

فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران / شماره ۱۷ / زمستان ۱۳۸۲ / صفحات ۱۹۲-۱۷۵

## کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار

سیمین عبدالعلی زاده شهیر\*

دکتر کوروش عشقی\*\*

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۲/۹/۱۸

تاریخ ارسال: ۱۳۸۱/۱۱/۲۰

### چکیده

پیچیدگی بازارها، به ویژه طیف گسترده ابزارهای سرمایه‌گذاری و عوامل متعدد مؤثر بر آنها، تصمیم‌گیری درخصوص انتخاب نوع دارایی را برای سرمایه‌گذاران دشوار می‌کند؛ به طوری که سرمایه‌گذاران همواره در تصمیم‌گیری‌های خود با مسئله بهینه‌سازی مجموعه دارایی روبه‌رو هستند. هدف از این بهینه‌سازی، تعیین میزان تخصیص وجه به هر دارایی به گونه‌ای است که بازده مجموعه دارایی، حداکثر و ریسک آن، حداقل گردد. از آنجا که هیچ‌گونه الگوریتم کارایی برای یافتن پاسخ بهینه برای مسئله مجموعه دارایی با ابعاد بزرگ وجود ندارد، در این مقاله دو الگوریتم ژنتیک برای یافتن پاسخی نزدیک به بهینه طراحی شده است. اولین الگوریتم، مجموعه دارایی با بالاترین بازده و کمترین ریسک و نیز کمترین ضریب همبستگی با سایر دارایی‌ها را انتخاب و الگوریتم ژنتیک دوم، در بورس اوراق بهادار تهران با بیش از ۲۰۰ سهام پیاده و نتایج آن ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** انتخاب مجموعه دارایی، الگوریتم ژنتیک، سرمایه‌گذاری، بهینه‌سازی.

\* کارشناس ارشد مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شریف

e-mail: a\_shahir@hotmail.com

\*\* عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شریف

e-mail: eshghi@sharif.edu

## ۱. مقدمه

مسئله انتخاب مجموعه دارایی بهینه یکی از نظریه‌های بازار سرمایه است که در نقطه تلاقی اقتصاد کلان و اقتصاد خرد قرار دارد<sup>۱</sup>. در اقتصاد کلان، سرمایه‌گذاری یکی از شاخص‌های مهم محسوب شده و نقش تعیین‌کننده‌ای را در رشد و توسعه اقتصادی ایفا می‌کند. در اقتصاد خرد نیز، اهمیت تصمیمات سرمایه‌گذاری ناشی از این مسئله است که در واقع، فرد سرمایه‌گذار، مصرف امروز را به امید مصرف بیشتر به زمانی در آینده موکول می‌کند. در واقع، تصمیم بهینه سرمایه‌گذاری میزان مطلوبیت مورد انتظار سرمایه‌گذار را از مصرف آتی (طی افق برنامه‌ریزی) پیشینه می‌سازد. تابع مطلوبیت هر سرمایه‌گذار با توجه به ترجیحات شخص تعیین می‌شود که لزوماً با سایر سرمایه‌گذاران یکسان نخواهد بود. در این خصوص، ریسک و بازده معیارهایی هستند که میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار را از انتخاب مجموعه دارایی سرمایه‌گذاری مشخص می‌کنند. مجموعه دارایی هر سرمایه‌گذار با توجه به شرایط، افق زمانی، ریسک و میزان جریان نقدینگی مورد نظر متفاوت است. هدف از مدیریت مجموعه دارایی تعیین این متغیرها به گونه‌ای است که ریسک حداقل و بازده حداکثر شود. انتخاب مجموعه دارایی بهینه معمولاً با تعامل بین ریسک و بازده مطرح می‌شود. هرچه ریسک مجموعه دارایی بیشتر باشد، احتمال دریافت بازده بالاتر، بیشتر خواهد بود. تصمیم سرمایه‌گذار در خصوص انتخاب مجموعه دارایی مرتبط با نوع دارایی و همچنین، میزان تخصیص وجه به هر دارایی است. در دنیای واقعی درجه ریسک‌پذیری افراد با یکدیگر متفاوت است و بازده دارایی‌ها به دلیل وجود عوامل متعدد مؤثر بر آن غیرقابل پیش‌بینی است. به دلیل نااطمینانی و ریسک موجود در بازار، مسئله تنوع‌بخشی<sup>۲</sup> مجموعه دارایی نیز دارای اهمیت خاصی است. طبقات مختلف دارایی شامل انواع اوراق بهادار، پول نقد، املاک، طلا و امثال آن می‌شود که ریسک و بازده آنها با یکدیگر متفاوت است. هر یک از این طبقات خود شامل انواع مختلف با ریسک‌ها و بازده‌های متفاوت هستند. افزون بر این، بعضی از طبقات دارایی دارای همبستگی هستند و ریسک و بازده آنها در یک جهت کاهش و یا افزایش می‌یابد.

تاکنون الگوهای زیادی برای حل مسئله مجموعه دارایی بهینه ارائه شده است که هر یک با توجه به شرایط و محدودیت‌هایی طرح شده‌اند. اگرچه این الگوها از لحاظ نظری با روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی قابل حل هستند، اما در عمل مشکلاتی در این زمینه وجود دارد. از جمله، طبیعت معیارهای ریسک

1. Friedman, B.M. and Hahn, F.H.(2000).
2. Diversification.

مانع از ایجاد یک راه‌حل عمومی می‌شود و نیز، روش‌های عمومی حل مسائل غیرخطی به دلیل شکل غیرمحدب تابع هدف قابل استفاده نیست. افزون بر این، اندازه معمول مسائل انتخاب مجموعه دارایی در دنیای واقعی شامل صدها نوع دارایی است که بازده و ریسک این دارایی‌ها با استفاده از سری‌های زمانی به دست می‌آید. بدین ترتیب، با توجه به ابعاد بزرگ مسئله، حل بهینه آن با بسته‌های نرم‌افزاری رایج در حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی امکان‌پذیر نیست. مدیران سرمایه‌گذاری نیز در عمل محدودیت‌هایی را بر مجموعه دارایی بهینه خود اعمال می‌کنند که این امر نیز موجب پیچیده‌تر شدن مسئله می‌شود.<sup>۱</sup> به دلیل مشکلات موجود در زمینه حل الگوی برنامه‌ریزی غیرخطی مسئله مجموعه دارایی، پژوهشگران سایر روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی را برای حل مسئله به کار برده‌اند. در رابطه با این موضوع پژوهش کاملی از سوی برد و سایرین<sup>۲</sup> انجام شده است.

اخیراً روش‌های فرا ابتکاری در حل مسائل بهینه‌سازی مدنظر قرار گرفته و پژوهش‌های زیادی نیز در این زمینه انجام شده است. به ویژه، الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش جستجوی کارا کاربرد وسیعی یافته است. مطالعات گسترده‌ای نیز در خصوص کاربرد الگوریتم ژنتیک در حل مسئله مجموعه دارایی انجام شده که در هر یک، این روش به شکل خاصی مورد استفاده قرار گرفته و در بعضی از موارد نیز با سایر الگوهای ریاضی ادغام شده است. این الگوریتم‌ها در ادامه مقاله مورد بررسی قرار خواهند گرفت. این مقاله، کاربرد الگوریتم ژنتیک را در بهینه‌سازی مجموعه‌دارایی مورد بحث قرار می‌دهد. بدین منظور، دو الگوریتم ژنتیک طراحی شده است که در اولین الگوریتم، یک مجموعه از دارایی‌ها از بین مجموعه بالقوه دارایی‌ها انتخاب شده و سپس، در الگوریتم دوم نحوه تخصیص دارایی به این مجموعه مشخص می‌شود. در نهایت، الگوریتم‌های طراحی شده بر روی سهام عرضه شده در بورس اوراق بهادار تهران مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

## ۲. مسئله انتخاب مجموعه دارایی بهینه

اولین بار در سال ۱۹۵۲ مارکوتیز<sup>۳</sup> الگوی حل مسئله انتخاب مجموعه دارایی بهینه را ارائه داد. وی، مسئله را به صورت کمینه‌سازی واریانس مجموعه دارایی مطرح نمود با این محدودیت که بازده مورد

1. Loraschi, A., etal (1995).
2. Board, j., etal (1999).
3. Markowitz.

انتظار با یک مقدار ثابت برابر باشد. فرض اصلی این الگو، مبتنی بر ریسک‌گریز بودن کلیه سرمایه‌گذاران است حتی اگر قسمتی از بازده آنها از بین برود.<sup>۱</sup>

$$\text{Min } V(\sum_{j=1}^n c_j x_j) = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 x_j^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

$$\text{s.t. } (1) \quad E(\sum_{j=1}^n c_j x_j) = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j = E_0$$

$$(2) \quad \sum_{j=1}^n x_j = 1$$

$$(3) \quad x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

که در آن، متغیر تصمیم  $x_j$  میزان سرمایه‌گذاری در دارایی  $j$  و  $E_0$  بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار است.  $c_j$  نیز بازده دارایی  $j$  است که یک متغیر تصادفی است و دارای توزیع نرمال، واریانس  $\sigma_j^2$  و میانگین  $\mu_j$  می‌باشد.  $\sigma_{ij}$  نیز کوواریانس بین بازده دارایی‌های  $i$  و  $j$  است. در الگوی مارکویتز موارد زیر قابل تأمل است:

(۱) با افزایش تعداد دارایی، اندازه ماتریس کوواریانس بیش از اندازه بزرگ می‌شود.

(۲) هیچ‌گونه حد بالایی برای سهم هر دارایی در مجموعه دارایی وجود ندارد. در عمل ممکن است دلایل قانونی و مقرراتی برای محدود کردن میزان یک دارایی در مجموعه دارایی وجود داشته باشد. بعضی از مدیران سرمایه‌گذاری نیز حد بالایی را برای حجم معاملات یک روز برای هر سهام تعیین می‌کنند. علت این امر متأثر شدن قیمت بازار دارایی در اثر فروش سریع تعداد زیادی از آن است.

(۳) معیار عمومی ریسک، واریانس و یا ریشه دوم آن، انحراف معیار است. این معیار، برای یک دارایی که دارای توزیع نرمال باشد و در بازاری کارا معامله شود، معیار قابل قبولی است. اگر این دو خصوصیت برای دارایی وجود نداشته باشد، استفاده از واریانس با مشکل روبه‌رو می‌شود. به این دلیل معیارهای دیگری برای ریسک مطرح می‌شود که ریسک قیمت پایین<sup>۲</sup> و یا نیمه واریانس<sup>۳</sup> از آن جمله هستند.

4. Chan, M., etal (1999).

1. Downside Risk.  
2. Semi-variance.

سرمایه‌گذاران خیلی محافظه‌کار نیز به جای کمینه‌سازی ریسک، روش بیشینه‌سازی حداقل بازده را به کار می‌برند<sup>۱</sup>.

### ۳. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک که اولین بار جان هولند<sup>۲</sup> آن را ارائه داد، یکی از الگوریتم‌های جستجو به حساب می‌آید که اساس آن مبتنی بر ژنتیک موجودات زنده است<sup>۳</sup>. این الگوریتم اصل "حیات مناسب‌ترین"<sup>۴</sup> داروین را با یک سری اطلاعات تصادفی ساخت‌یافته ادغام و یک الگوریتم جستجو ایجاد می‌کند.

امروزه، الگوریتم ژنتیک جایگاه خاصی در میان روش‌های بهینه‌سازی برای حل مسائل پیچیده پیدا کرده است و به عنوان یک روش مؤثر و کارا برای حل این‌گونه مسائل در زمینه‌های تجاری، علمی و مهندسی به حساب می‌آید. این الگوریتم، از لحاظ محاسباتی ساده، اما قدرتمند است و فرضیات محدودکننده در خصوص فضای جستجو آنرا محدود نمی‌کند.

برای حل یک مسئله به روش ژنتیک ابتدا باید پاسخ مسئله را کدگذاری کرده، به گونه‌ای که در ادامه اجرای الگوریتم بتوان این پاسخ را مورد ارزیابی قرار داد و عملگرهای مختلف را بر آن اعمال کرد. اجرای الگوریتم با ایجاد یک مجموعه ابتدایی از جواب‌های تصادفی که جمعیت اولیه<sup>۵</sup> نامیده می‌شود، شروع می‌گردد. هر عضو در جمعیت یک کروموزوم<sup>۶</sup> نامیده می‌شود که نمایانگر یک حل برای مسئله موجود است.

یک کروموزوم رشته‌ای از اعداد است که در اصطلاح ژن نامیده می‌شود و معمولاً و نه لزوماً یک رشته دودویی است. طی هر تکرار الگوریتم ژنتیک، مجموعه جدیدی از کروموزوم‌ها تولید می‌شود. جمعیت در زمان معلوم را نسل<sup>۷</sup> می‌نامند. طی هر نسل، میزان برآزش کروموزوم‌ها با تابع برآزش<sup>۸</sup> که

۳. پژوهشگران زیادی بر روی الگوی مارکویتز و روش‌های بهبود آن مطالعه کرده‌اند که برای آگاهی از نتایج پژوهش‌های آنها می‌توان به منبع شماره (۶) مراجعه کرد.

4. John Holland.

5. Goldberg, D. E. (1989).

6. Survival of the Fittest.

1. Initial Population.

2. Chromosome.

3. Generation.

4. Fitness Function.

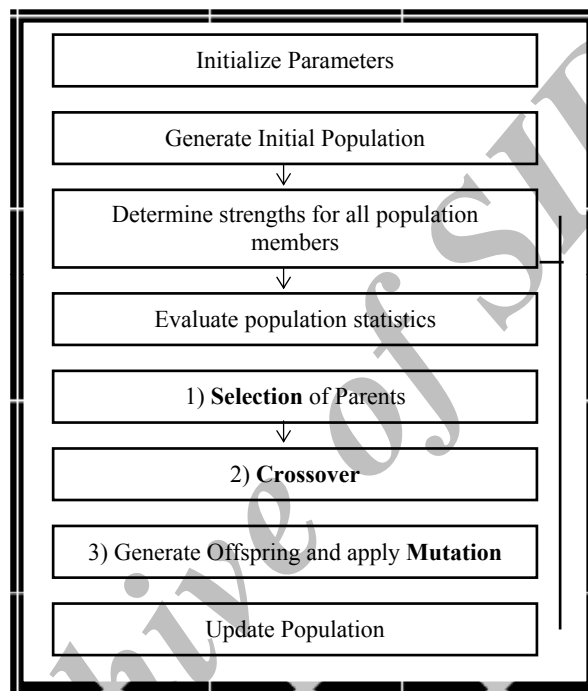
یک کروموزوم را با توجه به تابع هدف مسئله برآورد می‌کند، تعیین می‌شود. طی فرایند بازتولید<sup>۱</sup>، عملگرهای ژنتیک یعنی عملگر تقاطعی<sup>۲</sup> و عملگر جهشی<sup>۳</sup> بر روی کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند. به کروموزوم‌هایی که از این طریق تولید می‌شوند، نوزاد<sup>۴</sup> اطلاق می‌شود. سپس، برازندگی نوزادان ارزیابی شده و به وسیله یکی از رویه‌های انتخاب<sup>۵</sup> کروموزوم‌های بهتر انتخاب و به نسل بعد منتقل می‌شوند. برای هر یک از عملگرهای ژنتیک یک پارامتر احتمال تعریف می‌شود که عملگرها با این احتمالات بر کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند.

هر تکرار این روند یک نسل را ایجاد می‌کند که تعداد نسل‌ها به دلخواه تعیین می‌شود. در این فرایند، الگوریتم به بهترین کروموزوم همگرا می‌شود که نمایانگر جواب بهینه یا زیربهینه مسئله است. تصویر (۱) نمودار چرخشی الگوریتم ژنتیک را به نمایش می‌گذارد.

روش‌های مختلفی برای عملگرهای تقاطعی و جهشی و همچنین، رویه انتخاب وجود دارد که معمولاً، با توجه به نوع مسئله و نحوه کدگذاری پاسخ مسئله تعیین می‌شوند. به عنوان مثال، در عملگر

- 
5. Reproduction Operator.
  6. Crossover Operator.
  7. Mutation Operator.
  8. Offspring.
  9. Selection.

تصویر-۱. نمودار چرخشی الگوریتم ژنتیک



تقاطع‌های یک نقطه برش، یک نقطه به طور تصادفی در طول کروموزوم انتخاب و ژن‌های قسمت دوم کروموزوم‌ها با یکدیگر معاوضه و ژن‌های قسمت اول عیناً به فرزندان منتقل می‌شوند. نمونه‌ای از عملگر جهشی، روش یکنواخت است که بر اساس آن، برای تک تک ژن‌ها در هر کروموزوم یک عدد تصادفی بین صفر و یک ایجاد می‌شود. اگر این عدد کوچکتر از احتمال عملگر جهشی باشد، مقدار ژن تغییر خواهد کرد. بدین صورت که اگر مقدار آن یک باشد، صفر خواهد شد و اگر صفر باشد، یک خواهد شد. محدودیت‌های موجود در مسائل بهینه‌سازی نیز به روش‌های مختلف اعمال می‌شوند. به عنوان مثال، یکی از این روش‌ها استراتژی تغییر ژن‌ها است. بدین ترتیب که پس از تشکیل کروموزوم جدید،

محدودیت مسئله مورد آزمون قرار می‌گیرد. در صورت عدم ارضای محدودیت، ژن‌های موجود در کروموزوم به گونه‌ای تغییر داده می‌شوند تا محدودیت ارضا شود<sup>۱</sup>.

Archive of SID

---

۱. برای آشنایی با رویکردهای مختلف عملگرهای الگوریتم ژنتیک می‌توانید به منبع شماره (۱۰) مراجعه کنید.



#### ۴. کاربرد الگوریتم ژنتیک در حل مسئله مجموعه دارایی

همان‌گونه که قبلاً گفته شد، تاکنون پژوهشگران زیادی کاربرد الگوریتم ژنتیک را در حل مسئله مجموعه دارایی مورد بررسی قرار داده‌اند. خلاصه‌ای از شیوه استفاده هر یک از آنها در جدول (۱) آمده است.

##### جدول ۱- کاربرد الگوریتم ژنتیک در حل مسئله انتخاب مجموعه دارایی

نام پژوهشگر	روش مورد استفاده	نوع مجموعه دارایی
چان و سایرین	از الگوریتم ژنتیک برای بهینه سازی چندمرحله‌ای مجموعه دارایی استفاده کرده‌اند.	دلخواه
لراسچی و سایرین	- از الگوریتم ژنتیک و کمینه سازی ریسک قسمت پایین استفاده کرده‌اند. - از الگوریتم ژنتیک گسسته استفاده کرده‌اند. در این روش، کروموزوم‌ها به زیرگروه‌هایی تقسیم می‌شوند و در فرایند بازتولید تعداد مشخصی از کروموزوم‌ها بین زیرگروه‌ها مبادله می‌شوند.	اوراق بهادار
لازو و سایرین	با استفاده از دو الگوریتم ژنتیک و شبکه‌های عصبی از بین ۱۳۷ سهام، ۱۲ مورد انتخاب می‌شود.	سهام
پاچکو و سایرین	از الگوریتم ژنتیک به منظور برنامه‌ریزی جریان نقدینگی استفاده شده است.	مدیریت دارایی و بدهی
ویرا و سایرین	در تابع برازش از اطلاعات کارشناس فن نیز استفاده شده است.	سهام
لی و سایرین	از برنامه‌ریزی ژنتیک در حل مسئله استفاده شده است و کروموزوم‌ها به صورت درختی تعریف می‌شوند.	دلخواه
اسکلاتمن و سیز	تلفیقی از الگوریتم ژنتیک و روش گرادیان مورد استفاده قرار گرفته و تأکید بر ریسک اعتباری است.	وام‌های اعطایی
شاپکات	یک مجموعه دارایی با عملکردی مشابه یک شاخص ایجاد می‌شود.	دلخواه

فیشرف	الگوریتم ژنتیک با توابع برازش مختلف بررسی شده و هر یک با سایر روش‌های بهینه‌سازی مقایسه شده‌اند.	پروژه‌های صنعت نفت و گاز
-------	--	--------------------------

### ۵. الگوریتم ژنتیک برای انتخاب مجموعه دارایی

در این بخش، یک الگوریتم ژنتیک به منظور انتخاب یک مجموعه منتخب به تعداد موردنظر از بین مجموعه دارایی‌های بالقوه ارائه می‌شود. همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، سرمایه‌گذار با طیف وسیعی از ابزارهای سرمایه‌گذاری روبه‌رو است و انتخاب ابزارهای متناسب با ریسک و بازده مورد نظر سرمایه‌گذار بسیار مشکل است. به عنوان مثال، انتخاب ۱۰ دارایی از بین ۱۰۰ دارایی مستلزم بررسی  $10^{13}$  حالت مختلف خواهد بود. باتوجه به ابعاد بزرگ مسئله و پیچیدگی آن و همچنین، نظر به کارایی الگوریتم ژنتیک در حل این گونه مسائل، این روش، برای انتخاب مجموعه دارایی در نظر گرفته شده است.

هدف از الگوریتم ژنتیک ارائه شده در این بخش، انتخاب یک مجموعه از دارایی‌ها است که علاوه بر اینکه دارای بیشترین بازده و کمترین ریسک هستند، ضریب همبستگی بین دارایی‌های موجود در این مجموعه نیز کمترین مقدار را دارا باشد. بدین ترتیب تابع ریاضی هدف مسئله به شکل زیر تعیین می‌شود:

$$z = \text{Max} \prod_{i \in P} \prod_{\substack{j \in P \\ i \neq j}} R_i (1 - \sigma_i) (1 - \rho_{ij}) \quad (1)$$

که در آن:

$P$ ، مجموعه دارایی

$R_i$ ، بازده دارایی  $i$

$\sigma_i$ ، انحراف معیار و یا همان ریسک دارایی  $i$

$\rho_{ij}$ ، ضریب همبستگی بین دارایی  $i$  و  $j$

با فرض اینکه تعداد دارایی‌های موجود در بازار  $n$  باشد، هر کروموزوم شامل  $n$  ژن است که در واقع هر ژن، نشان‌دهنده یکی از دارایی‌های موجود در بازار است. به‌عبارت دیگر، ژن  $i$  نشان‌دهنده دارایی  $i$  است. طی اجرای الگوریتم، هر ژن دارای یکی از دو مقدار صفر (عدم حضور در مجموعه دارایی) و یا یک (حضور در مجموعه دارایی) بوده و در هر کروموزوم صرفاً تعداد  $m$  (تعداد دارایی موردنظر سرمایه‌گذار) ژن دارای مقدار یک خواهد بود. در انتهای این قسمت از برنامه، شماره ردیف ژن‌هایی که در کروموزوم

بهینه دارای مقدار "یک" هستند، داده می‌شود که در واقع این شماره‌ها، نشان‌دهنده شماره ردیف دارایی‌های انتخاب شده در مجموعه دارایی هستند.

به منظور تعیین یک الگوریتم مناسب برای این قسمت از دو عملگر تقاطعی (روش یک نقطه برش و روش دو نقطه برش)، و یک عملگر جهشی (معاوضه) و نیز دو رویکرد برای انتخاب بهترین کروموزوم‌ها (چرخ رولت و  $(\lambda + \mu)$ ) استفاده شده است که در نهایت، با استفاده از روش‌های آماری بهترین حالت انتخاب خواهد شد. بدین ترتیب، چهار حالت برای این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته که در جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول-۲. حالات مورد بررسی برای الگوریتم ژنتیک اول

حالت اول	عملگر تقاطعی	عملگر جهشی	استراتژی انتخاب
حالت دوم	یک نقطه برش	معاوضه	چرخ رولت
حالت سوم	دو نقطه برش	معاوضه	چرخ رولت
حالت چهارم	دو نقطه برش	معاوضه	$(\lambda + \mu)$

### ۶. الگوریتم ژنتیک برای تعیین نحوه تخصیص مجموعه دارایی‌ها

هدف از این قسمت، تعیین وزن بهینه هر یک از دارایی‌های انتخاب شده به وسیله الگوریتم اول به گونه‌ای است که ریسک مجموعه دارایی دارای کمترین مقدار باشد. بدین منظور، تابع هدف الگوی مارکوویتز که همان کمینه سازی ریسک مجموعه دارایی است، به عنوان تابع برازش در نظر گرفته شده است. یعنی:

$$Min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

که در آن:

$X_i$ ، وزن دارایی  $i$  در مجموعه دارایی

$X_j$ ، وزن دارایی  $j$  در مجموعه دارایی

$\sigma_{ij}$ ، کوواریانس بین دارایی  $i$  و دارایی  $j$

$\sigma_{ii}$ ، واریانس دارایی  $i$

$m$ ، تعداد دارایی موجود در مجموعه دارایی

هر کروموزوم (پاسخ مسئله)، شامل  $m \times 7$  ژن است ( $m$  تعداد دارایی‌های انتخاب شده در الگوریتم اول) که هر ژن یکی از دو مقدار صفر و یا یک را دارا خواهد بود. مقدار دهمی هر ۷ ژن برای تعیین وزن هر دارایی در مجموعه دارایی در نظر گرفته می‌شود. لازم است مجموع اوزان دارایی‌ها برابر ۱۰۰ باشد که این امر در مراحل اجرای الگوریتم مورد آزمون قرار می‌گیرد. در انتها، بهترین پاسخ به صورت ماتریسی شامل شماره ردیف دارایی انتخاب شده و وزن آن دارایی در مجموعه دارایی به دست می‌آید. به منظور تعیین یک الگوریتم مناسب برای این بخش، دو عملگر تقاطعی (روش یک نقطه برش و روش دو نقطه برش) و دو عملگر جهشی (روش یکنواخت و روش معاوضه) در نظر گرفته شده است که در نهایت، با استفاده از روش‌های آماری بهترین الگوریتم انتخاب می‌شود. به منظور انتخاب بهترین کروموزوم‌ها برای انتقال به نسل‌های بعد نیز رویکرد  $(\lambda + \mu)$  مورد استفاده قرار گرفته است. بدین ترتیب، چهار حالت در این الگوریتم مورد بررسی قرار خواهد گرفت که در جدول (۳) نشان داده شده است.

### جدول ۳- حالات مورد بررسی برای الگوریتم ژنتیک دوم

حالت	عملگر تقاطعی	عملگر جهشی	استراتژی انتخاب
حالت اول	یک نقطه برش	معاوضه	$(\lambda + \mu)$
حالت دوم	یک نقطه برش	یکنواخت	$(\lambda + \mu)$
حالت سوم	دو نقطه برش	معاوضه	$(\lambda + \mu)$
حالت چهارم	دو نقطه برش	یکنواخت	$(\lambda + \mu)$

به منظور تجزیه و تحلیل و انتخاب بهترین حالت در جداول (۲) و (۳) از روش‌های آماری استفاده شده است که در بخش نتایج محاسباتی به طور مشروح مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نتایج به دست آمده، نوع عملگرهای انتخابی در الگوریتم نهایی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

**الگوریتم ۱:** عملگر تقاطعی دو نقطه برش، عملگر جهشی معاوضه، استراتژی انتخاب  $(\lambda + \mu)$ .

**الگوریتم ۲:** عملگر تقاطعی دو نقطه برش، عملگر جهشی یکنواخت و استراتژی انتخاب  $(\lambda + \mu)$ .

### ۷. تشریح چگونگی اجرای الگوریتم نهایی

در این قسمت، گام‌های مختلف اجرای الگوریتم‌ها تشریح خواهند شد. لازم به ذکر است از آنجا که گام‌ها و نحوه اجرای عملگرها در هر دو الگوریتم یکسان است، گام‌های ذکر شده شامل هر دو الگوریتم خواهد شد.

**گام صفر)** پیش از اجرای الگوریتم احتمال عملگر تقاطعی، احتمال عملگر جهشی، حداکثر تعداد نسل‌ها و اندازه جمعیت مربوط به هر یک از الگوریتم‌های ژنتیک همراه با تعداد دارایی‌های موجود در بازار و همچنین، تعداد دارایی‌های موردنظر سرمایه‌گذار ( $m$ ) به صورت ورودی به برنامه داده می‌شوند.

**گام اول)** جمعیت اولیه به صورت تصادفی و به تعدادی که در گام صفر مشخص شده است ایجاد شده و مقدار تابع برازش هر یک محاسبه می‌شود. در الگوریتم اول در ابتدا، کلیه ژن‌ها دارای مقدار صفر بوده و سپس،  $m$  ژن به طور تصادفی انتخاب شده و مقدار آنها برابر با یک قرار داده می‌شود. بدین ترتیب، محدودیت برنامه نیز اعمال شده است و در الگوریتم دوم مقادیر ژن‌های هر کروموزوم به طور تصادفی صفر و یک قرار داده می‌شود.

**گام دوم)** در این گام، عملگر تقاطعی بر روی کروموزوم‌های جمعیت اولیه پیاده می‌شود. بدین منظور، در الگوریتم اول با استفاده از روش چرخ رولت دو کروموزوم انتخاب می‌شوند و در الگوریتم دوم نیز به ترتیب از ابتدای جمعیت شروع و دو کروموزوم انتخاب می‌شوند. سپس، یک عدد تصادفی بین صفر و یک ایجاد می‌شود. اگر این عدد کوچکتر از احتمال عملگر تقاطعی باشد، عمل تقاطع بر آن دو کروموزوم انجام می‌شود، درغیراین صورت، کروموزوم‌های بعدی انتخاب می‌شوند. در الگوریتم اول به منظور ارضای محدودیت تعداد دارایی موردنظر سرمایه‌گذار، فرزندان به وجود آمده در صورت لزوم مورد اصلاح و تعدیل قرار می‌گیرند. در انتها، تابع برازش هر یک از فرزندان محاسبه می‌شود.

**گام سوم)** در این گام، عملگرهای جهشی اعمال خواهد شد. در انتهای این گام نیز تابع برازش هر یک از فرزندان محاسبه می‌شود.

**گام چهارم)** در این گام از رویکرد  $(\lambda + \mu)$  برای تعیین بهترین کروموزوم‌ها و انتقال آنها به نسل بعد استفاده می‌شود. بدین منظور، کلیه فرزندان به وجود آمده همراه با والدین در یک جا جمع‌آوری شده و سپس، در الگوریتم اول به ترتیب صعودی و در الگوریتم دوم به ترتیب نزولی مرتب می‌شوند. در انتها، کروموزوم‌ها از ابتدای لیست به تعداد جمعیت تعیین شده به نسل بعد منتقل خواهند شد.

**گام پنجم)** اگر تعداد نسل‌ها به تعداد حداکثر از پیش تعیین شده رسیده باشد و یا میانگین تابع برازش جمعیت طی پانزده نسل گذشته از مقدار  $\epsilon$  که مقدار آن در برنامه مشخص شده است؛ کمتر باشد، اجرای الگوریتم متوقف می‌شود. درغیر این صورت، الگوریتم به گام دوم باز خواهد گشت.

## ۸. نتایج محاسباتی

همان گونه که در بخش ۵ گفته شد، باتوجه به انواع عملگرها و استراتژی‌های انتخابی می‌توان چهار حالت مختلف ارائه شده در جدول (۲) را برای الگوریتم اول درنظر گرفت. به منظور بررسی و انتخاب

بهترین حالت از بین حالات پیشنهادی، ۷ گروه مسئله نمونه به صورت تصادفی از بین ۲۳۱ سهام عرضه شده در بورس اوراق بهادار ایجاد شده است. به عنوان مثال، در گروه اول از بین ۲۳۱ سهام ۲۰ سهام به طور تصادفی انتخاب شده و سپس، با استفاده از الگوریتم ژنتیک از بین آنها ۵ سهام بهتر انتخاب شده‌اند. هر گروه شامل ۱۰ مسئله است که میانگین پاسخ‌های به دست آمده در جدول (۴) آمده است. به منظور تشخیص سرعت و کیفیت هر یک از حالات، میانگین شماره نسل جواب و نیز میانگین مدت زمان اجرای برنامه برای هر ۱۰ مسئله نیز محاسبه شده است. میانگین شماره نسل جواب باتوجه به مقدار  $E$  و اینکه کروموزوم‌ها در چه نسلی همگرا شده‌اند، مشخص شده است. میانگین مقدار تابع برازش کروموزوم‌ها در آخرین نسل اجرای الگوریتم نیز در ستون آخر ارائه شده است. به منظور تشخیص بهترین حالت، در کلیه حالات پارامترهای ورودی به الگوریتم یکسان و به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

عملگر تقاطعی ۰/۷، احتمال عملگر جهشی ۰/۰۹، اندازه جمعیت ۱۰۰ و تعداد نسل ۱۰۰۰.

برای انتخاب مقادیر پارامترها، طی چند مرحله الگوریتم با پارامترهای مختلف مورد آزمون قرار گرفت و

جدول ۴- نتایج اجرای حالات مختلف الگوریتم اول بر روی مسائل نمونه

حالت	تعداد دارایی بالقوه	دارایی انتخاب شده	میانگین شماره نسل جواب	میانگین زمان اجرا به ثانیه	میانگین مقدار تابع برازش
۱	۲۰	۵	۱۰۰۰	۲۹	۴۱/۱۳۷۸
۲	۲۰	۵	۸۸/۳	۶/۴	۸۰/۸۲۰۲

Archive of SID

- مقادیر فوق که بهترین نتایج را ارائه می‌دادند، انتخاب شدند.<sup>۱</sup>
- با بررسی جدول (۴) نتایج زیر حاصل می‌شود:
- حالات اول و سوم در کلیه نمونه‌ها مدت زمان بیشتری را صرف نموده و در آخرین نسل به جواب رسیده‌اند.
  - پاسخ‌های به دست آمده در حالات اول و سوم به نسبت کمتر از دو حالت دیگر است.
  - حالات دوم و چهارم پاسخ‌هایی نزدیک به هم را ارائه داده‌اند.
  - حالات دوم و چهارم در زمان کمتر و قبل از حداکثر تعداد تعیین شده برای نسل به جواب رسیده‌اند؛ لیکن حالت چهارم در کل، در زمان کمتر و نیز در نسل پایین‌تری پاسخ را ارائه داده است.

۱. برنامه الگوریتم به زبان C نوشته شده و بر روی یک دستگاه رایانه پنتیوم (۴) با سرعت ۱۶۰۰ مگاهرتز در ثانیه اجرا شده است.



- در نهایت در کلیه مجموعه مسائل نمونه، میانگین تابع برازش در حالت (۴) بهترین جواب را ارائه نموده است.

باتوجه به مطالب فوق، از آنجا که حالت چهارم دارای کارایی بیشتری نسبت به سایر حالات است و در کوتاه‌ترین زمان به مقدار بهینه رسیده است، این حالت برای الگوریتم نهایی در نظر گرفته شده است. مجموعه جواب حاصل از حالت چهارم برای تعیین بهترین حالت الگوریتم دوم مورد استفاده قرار گرفته است.

به منظور تعیین بهترین حالت در بین انواع عملگرها و استراتژی انتخابی برای الگوریتم دوم که در جدول (۳) ذکر شده است، ۱۰ مجموعه دارای به دست آمده از هر یک از گروه‌ها به وسیله الگوریتم اول، برای تعیین وزن به الگوریتم دوم داده شد. نتایج حاصل از اجرای چهار حالت پیشنهادی برای الگوریتم دوم بر روی هر یک از دسته مسئله‌ها در جدول (۵) آمده است.

نظیر الگوریتم اول، به منظور تشخیص سرعت و کیفیت هر یک از حالات، میانگین شماره نسل جواب و نیز میانگین مدت زمان اجرای برنامه برای هر یک از گروه‌ها محاسبه شده است. میانگین شماره نسل جواب با توجه به مقدار  $\epsilon$  و اینکه کروموزوم‌ها در چه نسلی همگرا شده‌اند، مشخص شده است. متوسط مقدار تابع برازش نیز میانگین مقدار تابع برازش کروموزوم‌ها در آخرین نسل اجرای الگوریتم است. به منظور تشخیص بهترین حالت، در کلیه حالات پارامترهای ورودی به الگوریتم یکسان و به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

عملگر تقاطعی ۰/۹، احتمال عملگر جهشی ۰/۰۳، اندازه جمعیت ۳۰۰ و تعداد نسل ۱۰۰۰.

به منظور انتخاب مقادیر پارامترها، طی چند مرحله الگوریتم با پارامترهای مختلف مورد آزمون قرار گرفت و مقادیر فوق که بهترین نتایج را ارائه می‌دادند، انتخاب شدند. با بررسی جدول (۵) نتایج زیر

حاصل می‌شود:

جدول ۵- نتایج اجرای حالات مختلف الگوریتم دوم بر روی مسائل نمونه

میانگین مقدار تابع برازش	میانگین زمان اجرای برنامه به ثانیه	میانگین شماره نسل جواب	تعداد دارایی	حالت
۷۶۷/۷۰۲۵	۲۰/۱	۱۰۵/۹	۵	۱
۷۶۷/۰۳۴۴	۱۹	۹۴/۵	۵	۲
۷۶۷/۰۳۳۴	۲۰/۱	۹۶/۷	۵	۳
۷۶۷/۰۲۹۴	۱۶	۸۴/۵	۵	۴*
۴۹۳/۳۶۱۹	۳۵/۸	۱۴۰/۸	۸	۱
۴۶۹/۷۱۳۰	۳۰/۲	۱۳۶/۶	۸	۲
۴۹۵/۸۷۹۹	۴۲/۶	۱۲۷/۹	۸	۳
۴۶۹/۶۸۱۷	۳۴/۴	۱۱۸/۹	۸	۴*
۴۴۹/۵۰۵۹	۴۱/۸	۱۴۹	۱۰	۱
۳۷۱/۴۰۳۱	۱۳۹/۶	۳۰/۸	۱۰	۲*
۴۷۹/۸۰۸۱	۱۲۳/۹	۴۷	۱۰	۳
۳۷۲/۴۶۱۰	۱۳۶/۵	۳۶/۸	۱۰	۴
۶۱۶/۸۹۷۳	۵۶/۱	۱۵۵	۱۲	۱
۴۰۵/۲۱۵۵	۵۰/۵	۱۹۳/۹	۱۲	۲*
۵۹۴/۶۷۸۳	۵۲/۱	۱۱۳/۴	۱۲	۳
۴۱۸/۸۸۰۴	۴۴	۱۳۴/۸	۱۲	۴
۴۱۹/۴۴۱۴	۷۱	۱۸۴/۸	۱۵	۱
-۶۳/۷۷۳۸	۶۸/۶	۲۳۲/۷	۱۵	۲
۳۶۴/۵۷۷۴	۷۰/۲	۱۵۲/۱	۱۵	۳
-۶۳/۸۰۴۱	۷۲/۵	۲۲۹/۹	۱۵	۴*
۴۱۶/۷۳۱۶	۱۱۳	۱۹۹/۴	۲۰	۱
۲۲/۴۴۷۴	۹۵	۲۴۲/۸	۲۰	۲
۳۹۰/۵۰۱۷	۱۰۶	۱۴۸/۱	۲۰	۳
-۳/۱۱۹۲	۱۱۳	۲۶۱/۸	۲۰	۴*
۴۸۳/۱۵۹۸	۱۲۵	۱۸۰	۲۵	۱
-۱۲۲/۸۹۱	۱۴۵	۳۲۶	۲۵	۲
۴۰۹/۷۲۹۵	۱۲۶	۱۴۹	۲۵	۳
-۱۳۰/۳۳۴	۱۵۳	۳۰۲	۲۵	۴*

به منظور انتخاب مقادیر پارامترها، طی چند مرحله الگوریتم با پارامترهای مختلف مورد آزمون قرار گرفت و مقادیر فوق که بهترین نتایج را ارائه می‌دادند، انتخاب شدند. با بررسی جدول (۵) نتایج زیر حاصل می‌شود:

- از لحاظ شماره نسل جواب، هیچ‌یک از حالات به حداکثر تعداد نسل تعیین نشده نرسیده‌اند و در خصوص مدت زمان اجرای برنامه تقریباً همه مشابه یکدیگر عمل کرده‌اند.

- پاسخ‌های به دست آمده از حالت‌های دوم و چهارم بهتر از پاسخ‌های به دست آمده از حالت‌های اول و سوم است.

- در بین هفت گروه مسئله، در دو گروه، حالت دوم و در پنج گروه، حالت چهارم بهترین پاسخ را ارائه داده‌اند. البته، پاسخ‌ها بسیار نزدیک به یکدیگر هستند.

- همان‌گونه که قبلاً گفته شد؛ به منظور انجام مقایسه، کلیه پارامترها یکسان در نظر گرفته شده است. با تغییر مقادیر پارامترها، پاسخ‌های به دست آمده از حالت چهارم در دو گروه سوم و چهارم نیز بهتر از پاسخ‌های به دست آمده از حالت دوم خواهد بود.

باتوجه به مطالب گفته شده و به دلیل کارایی بیشتر حالت چهارم و نیز نظر به اینکه این الگوریتم در واقع، یک جواب نزدیک به بهینه را ارائه می‌دهد، حالت چهارم برای الگوریتم دوم در نظر گرفته شد.

به منظور بررسی کارایی دو الگوریتم ارائه شده در این مقاله، حل مسئله برای مجموعه سهام عرضه شده در بورس اوراق بهادار تهران انجام شد. اطلاعات مربوط به بورس اوراق بهادار شامل ۴۷۱ سهام از بانک اطلاعاتی شرکت دنا سهم به دست آمده است که پس از حذف مواردی که دارای بازده مورد انتظار صفر و یا منفی بوده‌اند؛ تعداد ۲۳۱ سهام در نظر گرفته شد. جدول (۶) نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم بر روی این مجموعه از داده‌ها را نشان می‌دهد. در ستون اول، تعداد دارایی انتخاب شده از سوی کاربر در هنگام اجرای برنامه آمده که طی الگوریتم اول به این تعداد دارایی برتر انتخاب شده و مقدار تابع هدف بهینه حاصل بر اساس رابطه (۱) در ستون دوم ارائه شده است. در ستون سوم نیز، زمان اجرای الگوریتم براساس ثانیه ذکر شده است. وزن هر یک از دارایی‌های انتخاب شده به وسیله الگوریتم اول، با الگوریتم دوم تعیین و مقدار تابع هدف بهینه که در واقع همان ریسک مجموعه دارایی است، در ستون چهارم جدول آمده است. زمان اجرای الگوریتم دوم بر اساس ثانیه در ستون پنجم جدول ارائه شده است. در انتها، بازده مجموعه دارایی به دست آمده محاسبه و در ستون ششم جدول آمده است. هر دو الگوریتم در ازای پارامترهای مختلف ژنتیکی اجرا شده و بهترین جواب‌های به دست آمده در این جدول ذکر شده است.

جدول-۶. نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم بر روی ۲۳۱ سهام بورس اوراق بهادار تهران

بازده مجموعه دارایی حاصل شده	زمان اجرای الگوریتم دوم به ثانیه	مقدار تابع برازش الگوریتم دوم	زمان اجرای الگوریتم اول به ثانیه	مقدار تابع برازش الگوریتم اول	تعداد دارایی انتخاب شده
۷۲/۷۴۴۶	۳	۸۹۱/۴۹۷۸	۳	۱۰۴/۸۶۷۸	۵
۷۵/۷۳۳۵	۹	۷۹۹/۳۹۴۳	۹	۲۷۸/۶۷۵۱	۸
۷۶/۶۲۲۵	۲۸	۷۲۸/۷۷۸۶	۱۱	۷۲۸/۷۷۸۶	۱۰
۷۵/۷۹۳۱	۱۰۴	۲۸۲/۶۶۸۵	۴۵	۹۸۸/۴۲۹۷	۱۵
۷۷/۸۲۲۹	۱۰۲	۲۶۴/۴۴۵۶	۵۲	۱۷۵۶/۶۴۷	۲۰
۷۸/۰۶۶۱	۲۴۷	۲۳۲/۷۲۶۰	۸۳	۲۷۳۲/۳۸۴	۲۵

### ۹. نتیجه گیری

در این مقاله برای حل مسئله انتخاب مجموعه دارایی بهینه، طراحی خاصی از الگوریتم ژنتیک صورت گرفته که شامل دو بخش است. طی الگوریتم ژنتیک اول، مجموعه دارایی بهینه با تعداد دارایی مورد نظر سرمایه‌گذار تعیین می‌شود که دارای بیشترین بازده و کمترین ریسک بوده و ضریب همبستگی کمی بین آنها برقرار است. الگوریتم ژنتیک دوم نیز، به منظور تعیین اوزان بهینه دارایی‌های انتخاب شده در مجموعه دارایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. الگوهای طراحی شده بر روی سهام بورس اوراق بهادار تهران مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج به دست آمده بیانگر کارایی آن است.

در این الگو به منظور سنجش ریسک دارایی، بازده سالانه سهام مذکور به کار رفته است. استفاده از بازده ماهانه سهام، دقت الگو را بیشتر می‌کند. افزون بر این، به منظور بهبود الگوی طراحی شده موارد زیر پیشنهاد می‌شود:

- در الگوریتم حاضر صرفاً از اطلاعات مربوط به ریسک و بازده دارایی‌ها استفاده شده است. به منظور کارایی بیشتر الگوریتم می‌توان میزان نقدشوندگی اوراق بهادار را نیز در نظر گرفت.
- طراحی الگوریتم با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی و همچنین مالیات.
- طراحی الگوریتم با در نظر گرفتن ریسک قسمت پایین.
- در این الگوریتم سهام عرضه شده در بورس اوراق بهادار به عنوان دارایی‌های موجود مدنظر قرار گرفته است. می‌توان یک مجموعه دارایی مختلط از سهام و سایر دارایی‌ها نظیر

سپرده‌گذاری در بانک‌ها، اوراق مشارکت، ارز، طلا و ملک را نیز در نظر گرفت و الگوریتم را با توجه به آنها اجرا کرد.

Archive of SID

## منابع

- عبدالعلی زاده شهیر، سیمین. (۱۳۸۱). ارائه روش کارا برای حل مسئله مجموعه درایی بهینه. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی شریف.
- علی حسینی، احمد رضا. (۱۳۷۹). به کارگیری الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله پوشش مجموعه. پایان نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه تهران.
- منابع اطلاعاتی شرکت دناسهم در خصوص سهام بورس اوراق بهادار.
- Beasley, D., Bull, D. R. and Raulf R. Martins. (1993). *An Overview of Genetic Algorithms: Part I, Fundamental*. University Computing; 15(2),58-69.
- Beasley, D., Bull, D. R. and Raulf R. Martins. (1993). *An Overview of Genetic Algorithms: Part II, Research topic*. University Computing, 15(4),170-181.
- Board, J., Sutcliffe, C. and W. Ziemba. (1999). *The Application of Operations Research Techniques to Financial Markets*. The London School of Economics and Political Science.
- Chan, M., Wong, C., Cheung, B. K-S. and G. Y-N Tang. (1999). *Genetic Algorithms in Multi-Stage Portfolio Optimization System*. The HongKong Polytechnic University, HongKong.
- Fischer D. P. (2000). *Application of Genetic Algorithms in Portfolio Optimization for the Oil and Gas Industry*. Society of Petroleum Engineers Inc.
- Friedman, B.M. and F. H. Hahn. (2000). *Handbook of Monetary Economics*. Vol.1, Harvard University Graduate School of Business Administrations.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley.
- Lazo, J. G., Maria, M., Vellasco, R., Auelio, M. and C. Pacheco. (2000). A Hybrid Genetic-Neural System for Portfolio Selection and Management. *Proceedings-Sixth International Conference on Engineering Applications of Neural networks, EANN2000, Kingston Upon Thames*.
- Li, J. and Edward P. K. Tsang. (1999). *Investment Decision Making Using FGP: A Case Study*.

- Loraschi, A. and A. Tattamanzi. (1994). An Evolutionary Algorithm for Portfolio Selection in a Downside Risk Framework. *The European Journal of Finance*.
- Loraschi, A., Tattamanzi, A., Tomassini, M., Verda, P., Pearson, D. W., Steele N. C. and R. T. Albrecht (Editors). (1995). Distributed Genetic Algorithms with an Application to Portfolio Selection Problems. In *Proceedings of the Int. Conf. on Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms*. Springer-Verlag, 384.
- Pacheco, M. A., Vellasco, M., Noronha, M. and Carlos Lopes. (2000). *Cashflow Planning and Optimization Through Genetic Algorithm*. Computing in Economics and Finance.
- Schlottmann, F. and D. Seese. (2001). *A Hybrid Genetic-Quantitative Method for Risk-Return Optimization of Credit Portfolios*. Institute AIFB, Faculty of Economics, University Karlsruhe, Germany.
- Shapcott, J. (1992). *Index Tracking: Genetic Algorithms for Investment Portfolio Selection*. Technical Report. Edinburgh Parallel Computing Centre, University of Edinburgh.
- Vieira, R. G. S. and R. S. Wazlawick. (1999). *Using Genetic Algorithm for Defining an Initial Shares Portfolio*. INE, Federal University of Santa Catarina.

Archive of SID