

خطای متداول در کاربرد مدل‌های سری زمانی: کاربرد نادرست مدل ARDL (مدل خودرگرسیون و توزیع با وقفه)

دکتر تیمور محمدی*

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۰/۱۳

تاریخ پذیرش: ۹۰/۲/۲۰

تکنیک‌های سری زمانی، در حال حاضر، در سطح گسترده‌ای از مطالعات علم اقتصاد و رشته‌های مرتبط مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای به‌کارگیری این تکنیک‌ها، باید فروضی تأمین گردند که عدم تأمین آنها پیامدهایی را برای برآوردهای پارامترهای مدل در بر خواهد داشت. یکی از این تکنیک‌ها که به دلایلی در سطح وسیع در مقالات و پایان‌نامه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل ARDL (خودرگرسیونی با توزیع با وقفه) می‌باشد. به نظر می‌رسد در به‌کارگیری این مدل در مطالعات مرتبط با اقتصاد ایران در بسیاری موارد فروض و رای مدل لحاظ نشده و لذا استنتاج بر مبنای مدل مخدوش می‌باشد. هدف این مقاله بیان فروضی است که تحت آنها کاربرد این مدل موجه می‌باشد. دیده می‌شود که محقق بلافاصله با داشتن ترکیب سری‌های $I(0)$ و $I(1)$ با کاربرد این تکنیک، با ادامه مسیر به تحلیل هم‌انباشتی می‌پردازد که در این مقاله نادرست بودن این کاربرد نیز مورد تأکید قرار می‌گیرد. در پایان برای نشان دادن غلط بودن این گونه کاربرد مدل ARDL، مدل اقتصادسنجی کلان همزمان پویایی (Dynamic SEM)، شبیه‌سازی گشته، شکل‌های مختلف VAR، VECM، ARDL برای آن بیان شده و عواقب کاربرد درست و نادرست تکنیک سری زمانی ARDL نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: ARDL، VECM، DSEM، COINTEGRATION، DOLS، CCR، FMOLS

طبقه‌بندی JEL: C22، C3، C5، C13، C12.

۱. مقدمه

تکنیک‌های سری زمانی در سطح وسیعی در مقالات و پایان‌نامه‌های رشته اقتصاد و رشته‌های مرتبط به کار می‌روند. در این رابطه شاهدیم که دیر زمانی است که تکنیک ARDL مطرح شده است. این تکنیک به لحاظ نظری بسیار قوی بوده و به شرط تحقق فروضی از سایر تکنیکهای آزمون هم‌انباشتگی، عملکرد کوچکی نمونه‌ای فوی تری، دارد. بعدها، مولفینی شرایط استفاده از آن را به صراحت بیشتری بیان کرده و آزمون‌هایی جهت بررسی تأمین این شرایط نیز ارائه کرده‌اند^۱، اما در کاربردهای پژوهش‌های کشورهای ما، در قریب به اتفاق موارد، این شرایط و آزمون‌های مربوطه مورد توجه کافی قرار نگرفته است. هدف ما در این مقاله، تأکید روی همین کاربرد نادرست در به‌کارگیری تکنیک ARDL می‌باشد. در این راستا در قسمت اول مقاله به طرح مسئله می‌پردازیم. سپس در قسمت دوم، استدلال، در مورد خطای متدوال در کاربرد این تکنیک ارائه می‌شود. در این قسمت با تأکید بر مسئله درون‌زایی و برون‌زایی، بر فروض ورای تکنیک ARDL تأکید می‌گردد. در قسمت سوم به موارد زیادی از کاربرد نادرست ARDL در استخراج بردارهای هم‌انباشتگی اشاره کرده و فروضی را که تحت آنها بتوان این بردارها را استخراج نمود، بیان می‌کنیم. در قسمت چهارم، برای اثبات این ادعا به شبیه‌سازی مدل ARDL بر مبنای مدل همزمان اقتصادسنجی کلان می‌پردازیم که طی آن کاربرد غلط و کاربرد درست از مدل ARDL همراه با تحلیل هم‌انباشتگی را ارائه می‌نماییم. نهایتاً در قسمت پنجم مقاله، با یک جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و خلاصه مقاله، ارائه می‌گردد.

۲. طرح مسئله

از زمانی که مدل خودرگرسیون با توزیع با وقفه^۲ (ARDL) در مطالعات داخل کشور مورد استفاده قرار گرفته است، در بسیاری از کاربردها، به شکل نامناسبی، مورد استفاده قرار گرفته است. در بسیاری از مقالات و رساله‌های کارشناسی ارشد و دکتری این کاربرد نامناسب، مشاهده می‌گردد.

گام اول در کاربرد نامناسب مدل ARDL عدم توجه به اریب همزمانی^۳ بین متغیرهاست، به گونه‌ای که اگر در رابطه مورد نظر، همزمانی بین متغیرهای مدل وجود داشته باشد [که برای

1. Pesaran, Shin, Smith, (2001)
2. Autoregressive Distributed lag model
3. Simultaneity Bias

مطالعات اقتصاد کلان این طور هست و در سطح خرد نیز دور از انتظار نمی‌باشد، امکان برآورد این مدل بدون توجه به این نکته وجود ندارد، زیرا برآوردها اریب‌دار و ناسازگار می‌شوند و تنها در صورتی می‌توان آن را به شیوه مرسوم تک‌معادله‌ای ARDL برآورد نمود که متغیر وابسته (y) صرفاً معلول متغیرهای برون‌زای دیگر (X) بوده و علت آنها نباشد. در ادبیات مرسوم نیز به همین دلیل است که مدل ARDL با چنین نمادهایی ظاهر می‌گردد:^۱

$$y_t = m + \alpha_1 y_{t-1} + \beta_1 x_t + \beta_2 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

اما متأسفانه، چنانچه بدون توجه به درون‌زایی سایر متغیرها، این مدل‌ها برآورد گردد، گویی در یک سیستم معادلات همزمان پویا، تک‌معادله‌ای جدا از بقیه سیستم، برآورد گردد که در آن صورت اریب همزمانی، ایجاد می‌گردد.

در یک مطالعه شبیه سازی توسط مولف، در یک سیستم دو متغیره هم‌انباشته، با سرعت تعدیل $-۰/۵$ ، تنها در صورتی برآورد نااریب بدست می‌آید، که یک متغیر برون‌زا باشد و/یا اینکه جملات خطای مدل VECM از هم مستقل باشند. در غیر اینصورت بسته به شدت همبستگی جملات خطا برآورد ضریب سرعت تعدیل از $-۰/۲$ تا $-۰/۸$ بدست می‌آید.

در گام دوم، حتی اگر مسئله درون‌زایی X ها وجود نداشته باشد، این طور استدلال شده است که چون در این مدل‌ها می‌تواند ترکیبی از متغیرهای انباشته از مرتبه صفر^۲ ($I(0)$) و انباشته از مرتبه یک ($I(1)$) در کنار هم وارد مدل می‌شوند، لذا کار تا یافتن بردارهای هم‌انباشته^۳ ادامه یابد. در حالی که قسمت اول این استدلال فاقد ایراد است (ترکیب $I(1)$ و $I(0)$ بودن متغیرها در مدل ARDL) اما به دلایلی که خواهیم دید، قسمت دوم دارای ایراد است.^۴ در این رابطه حتی مشاهده می‌شود که فقط با یک متغیر $I(1)$ و یک یا چند متغیر $I(0)$ ، اقدام به محاسبه بردار هم‌انباشته‌گی شده است. این کاربردی است که حتی امکان هم‌انباشته‌گی چندگانه نیز در آن فراهم نیست تا بتواند آن را موجه نماید. توضیح اینکه در تحلیل هم‌انباشته‌گی، می‌تواند چندین متغیر

۱. به عنوان مثال ر.ک.ب:

Johnston, J, Dinardo, J, *Econometric Methods*, 4th edition, McGraw-Hill, (2001)

2. Integrated of order zero

3. Co-integrated

۴. این ایراد متوجه نرم‌افزاری همچون Microfit نیست بلکه کاربر باید تکنیک را با توجه به مفروضات آن به کار ببرد. ر.ک.ب:

Pesaran M.Hashem, Baram Pesaran, *Microfit 4.0* (International Econometric Analysis), Comfit Data Limited, (1997)

انباشته از مرتبه بالاتر (مثل $I(2)$) باشند که ترکیب خطی با انباشتگی از مرتبه پایین تر (مثل $I(1)$) می‌دهند که آنگاه با بقیه متغیرهای $I(1)$ در مدل، می‌تواند رابطه هم‌انباشتگی، با جمله خطایی $I(0)$ بدهد. این پدیده هم‌انباشتگی چندگانه^۱ نام دارد که امری کاملاً درست می‌باشد (مثل سطح قیمت و حجم پول که در بسیاری موارد $I(2)$ هستند و در صورتی که به شکل لگاریتمی وارد شوند، حجم حقیقی پول را به شکل $I(1)$ ارائه می‌کنند). اما این امر کاملاً غیر ممکن است که یک متغیر $I(1)$ با یک یا چند متغیر $I(0)$ دارای رابطه هم‌انباشتگی باشد. حتی به دلیلی که در زیر خواهد آمد، امکان هم‌انباشتگی بین چند متغیر $I(1)$ و چند متغیر $I(0)$ نیز ممکن نیست زیرا حتی اگر بخواهیم به ایده هم‌انباشتگی چندگانه متمسک شویم باز در تعریف آمار ریاضی مفهوم هم‌انباشتگی به تناقض می‌رسیم. این طرز برخورد غلط است. به همین دلیل نرم افزارها معتبری مثل Microfit فقط به ذکر کلمه بلندمدت در ذکر نتایج بسنده میکنند.

هدف در ادامه کار، اثبات غلط بودن این گونه برخورد با مدل ARDL است لذا در بخش بعدی به لحاظ نظری و تعاریف آمار ریاضی، امکان پذیر نبودن هم‌انباشتگی بین چندین متغیر $I(1)$ و $I(0)$ بررسی می‌شود و سپس در ادامه آن بخش، یک مدل تجربی شبیه سازی می‌شود که ضمن برقراری ارتباط بین رهیافت‌های مدل‌های همزمان دینامیک (Dynamic SEM)^۲، مدل خودرگرسیون برداری (VAR)^۳، خودرگرسیونی با وقفه توزیع شده (ARDL)^۴، هم‌انباشتگی (CI)^۵ و مدل تصحیح خطای برداری (VECM)، نشان خواهیم داد کاربرد درست با نادرست از مدل ARDL چگونه اجرا می‌شود. نهایتاً مقاله را با نتیجه گیری به پایان می‌بریم.

۳. خطای متداول در کاربرد مدل ARDL

این بخش در دو قسمت بر کاربرد نامناسب مدل ARDL در تحقیقات انجام شده در ایران تأکید کرده و دلایل این ادعا را ثابت می‌کند. در ادامه به کاربرد نامناسب مدل ARDL پرداخته می‌شود و در ادامه در حالی که شرایطی بیان می‌گردد که طی آن کاربرد ARDL موجه می‌باشد، ادامه مسیر تا رسیدن به تحلیل هم‌انباشتگی را غیرموجه می‌دانیم، یعنی بیان می‌داریم که ادامه مسیر تا

-
1. Multi-Cointegration
 2. Dynamic Simultaneous Equations Model
 3. Vector Auto regression
 4. Autoregressive Distributed lag model
 5. Cointegration

رسیدن به تحلیل هم‌انباشتگی منوط به شرایطی است که اگر تحقق نیابد، در حالی که کاربرد خود ARDL درست است اما استخراج بردار هم‌انباشتگی از آن نادرست می‌باشد.

۳-۱. کاربرد غلط مدل ARDL: عدم توجه به همزمانی و برون‌زا نبودن Xها

در یک چارچوب جامع، متغیرهای اقتصادی رابطه همزمان با هم دارند که اگر آن را به شکل پویا در نظر بگیریم:

$$Y_t = B_1 Y_t + B_2 Y_{t-1} + \dots + B_p Y_{t-p} + \Gamma_1 X_t + \Gamma_2 X_{t-1} + \dots + \Gamma_q X_{t-q} + u_t$$

نمادها مطابق نمادهای مرسوم معادلات همزمان دینامیک است. Y_t بردار متغیرهای درون‌زا، X_t بردار متغیرهای برون‌زا، B ماتریس ضرایب متغیرهای درون‌زا و Γ ماتریس ضرایب متغیرهای برون‌زا می‌باشد. u_t بردار جملات خطای G عدد معادله همزمان است. در بحث تجربی مقاله نیز بر اساس این سیستم، در قالب یک مدل کلان اقتصادسنجی دست به شبیه‌سازی می‌زنیم. یک مدل ARDL را می‌توان یک معادله از این سیستم در نظر گرفت. با فرض وجود یک وقفه از متغیرهای درون‌زا و برون‌زا ($p=q=1$) اگر معادله اول این سیستم را ضمن حذف زیرنویس آن در نظر بگیریم چنانچه β ضریب متغیرهای درون‌زا و γ ضریب متغیرهای برون‌زا باشد. اگر زیرنویس ضریب، شماره متغیر و بالانویس ضریب، شماره وقفه را نشان دهد آن‌گاه:

$$y_{1t} = \beta_1 y_{1t} + \dots + \beta_g y_{gt} + \beta_1 y_{1t-1} + \beta_2 y_{2t-1} + \dots + \beta_g y_{gt-1} + \gamma_1 x_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + \dots + \gamma_k x_{kt} + \gamma_1 x_{1t-1} + \dots + \gamma_k x_{kt-1} + u_{1t}$$

بدیهی است برآورد چنین معادله‌ای بدون در نظر گرفتن همزمانی، اساساً غلط می‌باشد زیرا در این سیستم VAR ساختاری، با یک مدل معادلات همزمان مواجه‌ایم و تخمین بدون توجه به همزمان بودن رابطه بین متغیرهای بردار VAR، تخمین‌های اریب‌دار می‌دهد. تنها در صورتی که بتوان نشان داد y_{1t} ، ...، y_{gt} دارای رابطه همزمان با y_{1t} نیستند، مجاز می‌باشیم که این مدل ARDL را برآورد نماییم. یعنی باید نشان دهیم که y_{1t} تا y_{gt} نسبت به y_{1t} برون‌زا باشند یا آنکه آن‌چنان که در شکل اولیه مدل ARDL نمایش داده می‌شود، تمام ضرایب β مربوط به مقادیر جاری (ها صفر باشند. بنابراین، گام اول در برخورد با مدل ARDL، توجه به مسئله درون‌زایی می‌باشد.

حال در ادامه کار فرض می‌شود که این مرحله به درستی آزمایش شده و واقعاً برون‌زایی سایر متغیرها برقرار باشد [کاری که باید در تحقیقات کاربردی انجام شود اما در مقالات کمتر مشاهده می‌گردد] به گونه‌ای که تخمین ARDL موجه باشد. حال بینیم چه نکاتی در گام‌های بعدی وجود دارد.

۳-۲. اثبات کاربرد غلط مدل ARDL: حالتی که X ها برون‌زا باشند

همان‌طور که بیان گردید، در بسیاری از مقالات و پژوهش‌ها که به‌طور انفجاری نیز در حال گسترش می‌باشند، یک متغیر $I(1)$ با چندین متغیر $I(0)$ وارد مدل ARDL شده و سپس محقق کار را تا به دست آوردن بردار هم‌انباشتگی ادامه داده است و در بسیاری از تحقیق‌ها نیز چندین متغیر $I(1)$ با چند یا یک متغیر $I(0)$ در مدل ARDL وارد شده و به بردار هم‌انباشتگی پرداخته شده است. حالت اول را با نماد A و حالت دوم را با نماد B مورد اشاره قرار می‌دهیم.

در بحث زیر ابتدا به لحاظ نظری و استدلال روش‌شناختی، غلط‌بودن این نحوه برخورد را مورد بررسی قرار می‌دهیم و سپس به وسیله شبیه‌سازی یک مدل کلان‌سنجی نامناسب بودن این رویکرد را نشان می‌دهیم.

۴. تعریف هم‌انباشتگی و مدل ARDL

اینکه چرا نمی‌توان از چنین مدل‌های ARDL به هم‌انباشتگی رسید در یک رویکرد روش‌شناختی نظری به خود تحلیل هم‌انباشتگی برمی‌گردد. این تحلیل در ابتدا به وسیله گرنجر و نیوبولد^۱ به‌طور رسمی وارد تحلیل اقتصادسنجی شد. وی می‌گوید (ص ۲۵۲):

دو عنصر بردار X_t هم‌انباشته از مرتبه d, b خوانده شده و با نماد $X \sim CI(d, b)$ مورد نمایش قرار می‌گیرند اگر:

- i. عناصر X_t همگی $I(d)$ باشند.
- ii. برداری به شکل $\alpha (\neq 0)$ وجود داشته باشد به طوری که $Z_t = \alpha X_t \sim I(d-b)$ ، $b < \alpha$ آنگاه بردار α ، بردار هم‌انباشتگی نام دارد.

1. Granger C. and Paul Newbold.

2. Engle, R. and Clive Granger, "Co-integration and Error- Correction Representation, Estimation and Testing", *Econometrica* 55 (March 1987), pp. 251-76

همان‌طور که این تعریف به صراحت بیان می‌دارد، بند (i) با حالت A از کاربرد مدل ARDL در تناقض قرار می‌گیرد (هم‌انباشتگی یک متغیر $I(1)$ با چند متغیر $I(0)$). بند (ii) نیز با حالت B از کاربرد مدل ARDL در تناقض قرار می‌گیرد (هم‌انباشتگی چند متغیر $I(1)$ با چند متغیر $I(0)$) زیرا گفته شده که باید $b < 0$ باشد، زیرا اگر فرد بخواهد به استدلال هم‌انباشتگی چندگانه نیز برای توجیه کاربرد غلط مدل ARDL متمسک شود باید بین کلیه آن متغیرهای $I(1)$ ، هم‌انباشتگی باشد که ترکیب خطی آنها $I(1)$ شود، آنگاه این ترکیب خطی با بقیه در بند (i) قرار می‌گیرند. اما چون همگی $I(1)$ هستند (در $I(d=0)$) نمی‌تواند بند (ii) با $b > 0$ به ما ترکیب خطی $I(d-b)$ بدهد. لذا این کاربردها با تمام ارکان تعریف هم‌انباشتگی در تناقض قرار می‌گیرد.

از نگاهی دیگر به لحاظ اصطلاح‌شناسی نیز توجه شود که CO در زبان انگلیسی به معنی "هم" است، یعنی Co integrated به معنی انباشتگی "هم‌رتبه‌ای" است. حال طبق حالت A کاربرد ARDL چگونه در حالی که فقط یک متغیر $I(1)$ است این رابطه دوسویه "هم" انباشتگی برقرار شود.

علاوه بر نقل قول بالا که مربوط به بنیانگذار مفهوم هم‌انباشتگی است، در ادامه این زیربخش، از مراجع مهمی که در ادبیات مربوطه از جمله منابع مهم محسوب می‌شوند تعریف هم‌انباشتگی را بیان می‌کنیم و می‌بینیم که این تناقض، طبق تعریف تمام مؤلفین مرجع ادبیات سری زمانی وجود داشته است:

اندرز^۱ در کتاب خود (ص ۳۲۲) می‌گوید:^۲

"عناصر بردار $x_t = (x_{1t}, \dots, x_{mt})'$ را هم‌انباشته از مرتبه d, b گویند و می‌نویسند $X_t \sim CI(d, b)$ اگر،

۱. تمام عناصر x_t انباشته از مرتبه d باشد.

۲. بردار $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ وجود داشته باشد به گونه‌ای که ترکیب خطی

$$\beta x_t = \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_n x_{nt}$$

انباشته از مرتبه (d, b) باشد که $b < 0$.

گرین^۳ در کتاب خود (ص ۶۵۰) می‌گوید:^۴

1. Enders

2. Enders, Walter. *Applied Econometric Time Series*, Second Edition, Wiley, (2003)

3. Greene

4. Greene, W. *Econometric Analysis*, 5th ed. Prentice-Hall, (2003)

"اگر دو سری y_t و X_t هر دو $I(1)$ باشند آن‌گاه می‌تواند β ای یافت شود به گونه‌ای که:

$$\varepsilon_t = y_t - \beta X_t$$

$I(0)$ باشد ... دو سری‌ای که این ملزومات را تأمین نمایند، هم‌انباشته نام دارند و بردار $[1 - \beta]$ بردار هم‌انباشتگی نامیده می‌شود."

لوتکپول در کتاب خود می‌گوید (ص ۲۴۵):

"عموماً متغیرها در فرآیند k بعدی y_t هم‌انباشته از مرتبه (d, b) می‌باشند و اختصاراً نوشته می‌شود $y_t \sim CI(d, b)$ اگر تمام عناصر y_t همگی $I(d)$ باشند و ترکیبی خطی به شکل $Z : \beta' y_t$ با $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$ که غیر صفر می‌باشد، وجود داشته باشد، به گونه‌ای که Z_t کمیتی $I(d-b)$ باشد."

بدین ترتیب می‌بینیم تمام مؤلفین بر مرتبه انباشتگی یکسان ($I(d)$) به عنوان پیش شرط هم‌انباشته بودن تأکید دارند و امکان ندارد که یک متغیر $I(1)$ با چند متغیر $I(0)$ دارای هم‌انباشتگی باشد. همچنین این تعریف نمی‌تواند برای چند متغیر $I(1)$ و چند $I(0)$ با تمسک به ایده هم‌انباشتگی چندگانه صادق باشد، زیرا برای این امر باید ترکیب خطی $I(1)$ ها کمیتی $I(0)$ باشد تا با بقیه متغیرهای $I(0)$ رابطه بیابد، که آن‌گاه کمیت $I(0)$ اساساً انباشته نیست. حال در ادامه کار، با پی‌ریزی یک مدل تجربی در قالب مدل معادلات همزمان که محمل اولیه مدل ARDL در پدیده اقتصادی است [با توجه به شرط برون‌زایی سایر متغیرها]، سری‌های اقتصاد کلان شبیه‌سازی شده و می‌بینیم چگونه مدل ARDL در هر حال در این چارچوب نمی‌تواند کاربرد داشته باشد.

۵. شبیه‌سازی تجربی کاربرد نادرست مدل ARDL

همانطور که بیان شد مدل ARDL در حکم یک معادله از مدل همزمان پویا می‌باشد لذا در راستای بحث نظری بالا در زیر یک مدل اقتصادسنجی کلان همزمان پویا تصریح شده و با پارامترهایی مفروض مورد شبیه‌سازی قرار می‌گیرد. سپس روایت مدل خودرگرسیون برداری (VAR) و خودرگرسیون با وقفه توزیع شده (ARDL) از این مدل به نمایش گذاشته می‌شود. سپس بیان VECM از مدل هم‌انباشتگی ارائه می‌شود. این شبیه‌سازی در ۲ سناریو انجام می‌گیرد.

1. Lutkepohl H., *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer, (2005)

در سناریوی اول برخی متغیرها $I(0)$ و برخی $I(1)$ خواهند بود. در اینجا می‌بینیم تخمین مدل اقتصاد سنجی کلان (همزمان پویا^۱)، خودگرسیون برداری^۲ و تخمین تک معادله خودرگرسیون با وقفه توزیع شده^۳ کاملاً معتبر هستند. اما ادامه کار به شکل یافتن نمایش هم‌نباشتگی و VECM رفتاری غلط بوده و تست Cointegration به روش استاندارد خود یعنی یوهانسن-یوسلیوس نتایج کاملاً غلطی می‌دهد. سپس تمام متغیرها را $I(1)$ می‌گیریم به دلیل توان پایین آزمون ADF، در اینجا آزمون KPSS را نیز جهت حصول اطمینان از $I(1)$ بودن متغیرها، ارائه می‌نماییم. در اینجا می‌بینیم علاوه بر آنکه رهیافت DSEM، VAR، ARDL اعتبار کامل دارند، رهیافت VECM نیز از اعتبار کامل، برخوردار است.

الف) تصریح مدل همزمان اقتصاد سنجی کلان پویا:

مدل زیر را در فرم ساختاری آن، در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} co_t &= \alpha_1 y_t + \alpha_2 co_{t-1} + u_{1t} \\ I_t &= \beta_1 y_t + \beta_2 R_t + \beta_3 y_{t-1} + u_{2t} \\ y_t &= co_t + I_t + G_t \end{aligned}$$

که:

$$\begin{aligned} co &= \text{مصرف} \\ y &= \text{درآمد ملی} \\ I &= \text{سرمایه‌گذاری} \\ R &= \text{نرخ بهره} \\ G &= \text{مخارج دولت} \end{aligned}$$

توجه شود که: co, y, I = متغیرهای درونزا، R, G = متغیرهای برونزا می‌باشد. این مدل اقتصاد سنجی همزمان، شرایط مورد نیاز برای شناسایی را تأمین می‌کند. بدیهی است که شکل VAR این مدل از فرم خلاصه شده بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} co_t &= \gamma_{11} y_{t-1} + \gamma_{12} co_{t-1} + \gamma_{13} I_{t-1} + \gamma_{14} G_t + \gamma_{15} R_t + V_{1t} \\ y_t &= \gamma_{21} y_{t-1} + \gamma_{22} co_{t-1} + \gamma_{23} I_{t-1} + \gamma_{24} G_t + \gamma_{25} R_t + V_{2t} \\ I_t &= \gamma_{31} y_{t-1} + \gamma_{32} co_{t-1} + \gamma_{33} I_{t-1} + \gamma_{34} G_t + \gamma_{35} R_t + V_{3t} \end{aligned}$$

1. DSEM
2. VAR
3. ARDL

بدیهی است که در این شکل VAR متغیرهای R و G به شکل برونزا حضور دارند و اگر I_{t-1} نیز در مدل می‌بود کاملاً با این شکل VAR تطابق می‌داشت لذا در تخمین VAR باید γ_{i3} تفاوت معناداری از صفر نداشته باشد (که $i=1,2,3$).

ب) شبیه‌سازی مدل:

سناریوی اول: کاربرد غلط مدل ARDL جهت استخراج روابط هم‌انباشتگی با متغیرهای

$I(0)$ و $I(1)$

در این مدل روابط هم‌زمان بین متغیرها برقرار است. در این شرایط نه تنها استخراج رابطه هم‌انباشتگی بلکه خود کاربرد مدل ARDL در مجموع با چنین متغیرهایی نتایج غلط به همراه دارد. در این شرایط یک مدل VAR در شکل ساختاری اولیه خود، این هم‌زمانی را در نظر گرفته و در شکل استاندارد خود که همان معادله فرم خلاصه شده می‌باشد قابل تخمین به روشهای مرسوم مثل OLS است. اما اگر در سیستم فرم خلاصه شده بالا، سطوح متغیرهای y ، co و I نیز وارد شوند که ما را به شکل ARDL مدل برساند، تخمین OLS به دلیل نادیده گرفتن مسئله هم‌زمانی، نتایج غلط می‌دهد. مثلاً ARDL برای سرمایه‌گذاری عبارت می‌شود از:

$$I_t = \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 co_{t-1} + \delta_3 I_{t-1} + \delta_4 y_t + \delta_5 co_t + \delta_6 G_t + \delta_7 G_{t-1} + \delta_8 R_t + \delta_9 R_{t-1} + \varepsilon_t$$

در چنین سیستم هم‌زمان، بین y_t و co_t و ε_t رابطه هم‌زمان وجود دارد و تخمین ARDL غلط خواهد بود. حال چنانچه مرتبه انباشتگی متغیرها را نیز متفاوت بگیریم نه تنها از ARDL نمی‌توان به رابطه هم‌انباشتگی رسید، بلکه تست‌های مرسوم هم‌انباشتگی نیز تماماً نتایج غلطی خواهند داد. مثلاً اگر در شکل مرسوم معادلات هم‌زمان به شکل $By_t + \Gamma X_t = u_t$ در مدل هم‌زمان بالا، بگیریم:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.9 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -0/1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .6 & .5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

آنگاه

$$-B^{-1}\Gamma = \begin{bmatrix} -.125 & 1.125 & 1.125 & -2.25 \\ -.125 & .125 & .125 & -1.25 \\ -.25 & 1.25 & 1.25 & -2.5 \end{bmatrix}$$

که بدین ترتیب مقادیر y_t و CO_t و I_t به شکل شبیه‌سازی استخراج می‌شوند. با تولید نمونه‌ای به حجم ۱۰۰۰ این مقادیر همراه با G_t و R_t به دست آمده‌اند توسط برنامه‌ای نوشته مولف در نرم افزار Eviews به دست آمده‌اند. به دلیل ساختار خاص سیستم معادلات تفاضلی، متغیرهای y_t و CO_t کمیت‌های $I(1)$ و I_t نیز $I(0)$ می‌باشند و G و R نیز به شکل $I(0)$ تولید شده‌اند. نتایج آزمون ADF در جدول زیر در قالب خروجی نرم‌افزاری دلالت بر این امر دارند.

Group unit root test: Summary

Series: Y, CO

Date: 02/21/11 Time: 07:45

Sample: 1 1000

Exogenous variables: None

Automatic selection of maximum lags

Automatic lag length selection based on SIC: 0 to 1

Newey-West automatic bandwidth selection and Bartlett kernel

Method	Statistic	Prob.**	Cross-sections	Obs
Null: Unit root (assumes common unit root process)				
Levin, Lin & Chu t*	-0.71206	0.2382	2	1997
Null: Unit root (assumes individual unit root process)				
ADF - Fisher Chi-square	2.78273	0.5948	2	1997
PP - Fisher Chi-square	2.61453	0.6243	2	1998

** Probabilities for Fisher tests are computed using an asymptotic Chi-square distribution. All other tests assume asymptotic normality.

Group unit root test: Summary

Series: G, I, R

Date: 02/21/11 Time: 07:47

Sample: 1 1000

Exogenous variables: None

Automatic selection of maximum lags

Automatic lag length selection based on SIC: 0

Newey-West automatic bandwidth selection and Bartlett kernel				
Cross-				
Method	Statistic	Prob.**	sections	Obs
Null: Unit root (assumes common unit root process)				
Levin, Lin & Chu t*	-53.4488	0.0000	3	2996
Null: Unit root (assumes individual unit root process)				
ADF - Fisher Chi-square	431.920	0.0000	3	2996
PP - Fisher Chi-square	431.810	0.0000	3	2996

** Probabilities for Fisher tests are computed using an asymptotic Chi-square distribution. All other tests assume asymptotic normality.

جالب اینجاست که در این حالت حتی تست‌های مرسوم هم‌انباشتگی نیز همگی به بیراهه می‌روند مثلاً در حالی که در این سیستم فقط ۳ رابطه داریم تستهای هم‌انباشتگی یوهانسن یوسلیوس، ۴ بردار هم‌انباشتگی را می‌دهد!!؟!

Date: 02/04/11 Time: 06:43

Sample: 1 1000

Included observations: 996

Series: I R G Y CO

Lags interval: 1 to 2

Selected (0.05 level*) Number of Cointegrating Relations by Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Trace	4	4	4	4	4
Max-Eig	4	4	4	4	4

*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information Criteria by Rank and Model

Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend

Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)

0	-6032.683	-6032.683	-6032.497	-6032.497	-6029.739
1	-5857.778	-5857.561	-5857.381	-5857.274	-5854.584
2	-5705.490	-5703.892	-5703.722	-5703.293	-5700.611
3	-5561.644	-5560.034	-5559.864	-5557.075	-5554.450
4	-5439.212	-5436.491	-5436.321	-5432.765	-5430.155
5	-5439.058	-5436.285	-5436.285	-5429.737	-5429.737

Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)

0	12.21422	12.21422	12.22389	12.22389	12.22839
1	11.88309	11.88466	11.89233	11.89413	11.89676

خطای متداول در کاربرد مدل های سری زمانی ... ۱۷۵

2	11.59737	11.59818	11.60386	11.60701	11.60765
3	11.32860	11.33139	11.33507	11.33549	11.33424
4	11.10284*	11.10540	11.10707	11.10796	11.10473
5	11.12261	11.12708	11.12708	11.12397	11.12397
Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	12.46039	12.46039	12.49468	12.49468	12.52380
1	12.17849	12.18499	12.21236	12.21907	12.24140
2	11.94201	11.95266	11.97312	11.98612	12.00153
3	11.72248	11.74004	11.75356	11.76875	11.77735
4	11.54594*	11.56821	11.57480	11.59538	11.59707
5	11.61495	11.64404	11.64404	11.66555	11.66555

در حالی که تخمین مدل همزمان مرسوم آن به شکل زیر یا حتی خود VAR مرسوم، نتایج درستی می دهد. زیرا مدل VAR، ضمن در نظر گرفتن همزمانی، به معادله فرم خلاصه شده می رسد.

System: UNTITLED				
Estimation Method: Generalized Method of Moments				
Date: 02/21/11 Time: 07:56				
Sample: 2 1000				
Included observations: 999				
Total system (balanced) observations 1998				
White Covariance				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(2)	0.891855	0.017026	52.38292	0.0000
C(3)	0.107907	0.017046	6.330225	0.0000
C(4)	0.537716	0.042236	12.73130	0.0000
C(5)	-0.661363	0.153228	-4.316210	0.0000
C(6)	-0.537335	0.042212	-12.72939	0.0000
Determinant residual covariance				1.173529
J-statistic				0.008344
Equation: CO=C(2)*Y+C(3)*CO(-1)				
Instruments: CO(-1) Y(-1) R G C				
Observations: 999				
R-squared	0.999785	Mean dependent var	47.73132	
Adjusted R-squared	0.999785	S.D. dependent var	67.98233	
S.E. of regression	0.996723	Sum squared resid	990.4758	
Durbin-Watson stat	2.091915			
Equation: I=C(4)*Y+C(5)*R+C(6)*Y(-1)				
Instruments: CO(-1) Y(-1) R G C				
Observations: 999				
R-squared	0.646374	Mean dependent var	-0.005019	

Adjusted R-squared	0.645664	S.D. dependent var	1.831864
S.E. of regression	1.090437	Sum squared resid	1184.298
Durbin-Watson stat	1.932632		

اما تخمین ARDL به دلیل عدم لحاظ همزمانی بین متغیرها، بدون توجه به تستهایی که مولفین، بعدها مطرح کرده اند^۱، تخمین نامناسب می‌دهد (یک تخمین غلط از مدل همزمان):

Dependent Variable: CO				
Method: Least Squares				
Date: 02/21/11 Time: 18:40				
Sample (adjusted): 3 1000				
Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CO(-1)	0.050355	0.031437	1.601793	0.1095
G	-0.418888	0.076907	-5.446692	0.0000
G(-1)	-0.004443	0.077811	-0.057100	0.9545
I	-0.549565	0.026638	-20.63116	0.0000
I(-1)	-0.004778	0.023342	-0.204691	0.8379
Y	0.962244	0.011062	86.98900	0.0000
Y(-1)	-0.012799	0.033701	-0.379787	0.7042
R	-0.012519	0.075875	-0.164992	0.8690
R(-1)	-0.029275	0.075016	-0.390254	0.6964
R-squared	0.999899	Mean dependent var	47.78207	
Adjusted R-squared	0.999898	S.D. dependent var	67.99747	
S.E. of regression	0.685260	Akaike info criterion	2.090939	
Sum squared resid	464.4153	Schwarz criterion	2.135179	
Log likelihood	-1034.379	Hannan-Quinn criter.	2.107755	
Durbin-Watson stat	2.007517			

سناریوی دوم: کاربرد غلط مدل ARDL جهت استخراج روابط هم‌انباشتی با متغیرهای

$$I(1)$$

حال با اندکی تغییر در ضرایب با توجه به ساختار معادلات تفاضلی، مدل می‌توان متغیر I_t را نیز $I(1)$ نمود، کافی است G و R به شکل $I(1)$ تولید شده و سپس با ماتریس ضرایب:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .5 & .5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

1. Pesaran, Shin, Smith, (2001)

Group unit root test: Summary				
Series: CO, G, I, R, Y				
Date: 02/21/11 Time: 08:13				
Sample: 1 1000				
Exogenous variables: None				
Automatic selection of maximum lags				
Automatic lag length selection based on SIC: 0 to 6				
Newey-West automatic bandwidth selection and Bartlett kernel				
			Cross-	
Method	Statistic	Prob.**	sections	Obs
Null: Unit root (assumes common unit root process)				
Levin, Lin & Chu t*	0.53966	0.7053	5	4986
Null: Unit root (assumes individual unit root process)				
ADF - Fisher Chi-square	3.66672	0.9611	5	4986
PP - Fisher Chi-square	8.00390	0.6285	5	4994
** Probabilities for Fisher tests are computed using an asymptotic Chi-square distribution. All other tests assume asymptotic normality.				

برای اینکه مبادا توان پایین آزمون ADF به اشتباه ما را به $I(1)$ بودن متغیرها رسانده باشد، نتایج آزمون KPSS نیز ضمیمه شده است که دلالت بر تصریح مورد نظر متغیرها دارد:

Null Hypothesis: CO is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	1.011905
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)	
Residual variance (no correction)	13850.38
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	324368.4
Null Hypothesis: D(CO) is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 15 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.144518
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000

	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	34.41466
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	106.6795
Null Hypothesis: D(G) is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 8 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.182502
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	1.030766
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	1.159821
Null Hypothesis: G is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.448820
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	117.1721
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	2747.706
Null Hypothesis: I is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	3.157714
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	67.99605
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	1504.722
Null Hypothesis: D(I) is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 358 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.177438
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000

	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	8.300932
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.156147
Null Hypothesis: R is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 24 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	3.241247
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	240.9235
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	5800.604
Null Hypothesis: D(R) is stationary		
Exogenous: Constant		
Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel		
	LM-Stat.	
	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.218031
Asymptotic critical values*:	1% level	0.739000
	5% level	0.463000
	10% level	0.347000
*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)		
	Residual variance (no correction)	0.988435
	HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.952305

حال در اینجا می‌بینیم که تست هم‌انباشتگی یوهانسن به دلیل لحاظ هم‌زمانی به‌درستی وجود ۳ بردار هم‌انباشتگی را تأیید می‌کند. چون trend و constant در معادلات حضور نداشته است واقعاً نیز مقابل ستون No trend- constant علامت * خورده است:

Date: 02/03/11 Time: 11:40
 Sample: 1 1000
 Included observations: 996
 Series: Y CO I R G
 Lags interval: 1 to 2

Selected (0.05 level*) Number of Cointegrating Relations by Model					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Test Type	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Trace	3	3	3	3	3
Max-Eig	3	3	3	3	3

*Critical values based on MacKinnon-Haug-Michelis (1999)

Information Criteria by Rank and Model					
Data Trend:	None	None	Linear	Linear	Quadratic
Rank or	No Intercept	Intercept	Intercept	Intercept	Intercept
No. of CEs	No Trend	No Trend	No Trend	Trend	Trend
Log Likelihood by Rank (rows) and Model (columns)					
0	-8312.312	-8312.312	-8310.991	-8310.991	-8309.873
1	-8113.911	-8113.770	-8112.480	-8112.327	-8111.211
2	-7982.489	-7982.289	-7981.009	-7980.837	-7979.728
3	-7893.284	-7892.511	-7891.275	-7890.395	-7889.291
4	-7892.527	-7888.809	-7888.783	-7887.429	-7886.764
5	-7892.428	-7888.087	-7888.087	-7886.545	-7886.545
Akaike Information Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	16.79179	16.79179	16.79918	16.79918	16.80697
1	16.41348	16.41520	16.42064	16.42234	16.42813
2	16.16966	16.17327	16.17672	16.18040	16.18419
3	16.01061*	16.01508	16.01662	16.02087	16.02267
4	16.02917	16.02974	16.03169	16.03701	16.03768
5	16.04905	16.05037	16.05037	16.05732	16.05732
Schwarz Criteria by Rank (rows) and Model (columns)					
0	17.03796	17.03796	17.06997	17.06997	17.10238
1	16.70888	16.71553	16.74067	16.74729	16.77278
2	16.51430	16.52776	16.54598	16.55950	16.57807
3	16.40449*	16.42373	16.43511	16.45414	16.46578
4	16.47228	16.49254	16.49942	16.52443	16.53002
5	16.54140	16.56734	16.56734	16.59890	16.59890

در حالی که تخمین مدل همزمان مرسوم آن به شکل زیر یا حتی خود VAR مرسوم، نتایج درستی می‌دهد. زیرا مدل VAR، ضمن در نظر گرفتن همزمانی، به معادله فرم خلاصه شده می‌رسد:

System: UNTITLED				
Estimation Method: Generalized Method of Moments				
Date: 02/21/11 Time: 18:09				
Sample: 2 1000				
Included observations: 999				
Total system (balanced) observations 1998				
White Covariance				
Linear estimation after one-step weighting matrix				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(2)	0.902979	0.005641	160.0810	0.0000
C(3)	0.197280	0.005019	39.30818	0.0000
C(4)	0.499415	0.006989	71.46142	0.0000
C(5)	-0.500925	0.002252	-222.4167	0.0000

C(6)	-0.499396	0.006994	-71.40700	0.0000
Determinant residual covariance	0.936220			
J-statistic	0.003140			
Equation: CO=C(2)*Y+C(3)*CO(-1)				
Instruments: CO(-1) Y(-1) R G C				
Observations: 999				
R-squared	0.999935	Mean dependent var	225.6938	
Adjusted R-squared	0.999935	S.D. dependent var	117.5889	
S.E. of regression	0.949061	Sum squared resid	898.0154	
Durbin-Watson stat	1.988435			
Equation: I=C(4)*Y+C(5)*R+C(6)*Y(-1)				
Instruments: CO(-1) Y(-1) R G C				
Observations: 999				
R-squared	0.984649	Mean dependent var	-15.06037	
Adjusted R-squared	0.984618	S.D. dependent var	8.250102	
S.E. of regression	1.023203	Sum squared resid	1042.756	
Durbin-Watson stat	2.013608			

اما برازش مدل ARDL باز در اینجا به دلیل عدم لحاظ همزمانی بین متغیرها، نتایج غلطی می‌دهد. در نرم افزار EViews:

Dependent Variable: CO				
Method: Least Squares				
Date: 02/21/11 Time: 18:12				
Sample (adjusted): 3 1000				
Included observations: 998 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CO(-1)	0.116818	0.029362	3.978585	0.0001
Y	0.936087	0.010925	85.68060	0.0000
Y(-1)	-0.002027	0.032601	-0.062175	0.9504
G	-0.472651	0.027022	-17.49114	0.0000
G(-1)	-0.005493	0.034034	-0.161406	0.8718
R	0.026466	0.024982	1.059423	0.2897
R(-1)	-0.013200	0.024121	-0.547231	0.5843
I	-0.457169	0.027484	-16.63418	0.0000
I(-1)	0.010435	0.024136	0.432337	0.6656
R-squared	0.999965	Mean dependent var	225.9282	
Adjusted R-squared	0.999965	S.D. dependent var	117.4140	
S.E. of regression	0.695021	Akaike info criterion	2.119228	
Sum squared resid	477.7409	Schwarz criterion	2.163469	
Log likelihood	-1048.495	Hannan-Quinn criter.	2.136044	
Durbin-Watson stat	2.006623			

در نرم افزار میکروفیت نیز نتایج نادرستی داریم، زیرا آنچه به عنوان رابطه بلند مدت بدست می‌آید، مطابق هیچ از روابط تصریح شده نیست.

Error Correction Representation for the Selected ARDL Model			
ARDL(1,0,0,0,0) selected based on Schwarz Bayesian Criterion			
Dependent variable is dC			
Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Ratio[Prob]
dG	-.49281	.027240	-18.0910[.000]
dI	-.43810	.032492	-13.4833[.000]
dR	.019033	.015520	1.2263[.221]
dY	.92464	.011588	79.7944[.000]
ecm(-1)	-.87583	.010956	-79.9428[.000]
ecm = CO + .56268*G + .50021*I -.021732*R -1.0557*Y			

۶. خلاصه و نتیجه گیری

از جمع‌بندی مطالب بالا اینطور نتیجه می‌گیریم که:

۱. مدل ARDL تنها در صورتی کاربرد درست می‌یابد که واقعاً متغیرهای سمت راست معادله که عموماً با X نشان داده می‌شوند علت متغیر وابسته بوده باشند. یعنی معلول متغیر مذکور نبوده و نسبت به آن درونزا نباشند.
۲. حتی در اینصورت گرچه ترکیب متغیرهای $I(0)$ و $I(1)$ می‌توانند در برآورد مدل ARDL وارد شوند اما لزوماً ادامه مسیر تا تحلیل هم‌انباشتگی درست نخواهد بود مگر آنکه مرتبه انباشتگی متغیرها یکسان باشد یا آنکه هم‌انباشتگی چند گانه وجود داشته باشد.
۳. اگر در این کاربرد نامناسب، هم‌انباشتگی مورد بررسی قرار گیرد شبیه‌سازی بالا نشان داد که تستهای مرسوم هم‌انباشتگی تعداد غلطی از بردارها را مشخص می‌سازد.
۴. بهمین دلیل عدم توجه به تستهایی که بعدها در ادبیات مطرح شده (اما مورد توجه کافی قرار نمی‌گیرند) باعث می‌شود که مدل ARDL نتایج اریب داری از ضریب ECM بدهد. در یک مطالعه شبیه سازی توسط مولف، در یک سیستم دو متغیره هم‌انباشته، با سرعت تعدیل $0/5-$ ، تنها در صورتی برآورد نااریب بدست می‌آید، که یک متغیر برونزا باشد و یا اینکه جملات خطای مدل VECM از هم مستقل باشند. در غیر اینصورت بسته به شدت همبستگی جملات خطا برآورد ضریب سرعت تعدیل از $0/2-$ تا $0/8-$ بدست می‌آید.

منابع

الف - فارسی

- پسران، هاشم، ری سی فیر، (۱۳۷۴)، ترجمه تیمور محمدی، اقتصاد سنجی، دانشگاه امام حسین.
عسگری، منوچهر و تیمور، محمدی (۱۳۷۷)، «هم‌انباشتگی: مفاهیم، کاربرد، نقاط قوت و ضعف»،
فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی، شماره ۳.
محمدی، تیمور و پرویز، محمدزاده، (۱۳۸۹)، «اقتصاد سنجی»، ترمه.

ب - انگلیسی

- Enders, Walter (2003), *Applied Econometric Time Series*, Second Edition, Wiley.
Engle, R. and Clive Granger (1987), "Co-integration and Error- Correction Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, vol. 55, March, pp. 251-76
Greene, W. (2003), *Econometric Analysis*, 5th ed. Prentice-Hall.
Johnston, J. and J. Dinardo (2001), *Econometric Methods*, 4th edition, McGraw-Hill.
Lutkepohl H . (2005), *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer.
Pesaran, M. Hashem and Baram - Pesaran (1997), *Microfit 4.0 (International Econometric Analysis)*, Comfit Data Limited.
Pesaran, M. Hashem and Shin, Smith (2001), "Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 16, pp. 289-326.