین بازسازی معمولاً نیازمند تناسب تقریباً یک به یک بین باند فرکانس مکانی و باند فرکانس زمانی است (به بیان دیگر تعداد معادلات و مجهولات مسأله با هم همخوانی داشته باشند). شکل (۵) نمایش



شکل ۱۰- تبدیل F-K رکورد شکل (۹).



شکل ۱۱- رکورد لرزه ای حاصل از بکارگیری الگوریتم که در آن رد لرزه های حذف شده بازسازی شده اند.



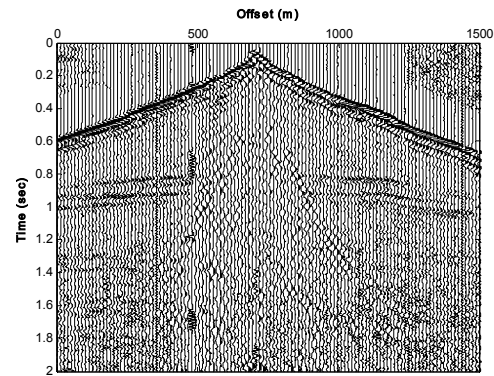
شکل ۱۲- رکورد خروجی شامل رد لرزه های بازسازی شده

نتیجه گیری

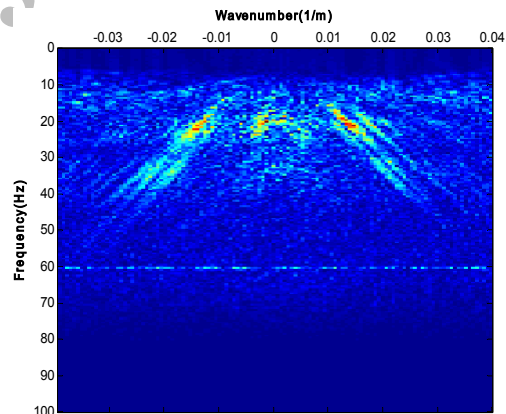
در این مطالعه نشان داده شد داده های لرزه ای (یعنی سیگنال ها با باند فرکانسی محدود) که در امتداد مختصه مکانی بطور نامنظم نمونه برداری شده اند را می توان توسط تخمین ضرایب فوریه با روش معکوس و استفاده از کمترین مربعات بازسازی کرد. این روش بازسازی را می توان برای هر هندسه نمونه برداری اختیاری بکار برد. کاربرد اصلی این الگوریتم پرکردن شکافها در داده های نمونه برداری شده نامنظم می باشد. این الگوریتم از همان مختصات رد لرزه واقعی استفاده

کاربرد الگوریتم بر روی داده های لرزه ای واقعی

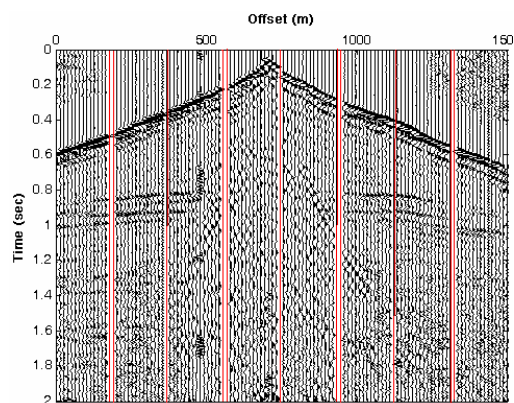
در شکل های (۷) تا (۱۲) بازسازی روی یک رکورد لرزه ای چشمه مشترک واقعی نشان داده می شود. در شکل (۹)، ۴ شکاف حاوی ۲ رد لرزه و ۳ شکاف حاوی یک رد لرزه ایجاد شده است (البته انتخاب این شکافها کاملاً اختیاری است). با اعمال الگوریتم بر روی این رکورد، منجر به رکورد بازسازی شده شکل (۱۱) شده است. تفاوت بین رد لرزه های ورودی و خروجی بسیار کم و ناشی از سیگنال خارج از پهنای باند مشخص شده می باشد.



شکل ۷- رکورد لرزه ای چشمه مشترک واقعی با نمونه برداری مکانی منظم



شکل ۸- تبدیل F-K رکورد شکل (۷)



شکل ۹- رکورد واقعی ورودی دارای ۴ شکاف با ۲ رد لرزه مفقوده و ۳ شکاف حاوی یک رد لرزه مفقوده

می کند و به داده نمونه برداری شده روی یک شبکه منظم نیاز ندارد. استفاده صحیح از مکان رد لرزه ها مهم است زیرا باعث کاهش جاماندهای غیر واقعی می شود. این روش برای بازسازی داده های لرزه ای نیازمند اطلاعات زیرسطح نیست و به ورودی کمی نیاز دارد. این روش را می توان برای هر نوع داده غیر یکنواخت نمونه برداری شده

اعم از شبکه های یکنواخت با داده های مفقود و نیز نمونه برداری تصادفی بکار برد. این الگوریتم به پهنای باند مکانی شدیداً وابسته است. لذا، بهترین بازسازی معمولاً نیازمند تناسب تقریباً یک به یک بین باند فرکانس مکانی و باند فرکانس زمانی است (به بیان دیگر تعداد معادلات و مجهولات مسأله با هم همخوانی داشته باشند).

منابع:

- کشکولی، م.، ۱۳۸۵، ترمیم داده های لرزه ای دگرنام شده در حوزه فرکانس، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران. ۷۹ صفحه.
- Bard Y. 1974: Nonlinear parameter estimation: Academic Press.
- Clearbout J.F. 1992: Earth soundings analysis: Processing versus inversion: Black-well Scientific Publications.
- Duijndam A.J. W. 1988: Bayesian estimation in seismic inversion part I-Principles. *Geophysics. Prosp.* **36**: 878-898.
- Feichtinger H., Grochenig, K., Strohmer, T. 1995: Efficient numerical methods in non-uniform sampling theory: *Numerische Mathematik.* **69**: 423-440.
- Hampson D. 1986: Inverse velocity stacking for multiple elimination: *J. Can. Soc. Expl. Geophys.* **22**: 44-55.
- Herrmann P., Mojesky, T., Hugonnet P. 2000: De-aliased, high-resolution Radon transforms: 70th Ann. Internat. Mtg, SEG, Expanded Abstracts, 1953-1956.
- Kabir M. M. N. Verschuur D. J., 1995: Restoration of missing offsets by parabolic radon transform: *Geophys. Prosp.* **43**: 347-368.
- Ronen J. 1987: Wave equation trace interpolation: *Geophysics.* **52**: 973-984.
- Ronen S., Sorin, V., Bale, R. 1991: Spatial dealiasing of 3-D seismic reflection data: *Geophys. J. Internat.* **105**: 503-511.
- Sacchi M. D., Ulrych T. J. 1996: Estimation of the discrete Fourier transform, a linear inversion approach: *Geophysics.* **61**: 1128-1136.
- Tarantola A. 1987, Inverse problem theory: Elsevier.
- Thorson J. R., Clearbout J. F., 1985, Velocity stack and slant stochastic inversion: *Geophysics.* **50**: 2727-2741.
- Zwartjes P. M., Sacchi M., 2004, Fourier reconstruction of non-uniformly sampled, aliased data: 74th Ann. Internat. Mtg, SEG, Expanded Abstracts. 1997-2000.

Archive of SID