

## پایداری در نظریه طراحی بازار براساس روش ارزش شیپلی

جلال مولایی‌بیگی<sup>۱</sup>

تاریخ ارسال: ۱۳۹۶/۰۹/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۲۰

### چکیده

یکی از ویژگی‌های مهم در طراحی بازار، ویژگی ثبات و پایداری تخصیص‌هاست، زیرا تخصیص‌های ایجاد شده اگر پایدار نباشد، حتی اگر تشکیل شود نیز از هم فرومی‌پاشد؛ به عبارتی، اگر عرضه‌کنندگان و تقاضاکنندگان با مکانیسمی به یکدیگر برسند، اما پایدار نباشند، امکان خارج شدن برخی عوامل از مکانیسم وجود دارد. به همین دلیل، مسئله اصلی در تطبیق عوامل، پایداری آن است. تخصیص پایدار وضعیتی است که هیچ عضوی نمی‌تواند از آن ائتلاف جدا شود، به طوری که وضعیت اعضا را بهبود ببخشد. بازار کلیه از این نوع بازارهاست که باید توسط طراحان بازار احیا شود. در این پژوهش از اطلاعات ۲۰ نفر بیمار دیالیزی و ۲۰ نفر اهداکننده کلیه برای بررسی تخصیص‌های پایدار استفاده شده است. روشی که در این پژوهش به منظور بررسی تخصیص‌های پایدار استفاده شده، روش ارزش شیپلی است. یافته‌های مقاله حاکی از آن است که همکاری بین بیماران به ایجاد دو ائتلاف سه‌طرفه به ارزش ۹۳۰ و ۸۸۰ میلیون ریال و دو ائتلاف دوطرفه به ارزش ۶۱۰ و ۵۳۰ میلیون ریال و یک ائتلاف زنجیره‌ای به ارزش ۶۶۰ میلیون ریال منجر شده است. از آنجا که ارزش شیپلی به دست آمده از همکاری بیماران دارای شرایط پایداری است، بنابراین، تمام ائتلاف‌های به دست آمده در این پژوهش دارای ویژگی پایداری است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که طراحی بازار در تبادل کلیه سبب افزایش تعداد پیوندهای کارا در نمونه انتخابی از ۴ زوج به ۱۷ زوج شده است و علاوه بر آن، بیمار و اهداکننده‌ای که دارای گروه خونی یکسانی هستند لزومی ندارد در مکانیسم شرکت کنند.

واژگان کلیدی: بازی مشارکتی، طراحی بازار، ارزش شیپلی، تخصیص پایدار، تبادل کلیه.

طبقه‌بندی JEL: C78, D47, C71, D89, C79.

۱- دکترای اقتصاد، استادیار گروه اقتصاد دانشگاه آیت الله بروجردی، پست الکترونیکی: jalal\_molabeigi@yahoo.com

## ۱- مقدمه

طراحی بازار<sup>۱</sup> شاخه جدیدی از اقتصاد بوده که از ترکیب مطالعات تجربی، اقتصاد آزمایشگاهی و علوم رایانه پا به عرصه وجود گذاشته است. بیان این نکته مهم است که اصطلاح بازار تضمینی برای وجود سیستم قیمت‌ها نیست، زیرا مکانیسم (سازوکار) قیمت در برخی بازارها سبب تخصیص بهینه منابع نمی‌شود؛ به همین علت، در طراحی بازار از ابزارهای نظریه بازی غیرمشارکتی<sup>۲</sup> و مشارکتی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود. در نظریه بازی غیرمشارکتی، بازیکنان به هیچ وجه نمی‌توانند با هم تبادل نظر یا مذاکره‌ای داشته باشند تا به توافق برسند یا به ائتلافی دست بزنند، اما در نظریه بازی مشارکتی، هدف همه بازیکن‌ها انجام بهترین کاری است که می‌توانند انجام دهند، به همین دلیل، دست به ائتلاف می‌زنند تا از منافع آن بهره ببرند. در بسیاری از مسایل این دو نظریه مکمل یکدیگر هستند، اما در برخی از موضوع‌ها با همدیگر تفاوت دارند. نظریه طراحی بازار از هر دو نظریه، خصوصیتی را به ارث برده است. ثبات<sup>۴</sup> و سازگاری انگیزه<sup>۵</sup> دو ویژگی مهم و کلیدی در طراحی بازار است. ثبات و پایداری سبب می‌شود که گروه‌ها به‌طور ارادی در بازار مشارکت داشته باشند و سازگاری انگیزه باعث می‌شود مشارکت‌کنندگان در بازار، رفتارهای استراتژیک از خود بروز ندهند و ترجیحات خود را کاذب اعلام نکنند، زیرا مطلوبیت ناشی از اعلام ترجیحات واقعی بالاتر از مطلوبیت ناشی از اعلام ترجیحات کاذب است؛ به این دلیل است که هرکسی انگیزه دارد ترجیحات خود را درست اعلام کند. مفهوم ثبات از نظریه بازی مشارکتی حاصل می‌شود، در حالی که سازگاری انگیزه از نظریه طراحی سازوکار مشتق می‌شود که شاخه‌ای از نظریه بازی غیرمشارکتی است که موضوع جایزه نوبل ۲۰۰۷ لئونید هورویچ، اریک ماسکین و راجر میرسون<sup>۶</sup> بود.

- 
- 1- Market Design
  - 2- Non-cooperative
  - 3- Cooperative
  - 4- Stability
  - 5- Incentive Compatibility
  - 6- Leonid Hurwicz, Eric Maskin and Roger Myerson

بعد از دهه ۹۰ بود که گروهی از اقتصاددانان به بررسی مباحث جدیدی از شکست بازار و نظریه طراحی بازار پرداختند از جمله مباحث جدیدی که این گروه به آن برخورد کردند لاغری بازار، ازدحام در یک طرف بازار و نبود امنیت برای بروز ترجیحات درست و صحیح عوامل بود که می‌توانست باعث شکست بازار شود که تا آن زمان به این موضوع‌ها پرداخته نشده بود؛ به همین علت، در جست‌وجوی راهی بودند که بتوانند این-گونه بازارها را احیا کنند<sup>۱</sup>. نتیجه تلاش آنها متولد شدن نظریه طراحی بازار و تئوری تطبیق بود. این نظریه به کمک مطالعات تجربی و استمداد از تجربه آزمایشگاهی و فنون رایانه، توانست عرضه‌کنندگان و تقاضاکنندگانی را که شرایط ایجاد بازار را داشتند، اما مکانیسم قیمت قادر به احیای آن نبود، احیا کند. پرسش‌هایی که در نتیجه این تلاش به وجود آمد، این بود که آیا در صورت احیای این‌گونه بازارها، نتایج حاصل از چنین بازارهایی ثبات دارند؟ در صورت بی‌ثباتی، نتایج قابل اتکا هست یا نه؟ آیا عوامل در چنین بازارهایی باید رفتار صادقانه از خود بروز بدهند؟ آیا امکان دارد هم نتایج پایدار باشد و هم عوامل سازگاری انگیزه داشته باشند؟ و... پاسخ به این پرسش‌ها نه تنها می‌تواند به درک بهتر طراحی بازار منجر شود، بلکه می‌تواند در تدوین الگوریتم‌های به هم‌رسانی نیز مفید باشد.

این مقاله به دنبال پاسخ به این پرسش است که تخصیص‌های ایجاد شده توسط مکانیسم تبادل کلیه دارای ثبات هست یا نه؟ به همین منظور ساختار این پژوهش به این ترتیب است که در بخش دوم، به مبانی نظری و روش‌شناسی راث و تشریح روش شپلی می‌پردازیم و سپس، پیشینه پژوهش شامل مطالعات محدود در ایران و در خارج از کشور که عمده آن مطالعات راث و همکارانش است، بیان می‌شود. روش پژوهش، تجزیه و تحلیل مدل و برآورد مدل در بخش‌های سوم و چهارم ارائه می‌شود و در پایان، نتیجه‌گیری و پیشنهادها بیان می‌شود.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

نظریه بازی‌ها از اهمیت زیادی در تئوری تصمیم‌گیری به سبب کاربرد و قابلیت مناسب آن

۱- آلوین راث و همکارش شپلی در این زمینه پیشتاز بودند.

برخوردار است. بسیاری از مسایل دنیای واقعی را می‌توان به‌عنوان یک بازی مدل‌سازی کرد. آنچه در نظریه بازی‌ها به آن بازی اطلاق می‌شود، عبارت است از: تعاملاتی (روابط متقابل) که در آن بین تصمیم دو یا چند طرف، وابستگی و ارتباط متقابل وجود داشته باشد. به عبارت دیگر، می‌توان گفت، هرگاه مطلوبیت، سود، درآمد و رفاه و هر آنچه فرد بازیکن به دنبال آن است نه تنها متأثر از تلاش و تصمیم خود او باشد، بلکه تحت تأثیر (مثبت یا منفی) تلاش و تصمیم طرف دیگر نیز باشد، به آن بازی اطلاق می‌شود. در مسئله طراحی بازار و تئوری تطبیق<sup>۱</sup> نیز با توجه به اینکه در صورت همکاری بین طرفین، مجموع سود بالاتری حاصل می‌شود و در نتیجه، سود هر بازیکن بالاتر می‌رود، پس نظریه بازی‌ها در این زمینه دارای کاربرد مناسبی است. تئوری تطبیق، بخشی از اقتصاد است که تمرکز آن بر پرسش‌هایی مانند «چه کسی، چه چیزی را دریافت می‌کند؟» خواهد بود این مسئله زمانی بارزتر است که با کالاهای کمیابی مواجه هستیم و باید بین افراد تخصیص داده شوند و دارای دو ویژگی تقسیم‌ناپذیری و ناهم‌هنگی هستند؛ به‌طور مثال، چه کسی در چه شغلی کار می‌کند، کدام دانش‌آموزان به کدام مدارس می‌روند یا برای پیوند اعضای بدن موجود چه افرادی انتخاب می‌شوند (راث، سونمز و یونیور، ۲۰۰۷). در این نظریه، مجموعه محدودی از  $N$  عامل که  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  وجود دارد. سه عامل در مجموعه با حروف  $i, j, k$  مشخص می‌شود. تطبیق  $N \Leftrightarrow N: \mu$  یک تطبیق یک‌به‌یک در  $N$  است، به طوری که  $\mu(j) = i \Leftrightarrow \mu(i) = j$  برای همه  $i, j$  ها.

هرکدام از آنها در  $N$  ترجیحاتی دارد هر عامل ممکن است بین عوامل مختلف بی‌تفاوت باشد و ممکن است تنها بودن را به تطبیق با بعضی از عوامل موجود، ترجیح دهد. برای ترجیحات از نماد زیر استفاده می‌شود:

برای عامل  $i$ ، اگر عامل  $j$  حداقل به‌خوبی عامل  $k$  باشد، با نماد  $j \geq_i k$  نشان داده می‌شود. اگر عامل  $i$  در انتخاب  $k$  و  $j$  بی‌تفاوت بود با نماد  $j \geq_i k$  و  $j \geq_i k$  یا با نماد  $k \sim_i j$  نشان داده می‌شود. اگر نماد به صورت  $k >_i j$  باشد به این معنی است که عامل

1- Matching Theory

2- Roth, A. E., Sönmez, T. and Ünver, M. U

$i$ ، عامل  $j$  را بر عامل  $k$  ترجیح داده است.

اگر برای همه  $j$ ،  $i$  ها داشته باشیم  $\mu(j) \geq \mu(i) \Rightarrow j > i$  در آن صورت،  $\mu$  یک تطبیق پایدار است (گودمانسون<sup>۱</sup>، ۲۰۱۳).

بنابراین، در این نظریه، یکی از مسایل مهم، یافتن روشی مناسب برای تخصیص سود ناشی از همکاری و بررسی پایداری و ثبات نتایج است، زیرا اگر پایداری برقرار نباشد برخی از عوامل در الگوریتم شرکت نخواهند کرد، زیرا انگیزه‌ای برای ماندن در فرآیند جایابی ندارند. روش‌های گوناگونی توسط محققان مختلف پیشنهاد شده و به کار رفته است که از بین آنها می‌توان به روش مقدار شپلی<sup>۲</sup> اشاره کرد. این روش مقدار مشخصی از سود را به نسبت میزان تأثیرگذاری اقتصادی بازیکن در ائتلاف‌های مختلف، به هر بازیکن تخصیص می‌دهد و آن را با نماد  $X_i$  نشان می‌دهند که به صورت زیر به دست می‌آید (شپلی<sup>۳</sup>، ۱۹۵۳):

$$X_i = \sum \frac{(|S| - 1)! (|N| - |S|)!}{N!} [V(S) - V(S \setminus \{i\})] \quad (1)$$

$X_i$ : مقدار سود تخصیص داده شده به بازیکن  $i$

$|S|$ : تعداد اعضای ائتلاف  $S$

$|N|$ : تعداد کل اعضا

$V(S)$ : ارزش ائتلاف  $S$

$V(S \setminus \{i\})$ : ارزش ائتلاف  $S$  بدون حضور بازیکن  $i$

گروهی از افراد در مجموعه  $N$  نفری را که با همدیگر همکاری دارند، ائتلاف گویند و مقصود از ارزش یک ائتلاف، میزان افزایش سود نسبت به حالت غیرهمکارانه است که با تشکیل آن ائتلاف به دست می‌آید. اگر  $\sum x_i < v(s)$  باشد، در آن صورت، ائتلاف می‌تواند  $X$  را بهبود دهد، به عبارتی، مازاد، بین تمام اعضا توزیع می‌شود و آنها نسبت به حالت قبلی بهبود می‌یابند، بنابراین، در چنین حالتی، تخصیص  $X$  ناپایدار است.

1- Gudmundsson, Jens

2- Value Shapley

3- Shapley, Lloyd. S

به تخصیصی پایدار گفته می‌شود که آن تخصیص توسط هیچ ائتلافی بهبود نیابد، بنابراین، بردار  $x$  پایدار است، اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\sum x_i \geq v(S)$$

خود، نتواند نتیجه‌ای را که همه اعضای آن ترجیح می‌دهند، به ارمغان بیاورد (راث، ۲۰۱۲).

مفهوم و ایده پایداری در نظریه بازی مشارکتی مانند ایده تعادل ناش در نظریه بازی غیرمشارکتی است، زیرا همان‌طور که در نظریه بازی‌های غیرمشارکتی، تعادل ناش وضعیتی است که هیچ فردی نمی‌تواند از آن جدا شود و وضعیتش بهتر شود، در تئوری بازی مشارکتی، تخصیص پایدار نیز وضعیتی است که هیچ ائتلافی نمی‌تواند از آن منحرف شود و وضعیت اعضای آن را بهتر کند، به عبارتی، در هر دو مفهوم، بهبود وضعیت افراد امکان‌پذیر نیست.

## ۲-۱- مطالعات پیشین

گیل و شپلی<sup>۱</sup> (۱۹۶۲)، نشان دادند که مسئله اصلی در تطبیق زوج‌ها، پایداری است، به بیان ساده، اگر دو نفر متقاضی (الف و ب) درخواست‌های خود را برای مدارس  $A$  و  $B$  بفرستند و درخواست‌های افراد به این صورت باشد که فرد الف  $A$  را بر  $B$  و فرد ب  $B$  را بر  $A$  ترجیح دهد، اما نتیجه نهایی به این صورت باشد که فرد الف با  $B$  و فرد ب با  $A$  تطبیق یابد، در آن صورت، جایابی فوق ناپایدار خواهد بود (گیل و شپلی، ۱۹۶۲). به عبارت دیگر، در یک زوج تطبیق داده شده، اگر فردی، گزینه دیگری غیر از فرد معرفی شده توسط یک الگوریتم را ترجیح دهد و آن گزینه نیز آن فرد را مرجح بداند، با ناپایداری مواجه است و امکان خارج شدن برخی عوامل به‌منظور بهبود رفاه خود در خارج از سازوکار وجود دارد. بنابراین، مسئله اصلی در تطبیق، پایداری آن است؛ همان‌طور که راث نیز تأکید می‌کند مفهوم اصلی در شناخت موفقیت یا شکست نهادهای بازاری مسئله پایداری تخصیص‌هاست (راث، ۱۹۸۲).

بحث روی تخصیص پایدار و الگوریتم‌های پایدار در جایابی، در دهه‌های ۱۹۶۰ و

1- Gale, D. and L. Shapley

۱۹۷۰ به رسمیت شناخته شد، اما تا اوایل دهه ۱۹۸۰، کار عملی در مورد این موضوع صورت نگرفت. در اواسط این دهه بود که راث، بازار کار پزشکان جدید را در آمریکا مطالعه کرد و برای بهبود عملکرد بازار، الگوریتم پایدار را پیشنهاد داد (راث، ۱۹۸۴). در واکنش به شکست بازار برای پزشکان جدید در ایالات متحده آمریکا، اتاق تسویه متمرکز در اوایل دهه ۱۹۵۰ تأسیس شد. این مؤسسه در حال حاضر، برنامه ملی تطبیق رزیدنت<sup>۱</sup> (NRMP) نامیده می‌شود. در دهه ۱۹۹۰، مشروعیت الگوریتم NRMP به چالش کشیده شد، زیرا تخصیص‌هایی که الگوریتم پیشنهاد می‌داد، به نفع بیمارستان‌ها بود و این برنامه به نفع دانشجویان پزشکی کار نمی‌کرد<sup>۲</sup> (راث و پرانسون<sup>۳</sup>، ۱۹۹۹). این موضوع سبب شد در سال ۱۹۹۵، راث الگوریتم جدیدی را طراحی کند که علاوه بر ایجاد تطبیق‌های پایدار، به نفع متقاضیان (دانشجویان پزشکی) نیز باشد (راث و پرانسون، ۱۹۹۹). الگوریتم جدید در سال ۱۹۹۷ به تصویب رسید و پس از آن، سالانه بیش از ۲۰۰۰۰ پزشک به کمک این الگوریتم تطبیق می‌یابند (راث، ۲۰۰۲). الگوریتم پیشنهادی راث در عمل از موفقیت بالایی برخوردار بود، به طوری که بعد از سال ۱۹۹۸، از این الگوریتم در سایر بازارها و جایابی‌های زیر به کار گرفته شده و شواهد تجربی حاکی از پایدار بودن نتایج تخصیص‌هاست (راث ۲۰۱۲).

دبیرستان‌های عمومی شهر نیویورک در سال ۲۰۰۳ با استفاده از الگوریتم پذیرش تأخیری<sup>۴</sup> اقدام به جایابی دانش‌آموزان می‌کردند. قبل از سال ۲۰۰۳، از متقاضیان مدارس دولتی نیویورک خواسته می‌شد پنج مدرسه ترجیحی خود را رتبه‌بندی و این فهرست‌ها را به مدارس ارسال کنند و مدارس براساس این فهرست‌ها شروع به پذیرش می‌کردند. مشکلی که در این جایابی وجود داشت آن بود که اگر دانش‌آموزانی بعد از دور سوم در

### 1- National Resident Matching Program

۲- الگوریتم پیشنهاد شده، همان الگوریتم پذیرش تأخیری با پیشنهاد کارفرما بود که این الگوریتم به نفع پیشنهاددهنده کار می‌کرد.

### 3- Roth, A.E. and E. Peranson.

۴- در الگوریتم پذیرش تأخیری هیچ متقاضی و عرضه‌کننده‌ای به تطبیق نهایی خود نخواهد رسید مگر اینکه فهرست‌های ترجیحات تمام متقاضیان برای دستیابی به بهترین تطبیق آزمایشی، مورد بررسی قرار گرفته باشد.

مدرسه‌ای جایابی نمی‌شدند، از طریق یک روند اداری که اجباری بود جایابی می‌شدند. همان‌طور که مشخص است، این بازار از ازدحام رنج می‌برد که یکی از دلایل شکست بازار می‌باشد، زیرا دانش‌آموزان و مدارس فرصت‌های مناسب و کافی برای بیان ترجیحات و ارایه پیشنهادها نداشتند (عبدالقادر اوغلو، پاتک و راث<sup>۱</sup>، ۲۰۰۵). راث و همکارانش در سال ۲۰۰۳، فرآیند جایابی را دوباره طراحی کردند که در این فرآیند از الگوریتم پذیرش تأخیری از طرف متقاضیان استفاده شد که این مکانیسم دارای ثبات و سازگاری انگیزه برای متقاضیان بود، یعنی به نفع متقاضیان بود که ترجیحات خود را کاذب اعلام نکنند و همچنین این الگوریتم توانست مشکل ازدحام را حل کند و ۳۰۰۰۰ دانش‌آموزی که به صورت اداری به مدارس معرفی می‌شدند به ۳۰۰۰ دانش‌آموز کاهش یافت (راث، ۲۰۱۲).

قبل از سال ۲۰۰۵، در سیستم جایابی مدارس عمومی در شهر بوستون از مکانیسمی استفاده می‌کردند که بعدها به الگوریتم بوستون<sup>۲</sup> معروف شد، این نوع الگوریتم ابتدا تلاش می‌کرد تا بیشتر متقاضیان را با اولین مدرسه انتخابی خود تطبیق دهد و اگر متقاضیان در این مرحله تطبیق نمی‌یافتند در مرحله بعد سعی می‌کرد با دومین مدرسه انتخابی و... تطبیق یابند (عبدالقادر اوغلو، پاتک و راث، ۲۰۰۵). این الگوریتم ویژگی سازگاری انگیزه و پایداری را برای دانش‌آموزان نداشت؛ به همین علت، راث، عبدالقادر اوغلو، پاتک و سونمز در سال ۲۰۰۵، الگوریتم پذیرش تأخیری رت به‌عنوان یک الگوریتم جدید پیشنهاد نمودند (راث، ۲۰۱۲).

یکی دیگر از عجیب‌ترین و مهم‌ترین کاربردهای طراحی بازار در دهه گذشته مربوط به بازار کلیه و اعضای بدن است. از آنجا که هر انسان سالم دارای دو کلیه است که می‌تواند یکی از آنها را (بدون خطر بسیار بالا) اهدا کند، بنابراین، وقتی یک بیمار کلیوی نیازمند پیوند کلیه است، نزدیکان وی در بسیاری از موارد تمایل به اهدای کلیه به وی

1- Abdulkadiroglu, A., Pathak, P. A. and Roth, A. E.

۲- رایج‌ترین مکانیسم جایابی مکانیسمی است که در شهر بوستون در دهه ۸۰ میلادی در کمبریج توسعه داده شد. این مکانیسم سعی می‌کند تا جایی که امکان دارد عوامل (مانند دانش‌آموزان) را به اولین اولویت اختصاص دهد (عبدالقادر اوغلو، ۲۰۰۳).

دارند، اما برای اینکه یک شخص بتواند به شخص دیگر کلیه اهدا کند باید ویژگی‌های مختلف خون آنها با یکدیگر منطبق باشد که این انطباق احتمال چندان بالایی ندارد، علاوه بر آنکه سازگاری گروه خونی رابطه‌ای یک‌به‌یک نیست (فردی با گروه خونی A می‌تواند از گروه‌های A و O کلیه بگیرد، اما می‌تواند به گروه‌های A و AB کلیه بدهد). بنابراین، به‌طور معمول لازم است بیمار کلیه خود را از شخصی غیر از اقوام نزدیک دریافت کند. این فرآیند در برخی مواقع با کمک بیماران دچار مرگ مغزی صورت می‌گیرد. از آنجا که در این بازار، مشکل صف طولانی انتظار برای پیوند کلیه وجود دارد، بنابراین، امکان مبادله یک‌باره به دلیل وجود ناسازگاری‌های مربوط به سیستم ایمنی بدن وجود ندارد و این خود سبب شکست بازار از نوع لاغری می‌شود و مشکلاتی را برای بیماران به‌وجود می‌آورد. برای کاهش مشکلات بیماران پیشنهاد‌های متفاوتی شده است که یکی از آنها مبادله کلیه است (راث، سونمز و یونیور، ۲۰۰۷).

در سال ۲۰۰۳، ۸۶۶۵ پیوند کلیه از اهداکنندگان مرگ مغزی در ایالات متحده آمریکا وجود داشت، این در حالی بود که بیش از ۶۰۰۰۰ بیمار در این کشور در انتظار چنین پیوندی بودند. ۳۴۳۶ بیمار که منتظر عمل پیوند کلیه بودند در این سال جان خود را از دست دادند و ۶۴۶۴ بیمار در این سال از اهداکننده زنده کلیه دریافت کردند. در سپتامبر ۲۰۰۴، کمیته نظارت پیوند کلیه در آمریکا ایجاد اتاق تسویه را به تصویب رساند که فکر تأسیس این اتاق توسط فرانسیس دلمونیکو<sup>۱</sup>، سوزان سیدمن<sup>۲</sup> و سه تن از اقتصاددانان به نام‌های راث، سونمز و یونیور پیشنهاد شده بود (راث، سونمز و یونیور، ۲۰۰۵). در این سال، تعداد کمی مبادله کلیه صورت گرفته بود و یکی از دلایل آن، این بود که جفت‌های ناسازگار در این اتاق تسویه، کم بودند. در سال ۲۰۰۵، از ۲۵ زوج انتخاب شده به تعداد ۸ جفت به کمک مبادله دوطرفه به پیوند رسیدند و اگر مبادلات سه‌طرفه بود، تعداد ۱۱ زوج در تبادل کلیه به پیوند می‌رسیدند (راث و همکاران، ۲۰۰۶).

مولاییگی و همکاران (۱۳۹۵)، از این الگوریتم برای به‌هم‌رسانی عرضه‌کننده و

1- Francis L. Delmonico

2- Susan Saidman

تقاضاکننده کلیه استفاده کردند که شامل هر دو الگوریتم دوری<sup>۱</sup> و زنجیره‌ای<sup>۲</sup> بوده است، به طوری که تعداد ۴ زوج از طریق مبادله دوطرفه، تعداد ۸ زوج از طریق مبادله چهارطرفه و در کل ۱۲ زوج به کمک الگوریتم دوری و تعداد ۳ زوج به کمک الگوریتم زنجیره‌ای با هم تطبیق یافتند، اما شرایط پایداری این تطبیق‌ها بررسی نشد.

مطالعات محدودی با رویکرد همکارانه در سایر موضوع‌ها انجام شده است و از بین آنها تنها می‌توان به مطالعه جعفرزاده و سایرین (۱۳۹۳)، اشاره کرد که با استفاده از ارزش شیلی به تحلیل امکان تشکیل ائتلاف بین کشورهای ایران، آذربایجان و ترکمنستان در صادرات گاز اروپا پرداختند و نتیجه گرفتند که اگر به شکل متمرکز یا غیرمتمرکز یک تطبیق طراحی شود، اما از ویژگی پایداری برخوردار نباشد، در حل مسایل پیچیده بهینه‌یابی و طراحی بازار قابل کاربرد نخواهد بود (راس و ودل<sup>۳</sup>، ۲۰۰۰).

### ۳- روش پژوهش

در این پژوهش به کمک انجمن حمایت از بیماران کلیوی در استان همدان، افراد دهنده و گیرنده از گروه‌های خونی متفاوت برحسب تصادف به تعداد ۲۰ زوج انتخاب شده‌اند. نمونه انتخابی به این صورت است که بعد از مطالعه بیماران موجود در انجمن، کمتر از ۱۰۰ بیمار شناس انتخاب را داشتند که با تأسی به روش شناسی آلومین راث و همچنین به دلیل محدودیت مالی<sup>۴</sup> حدود ۴۰ نفر، یعنی ۲۰ زوج انتخاب شدند که نحوه انتخاب آنها به روش نمونه‌گیری تصادفی سیستماتیک بود.

گروه خونی دهندگان و بیماران (گیرندگان) کلیه به شرح زیر است:

بیماران t<sub>18</sub>, t<sub>19</sub>, t<sub>20</sub> که دارای گروه خونی AB هستند.

بیماران t<sub>13</sub>, t<sub>14</sub>, t<sub>15</sub>, t<sub>16</sub>, t<sub>17</sub> که دارای گروه خونی B هستند.

بیماران t<sub>8</sub>, t<sub>9</sub>, t<sub>10</sub>, t<sub>11</sub>, t<sub>12</sub> که دارای گروه خونی A هستند.

1- Cyclic Algorithm

2- Chain Algorithm

3- Ross, L.F. and Woodle, E.S

۴- علاوه بر آن، امتناع بیماران برای شرکت در این طرح از موارد دیگری بود که به آن برخورد کردیم.

بیماران  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7$  که دارای گروه خونی O هستند.  
 اهداکنندگان  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_{10}, k_{11}, k_{12}, k_{17}$  که دارای گروه خونی B هستند.  
 اهداکنندگان  $k_7, k_8, k_9, k_{13}, k_{14}, k_{18}$  که دارای گروه خونی O هستند.  
 اهداکنندگان  $k_5, k_6$  که دارای گروه خونی AB هستند.

#### ۴- تجزیه و تحلیل مدل

##### ۴-۱- نحوه چیدمان ترجیحات

۱- تطابق گروه‌های خونی: اگر گروه‌ها با هم ناسازگاری داشته باشند، امکان پیوند نیست. براساس جدول شماره ۱، گیرنده گروه خونی O با گروه خونی دهنده‌های O سازگاری دارد. گیرنده گروه خونی A با گروه‌های خونی A و O سازگاری دارد. گیرنده گروه‌های خونی B با گروه‌های خونی B و O سازگاری دارد. گیرنده گروه خونی AB با تمام گروه‌های خونی O، A، B و AB سازگاری دارد.

جدول ۱- حالت‌های تطبیق متقاطع از نظر گروه خونی

دهنده				گروه‌ها	طرفین
AB	B	A	O		گیرنده
			▶	O	
		▶	▶	A	
	▶		▶	B	
▶	▶	▶	▶	AB	

مأخذ: مولایی، ۱۳۹۵.

۲- تطابق بافتی: انطباق بافت مهم‌ترین عامل در پذیرش یا رد پیوند کلیه است. در هر نوع پیوند کلیه باید گروه خونی اهداکننده با گروه خونی گیرنده سازگار باشد. در صورتی که گروه‌های خونی سازگار باشند آزمون دیگری به نام تعیین بافت انجام می‌گیرد. این آزمون شباهت‌های ژنتیکی بافت اهداکننده و گیرنده را قطعی می‌کند. قبل از پیوند، کمی از خون

- بیمار و خون اهداکننده با هم مخلوط می‌شود. به این آزمون تطبیق بافتی گویند. این آزمون به این منظور انجام می‌شود که مطمئن شویم هیچ ماده‌ای در خون به نام آنتی‌بادی سیتوتوکسیک وجود ندارد که موجب پس زدن کلیه پیوندی شود.
- ۳- زمان: هرچه مدت زمانی که بیمار در فهرست انتظار بوده است کمتر باشد و پیوند سریع‌تر انجام شود، بهتر است.
- ۴- سن: هرچه سن کلیه‌دهنده کمتر باشد و اهداکننده کلیه بیماری کمتری داشته باشد، کلیه‌اش بهتر است.
- ۵- رابطه خویشاوندی: اگر فرد دهنده از اقوام درجه یک (والدین یا برادر و خواهر) باشد، احتمال پذیرش پیوند بیشتر است.
- ۶- جنسیت دهنده: در حالت برابر جنس مذکر بر مؤنث ترجیح داده می‌شود.
- ترجیحات بیماران برای کلیه‌های سازگار و فهرست انتظار به صورت جدول شماره ۲، است.

جدول ۲- ارزیابی تطابق بافتی به تفکیک بیماران دارای گروه‌های خونی

گروه خونی O			گروه خونی A			گروه خونی B			گروه خونی AB										
t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>	t <sub>4</sub>	t <sub>5</sub>	t <sub>6</sub>	t <sub>7</sub>	t <sub>8</sub>	t <sub>9</sub>	t <sub>10</sub>	t <sub>11</sub>	t <sub>12</sub>	t <sub>13</sub>	t <sub>14</sub>	t <sub>15</sub>	t <sub>16</sub>	t <sub>17</sub>	t <sub>18</sub>	t <sub>19</sub>	t <sub>20</sub>
k <sub>9</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>5</sub>	k <sub>5</sub>	k <sub>6</sub>
k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>6</sub>	k <sub>6</sub>	k <sub>5</sub>
k <sub>8</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>16</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>14</sub>
k <sub>18</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>16</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>20</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>20</sub>
k <sub>13</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>16</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>8</sub>
k <sub>7</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>16</sub>	k <sub>9</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>14</sub>	k <sub>9</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>8</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>19</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>19</sub>	k <sub>18</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>7</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>17</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>5</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>13</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>15</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>15</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>13</sub>	k <sub>12</sub>	k <sub>17</sub>	k <sub>12</sub>
-	-	-	-	-	-	-	k <sub>1</sub>	k <sub>15</sub>	k <sub>15</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>15</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>18</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>11</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>10</sub>	k <sub>3</sub>	k <sub>2</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>11</sub>	k <sub>10</sub>	k <sub>10</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>3</sub>	k <sub>11</sub>	k <sub>7</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>7</sub>	k <sub>16</sub>	k <sub>3</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>16</sub>	k <sub>7</sub>	k <sub>15</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>15</sub>	k <sub>15</sub>	k <sub>16</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>4</sub>	k <sub>1</sub>	k <sub>1</sub>
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	k <sub>1</sub>	k <sub>4</sub>	k <sub>4</sub>

مأخذ: مولایی، ۱۳۹۵.

در جدول شماره ۲، ترجیحات بیماران براساس چیدمانی که بیان شد، آمده است؛ به طور مثال، اهداکنندگان زوج نهم، چهاردهم، هشتم، هجدهم، سیزدهم و هفتم با بیمار ۱ سازگاری خونی و بافتی دارند و از بین این اهداکنندگان، اهداکننده زوج نهم نسبت به چهاردهم و اهداکننده چهاردهم نسبت به اهداکننده هشتم و اهداکننده زوج هشتم نسبت به هجدهم و اهداکننده زوج هجدهم نسبت به سیزدهم و اهداکننده زوج سیزدهم نسبت به هفتم در اولویت است. ترجیحات بقیه بیماران در جدول ۲، آمده است.

#### ۲-۴- تعداد پیوندها با مکانیسم طراحی شده

از جدول شماره ۲، مشخص است، زوج‌هایی که در آن بیمار و اهداکننده ناسازگارند، عبارت‌اند از:

$$(t_1, k_1) - (t_2, k_2) - (t_3, k_3) - (t_4, k_4) - (t_5, k_5) - (t_6, k_6) - (t_{10}, k_{10}) - (t_{11}, k_{11}) - (t_{12}, k_{12}) - (t_{15}, k_{15}) - (t_{16}, k_{16}).$$

و تعداد زوج‌هایی که در آن بیمار با اهداکننده‌اش سازگاری خونی و بافتی دارد ۹ زوج است. هرچند این بیماران با اهداکننده‌های خود سازگاری دارند، اما این سازگاری به معنای بهتر بودن نیست. تعداد پیوندها (بهترین تخصیص‌ها) به کمک الگوریتم دوری و زنجیره‌ای (روش راث) در جدول شماره ۳، آمده است.

#### الگوریتم دوری<sup>۱</sup>

در الگوریتم دوری، دهنده ۱ در زوج ابتدایی ۱ با بیمار ۲ در زوج ابتدایی ۲ سازگاری دارد. بنابراین، دهنده زوج ابتدایی ۱ با گیرنده زوج ابتدایی ۲ تطبیق می‌یابد و کلیه خود را به بیمار ۲ برای پیوند واگذار می‌کند. دهنده زوج ۲ به بیمار زوج ۳ کلیه اهدا می‌کند و دهنده زوج  $m-1$  با بیمار زوج  $m$  سازگاری دارد و کلیه خود را برای اهدا به این بیمار می‌دهد و دهنده زوج  $m$  به بیمار زوج ۱ کلیه خواهد داد.

۱- نحوه به دست آوردن الگوریتم دوری و زنجیره‌ای در پیوست مقاله آمده است.

### الگوریتم زنجیره‌ای

در الگوریتم زنجیره‌ای، دهنده ۱ متعلق به بیمار ۱ است، اما بیمار ۲، کلیه دهنده ۱ را ترجیح می‌دهد، در حالی که این کلیه برای بیمار ۱ است و دهنده بیمار ۲ کلیه خود را به بیمار ۳ می‌دهد و... این در حالی است که دهنده بیمار m با بیمار ۱ سازگاری ندارد و ترجیح می‌دهد با اولویت به فهرست انتظار پیوندد. به این ترتیب، یک زنجیره شکل می‌گیرد که در نهایت آن یک نفر به فهرست انتظار می‌پیوندد و یک کلیه (کلیه زوج ۱) بیکار می‌ماند (راث، سونمز و یونیور، ۲۰۰۷).

جدول ۳- تعداد پیوندها

اهداکنده	بیمار	الگوریتم	مبادله
۷	۷	زنجیره حداقلی <sup>۱</sup>	با اهداکننده خود
۵	۱۸	دوری	دو طرفه
۱۸	۵	دوری	دو طرفه
۱۲	۱۷	دوری	چهار طرفه
۱۷	۱۴	دوری	چهار طرفه
۱۴	۲	دوری	چهار طرفه
۲	۱۲	دوری	چهار طرفه
۹	۱۳	دوری	چهار طرفه
۱۳	۶	دوری	چهار طرفه
۶	۱۹	دوری	چهار طرفه
۱۹	۹	دوری	چهار طرفه
۲۰	۲۰	زنجیره حداقلی	با اهداکننده خود
۸	۱۶	دوری	دو طرفه
۱۶	۸	دوری	دو طرفه
۱۵	۱۱	زنجیره‌ای	
۱۰	۱۵	زنجیره‌ای	
۱	۱۰	زنجیره‌ای	

مأخذ: مولا بیگی، ۱۳۹۵.

۱- هر بیماری که با دهنده خود تطبیق یابد به آن زنجیره حداقلی گویند.

## ۳-۴- ارزش شیلی

## ائتلاف بیماران ۵ و ۱۸ با یکدیگر

بیمار ۵ تنها می‌تواند با بیمار ۱۸ ائتلاف تشکیل دهد و چون دهنده بیمار ۵ در اولویت اول بیمار ۱۸ است، بنابراین، بهترین پیوند کلیه از نظر بیمار ۱۸، دهنده بیمار ۵ است. اگر بیماران ۵ و ۱۸ با یکدیگر ائتلاف تشکیل ندهند به بیمار ۵ کلیه‌ای نخواهد رسید، اما بیمار ۱۸ با دهنده خود که در اولویت هشتم هست تطبیق خواهد یافت.<sup>۱</sup> اگر بهترین کلیه از نظر پزشکی ۱۵۰ میلیون ریال<sup>۲</sup> فرض شود، در آن صورت، بیمار ۱۸، ۸۰ میلیون ریال<sup>۳</sup> سود می‌برد و حداقل ۱۶۰ میلیون ریال نیز به دلیل عمل پیوند صرفه‌جویی ایجاد می‌شود که در نهایت، کل ارزش بیمار ۱۸، برابر با ۲۴۰ میلیون ریال خواهد بود و چون بیمار ۵ به کلیه‌ای نمی‌رسد ارزش آن صفر خواهد شد، اما اگر ائتلاف بین بیماران تشکیل شود، هر دو بیمار به کلیه خواهند رسید، به طوری که بیمار ۱۸ به اولویت اول خود خواهد رسید<sup>۴</sup> و بیمار ۱۸ به اولویت دوم خود دسترسی خواهد یافت، بنابراین، ارزش کل ائتلاف برابر با ۶۱۰ میلیون ریال خواهد بود.

۱- از آنجا که هزینه پیوند کلیه و هزینه دیالیز برای هر بیمار سالانه در ایران در سال ۲۰۱۴ به ترتیب برابر ۱۹۰ میلیون ریال و ۳۵۳ میلیون ریال بوده است، بنابراین، هر عمل پیوند حداقل به اندازه ۱۶۳ میلیون ریال صرفه‌جویی اقتصادی دارد (مولایی، ۱۳۹۵).

۲- در حال حاضر، قیمت کلیه ۱۵۰ میلیون ریال است که ۱۴۰ میلیون ریال آن را بیمار و ۱۰ میلیون ریال آن را دولت به‌عنوان هدیه ایثار به دهنده کلیه پرداخت می‌کند.

۳- عدد ۷ میلیون تومان فرضی بوده و به این صورت است که بهترین کلیه ۱۵۰ میلیون ریال است که در اولویت اول بیمار قرار می‌گیرد، به‌طور منطقی اولویت‌های بعدی دارای قیمت پایین‌تری هستند که در این تحقیق هر اولویت پایین‌تر ۱۰ میلیون ریال در نظر گرفته شده است، هرچند به‌جای ۱۰ میلیون ریال می‌توان هر عددی را در نظر گرفت و نتیجه تفاوتی نخواهد کرد.

۴- چون بیمار ۱۸ به اولویت اول خود رسیده، بنابراین، ۱۵ میلیون تومان به این دلیل سود کرده و بیمار ۵ به اولویت دوم رسیده است، بنابراین، ۱۴ میلیون تومان سود برده و از سوی دیگر، چون هر دو به پیوند کلیه رسیده‌اند، حداقل ۳۲ میلیون تومان به دلیل صرفه‌جویی هزینه‌های دیالیز، سود کرده‌اند که مجموع سود آنها برابر ۶۱ میلیون تومان خواهد شد.

جدول ۴- محاسبه ارزش ائتلاف‌ها بین دو بیمار ۵ و ۱۸ (میلیون تومان)

احتمال	ترتیب تقدم بیماران	سهم حاشیه‌ای بیمار ۵	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۸
$\frac{1}{2}$	18, 5	$v(1)=0$	$v(1,2)-v(1)=61$
$\frac{1}{2}$	5, 18	$v(1,2)-v(2)=37$	$v(2)=24$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

سهم نهایی انتظاری بیماران ۵ و ۱۸ برابر است با:

$$X_5 = \frac{1}{2}[0 + 37] = 18/5 \quad \text{و} \quad X_{18} = \frac{1}{2}[61 + 24] = 42/5 \quad (۲)$$

برای اینکه این ائتلاف پایدار باشد، باید شروط زیر برقرار باشد:

$$X_{18} > 24 \quad X_5 > 0 \quad (۳)$$

از آنجا که مقدار شیلی بیماران ۱۸ و ۵ به ترتیب برابر با  $42/5$  و  $18/5$  میلیون تومان است، بنابراین، شرایط یادشده برقرار است و این ائتلاف ویژگی پایداری را دارد.

ائتلاف بیماران ۱۷، ۱۴، ۲ و ۱۲ با یکدیگر

اگر بیماران یادشده که در جدول بعد به ترتیب با شماره ۱، ۲، ۳ و ۴ نشانه‌گذاری شده‌اند، با یکدیگر ائتلاف تشکیل بدهند، در آن صورت، بیماران ۲ و ۱۲ نسبت به زمانی که با یکدیگر ائتلاف نداشتند به پیوند کلیه خواهند رسید، زیرا تمام بیماران به اولویت اول خود رسیده‌اند، بنابراین، ارزش ائتلاف برابر با ۱۲۴۰ میلیون ریال خواهد بود. اگر بیماران با همدیگر ائتلاف تشکیل ندهند، بیمار ۱۷ و ۱۴ با دهنده خودشان که به ترتیب در اولویت پنجم و چهارم بیماران خود قرار گرفته‌اند، تطبیق می‌یابند، در آن صورت، ارزش بیماران ۱۷ و ۱۴ به ترتیب برابر با ۲۷۰ و ۲۸۰ میلیون ریال خواهد بود و بیماران ۲ و ۱۲ به پیوند کلیه نخواهند رسید که ارزش آنها صفر لحاظ می‌شود.

جدول ۵- محاسبه ارزش ائتلافها بین چهار بیمار ۱۷، ۱۴، ۲ و ۱۲ (میلیون تومان)

احتمال	ترتیب تقدم	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۷ (بیمار ۱)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۴ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۲ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۲ (بیمار ۴)
$\frac{1}{24}$	1,2,3,4	$v(1) = 27$	$V(1,2) - v(1) = 30$	$V(1,2,3) - v(1,2) = -57$	$V(s) - v(1,2,3) = 124$
$\frac{1}{24}$	1,2,4,3	$v(1) = 27$	$V(1,2) - v(1) = 30$	$V(s) - v(1,2,4) = 35$	$V(1,2,4) - v(1,2) = 32$
$\frac{1}{24}$	1,3,2,4	$v(1) = 27$	$V(1,3,2) - v(1,3) = 0$	$V(1,3) - v(1) = -27$	$V(s) - v(1,3,2) = 124$
$\frac{1}{24}$	1,3,4,2	$v(1) = 27$	$V(s) - v(1,3,4) = 124$	$V(1,3) - v(1) = -27$	$V(1,3,4) - v(1,3) = 0$
$\frac{1}{24}$	1,4,2,3	$v(1) = 27$	$V(1,4,2) - v(1,4) = 89$	$V(s) - v(1,4,2) = 35$	$V(1,4) - v(1) = -27$
$\frac{1}{24}$	1,4,3,2	$v(1) = 27$	$V(s) - v(1,4,3) = 124$	$V(1,4,3) - v(1,4) = 0$	$V(1,4) - v(1) = -27$
$\frac{1}{24}$	2,1,3,4	$V(2,1) - v(2) = 29$	$v(2) = 28$	$V(2,1,3) - v(2,1) = -57$	$V(s) - v(2,1,3) = 124$
$\frac{1}{24}$	2,1,4,3	$V(2,1) - v(2) = 29$	$v(2) = 28$	$V(s) - v(2,1,4) = 35$	$V(2,1,4) - v(2,1) = 32$
$\frac{1}{24}$	2,3,1,4	$V(2,3,1) - v(2,3) = 0$	$v(2) = 28$	$V(2,3) - v(2) = -28$	$V(s) - v(2,3,1) = 124$
$\frac{1}{24}$	2,3,4,1	$V(s) - v(2,3,4) = 32$	$v(2) = 28$	$V(2,3) - v(2) = -28$	$V(2,3,4) - v(2,3) = 92$
$\frac{1}{24}$	2,4,1,3	$V(2,4,1) - v(2,4) = 32$	$v(2) = 28$	$V(s) - v(2,4,1) = 35$	$V(2,4) - v(2) = 29$
$\frac{1}{24}$	2,4,3,1	$V(s) - v(2,4,3) = 32$	$v(2) = 28$	$V(2,4,3) - v(2,4) = 92$	$V(2,4) - v(2) = -28$
$\frac{1}{24}$	3,1,2,4	$V(3,1) - v(3) = 0$	$V(3,1,2) - v(3,1) = 0$	$v(3) = 0$	$V(s) - v(3,1,2) = 124$
$\frac{1}{24}$	3,1,4,2	$V(3,1) - v(3) = 0$	$V(s) - v(3,1,4) = 124$	$v(3) = 0$	$V(3,1,4) - v(3,1) = 0$
$\frac{1}{24}$	3,2,1,4	$V(3,2,1) - v(3,2) = 0$	$V(3,2) - v(3) = 0$	$v(3) = 0$	$V(s) - v(3,2,1) = 124$
$\frac{1}{24}$	3,2,4,1	$V(s) - v(3,2,4) = 32$	$V(3,2) - v(3) = 0$	$v(3) = 0$	$V(3,2,4) - v(3,2) = 92$
$\frac{1}{24}$	3,4,2,1	$V(s) - v(3,4,2) = 32$	$V(3,4,2) - v(3,4) = 92$	$v(3) = 0$	$V(3,4) - v(3) = 0$
$\frac{1}{24}$	3,4,1,2	$V(3,4,1) - v(3,4) = 0$	$V(s) - v(3,4,1) = 124$	$v(3) = 0$	$V(3,4) - v(3) = 0$
$\frac{1}{24}$	4,1,2,3	$V(4,1) - v(4) = 0$	$V(4,1,2) - v(4,1) = 89$	$V(s) - v(4,1,2) = 35$	$v(4) = 0$
$\frac{1}{24}$	4,1,3,2	$V(4,1) - v(4) = 0$	$V(s) - v(4,1,3) = 124$	$V(4,1,3) - v(4,1) = 0$	$v(4) = 0$

سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۲ (بیمار ۴)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۲ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۴ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۷ (بیمار ۱)	ترتیب تقدم	احتمال
$v(4) = 0$	$V(s) - v(4,2,1) = 35$	$V(4,2) - v(4) = 57$	$V(4,2,1) - v(4,2) = 32$	4,2,1,3	$\frac{1}{24}$
$v(4) = 0$	$V(4,2,3) - v(4,2) = 35$	$V(4,2) - v(4) = 57$	$V(s) - v(4,2,3) = 32$	4,2,3,1	$\frac{1}{24}$
$v(4) = 0$	$V(4,3) - v(4) = 0$	$V(s) - v(4,1,3) = 124$	$V(4,3,1) - v(4,3) = 0$	4,3,1,2	$\frac{1}{24}$
$v(4) = 0$	$V(4,3) - v(4) = 0$	$V(4,3,2) - v(4,3) = 92$	$V(s) - v(4,3,2) = 32$	4,3,2,1	$\frac{1}{24}$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

ارزش شیلی بیمار ۱۷، ۱۴، ۲ و ۱۲ به ترتیب برابر با ۱۹۸/۳۴، ۶۰۳/۳۳، ۴۷/۰۸ و

۳۹۱/۲۵ میلیون ریال است:

$$X_1 = \frac{1}{24} [27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 27 + 29 + 29 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32 + 32] = \frac{476}{24}$$

$$X_2 = \frac{1}{24} [30 + 30 + 124 + 89 + 124 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 124 + 124 + 92 + 89 + 124 + 57 + 57 + 124 + 92] = \frac{1448}{24}$$

$$X_3 = \frac{1}{24} [-57 + 35 - 27 - 27 + 35 - 57 + 35 - 28 - 28 + 35 + 92 + 35 + 35 + 35] = \frac{113}{24}$$

$$X_4 = \frac{1}{24} [124 + 32 + 124 - 27 - 27 + 124 + 32 + 124 + 92 + 29 - 28 + 124 + 124 + 92] = \frac{939}{24} \quad (۴)$$

شروطی که برای پایداری باید برقرار باشد، به این شرح است:

(۵)

$$\begin{aligned} X_1 > 270 & \quad X_2 > 280 & \quad X_3 > 0 & \quad X_4 > 0 \\ X_1 + X_2 > 57 & \quad X_1 + X_3 > 0 & \quad X_1 + X_4 > 0 \\ X_2 + X_3 > 0 & \quad X_2 + X_4 > 57 & \quad X_3 + X_4 > 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 > 0 & \quad X_1 + X_2 + X_4 > 89 & \quad X_1 + X_3 + X_4 > 0 \\ X_2 + X_3 + X_4 > 92 \end{aligned}$$

از آنجا که مقدار شیلی بیمار ۱۷ برابر با ۱۹۸/۳۴ میلیون ریال است، بنابراین، این بیمار در این ائتلاف شرکت نخواهد کرد. بنابراین، بیمار ۱۷ با دهنده خودش تطبیق می‌یابد و سه بیمار بعدی یک ائتلاف پایدار را تشکیل خواهند داد.

ائتلاف بیماران ۱۴، ۲ و بیماران ۱۲ با یکدیگر

جدول ۶- محاسبه ارزش ائتلاف‌ها بین سه بیمار ۱۴، ۲ و ۱۲ (میلیون تومان)

احتمال	ترتیب تقدم	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۴ (بیمار ۱)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۲ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۲ (بیمار ۳)
$\frac{1}{6}$	123	$v(1) = 28$	$V(1,2) - v(1) = -28$	$V(s) - v(1,2) = 93$
$\frac{1}{6}$	132	$v(1) = 28$	$V(s) - v(1,3) = 36$	$V(1,3) - v(1) = 29$
$\frac{1}{6}$	213	$V(2,1) - v(2) = 0$	$v(2) = 0$	$V(s) - v(2,1) = 93$
$\frac{1}{6}$	231	$V(s) - v(2,3) = 93$	$v(2) = 0$	$V(2,3) - v(2) = 0$
$\frac{1}{6}$	312	$V(3,1) - v(3) = 57$	$V(s) - v(3,1) = 36$	$v(3) = 0$
$\frac{1}{6}$	321	$V(s) - v(2,3) = 93$	$V(3,2) - v(3) = 0$	$v(3) = 0$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

برای پایداری باید شرایط زیر برقرار باشد:

(۶)

$$\begin{aligned} X_1 > 280 & \quad X_2 > 0 & \quad X_3 > 0 \\ X_1 + X_2 > 0 & \quad X_1 + X_3 > 570 & \quad X_2 + X_3 > 0 \end{aligned}$$

از آنجا که مقدار شیلی بیماران ۱۴، ۲ و ۱۲ به ترتیب برابر با ۴۹۸/۳۴، ۷۳/۳۴ و ۳۵۸/۳۴ میلیون ریال است، بنابراین، شرایط یادشده برقرار بوده و این ائتلاف ویژگی پایداری را دارد.

ائتلاف بین بیماران ۱۳، ۶، ۱۹ و ۹

جدول ۷- محاسبه ارزش ائتلاف‌ها بین چهار بیمار ۱۳، ۶، ۱۹ و ۹ (میلیون تومان)

سهم حاشیه‌ای بیمار ۹ (بیمار ۴)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۹ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۶ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۳ (بیمار ۱)	ترتیب تقدم	احتمال
$V(s) - v(1,2,3) = 103$	$V(1,2,3) - v(1,2) = 0$	$V(1,2) - v(1) = -25$	$v(1) = 25$	1,2,3,4	$\frac{1}{24}$
$V(1,2,4) - v(1,2) = 0$	$V(s) - v(1,2,4) = 103$	$V(1,2) - v(1) = -25$	$v(1) = 25$	1,2,4,3	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(1,3,2) = 103$	$V(1,3) - v(1) = -25$	$V(1,3,2) - v(1,3) = 0$	$v(1) = 25$	1,3,2,4	$\frac{1}{24}$
$V(1,3,4) - v(1,3) = 81$	$V(1,3) - v(1) = -25$	$V(s) - v(1,3,4) = 22$	$v(1) = 25$	1,3,4,2	$\frac{1}{24}$
$V(1,4) - v(1) = -25$	$V(s) - v(1,4,2) = 103$	$V(1,4,2) - v(1,4) = 0$	$v(1) = 25$	1,4,2,3	$\frac{1}{24}$
$V(1,4) - v(1) = -25$	$V(1,4,3) - v(1,4) = 81$	$V(s) - v(1,4,3) = 22$	$v(1) = 25$	1,4,3,2	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(2,1,3) = 103$	$V(2,1,3) - v(2,1) = 0$	$v(2) = 0$	$V(2,1) - v(2) = 0$	2,1,3,4	$\frac{1}{24}$
$V(2,1,4) - v(2,1) = 0$	$V(s) - v(2,1,4) = 103$	$v(2) = 0$	$V(2,1) - v(2) = 0$	2,1,4,3	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(2,3,1) = 103$	$V(2,3) - v(2) = 0$	$v(2) = 0$	$V(2,3,1) - v(2,3) = 0$	2,3,1,4	$\frac{1}{24}$
$V(2,3,4) - v(2,3) = 73$	$V(2,3) - v(2) = 0$	$v(2) = 0$	$V(s) - v(2,3,4) = 30$	2,3,4,1	$\frac{1}{24}$
$V(2,4) - v(2) = -0$	$V(s) - v(2,4,1) = 103$	$v(2) = 0$	$V(2,4,1) - v(2,4) = 0$	2,4,1,3	$\frac{1}{24}$
$V(2,4) - v(2) = 0$	$V(2,4,3) - v(2,4) = 73$	$v(2) = 0$	$V(s) - v(2,4,3) = 30$	2,4,3,1	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(3,1,2) = 103$	$v(3) = 24$	$V(3,1,2) - v(3,1) = 0$	$V(3,1) - v(3) = -24$	3,1,2,4	$\frac{1}{24}$
$V(3,1,4) - v(3,1) = 81$	$v(3) = 24$	$V(s) - v(3,1,4) = 22$	$V(3,1) - v(3) = -24$	3,1,4,2	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(3,2,1) = 103$	$v(3) = 24$	$V(3,2) - v(3) = -24$	$V(3,2,1) - v(3,2) = 0$	3,2,1,4	$\frac{1}{24}$
$V(3,2,4) - v(3,2) = 73$	$v(3) = 24$	$V(3,2) - v(3) = -24$	$V(s) - v(3,2,4) = 30$	3,2,4,1	$\frac{1}{24}$
$V(3,4) - v(3) = 35$	$v(3) = 24$	$V(3,4,2) - v(3,4) = 14$	$V(s) - v(3,4,2) = 30$	3,4,2,1	$\frac{1}{24}$
$V(3,4) - v(3) = 35$	$v(3) = 24$	$V(s) - v(3,4,1) = 22$	$V(3,4,1) - v(3,4) = 22$	3,4,1,2	$\frac{1}{24}$
$v(4) = 27$	$V(s) - v(4,1,2) = 103$	$V(4,1,2) - v(4,1) = 0$	$V(4,1) - v(4) = -27$	4,1,2,3	$\frac{1}{24}$
$v(4) = 27$	$V(4,1,3) - v(4,1) = 81$	$V(s) - v(4,1,3) = 22$	$V(4,1) - v(4) = -27$	4,1,3,2	$\frac{1}{24}$

احتمال	ترتیب تقدم	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۳ (بیمار ۱)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۶ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۹ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۹ (بیمار ۴)
$\frac{1}{24}$	4,2,1,3	$V(4,2,1) - v(4,2) = 0$	$V(4,2) - v(4) = -27$	$V(s) - v(4,2,1) = 103$	$v(4) = 27$
$\frac{1}{24}$	4,2,3,1	$V(s) - v(4,2,3) = 30$	$V(4,2) - v(4) = -27$	$V(4,2,3) - v(4,2) = 73$	$v(4) = 27$
$\frac{1}{24}$	4,3,1,2	$V(4,3,1) - v(4,3) = 22$	$V(s) - v(4,1,3) = 22$	$V(4,3) - v(4) = 32$	$v(4) = 27$
$\frac{1}{24}$	4,3,2,1	$V(s) - v(4,3,2) = 30$	$V(4,3,2) - v(4,3) = 14$	$V(4,3) - v(4) = 32$	$v(4) = 27$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

$$X_1 = \frac{1}{24} [272] \quad X_2 = \frac{1}{24} [8] \quad X_3 = \frac{1}{24} [1084] \quad X_4 = \frac{1}{24} [1108]$$

شروطی که برای پایداری باید برقرار باشد:

$$\begin{aligned} X_1 > 270 & \quad X_2 > 280 & \quad X_3 > 0 & \quad X_4 > 0 \\ X_1 + X_2 > 57 & & X_1 + X_3 > 0 & \quad X_1 + X_4 > 0 \\ X_2 + X_3 > 0 & & X_2 + X_4 > 57 & \quad X_3 + X_4 > 0 \\ X_1 + X_2 + X_3 > 0 & & X_1 + X_2 + X_4 & \\ & & & > 89 & \quad X_1 + X_3 + X_4 > 0 \\ X_2 + X_3 + X_4 > 92 & & & & \end{aligned}$$

از آنجایی که مقدار شیلی بیمار ۱۷ برابر با ۱۹۸/۳۴ میلیون ریال می‌باشد بنابراین این بیمار

در این ائتلاف شرکت نخواهد کرد. بنابراین بیمار ۱۷ با دهنده خودش تطبیق می‌یابد و سه

بیمار بعدی تشکیل یک ائتلاف پایدار را خواهند داد.

ائتلاف بیماران ۱۴، ۲ و بیمار ۱۲ با یکدیگر

جدول ۸- محاسبه ارزش ائتلاف‌ها بین سه بیمار ۶، ۱۹ و ۹ (میلیون تومان)

احتمال	ترتیب تقدم	سهام حاشیه‌ای بیمار ۶ (بیمار ۱)	سهام حاشیه‌ای بیمار ۱۹ (بیمار ۲)	سهام حاشیه‌ای بیمار ۹ (بیمار ۳)
$\frac{1}{6}$	123	$v(1) = 0$	$V(1,2) - v(1) = 0$	$V(s) - v(1,2) = 88$
$\frac{1}{6}$	132	$v(1) = 0$	$V(s) - v(1,3) = 88$	$V(1,3) - v(1) = 0$
$\frac{1}{6}$	213	$V(2,1) - v(2) = -24$	$v(2) = 24$	$V(s) - v(2,1) = 88$
$\frac{1}{6}$	231	$V(s) - v(2,3) = 29$	$v(2) = 24$	$V(2,3) - v(2) = 35$
$\frac{1}{6}$	312	$V(3,1) - v(3) = -27$	$V(s) - v(3,1) = 88$	$v(3) = 27$
$\frac{1}{6}$	321	$V(s) - v(2,3) = 29$	$V(3,2) - v(3) = 32$	$v(3) = 27$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

شروطی که باید برای پایداری برقرار باشد، به شرح زیر است:

$$X_1 > 0 \quad X_2 > 240 \quad X_3 > 270$$

$$X_1 + X_2 > 0 \quad X_1 + X_3 > 0 \quad X_2 + X_3 > 590$$

مقدار شیلی بیماران ۶، ۱۹ و ۹ به ترتیب برابر با  $11/7$ ،  $426/7$  و  $441/6$  میلیون ریال

است. بنابراین، شرایط یادشده برقرار بوده و این ائتلاف ویژگی پایداری را دارد.

ائتلاف بیماران ۸ و ۱۶ با یکدیگر

ارزش ائتلاف بین بیماران ۵۳۰ میلیون ریال است.

جدول ۹- محاسبه ارزش ائتلاف‌ها بین دو بیمار ۸ و ۱۶ (میلیون تومان)

احتمال	ترتیب تقدم بیماران	سهام حاشیه‌ای بیمار ۸	سهام حاشیه‌ای بیمار ۱۶
$\frac{1}{2}$	16, 8	$v(1)=25$	$v(1,2)-v(1)=28$
$\frac{1}{2}$	8, 16	$v(1,2) - v(2)=53$	$v(2)=0$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

سهم نهایی انتظاری بیمار ۸ و ۱۶ برابر است با:

$$X_{16} = \frac{1}{2}[28 + 0] = 14 \quad , \quad X_8 = \frac{1}{2}[25 + 53] = 39$$

برای اینکه این ائتلاف پایدار باشد باید شروط زیر برقرار باشد:

$$X_{16} > 0 \quad X_8 > 25$$

از آنجا که مقدار شیلی بیمار ۱۶ بزرگتر از صفر و بیمار ۸ بزرگتر از ۲۵ است،

بنابراین، این ائتلاف پایدار است.

ائتلاف بیماران ۱۰، ۱۵، ۱۱ و ۱ با یکدیگر

جدول ۱۰- محاسبه ارزش ائتلافها بین چهار بیمار ۱۰، ۱۵، ۱۱ و ۱ (میلیون تومان)

سهم حاشیه‌ای بیمار ۱ (بیمار ۴)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۱ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۵ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۰ (بیمار ۱)	ترتیب تقدم	احتمال
$V(s) - v(1,2,3) = 75$	$V(1,2,3) - v(1,2) = -44$	$V(1,2) - v(1) = 44$	$v(1) = 0$	1,2,3,4	$\frac{1}{24}$
$V(1,2,4) - v(1,2) = -44$	$V(s) - v(1,2,4) = 75$	$V(1,2) - v(1) = 44$	$v(1) = 0$	1,2,4,3	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(1,3,2) = 75$	$V(1,3) - v(1) = 0$	$V(1,3,2) - v(1,3) = 0$	$v(1) = 0$	1,3,2,4	$\frac{1}{24}$
$V(1,3,4) - v(1,3) = 0$	$V(1,3) - v(1) = 0$	$V(s) - v(1,3,4) = 75$	$v(1) = 0$	1,3,4,2	$\frac{1}{24}$
$V(1,4) - v(1) = 0$	$V(s) - v(1,4,2) = 75$	$V(1,4,2) - v(1,4) = 0$	$v(1) = 0$	1,4,2,3	$\frac{1}{24}$
$V(1,4) - v(1) = 0$	$V(1,4,3) - v(1,4) = 0$	$V(s) - v(1,4,3) = 75$	$v(1) = 0$	1,4,3,2	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(2,1,3) = 75$	$V(2,1,3) - v(2,1) = -44$	$v(1) = 0$	$V(2,1) - v(2) = 44$	2,1,3,4	$\frac{1}{24}$
$V(2,1,4) - v(2,1) = -44$	$V(s) - v(2,1,4) = 75$	$v(1) = 0$	$V(2,1) - v(2) = 44$	2,1,4,3	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(2,3,1) = 75$	$V(2,3) - v(2) = 43$	$v(1) = 0$	$V(2,3,1) - v(2,3) = -43$	2,3,1,4	$\frac{1}{24}$
$V(2,3,4) - v(2,3) = -43$	$V(2,3) - v(2) = 43$	$v(1) = 0$	$V(s) - v(2,3,4) = 75$	2,3,4,1	$\frac{1}{24}$
$V(2,4) - v(2) = 0$	$V(s) - v(2,4,1) = 75$	$v(1) = 0$	$V(2,4,1) - v(2,4) = 0$	2,4,1,3	$\frac{1}{24}$
$V(2,4) - v(2) = 0$	$V(2,4,3) - v(2,4) = 0$	$v(1) = 0$	$V(s) - v(2,4,3) = 75$	2,4,3,1	$\frac{1}{24}$

سهم حاشیه‌ای بیمار ۱ (بیمار ۴)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۱ (بیمار ۳)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۵ (بیمار ۲)	سهم حاشیه‌ای بیمار ۱۰ (بیمار ۱)	ترتیب تقدم	احتمال
$V(s) - v(3,1,2) = 75$	$v(1) = 0$	$V(3,1,2) - v(3,1) = 0$	$V(3,1) - v(3) = 0$	3,1,2,4	$\frac{1}{24}$
$V(3,1,4) - v(3,1) = 0$	$v(1) = 0$	$V(s) - v(3,1,4) = 75$	$V(3,1) - v(3) = 0$	3,1,4,2	$\frac{1}{24}$
$V(s) - v(3,2,1) = 75$	$v(1) = 0$	$V(3,2) - v(3) = 43$	$V(3,2,1) - v(3,2) = -43$	3,2,1,4	$\frac{1}{24}$
$V(3,2,4) - v(3,2) = -43$	$v(1) = 0$	$V(3,2) - v(3) = 43$	$V(s) - v(3,2,4) = 75$	3,2,4,1	$\frac{1}{24}$
$V(3,4) - v(3) = 0$	$v(1) = 0$	$V(3,4,2) - v(3,4) = 0$	$V(s) - v(3,4,2) = 75$	3,4,2,1	$\frac{1}{24}$
$V(3,4) - v(3) = 0$	$v(1) = 0$	$V(s) - v(3,4,1) = 75$	$V(3,4,1) - v(3,4) = 0$	3,4,1,2	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(s) - v(4,1,2) = 75$	$V(4,1,2) - v(4,1) = 0$	$V(4,1) - v(4) = 0$	4,1,2,3	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(4,1,3) - v(4,1) = 0$	$V(s) - v(4,1,3) = 75$	$V(4,1) - v(4) = 0$	4,1,3,2	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(s) - v(4,2,1) = 75$	$V(4,2) - v(4) = 0$	$V(4,2,1) - v(4,2) = 0$	4,2,1,3	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(4,2,3) - v(4,2) = 0$	$V(4,2) - v(4) = 0$	$V(s) - v(4,2,3) = 75$	4,2,3,1	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(4,3) - v(4) = 0$	$V(s) - v(4,1,3) = 75$	$V(4,3,1) - v(4,3) = 0$	4,3,1,2	$\frac{1}{24}$
$v(1) = 0$	$V(4,3) - v(4) = 0$	$V(4,3,2) - v(4,3) = 0$	$V(s) - v(4,3,2) = 75$	4,3,2,1	$\frac{1}{24}$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

شروطی که برای پایداری باید برقرار باشد، به شرح زیر است:

$$X_1 > 0 \quad X_2 > 0 \quad X_3 > 0 \quad X_4 > 0$$

$$X_1 + X_2 > 44 \quad X_1 + X_3 > 0 \quad X_1 + X_4 > 0$$

$$X_2 + X_3 > 43 \quad X_2 + X_4 > 0 \quad X_3 + X_4 > 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 > 0 \quad X_1 + X_2 + X_4 > 0 \quad X_1 + X_3 + X_4 > 0$$

$$X_2 + X_3 + X_4 > 0$$

از آنجا که ارزش شیلی به دست آمده برای بیماران ۱۰، ۱۵، ۱۱ و ۱ به ترتیب برابر با ۱۸۸/۳۴، ۲۶۰، ۱۸۶/۶۷ و ۱۱۵ میلیون ریال است، بنابراین، ائتلاف تشکیل شده شرایط یادشده را دارد؛ به همین دلیل، دارای ویژگی پایداری است.

##### ۵- نتیجه گیری و پیشنهادها

در دنیای واقعی برخی از بازارها به رغم اینکه عرضه کننده و تقاضاکننده دارند شکل نمی گیرند. احیای این گونه بازارها وظیفه طراحان بازار است که به کمک الگوریتم های جایابی، مشارکت کنندگان بازار را به یکدیگر می رسانند، اما نکته ای که در این جایابی ها نباید از آن غافل شد، ویژگی های آنهاست، به عبارتی، هر تخصیصی قابل قبول نیست، تخصیصی مورد قبول طراحان بازار است که پایدار باشد. در غیر این صورت، اگر به شکل متمرکز یا غیرمتمرکز یک تطبیق طراحی شود، اما از ویژگی پایداری برخوردار نباشد، در حل مسایل پیچیده بهینه یابی و طراحی بازار قابل کاربرد نخواهد بود، به عبارتی، اگر شرط پایداری در جایابی نباشد، عوامل این انگیزه را پیدا می کنند که در بیرون از الگوریتم، جایابی شوند، زیرا سود و مطلوبیت عوامل افزایش می یابد. تخصیص پایدار وضعیتی است که هیچ ائتلافی نمی تواند از آن منحرف شود و وضعیت اعضا را بهبود دهد. اهمیت پایداری یک تطبیق چنان مشخص است که اگر تطبیق ها پایدار باشند چون هر کدام از طرفین به بهترین موقعیت ممکن رسیده اند، امکان انتقال متقاضی بعد از جایابی وجود نخواهد داشت.

بازار کلیه از این نوع بازارهاست که باید توسط طراحان بازار و به کمک مکانیسم چرخه برتر احیا شود. در این پژوهش، از اطلاعات ۲۰ بیمار دیالیزی و ۲۰ اهداکننده کلیه برای بررسی تخصیص های پایدار استفاده شده است. روشی که در این پژوهش، به منظور بررسی تخصیص های پایدار استفاده شده، روش ارزش شیلی است. یافته های پژوهش حاکی از آن است که همکاری بین بیماران به دو ائتلاف سه طرفه منجر شده که یکی از آنها، ائتلاف بین بیماران ۱۴، ۲ و ۱۲ به ارزش ۹۳۰ میلیون ریال بوده و سهم نهایی آنها به

ترتیب برابر ۴/۴۹۸، ۳۴/۷ و ۴/۳۵۸ میلیون ریال است. دیگری، ائتلاف بین بیماران ۶، ۱۹ و ۹ به ارزش ۸۸۰ میلیون ریال بوده که سهم نهایی آنها به ترتیب ۷/۱۱، ۷/۴۲۶ و ۶/۴۴۱ میلیون ریال است. همچنین دو ائتلاف دوطرفه به وجود آمده که یکی از آنها، ائتلاف بیماران ۵ و ۱۸ به ارزش ۶۱۰ میلیون ریال با سهم نهایی به ترتیب برابر ۴۲۵ و ۱۸۵ میلیون ریال بوده و دیگری، ائتلاف بیماران ۸ و ۱۶ به ارزش ۵۳۰ میلیون ریال بوده که سهم نهایی آنها به ترتیب ۱۴۰ و ۳۹۰ میلیون ریال است. یک ائتلاف زنجیره‌ای نیز بین بیماران ۱۰، ۱۵، ۱۱ و ۱ به ارزش ۴۵۰ میلیون ریال شکل گرفته که سهم آنها به ترتیب برابر ۴/۱۱۳، ۶/۱۳۱، ۶/۱۱۱ و ۴/۹۳ میلیون ریال بوده است. از آنجا که ارزش شیلی به دست آمده از همکاری بیماران دارای شرایط پایداری است. بنابراین، تمام ائتلاف‌های به دست آمده در این پژوهش دارای ویژگی ثبات و پایداری هستند. اگر شرایط پایداری برقرار نباشد، نتایج بهینه نخواهد شد؛ به طور مثال، ائتلاف بیمار ۸ و ۱۶ بهترین ائتلاف بوده که در این مجموعه شکل گرفته است، زیرا اگر این ائتلاف شکل نگیرد برای بیمار ۸ براساس جدول شماره ۲، دهنده‌های ۱۹، ۲۰ و ۲ به ترتیب بهتر است، اما هیچ کدام از بیماران حاضر به ائتلاف با بیمار ۸ نیستند، زیرا اگر با بیمار ۱۹ این ائتلاف را تشکیل بدهد به دهنده ۸ که در اولویت پنجم قرار گرفته است، می‌رسد و اولویت اول خود را که دهنده ۵ است، از دست می‌دهد یا اگر با بیمار ۲۰ این ائتلاف را تشکیل بدهد بیمار ۲۰ حاضر به شرکت نخواهد بود، زیرا دهنده خودش در اولویت بالاتری قرار گرفته است. همچنین اگر ائتلاف او با بیمار ۲ باشد بیمار ۲ تن به ائتلاف نخواهد داد، زیرا دهنده ۱۴ را که در اولویت اول او قرار گرفته است از دست می‌دهد با همین استدلال برای سایر ائتلاف‌ها مشاهده می‌شود که هیچ کدام از بیماران حاضر به ترک این ائتلاف‌ها نخواهد بود، زیرا در تمام آنها شرایط پایداری رعایت شده است. براساس نتایج حاصل، مکانیسم به هم‌رسانی به شرط اینکه پایدار باشد، به خوبی می‌تواند قسمت اعظمی از مشکلات بیماران دیالیزی را برطرف کند. در ایران چون اطلاعات همه گیرندگان کلیه قبل از پیوند در انجمن حمایت از بیماران کلیوی موجود است، بنابراین، تا حدودی کار طراحی مکانیسم هموار شده، همچنین به دلیل ممنوع نبودن خرید و فروش

کلیه در ایران، مدل مبادله کلیه می تواند از عملکرد بهتری نسبت به برخی از کشورهای که از این مدل استفاده می کنند، برخوردار شود. بدین ترتیب، براساس نتایج پژوهش پیشنهاد می شود، برای جلوگیری از هزینه های گزافی که صرف بیماران دیالیزی می شود، وزارت بهداشت هرچه سریع تر این مکانیسم را به کار گیرد تا از مزایای آن استفاده کند؛ برای این کار ابتدا لازم است، مرکزی مستقل برای فرآیند تطبیق در نظر بگیرد که در آن همه اطلاعات بیماران و دهنده های کل کشور ثبت شوند و سپس، به کمک الگوریتم جایابی تعداد پیوندهای کلیه را افزایش و بیماران بسیاری را از خطر مرگ حتمی نجات دهد.

## منابع

- جعفرزاده، امیر، شاکری، عباس، مؤمنی، فرشاد و عبدلی، قهرمان (۱۳۹۳). امکان تشکیل ائتلاف میان کشورهای ایران، آذربایجان و ترکمنستان در صادرات گاز اروپا: رهیافت نظریه بازی. *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، دوره ۱۹، شماره ۶۱، ۲۹-۱.
- مولاییگی، جلال، عبادی، جعفر، الهی، ناصر و امیرزرگر، محمدعلی (۱۳۹۵). طراحی سازوکار برای تبادل کلیه در ایران. *مطالعات اقتصادی کاربردی ایران*، دوره ۶، شماره ۲۴، ۱۲۳-۹۵.
- مولاییگی، جلال، عبادی، جعفر، الهی، ناصر و امیرزرگر، محمدعلی (۱۳۹۵). طراحی سازوکار برای تبادل کلیه در ایران ( رساله دکترا). دانشکده اقتصاد، دانشگاه مفید قم.

- Abdulkadiroglu, A., Pathak, P. A. and Roth, A. E. (2005). "The New York City High School Match" *American Economic Review*, Vol. 95, p.364-367.
- Abdulkadiroglu, & Sönmez, T. (2003). "School choice: A mechanism design approach". *American Economic Review*, 93(3), 729-747.
- Gale, D. and L.S. Shapley. (1962). "College Admissions and the Stability of Marriage," *American Mathematical Monthly*, 69, 9-15.
- Gillies, D. B. (1959). "Solutions to General Non-Zero-Sum Games. Contributions to the Theory of Games IV, A. W. Tucker and R. D. Luce (eds), Princeton: Princeton University.
- Mas-Colell, Michael D. Whinston, and Jerry R. Green. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press. Ch. 18.
- Ross, L. F. and Woodle, E. S. (2000). "Ethical Issues in Increasing Living Kidney Donations by Expanding Kidney Paired Exchange Programs". *Transplantation*; Vol. 69: 1539-1543
- Roth A. E., T. Sönmez T. and Ünver M. U. (2005). "Pairwise kidney exchange". *Journal of Economic Theory*; 125(2): 151-188.
- Roth, A. E. (1982). "The Economics of Matching: Stability and Incentives," *Mathematics of Operations Research*, 7, 617-628.
- Roth, A. E. (2002). "The economist as engineer: game theory,

- experimentation an computation as tools for design economics". *Econometrica* 70, 1341-1378.
- Roth, A. E. (2012). "The Theory and Practice of Market Design", lecture prize (Nobel).
- Roth, A. E. (1988). "Introduction to the Shapley Value. The Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley, A. E. Roth (ed), New York: Cambridge University.
- Roth, A. E., Sönmez, T., and Ünver, M. U. (2007). " Efficient Kidney Exchange Coincidence of Wants in Markets with Compatibility-Based Preferences," *American Economic Review*, vol. 97 (3): 828-851.
- Roth, A.E. (1984). "The evolution of the labor market for medical interns and residents: A case study in game theory". *Journal of Political Economy* 92: 991.1016.
- Roth, A.E. and E. Peranson. (1999). "The redesign of the matching market for American physicians: Some engineering aspects of economic design ". *American Economic Review* 89: 748.79.
- Saidman, Susan L., Alvin E. Roth, Tayfun Sonmez, M. Utku Ünver, and Francis L. Delmonico. (2006). "Increasing the Opportunity of Live Kidney Donation By Matching for Two and Three Way Exchanges". *Transplantation*, 81, 773-782.
- Serrano, R. (2007). "Cooperative games: core and shapley value". <https://www.brown.edu/Departments/Economics/Faculty/serrano/pdfs/2008ECSS.pdf>
- Shapley, Lloyd. S. (1953). "A value for n-person games ". *Annals of Mathematical Studies*, No. 28, 307-317.

## پیوست‌ها

### پیوست ۱- نحوه به‌دست آوردن ائتلاف‌ها

در این پیوست، روش به‌دست آوردن ائتلاف‌ها به کمک الگوریتم طراحی شده ارایه می‌شود. الگوریتم طراحی شده به این ترتیب آغاز می‌شود که یک دهنده به گیرنده‌اش ارجاع داده می‌شود. اگر او در فهرست ترجیحات گیرنده‌اش رتبه اول را داشت تطبیق می‌یابد، اما اگر گیرنده نتواند با او تطبیق یابد، تلاش می‌کند با دهنده‌ای تطبیق یابد که در فهرست ترجیحاتش رتبه اول را دارد و دهنده موردنظر نیز دوباره به گیرنده‌اش مرتبط می‌شود. این فرآیند به همین ترتیب برای سایر دهنده‌ها و گیرنده‌ها ادامه می‌یابد.

نتیجه فرآیند به شرح زیر است:

در تمام مراحل هر اهداکننده به بیمار خود پایبند است.

مرحله اول:

در این مرحله، اهداکننده زوج اول به بیمار اول پایبند است، اما در ترجیحات بیمار ۱ اهداکننده

زوج نهم در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۹ اهداکننده ۱۹ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۱۹ اهداکننده زوج ۵ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۵ اهداکننده زوج ۷ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۷ اهداکننده خودش دارای اولویت است. بنابراین، در این مرحله اهداکننده زوج هفتم با بیمار خود تطبیق می‌یابد. بنابراین، از الگوریتم حذف خواهند شد.

اهداکننده زوج هفتم با بیمار خود تطبیق می‌یابد. بنابراین، از الگوریتم حذف خواهند شد.

$(k_1, t_1, k_9, t_9, k_{19}, t_{19}, k_5, t_5, k_7, t_7, k_7)$

مرحله دوم

در این مرحله، با حذف زوج هفتم، در ترجیحات بیمار ۵ اهداکننده زوج ۱۸ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۱۸ اهداکننده زوج ۵ در اولویت است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، یک چرخه ایجاد شده است. بنابراین، با این محاسبه:  $k_5$  به  $t_{18}$  و  $k_{18}$  به  $t_5$

خواهند رسید و از الگوریتم حذف خواهند شد.

$(k_1, t_1, k_9, t_9, k_{19}, t_{19}, k_5, t_5, k_{18}, t_{18}, k_5)$

مرحله سوم

در این مرحله، در ترجیحات بیمار ۱۲، اهداکننده زوج ۲ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۲ اهداکننده ۱۴ در اولویت است. در ترجیحات بیمار ۱۴ اهداکننده زوج ۱۷ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۱۷ اهداکننده زوج ۱۲ در اولویت است. همانطور که ملاحظه می‌شود، با این محاسبه:  $k_{12}$  به  $t_{17}$  و  $k_{17}$  به  $t_{14}$  و  $k_{14}$  به  $t_2$  و  $k_2$  به  $t_{12}$  خواهند رسید و از الگوریتم حذف خواهند شد.

$(k_1, t_1, k_9, t_9, k_{19}, t_{19}, k_6, t_6, k_{13}, t_{13}, k_{12}, t_{12}, k_2, t_2, k_{14}, t_{14}, k_{17}, t_{17}, k_{12})$

مرحله چهارم

در ترجیحات بیمار ۹ اهداکننده زوج ۱۹ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۱۹ اهداکننده ۶ در اولویت است. در ترجیحات بیمار ۶ اهداکننده زوج ۱۳ در اولویت است و در ترجیحات بیمار ۱۳ اهداکننده زوج ۹ در اولویت است. همانطور که ملاحظه می‌شود، یک چرخه ایجاد می‌شود. بنابراین، با این محاسبه:  $k_9$  به  $t_{13}$ ،  $k_{13}$  به  $t_6$ ،  $k_6$  به  $t_{19}$  و  $k_{19}$  به  $t_9$  خواهند رسید و از الگوریتم حذف خواهند شد.

$(k_1, t_1, k_9, t_9, k_{19}, t_{19}, k_6, t_6, k_{13}, t_{13}, k_9)$

مرحله پنجم

در این مرحله، دهنده بیستم با زوج خود تطبیق می‌یابد.

$(k_1, t_1, k_8, t_8, k_{20}, t_{20}, k_{20})$

مرحله ششم

در ترجیحات بیمار ۸ اهداکننده زوج ۱۶ در اولویت بوده و در ترجیحات بیمار ۱۶ اهداکننده ۸ در اولویت است. همانطور که ملاحظه می‌شود، یک چرخه ایجاد شده و با این محاسبه، زوج هشتم و شانزدهم از مکانیسم حذف می‌شوند.

$(k_1, t_1, k_8, t_8, k_{16}, t_{16}, k_8)$

مرحله هفتم

در این مرحله، اهداکننده زوج اول با بیمار دهم، اهداکننده زوج دهم با بیمار پانزدهم و اهداکننده پانزدهم با بیمار یازدهم تطبیق می‌یابد. اهداکننده یازدهم با هیچ بیماری تطبیق نخواهد یافت و همچنین به بیمار اول هیچ کلیه‌ای نرسیده است. اگر بیمار اول قبول کند که با اولویت به فهرست انتظار بپیوندد، زوج‌های بالا در پیوند شرکت می‌کنند. در غیر این صورت، باید منتظر ورود دیگر اهداکنندگان و بیماران شد که با ورود آنها چرخه جدیدی شکل گیرد (مولاییگی، ۱۳۹۵).

$(k_{11}, t_{11}, k_{15}, t_{10}, k_1, t_1, w)$

پیوست ۲- منافع حاصل از پایداری ائتلاف‌ها

در این پیوست، منافع حاصل از پایداری ائتلاف‌ها بررسی و چند نمونه از محاسبات صورت گرفته ارائه می‌شود.

الف- تعداد پیوندها در صورت وجود ائتلاف‌ها و نبود ائتلاف‌ها

از جدول شماره ۲، مشخص است، زوج‌هایی که در آن بیمار و اهداکننده ناسازگار هستند، عبارت‌اند از:

$(t_1, k_1) - (t_2, k_2) - (t_3, k_3) - (t_4, k_4) - (t_5, k_5) - (t_6, k_6) - (t_{10}, k_{10}) - (t_{11}, k_{11}) - (t_{12}, k_{12}) - (t_{15}, k_{15}) - (t_{16}, k_{16})$ .

زوج‌هایی که در آن بیمار و اهداکننده دارای سازگاری خونی و بافتی هستند، عبارت‌اند از:

$(t_7, k_7) - (t_8, k_8) - (t_9, k_9) - (t_{13}, k_{13}) - (t_{14}, k_{14}) - (t_{17}, k_{17}) - (t_{18}, k_{18}) - (t_{19}, k_{19}) - (t_{20}, k_{20})$ .

به عبارتی بین ۲۰ زوج، ۱۱ زوج دارای ناسازگاری خونی بین دهنده و گیرنده هستند. اگر ائتلاف تشکیل نشود این بیماران نمی‌توانند از دهنده خود، کلیه دریافت کنند و اهداکنندگان آنها هم بدون استفاده خواهند ماند از این رو، تنها ۹ زوج از ۲۰ زوج به پیوند کلیه دسترسی خواهند یافت و از بین ۹ زوج تنها ۴ زوج به نام‌های زوج ۷، ۱۳، ۱۷ و ۲۰ به کلیه کارا دسترسی خواهند یافت.

## ب- تعداد پیوندها در صورت وجود ائتلاف‌ها

براساس الگوریتم طراحی شده در پیوست شماره ۱، چهار چرخه (چرخه‌های ایجاد شده در مرحله دوم، سوم، چهارم و ششم) و یک زنجیره (ایجاد شده در مرحله هفتم) ایجاد شده است. از چرخه‌های ایجاد شده، چرخه‌های سوم و چهارم که مبادله چهارطرفه است، شرایط پایداری را ندارند؛ به همین علت، گروه خونی‌های مشابه<sup>۱</sup>، زوج‌های ۱۳ (بیمار و دهنده او دارای گروه خونی B است) و ۱۷ (بیمار و دهنده او دارای گروه خونی B است) با هم تطبیق می‌یابند. با این فرآیند تعداد پیوندها به ۱۷ پیوند خواهد رسید که نسبت به حالت عدم ائتلاف، ۱۳ زوج به کلیه کارا دسترسی خواهند یافت.

## ج- منافع تشکیل ائتلاف پایدار

۱- افزایش تعداد پیوندها از ۹ به ۱۷ پیوند.

۲- افزایش تعداد پیوندهای پایدار و کارا از ۴ به ۱۷ پیوند.

اگر پایداری در نتایج برقرار نباشد، عوامل این انگیزه را دارند که از مکانیسم خارج شوند، اما اگر پایدار باشد چون عوامل به بهترین جا تخصیص داده شدند بنابراین، انگیزه خروج از مکانیسم وجود ندارد، زیرا اگر عوامل از الگوریتم خارج شوند، به طور قطع سود و مطلوبیت آنها کاهش خواهد یافت؛ برای مثال، بیمار ۵ را در نظر بگیرید: در ترجیحات این بیمار به ترتیب بهترین کلیه‌ها عبارت‌اند از: ۱- دهنده ۷، ۲- دهنده ۸، ۳- دهنده ۱۳، ۴- دهنده ۹، ۵- دهنده ۸ و ۶- دهنده ۷. بیمار ۵ با بیمار ۷ ائتلاف تشکیل نمی‌دهد، بیمار ۷ حاضر به این کار نخواهد شد، زیرا دهنده ۵ در اولویت‌های بیمار ۷ قرار ندارد. اولویت دوم در ترجیحات بیمار، دهنده ۱۸ است که بیمار ۱۸ به دلیل اینکه دهنده بیمار ۵ در اولین اولویت اوست در ائتلاف شرکت خواهد کرد که بهترین ائتلاف آنهاست و پایدار هم هست، زیرا عوامل انگیزه‌ای برای تغییر آن ندارند و هر ائتلافی به غیر از این برای آنها دارای مطلوبیت کمتری است.

1- The Same Blood Group