

پنهاندی و تحلیل فضایی بارش اقلیمی ایران

امیر کاووس^{۱*}، محمد رضا مشکانی^۲

۱-دانشجوی دکتری آمار دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت مدرس

۲- استادآمادانشگاه شیبد بشقی

تاریخ دریافت: ۸۴/۰۹/۲۰ تاریخ تصویب: ۱۹/۰۷/۸۵

چکیده

استفاده از تکنیک‌ها و فنون آماری امروزه به طور گسترده‌ای مورد توجه محققان علوم کاربردی، به ویژه علم هواشناسی برای پیش‌بینی و شناسایی رفتار جوی مانند بارندگی، رطوبت، دما و غیره قرار گرفته است. در این مقاله ضمن ارائه کاربرد روش‌های نوین آمار مانند پیش‌بینی فضایی کریگیدن، هم‌کریگیدن و عکس فاصله موزون در هواشناسی، پیش‌بینی میزان ریزش باران برای کل نقشه ایران انجام گرفته و پنهانه بندی بارش برای کشور تهیه شده است. در این تحلیل داده‌های میانگین بارش اقلیمی ایستگاه‌های هواشناسی از بد و تأسیس تا سال ۱۳۸۳ بکار برده شده است. نتایج حاصل از تحلیل اعتبارسنجی متقابل حاکی از آن است که پیش‌بینی حاصل از هم‌کریگیدن بهتر از کریگیدن و روش کریگیدن بهتر از عکس فاصله موزون است.

واژه‌های کلیدی:

پیش‌بینی فضایی-کریگیدن-هم‌کریگیدن-عکس فاصله موزون-بارش اقلیمی-ایران

روش‌های زمین آمار به دلیل استفاده از همبستگی فضایی بین داده‌ها که عموماً توسطتابع تغییرنگار مدل بندی می‌شود از دقت بالایی نسبت به سایر روش‌ها به ویژه روش تایسن برخوردار است. همچنین در روش‌های کریگیدن واریانس پیش‌بینی در هر نقطه نیز ارائه می‌شود که این یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد روش کریگیدن است.

هدف این مقاله تهیه نقشه سطح تراز ریزش باران برای کشور ایران است که از سه روش کریگیدن (نوعی درون‌یابی آماری)، هم‌کریگیدن (نوعی درون‌یابی آماری متغیر وابسته به کمک برخی متغیرهای مستقل) و عکس فاصله موزون استفاده شده است. این روش‌ها نیز از لحاظ دقت پیش‌بینی مقایسه شده‌اند.

افراد مختلفی مانند مشکانی و رکن‌الساداتی (Pardo, ۱۳۷۸) از روش‌های زمین آمار برای پیشگیری مقدور ریزش باران استفاده کرده‌اند. داده‌های مورد بررسی، مقدار میانگین بارش اقلیمی و ارتفاع مربوط به ۱۳۳ ایستگاه هواشناسی سازمان هواشناسی کشور ایران است. برای هر ایستگاه میانگین بارش سالانه بر حسب میلیمتر و ارتفاع آن از سطح دریا بر حسب متر و طول و عرض جغرافیایی آن بر حسب درجه ثبت شده است.

سرآغاز

در همان زمانی که زمین آمار^۱ در مهندسی معدن در فرانسه توسط ماترون در حال گسترش بود، ایده‌های مشابهی در پیش‌بینی به عنوان تحلیل عینی توسط گاندین در هواشناسی ارائه شد. گاندین عبارت درون‌یابی بهینه را به جای کریگیدن به کاربرد (Cressie, 1993). در این مقاله از داده‌های مربوط به مقدار میانگین بارش اقلیمی استفاده شده است. این میانگین از متسطه‌های سالانه متغیر در طول تمام سالهای است که مقدار بارش در ایستگاه مورد نظر ثبت شده. اغلب میانگین‌ها متوسط ۳۰ ساله مقدار ریزش باران در ایستگاه‌های هواشناسی‌اند. این میانگین فقط در ایستگاه‌های هواشناسی معلوم است. برای پیش‌بینی مقدار بارش اقلیمی در مکان‌های دیگر انواع روش‌های زمین آمار مانند کریگیدن^۲، هم‌کریگیدن^۳، عکس فاصله موزون^۴ و غیره ارائه شده‌اند. روش معمول پیش‌بینی فضایی در اقلیم شناسی برای مدت نیم قرن روش چند ضلعی‌های تایسن^۵ بود تا اینکه ماترون در اواسط سال ۱۹۶۰ میانی زمین آمار را بنانهاد (Matheron, 1963) و زمین آمار بهسrust در پیش‌بینی متغیرهای محیطی، بخصوص در اقلیم شناسی توسعه پیدا کرد.

روش‌های بررسی

تحلیل اکتشافی داده‌ها^۶

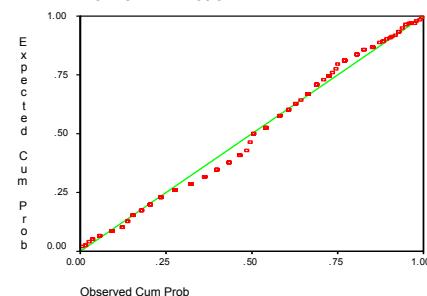
در تحلیل داده‌های فضایی، به ویژه در انواع کریگین، مفروضات بنیادی مانند نرمال بودن، مانایی در میانگین (ثابت بودن میانگین)، همسانگردی^۷ و همچنین وجود داده‌های پرت (ناهمخوان با سایر داده‌ها) باید مورد بررسی قرار گیرند. زیرا تحلیل مذکور بر پایه این مفروضات بنا نهاده شده است. در این قسمت به بررسی این مفروضات می‌پردازیم. پس از بررسی نرمال بودن داده‌ها با استفاده از نمودار احتمال نرمال (Madansky, 1988)، ملاحظه شد که میانگین بارش اقلیمی و ارتفاع دارای توزیع نرمال نیستند، بنابراین با تبدیل باکس-کاکس^۸ (Madansky, 1988) آنها را نرمال کردیم. در تبدیل باکس-

$$y = \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}, x > 0$$

باکس، یعنی

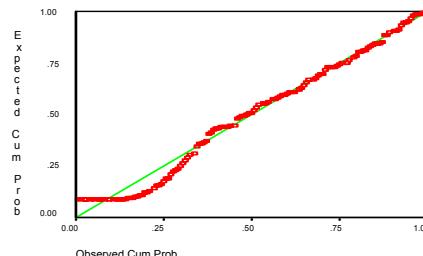
داده‌های بارش اقلیمی با $\lambda = 0.1$ و ارتفاع با $\lambda = 1.5$ نرمال شدند. این مقادیر با چند بار انتخاب و آزمون نرمال با آماره شاپیرو-ویلک^۹ (Matheron, 1963) و نمودار احتمال نرمال (شکل ۱) به دست آمدند. در فرمول فوق x متغیر اولیه و y مقداری است که به گونه‌ای انتخاب می‌شود که متغیر تبدیل یافته y نرمال باشد. در ادامه متغیر بارش تبدیل یافته و ارتفاع تبدیل یافته را به ترتیب با THA و TRP نمایش می‌دهیم.

Normal P-P Plot of TRP

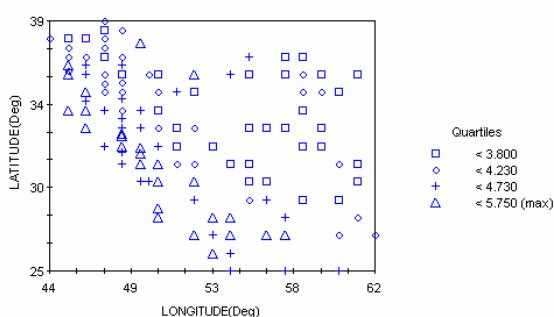


شکل شماره (۱): نمودار احتمال نرمال TRP

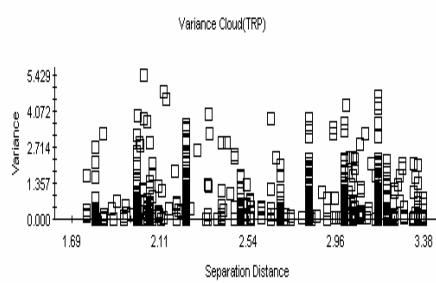
Normal P-P Plot of THA



شکل شماره (۲): نمودار احتمال نرمال THA



شکل شماره (۳): نگاشت داده‌های TRP



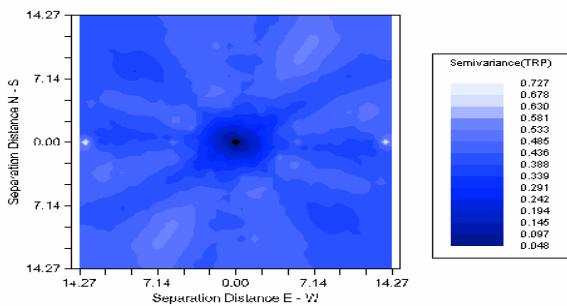
شکل شماره (۴): ابر تغییرنگار TRP

(شکل شماره ۳) موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌ها (نمونه‌ها) را به همراه مقادیر چارک‌های مقدار بارش (TRP) نمایش می‌دهد. از این شکل می‌توان به بررسی وجود داده‌های پرت در همسایگی‌ها پرداخت. با توجه به این شکل داده پرتی مشاهده نمی‌شود. برای این منظور از نمودار دیگری به نام ابر تغییرنگار^{۱۰} نیز استفاده می‌شود.

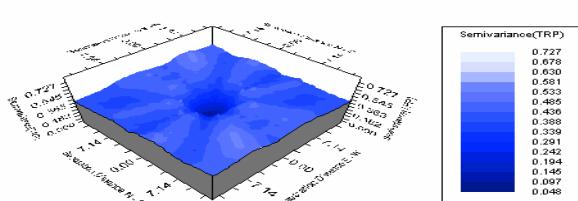
شکل شماره (۴) نمودار ابر تغییرنگار متغیر TRP و شکل شماره (۵) ابر تغییرنگار متغیر THA را نمایش می‌دهد. با توجه به اینکه در هر دو نمودار تغییرات داده‌ها در یک نوار موازی افق قرار دارند می‌توان نتیجه گرفت که در این دو مجموعه از داده‌ها عددی پرت در همسایگی‌ها وجود ندارد.

شایان ذکر است که ماهیت داده‌های پرت در داده‌های فضایی از دو نوع است. نوع اول مانند داده پرت در آمار کلاسیک است، که به کمک یکی از روش‌های معمول مانند نمودار جعبه‌ای (Madansky, 1988) می‌توان آن را شناسایی کرد. نوع دوم داده پرت در همسایگی یک موقعیت است. این نوع داده پرت در یک همسایگی ممکن است پرت باشد، ولی در کل مجموعه داده‌ها ممکن است پرت نباشد.

برای بررسی همسانگردی از روش تغییرنگار استفاده کرده‌ایم. این روش نمودار تغییرنگار (ابزاری برای مدل‌بندی ساختار همبستگی فضایی) را در تمام جهات جغرافیایی در یک دستگاه مختصات نمایش می‌دهد. به منظور مقایسه تغییرنگارها در تمام جهات، روش مذکور بر صفحه مختصات (u, v) تصویر شده است. (شکل‌های شماره ۸ و ۹). با توجه به این شکل‌ها چون روش تغییرنگار در تمام جهات تقریباً یکسان است پس همسانگردی برقرار است. همسانگردی بدین معنی است که ساختار همبستگی که با تغییرنگار بیان می‌شود در تمام جهات یکسان است. در این حالت با یک مدل تغییرنگار همسانگرد در تمام جهات می‌توان کریگیدن و هم کریگیدن انجام داد.

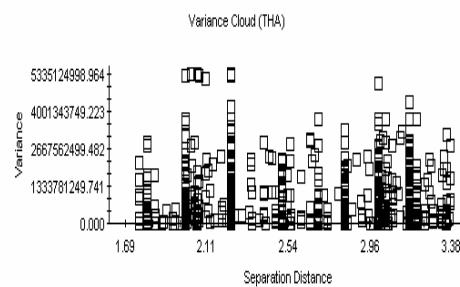


شکل شماره (۸) : روش دو بعدی تغییرنگار TRP



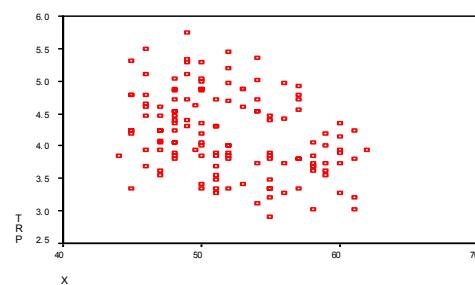
شکل شماره (۹) : روش سه بعدی تغییرنگار TRP
مدل بندی آماری

اجزای اصلی داده‌های فضایی مکان‌ها، یا موقعیت‌های فضایی مانند $Z(t_1), \dots, Z(t_n)$ هستند. اگر $Z(\cdot)$ متغیر مورد بررسی باشد، معمولاً یک میدان تصادفی به عنوان مدل آماری برای داده‌های فضایی در نظر گرفته می‌شود. میدان تصادفی، مجموعه‌ای از متغیرهای

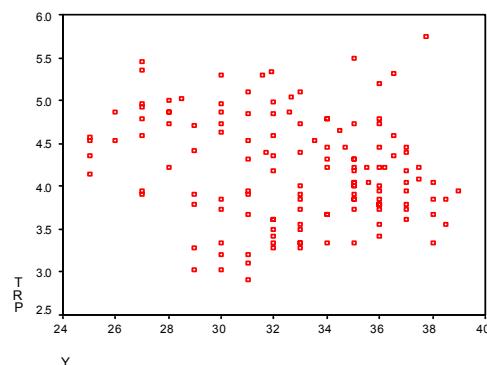


شکل شماره (۱۰) : ابر تغییرنگار THA

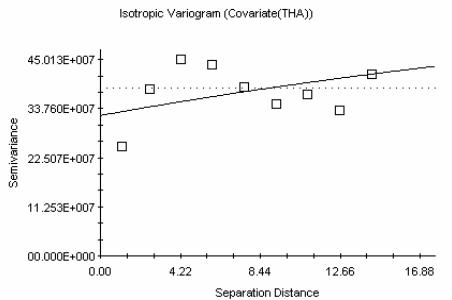
برای بررسی وجود روند در داده‌ها، نمودار مقدار بارش تبدیل یافته را یکبار بر حسب طول جغرافیایی (x) و بار دیگر بر حسب عرض جغرافیایی (y) جدآگاهه رسم می‌کنیم، با توجه به (شکل‌های شماره ۶ و ۷) روند خاصی در مشاهدات دیده نمی‌شود، پس می‌توان مانایی در میانگین را پذیرفت.



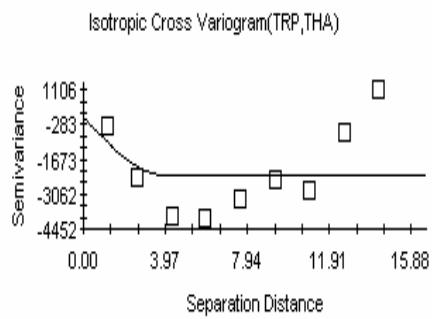
شکل شماره (۶) : نمودار داده‌های بارش در امتداد طول جغرافیایی



شکل شماره (۷) : نمودار داده‌های بارش در امتداد عرض جغرافیایی



شکل شماره(۱۱): تغییرنگار نمایی THA



شکل شماره(۱۲): تغییرنگار متقابل کروی برای متغیر TRP و THA

$$\gamma_{TRP} = \begin{cases} 0.065 + 0.35\left(\frac{h}{6.08}\right) - 0.5\left(\frac{h}{6.08}\right)^3, & h < 6.08 \\ 0.1415, & h > 6.08 \end{cases}$$

$$\gamma_{THA} = 32200000 + 322100000(1 - \exp(-\frac{h}{41}))$$

$$\gamma_{TRP,THA} = \begin{cases} -1 - 2313\left(\frac{h}{3.98}\right) - 0.5\left(\frac{h}{3.98}\right)^3, & h < 3.98 \\ 0.1415, & h > 3.98 \end{cases}$$

ازیابی اعتبار مدل‌ها

ممکن است از ابزار اعتبارسنجی متقابل^{۱۲} برای بررسی خوبی برآورده مشخصه‌ها و پیش‌بینی و همچنین انتخاب مدل مناسب داده‌ها و کشف داده‌های پرت استفاده شود. ایده اصلی، حذف داده و استفاده از دیگر داده‌ها برای پیش‌بینی داده حذف شده است. سپس خطای پیش‌بینی را می‌توان از اختلاف مقادیر پیش‌بینی شده با مقادیر اصلی بررسی و مدل‌های آماری مورد نظر را به وسیله این خطای ارزیابی کرد (Stone, 1974; Geiser, 1975).

تصادفی مانند $\{Z(t), t \in D\}$ است که در آن مجموعه اندیس گذار D یک زیر مجموعه از فضای اقلیدسی R^d بعدی $d \geq 1$ است. میانگین و تغییرنگار برای این میدان به صورت:

$$E(Z(t)) = \mu(t), t \in D$$

$$2\gamma(t_1, t_2) = \text{Var}(Z(t_1) - Z(t_2))$$

و برای دو متغیر Z_i و Z_j تغییر نگار متقابل به صورت:

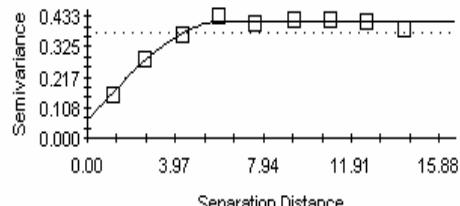
$$2\gamma_{ij}(t_1, t_2) = E[(Z_i(t_1) - Z_i(t_2))(Z_j(t_1) - Z_j(t_2))]$$

تعریف می‌شود. که با فرض ایستایی ذاتی (یعنی میانگین متغیر در هر موقعیت مقدار ثابت و واریانس اختلاف متغیر در دو موقعیت به فاصله h فقط تابعی از فاصله h باشد) میانگین، تغییرنگار و تغییرنگار متقابل به ترتیب $2\gamma(h)$ ، $\mu(t) = \mu$ و $2\gamma_{ij}(t_1, t_2) = 2\gamma_{ij}(h)$ باشد که در آن $h = t_1 - t_2$ بودار فاصله است. هر میدان تصادفی $Z(t)$ را می‌توان به صورت

$$Z(t) = \mu(t) + \delta(t), t \in D \quad (1)$$

تجزیه کرد که در آن $\mu(\cdot)$ روند و $\delta(\cdot)$ خطای تصادفی میدان است. تغییرنگار و تغییرنگار متقابل تجربی^{۱۱} برای متغیرهای مورد بررسی، یعنی TRP و THA با استفاده از نرم افزار GS^+ به صورت شکل‌های شماره ۱۱ و ۱۰ محاسبه شده‌اند. با توجه به اعتبارسنجی متقابل یعنی RSS کوچک بین مدل‌های مختلف نظری، مدل کروی برای تغییرنگار THA و مدل نمایی برای TRP انتخاب شدند که مشخصه‌های این مدل‌ها با روش کمترین توانهای دوم وزنی به دست آمدند.

Isotropic Variogram



شکل شماره(۱۰): تغییرنگار کروی TRP

تغییرنگار $\gamma(h)$ باشد. واریانس خطای پیش‌بینی σ_E^2 برابر واریانس ترکیب خطی

$$\hat{Z}(t_0) - Z(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(t_i) - Z(t_0) = \sum_{i=0}^n w_i Z(t_i)$$

$$\sum_{i=0}^n w_i = 0$$

است با $w_0 = -1$ و $w_i = 1$ برای $i = 1, 2, \dots, n$. پس از این شرط که مجموع وزن‌ها از ۱ تا n برابر یک باشد نتیجه می‌شود که استفاده از تغییرنگار برای محاسبه خطای پیش‌بینی جایز است. در نتیجه واریانس خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$$\sigma_E^2 = E\{(Z(t_0) - \hat{Z}(t_0))^2\}$$

$$= -\gamma(t_0 - t_0) - \sum_i \sum_j w_i w_j \gamma(t_i - t_j) + 2 \sum_i w_i \gamma(t_i - t_0)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

از کمینه کردن عبارت فوق با راعایت قید $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ دستگاه کریگیدن معمولی (ok) به صورت $\Gamma_0 w_0 = \gamma_0$ به دست می‌آید که در آن

$$\gamma_0 = (\gamma(t_0 - t_1), \dots, \gamma(t_0 - t_n), 1)^T$$

$$w_0 = (w_1, \dots, w_n, m)^T$$

$$\Gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(t_1 - t_1) & \dots & \gamma(t_1 - t_n) & 1 \\ \gamma(t_2 - t_1) & \ddots & \gamma(t_2 - t_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(t_n - t_1) & \dots & \gamma(t_n - t_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ضریب لاگرانژ Γ_0 یک ماتریس متقابله $m^{(n+1) \times (n+1)}$ است. در آخر با استفاده از دستگاه کریگیدن معمولی، وزن‌ها و ضریب لاگرانژ که شرط ناواریبی را تضمین می‌کنند به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$w^T = (\gamma + 1 \frac{(1 - 1^T \Gamma^{-1} \gamma)}{1^T \Gamma^{-1} 1})^T \Gamma^{-1}$$

$$m = -\frac{(1 - 1^T \Gamma^{-1} \gamma)}{1^T \Gamma^{-1} 1}$$

$$\gamma = (\gamma(t_0 - t_1), \dots, \gamma(t_0 - t_n))^T$$

در این مقاله از این ابزار برای مقایسه سه روش پیش‌بینی کننده کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون و همچنین گزینش مدل‌های مختلف تغییرنگار و تغییرنگار متقابل استفاده کرده‌ایم. برای این منظور با هر روش به طور جداگانه یک مشاهده را از مجموع داده‌ها حذف و توسط روش پیش‌بینی کننده آن داده حذف شده را پیش‌بینی می‌کیم و این عمل را در مورد تمام مشاهدات انجام می‌دهیم به این ترتیب برای هر موقعیت یک مشاهده واقعی و یک داده پیش‌بینی شده داریم. درصورتی که پیش‌بینی کننده خوب عمل کند تفاوت بین این دو مقدار باید ناجیز باشد.

رگرسیون خطی بین این دو مجموعه از داده‌ها (داده‌های واقعی و پیش‌بینی شده) می‌تواند بیشتر در این مورد مفید باشد. اگر خط رگرسیون بخوبی برازش یابد و ضریب زاویه خط تقرباً "برابر ۱" و خط از نیمساز مختصات بگذرد، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیش‌بینی کننده بدروستی پیش‌بینی می‌کند. از دو مقدار کمی ضریب تعیین R^2 و خطای استاندارد پیش‌بینی SEP نیز می‌توان استفاده کرد. در این حالت R^2 توان دوم ضریب همبستگی بین داده‌های واقعی و داده‌های پیش‌بینی شده و SEP برابر $SD \times \sqrt{1 - R^2}$ است که در آن SD انحراف معیار داده‌های واقعی است. شایان ذکر است که اعتبارسنجی متقابله به صورت فوق ثابت نمی‌کند که مدل برازنده شده کاملاً "درست" یا "کاملاً" نادرست است. حال، سه روش پیش‌بینی کننده کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون را به اجمال توضیح می‌دهیم.

کریگیدن معمولی

کریگیدن معمولی پر مصرف‌ترین روش کریگیدن است که برای پیش‌بینی متغیر در موقعیتی از ناحیه که در آن تغییرنگار معلوم است، با استفاده از داده‌هایی در همسایگی مکان مورد نظر استفاده می‌شود. در کریگیدن معمولی پیش‌بینی مقدار متغیر $Z(t_0)$ در نقطه t_0 با استفاده از n مشاهده همسایه توسط ترکیب خطی زیر با وزن‌های

w_i انجام می‌گیرد. (Cressie, 1993; Wackernagel, 1998)

$$\hat{P}(Z; t_0) = \hat{Z}(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i Z(t_i)$$

کریگیدن معمولی روی مدل (۱) با فرض $\mu(t) = \mu$ صورت می‌گیرد، که در آن μ مقداری ثابت و نامعلوم است. قید برابر بودن مجموع وزنها با یک، برای تضمین ناواریب بودن پیش‌بینی لازم است. فرض می‌کنیم داده‌ها با خصیت از مشاهدات یک تابع تصادفی با

$$\sigma_{ek}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_k} w_{ji} \gamma_{il}(t_j - t_0) - \gamma_{11}(t_0 - t_0) + m_1$$

به دست
(Wackernagel, 1998) می‌آید.

عکس فاصله موزون

این روش ساده‌ترین پیش‌بینی کننده در داده‌های فضایی است.

و فرمول بندی ساده‌ای دارد. در این روش در پیش‌بینی $Z(\cdot)$ در نقطه t_0 به داده‌هایی که فاصله کم با t_0 دارند وزن زیاد و داده‌هایی که فاصله زیاد دارند وزن کم داده می‌شود. روش عکس فاصله موزون مقدار $Z(\cdot)$ را در نقطه t_0 به صورت

$$\hat{Z}(t_0) = \frac{\sum_i \left(\frac{Z(t_i)}{(h_{i0} - s)^p} \right)}{\sum_i \left(\frac{1}{(h_{i0} - s)^p} \right)}, \quad i = 1, \dots, n$$

پیش‌بینی می‌کند. که در آن h_{i0} فاصله بین دو موقعیت t_0 و t_i ، ضریب همواری و P توان وزن است. معمولاً "مقادیری را بین ۱ تا ۵ اختیار می‌کند. اگر h_{i0} (فاصله بین i و t_0) کوچک باشد وزن بیشتری به $Z(t_i)$ در پیش‌بینی $Z(t_0)$ داده می‌شود (مقدار P بزرگ انتخاب می‌شود). در غیر این صورت P کوچک انتخاب می‌شود. ضریب ۵ تأثیر نقاط اوج را روی پیشگوی کاهش می‌دهد. در تحقیق ما بررسی اعتبار سنجی متقابل $s = 0$ و $P = 2$ اختیار شده است.

پهنه بندی مقدار ریزش باران برای سطح کل کشور، به ترتیب به روش کریگیدن، هم کریگیدن و عکس فاصله موزون (در شکل‌های شماره ۱۳، ۱۴ و ۱۵) نشان داده شده است. هر رنگ روی نقشه، نمایش نقاطی از کشور است که دارای مقدار ریزش باران یکسان هستند. راهنمایی هر رنگ در کار سمت راست نمودارها میزان ریزش باران را نشان می‌دهد. توجه کنید که مقادیر پیش‌بینی ریزش باران بر حسب میلیمتر روی نقشه‌ها (شکل‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۵)، مقادیر عکس تبدیل هستند. (شکل‌های شماره ۱۶ و ۱۷) پهنه بندی انحراف معیار (دقت) پیش‌بینی مقدار ریزش باران را برای سطح کل کشور، به ترتیب به روش کریگیدن و هم کریگیدن نمایش می‌دهد. توجه شود که پهنه بندی انحراف معیار برای روش عکس فاصله موزون قابل محاسبه نیست.

که در آن Γ یک ماتریس $n \times n$ با عنصر a_{ij} است. کمینه واریانس خطای پیش‌بینی که آن را واریانس کریگیدن نیز می‌نامیم برابر است با

$$\sigma_{ok}^2(t_0) = \sum_{i=1}^n w_i \gamma(t_0 - t_i) + m = \gamma^T \Gamma^{-1} \gamma - \frac{(\Gamma^T \Gamma^{-1} \gamma - 1)^2}{\Gamma^T \Gamma^{-1} \Gamma}$$

هم کریگیدن معمولی

پیش‌بینی کننده هم کریگیدن معمولی ترکیب خطی از وزن‌های w_{ji} است. با داده‌هایی از متغیرهای مختلف که در نقاط نمونه ای در همسایگی t_0 قرار دارند هر متغیر بر اساس مجموعه ای از نمونه هایی با حجم n_i به صورت پیش‌بینی کننده

$$\hat{Z}_1(t_0) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} w_{ji} Z_i(t_j)$$

اندیس ۱ در این پیش‌بینی اشاره به متغیر اول از مجموعه N متغیر دارد و آن را می‌توان از ۱ تا N تغییر داد. در اینجا هم کریگیدن برای متغیر اول شرح داده می‌شود. در چارچوب فرض ذاتی می‌خواهیم مقداری خاص از مجموعه N متغیر را بر اساس فرض نالریبی پیش‌بینی کنیم. این شرط با انتخاب وزن‌هایی که مجموعشان برای متغیر مورد نظر برابر ۱ و برای متغیرهای کمکی برابر صفر باشد به دست می‌آید. یعنی:

$$\sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} = \delta_{ii}, \quad i = 1 \\ 0, \quad o.w$$

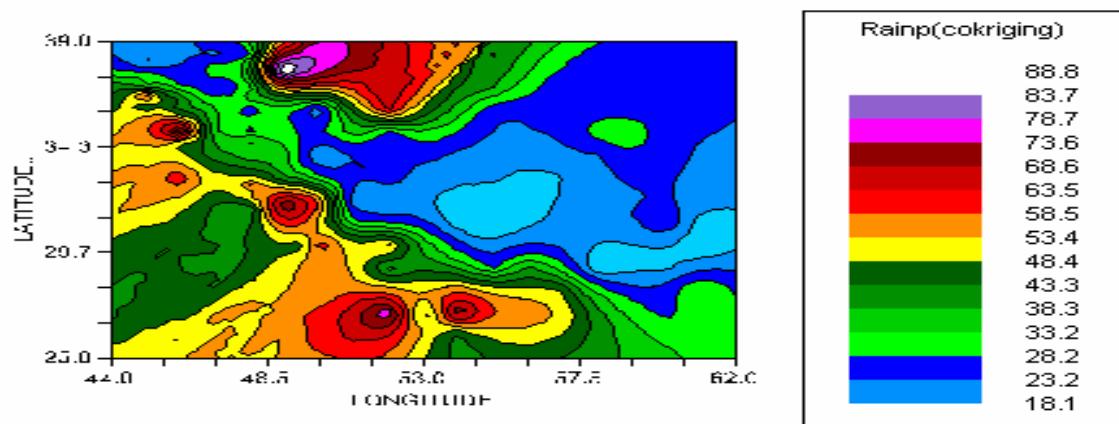
اگر شرط فوق را روی میانگین پیش‌بینی به کار گیریم نالریبی پیشگو حاصل می‌شود. همچنین واریانس خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$$\sigma_E^2 = E \left\{ \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} w_{ij} Z_i(t_j) - Z_1(t_0) \right)^2 \right\}$$

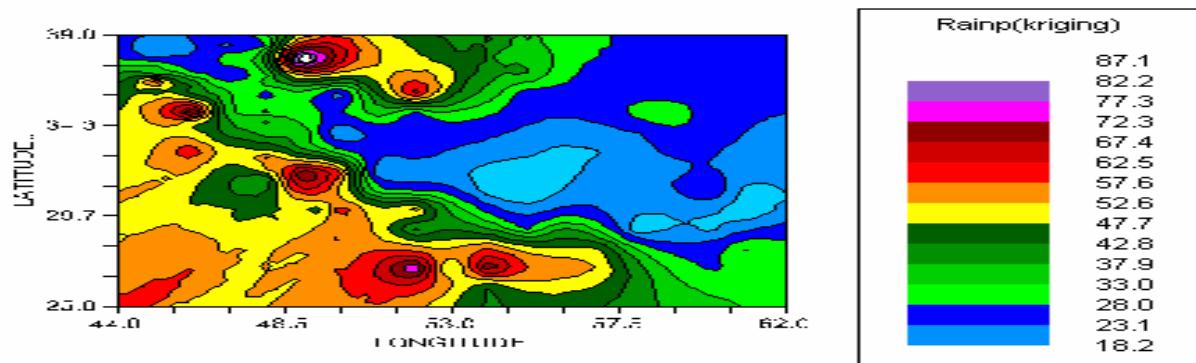
که با مقداری ساده سازی و سپس کمینه کردن آن نسبت به وزن‌ها با در نظر گرفتن شرط نالریبی دستگاه معادلات هم کریگیدن عادی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^{n_k} w_{lk} \gamma_{kl} (t_j - t_l) + m_i = \gamma_{11} (t_j - t_0), \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, n_i \\ \sum_{l=1}^{n_i} w_{li} = \delta_{ii}, \quad i = 1, \dots, N \end{cases}$$

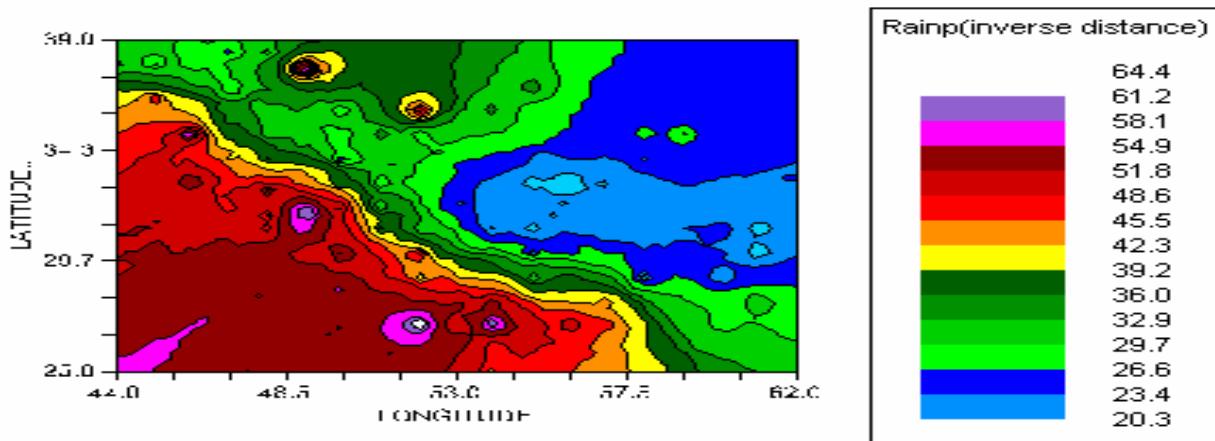
و همچنین واریانس هم کریگیدن به صورت



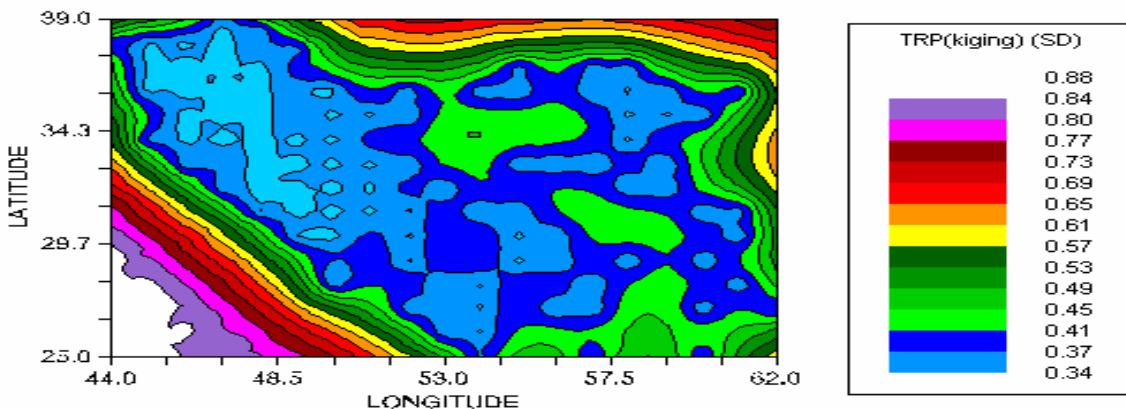
شکل شماره(۱۳): خطوط همتراز پیش بینی به روش هم کریگیدن



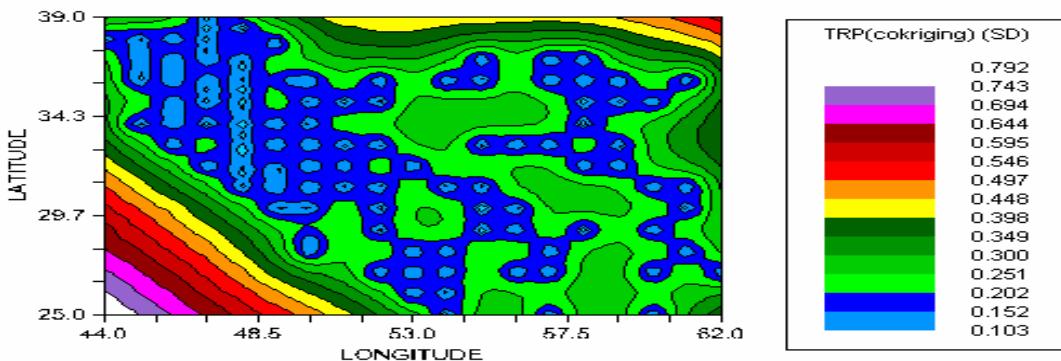
شکل شماره(۱۴): خطوط همتراز پیش بینی به روش کریگیدن



شکل شماره(۱۵): خطوط همتراز پیش بینی به روش عکس فاصله موزون



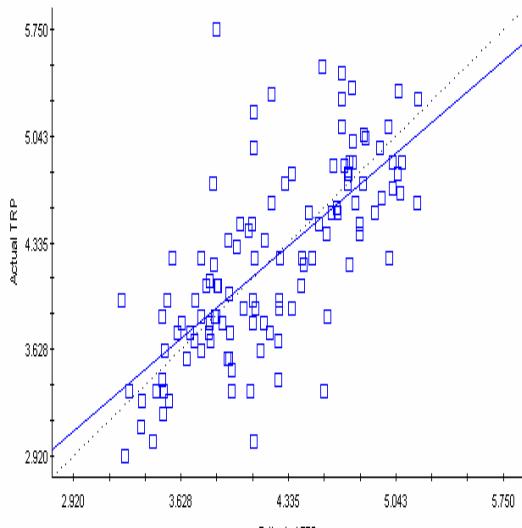
شکل شماره (۱۶): خطوط همتراز انحراف معیار کریگیدن



شکل شماره (۱۷): خطوط همتراز انحراف معیار هم کریگیدن

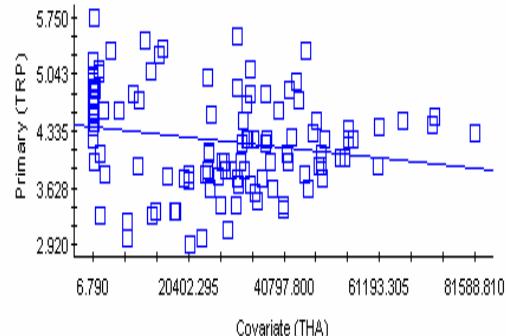
نمودارهای اعتبارستجوی متقابل(شکل های شماره ۱۹، ۲۰ و ۲۱) امی توان برتری روش هم کریگیدن را نسبت به کریگیدن و کریگیدن را نسبت به عکس فاصله موزون نتیجه گرفت. در تفسیر نمودارهای اعتبار سنجی می توان گفت که در (۱) نمودار شماره ۱۹) مربوط به هم کریگیدن، خط رگرسیون از نیمساز ربع اول با ضریب زاویه یک گذشته است، ولی در (نمودار شماره ۲۰) مربوط به کریگیدن و (نمودار شماره ۲۱) مربوط به عکس فاصله موزون، خط

بحث و نتیجه گیری
خطوط همتراز پیش بینی میزان بارش به روش هم کریگیدن، کریگیدن و عکس فاصله موزون به ترتیب در شکل های شماره (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است. شکل های شماره (۱۶) و (۱۷) خطوط همتراز انحراف معیار کریگیدن و هم کریگیدن را نمایش می دهد. با توجه به خطای معیار پیش بینی هم کریگیدن، کریگیدن و عکس فاصله موزون که به ترتیب برابر 0.087 ، 0.082 و 0.105 هستند و همچنین با مشاهده

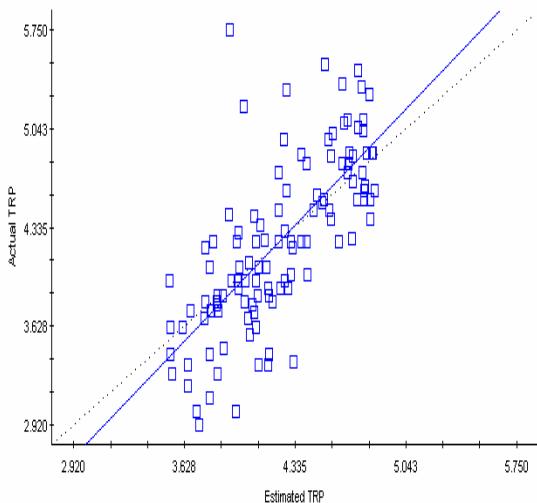


شکل شماره(۲۰): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش کریگیدن

رگرسیون با خط فرضی که دقیقاً از نیمساز ربع اول با شیب یک می-گذرد(خط فرضی با نقطه چین مشخص شده است)، فاصله دارند. شایان ذکر است، چون بین دو متغیر TRP (متغیر وابسته) و THA (متغیر کمکی) با توجه به خط رگرسیون (شکل شماره ۱۸) ارتباط ضعیفی وجود دارد($R^2 = 0.038$)، در عمل تفاوت زیادی در دقت هم کریگیدن و کریگیدن دیده نمی‌شود.

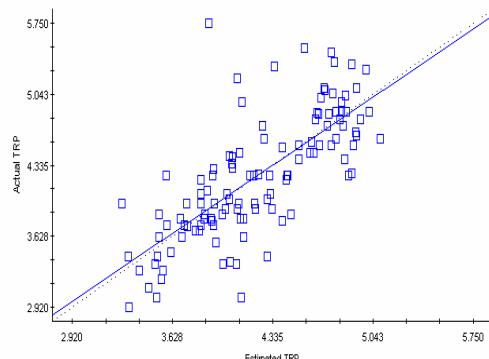


شکل شماره(۱۸): خط رگرسیون بین THA و TRP



شکل شماره(۲۱): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش عکس فاصله موزون

شکل شماره(۱۹): نمودار اعتبار سنجی متقابل به روش هم کریگیدن



داداشهات

Matheron, G. 1963. Principles of eostatistics. Economic Geology.

Pardo-Iguzquiza, E.1998. Comparison of Geostatistical Methods for Estimating the Arial Average Climatological Rainfall Mean using Data on precipitation and topography, Int. J. Climatology, V18, P. 1031-1047.

Stone, M.1974. Cross-Validity Choice and Assessment of Statistical Predictions. Journal of the Royal Statistical Society B, 36, 111-133.

Wackernagel, H.1998.Multivariate eostatistics, 2nd.edn,Berlin,Sprin

- 1-Geostatistics
- 2-Kriging
- 3-Co-Kriging
- 4-Inverse-Distance Weighted
- 5-Thissen Polygon
- 6-Explorating Data Analysis
- 7-Isotropic
- 8-Box-Cox Transformation
- 9-Shapiro-Wilk Statistic
- 10-Variogram Cloud
- 11-Cross-Variogram
- 12-Cross-Validation

منابع مورد استفاده

رکن الساداتی، س. م، مشکانی، م.ر. ۱۳۷۸. تحلیل فضایی در اقلیم
شناسی، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شهید بهشتی

Cressie, A.C.1993. Statistics for Spatial Data, rev. Edn John Wiley and Sons. Inc.

Geiser, S.1975. The Prediction Sample Reuse method with applications. Journal of the American statistical Association, 70, 320-328.

Madansky, A. 1988. Prescriptions for Working Statistions, Springer-Verlag.