

فصلنامه پژوهشنامه بازرگانی، شماره ۵۳، زمستان ۱۳۸۸ - ۲۲

بهینه سازی سبد های ارزی با استفاده از روش معیار جهانی

دکتر مقصود امیری * دکتر جمشید صالحی صدقیانی ** مصطفی اختیاری ***
سید حسین رضوی ****

دریافت: ۸۷/۱۱/۲۷ پذیرش: ۸۸/۶/۱

سبد مالی تخصیص یافته / معیار جهانی وزن دار / مجموع وزن دار / تابع مطلوبیت /
بهینه سازی چند هدفه سبد ارزی

چکیده

در بیست سال گذشته تغییرات وسیع نرخ ارز تاثیرات بسیاری بر نظام اقتصادی کشور داشته است. در سال های اخیر نیز به علت افزایش بیش از حد قیمت یورو و نوسانات سایر ارزها، بسیاری از سرمایه گذاران، وارد کنندگان و بانک های تجاری متضرر شده اند. از سوی دیگر سرمایه گذاران ایرانی توجه چندانی به متغیر ریسک در کنار متغیر بازده ندارند و آن را معیار مهمی برای سرمایه گذاری در نظر نمی گیرند. در این مقاله مجموعه ای از تبادلات میان اهداف ریسک و بازده به همراه تحلیلی از سرمایه گذاری بانک سپه ایران در یک سبد ارزی تخصیص یافته ارائه و جهت بهینه سازی این مدل دو معیاره از رویکرد معتبر معیار جهانی وزن دار¹ (WGC) با فرض $P = 2, \infty$ استفاده و نتایج آن با روش تابع مطلوبیت مارکوویتس مقایسه شده است. نتایج تحقیق نشان می دهند که روش WGC نتایج بهتری را ایجاد و مدل

mg_amiri@yahoo.com

* استادیار دانشکده حسابداری و مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی

** دانشیار دانشکده حسابداری و مدیریت دانشگاه علامه طباطبائی

m_ektiari@yahoo.com

*** کارشناس ارشد مهندسی صنایع

s_hossein_r@yahoo.com

**** دانشجوی دکترای مدیریت تولید و عملیات دانشگاه علامه طباطبائی

■ مصطفی اختیاری، مسئول مکاتبات.

1. Weighted Global Criterion

دو معیاره با سیاست سرمایه‌گذاری ارزی ایران (مبنی بر تمرکز کمتر روی ارز دلار آمریکا) سازگارتر است.

.G24.G11.JEL طبقه‌بندی

مقدمه

در فرهنگ لغات سرمایه‌گذاری، ریسک به معنای احتمال متحمل شدن زیان تعریف می‌شود^۱. مارکویتس (۱۹۵۲) علاوه بر معرفی ریسک به عنوان یک شاخص عددی، آن را انحراف معیار چند دوره‌ای یک متغیر نیز تعریف می‌کند.

اصولاً سرمایه‌گذاران اقتصادی دو نوع سرمایه‌گذاری را مد نظر دارند: دسته‌ای با استفاده از مدل‌های اقتصادی چند معیاره بهترین ترکیب دارایی‌ها جهت سرمایه‌گذاری در یک سبد مالی را تعیین می‌کنند^۲. در این حالت ممکن است سرمایه‌گذاری روی ترکیب بهینه دارایی‌های تخصیص یافته به سرمایه‌گذار با توجه به شرایط بازار امکان‌پذیر نباشد.

دسته دیگر با استفاده از تجارت گذشته و شرایط بازار نسبت به انتخاب دارایی‌های درون سبد مالی اقدام و با استفاده از مدل‌های اقتصادی چند معیاره، سبد مالی تخصیص داده شده^۳ (AP) را برای یک افق زمانی محدود در آینده بهینه‌سازی می‌کنند.

در مورد این دسته از سرمایه‌گذاری‌ها تصمیمات مدیریت سبد مالی در پایان افق زمانی مشخص تکرار می‌شود^۴. بانک‌ها از جمله بنگاه‌های اقتصادی به شمار می‌روند که با توجه به حجم مبادلات ارزی گذشته، جهت سرمایه‌گذاری آتی در یک سبد ارزی، از بهینه‌سازی AP برای یک دوره مالی استفاده می‌کنند. از جمله مزایای بهینه‌سازی AP ایجاد فرصت جهت افزایش دارایی‌ها (سیاست خرید) و یا کاهش دارایی‌های موجود (سیاست فروش) است.

موضوع تحقیق حاضر از دسته دوم به شمار می‌رود. نکته‌ای که در انتخاب دارایی‌های درون یک AP باید مدنظر سرمایه‌گذار قرار گیرد، تعادل در همپوشانی دو به دوی دارایی‌ها است. اگر همپوشانی دو به دوی دارایی‌های درون AP در برهمه‌ای از زمان مثبت باشد، احتمال کسب سود و بازده بیشتر افزایش و چنانچه منفی باشد، احتمال کسب سود و بازده

۱. بابایی، ۱۳۸۵.

2. Arnone et al. (1993), Vedarajan et al. (1997).

3. Allocated Portfolio.

4. Briec et al. (2004), Ben Abdelaziz et al (2007), Sharma et al (2007).

بیشتر کاهش می‌یابد. پس در حالت تعادل باید درون یک AP همپوشانی منفی و مثبت برای دو به دوی دارایی‌ها وجود داشته باشد تا به تبادل مناسبی از ریسک و بازده دست یافت.

بطور کلی فرایند بهینه‌سازی یک AP اینگونه است که ابتدا سرمایه‌گذار سطح مشخصی از دارایی‌های خود را معروفی می‌کند. سپس تحلیل‌گر با استفاده از اطلاعات گذشته، داده‌های آماری مورد نیاز را استخراج و با ارائه یک مدل چند معیاره، فرایند بهینه‌سازی انجام و مجموعه‌ای از سطوح مختلف بهینه معیارها در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌گیرد و سرمایه‌گذار با توجه به افق زمانی محدود در آینده، درباره افزایش یا کاهش سطوح دارایی‌های درون AP تصمیم‌گیری می‌کند.

وجود معیارهای مختلف وسیله‌ای برای تصمیم‌گیری بهتر در آینده است. اکثر سرمایه‌گذاران برای تصمیم‌گیری بهتر، نیازمند اطلاعاتی درباره ریسک و بازده سرمایه‌گذاری می‌باشند. بنابر نظریات اقتصادی می‌توان ترکیب‌های مختلفی از سطوح ریسک و بازده را تعیین نمود که معاوضه میزان ریسک و بازده در آنها بی‌تفاوت است. در صورتی که این نقاط به هم متصل شوند، مرز پارتو ترسیم خواهد شد. بیشتر افراد برای تصمیم‌گیری خود این منحنی‌ها را رسم نمی‌کنند و به دیدگاه شهودی تکیه دارند. سرمایه‌گذاران با قبول سطوح بالاتر ریسک، بازدهی بیشتری به دست می‌آورند که به آن صرف ریسک گفته می‌شود.^۱ افراد بر اساس تغییر شرایط، سطوح متفاوتی از ریسک را می‌پذیرند که بیشتر بر اساس اطلاعات دریافتنی از بازار و ویژگی‌های رفتاری و روان شناختی آنها در زمان تصمیم‌گیری است. از سوی دیگر نمی‌توان کلیه ریسک‌ها را از بین برد، زیرا در این صورت فرصت‌ها نیز از بین می‌روند. بنابراین باید در تصمیم‌گیری به مفهوم ریسک و بازده به صورت توأمان توجه شود.

منظور از ریسک در این تحقیق، ریسک نرخ ارز، ناشی از تغییر در نرخ آن است. شرکت‌هایی که خارج از مرزهای سیاسی با کشورهای دارای واحد پولی متفاوت ارتباط معاملاتی دارند، در معرض ریسک نرخ ارز قرار می‌گیرند. ریسک نرخ ارز بر توانایی

۱. هال، (۲۰۰۲)، ص ۲۴۸

سازمان در باز پرداخت وام های خارجی تاثیر گذاشته و بر تعهدات سازمان نسبت به پیش خرید کالا از بازارهای خارجی تاثیر منفی می گذارد. به عبارتی تغییرات نرخ ارز، بازار کالا و سرمایه را تحت الشعاع قرار داده و آثار محربی خواهد داشت. مؤسسات پولی فعال در بازار ارز باید نسبت به پوشش کافی در مقابل نوسانات آینده نرخ ارز چاره‌اندیشی کنند. در صورت عدم توجه به ترکیب بهینه یک سبد ارزی و وضعیت هر ارز در بازارهای جهانی، مؤسسات پولی و بانکی با زیان هنگفتی مواجه خواهند شد و لذا محاسبه ریسک نرخ ارز توسط بانک‌ها، در کاهش این زیان مؤثر است.

تغییرات نرخ ارز در بیست سال گذشته تأثیرات زیادی بر نظام اقتصادی کشور داشته است. بسیاری از طرح‌های صنعتی داخلی که هنگام مطالعه اقتصادی سودآور بودند، بعد از کاهش ارزش ریال و به دلیل انکابه مواد اولیه وارداتی زیانده شده و شرکت‌ها رو به ورشکستگی نهادند.^۱ اخیراً نیز به دلیل افزایش بیش از حد قیمت یورو و نوسانات سایر ارزها، بسیاری از سرمایه‌گذاران، وارد کنندگان و بانک‌های تجاری متضرر شده‌اند. بر این اساس شناخت میزان ریسک برای سرمایه‌گذاران ایرانی جهت سرمایه‌گذاری خارجی لازم به نظر می‌رسد. از سوی دیگر سرمایه‌گذاران ایرانی توجه چندانی به متغیر ریسک ندارند و آن را معیار مهمی برای سرمایه‌گذاری نمی‌دانند.

فقدان نظام تک نرخی ارز تا قبل از سال ۱۳۸۱ و دیدگاه سنتی سرمایه‌گذاران ایرانی انگیزه اصلی از انجام تحقیق حاضر بوده است. در این تحقیق با استفاده از مدل میانگین - واریانس مارکویتس یک AP ارزی شامل پنج ارز عمده موجود در سبد مالی سرمایه‌گذاری بانک سپه ایران توسط روش معیار جهانی (GC) بهینه سازی و با تغییر اوزان اهمیت هر یک از اهداف، تبدلات اهداف ریسک و بازده سرمایه‌گذاری منظور و راهکار مناسبی برای سرمایه‌گذاری در یک افق زمانی یک ساله ارائه شده است.

در تعیین این سبد بهینه سعی شده است، کاهش سهم دلار در سبد ارزی کشور نیز طبق سیاست‌های بانک مرکزی مورد توجه قرار گیرد. در جریان جنگ ویتنام، ایالات متحده آمریکا حجم بیشتری پول چاپ و خرج می‌کرد که این امر موجب فزونی حجم پول (دلار

۱. سعیدی و راعی، (۱۳۸۳)، ۲۲.

آمریکا) از طلای موجود در صندوق ذخایر بانک مرکزی این کشور شد. پس از آن قانونی در آمریکا وضع شد که پشتونه طلا برای اسکناس‌های چاپ شده در این کشور را غیرضروری اعلام و مقرر گردید تا ارزش هر دلار در بازار و بر اساس عرضه و تقاضا مشخص شود. پس از اجرای این قانون با استفاده بیشتر از دلار، ارزش آن در جهان افزایش می‌یافتد و هر چه استقبال کمتری از این ارز وجود داشت، ارزش کمتری پیدا می‌کرد. سه دهه بعد با ظهر یورو، برخی کشورها با تغییر ترکیب ذخایر ارزی خود که عمده‌تاً از دلار تشکیل شده بود، سعی کردند ارزش ذخایر خود را حفظ و یا افزایش دهند. برخی کشورهایی که با ایالات متحده دارای تنش بودند، با کاهش و حتی حذف دلار از مبادلات اقتصادی خود سعی کردند در مقابل فشارهای این کشور، اهرم فشاری را به دست آورده و مقابله به مثل کنند. در همین راستا، طی سال‌های اخیر، ابتدا عراق و سپس ایران، طرح ارزش‌گذاری نفت با واحد پول اروپایی (یورو) را مطرح کردند.

در بخش‌های بعدی پس از مروری بر سوابق تحقیقات مشابه، ابتدا مدل دو معیاره ریسک – بازده مارکویتس و سپس روش معیار جهانی وزن‌دار برای حل مدل دو معیاره معرفی شده است. سپس مدل دو معیاره روی یک AP ارزی در بانک سپه ایران پیاده‌سازی و نتایج روش WGC با روش مارکویتس مقایسه شده است.

۱. سوابق تحقیقات مشابه

اولین بار مارکویتس در سال ۱۹۵۲ نسبت به کمی‌سازی ریسک اقدام کرد. او با بیان اینکه تصمیمات مالی باید بر اساس ریسک بازده انجام شوند، مفهوم مرز کارا را معرفی نمود. کلیه نقاط روی این خط بهینه بوده و در سطح مشخصی از بازده، کمترین ریسک و در سطح مشخصی از ریسک بیشترین بازده را داشتند. رویکرد مارکویتس و بازده آینده متغیرهایی تصادفی هستند که توسط دو پaramتر زیر کنترل می‌شوند:

- ۱) بازده سبد مالی: توسط ارزش انتظاری بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود.
- ۲) ریسک سبد مالی: توسط انحراف استاندارد بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود!

1. Steuer et al. (2005), Benati and Rizzi (2007).

مدل میانگین - واریانس مارکویتس یک مدل برنامه‌ریزی کوآدراطیک با تعدادی محدودیت جانبی بود.^۱ روی (۱۹۵۲) روشی علمی برای بهترین انتخاب از سطوح ریسک و بازده معرفی نمود. شارپ (۱۹۶۴) با تحقیقات خود مدیریت علمی سبد مالی را پایه‌گذاری کرد. اهمیت مدیریت ریسک مالی از اوایل دهه ۱۹۷۰ با سقوط سیستم ثبات نرخ ارز، سیستم دو نرخی اوپک و برخی ورشکستگی‌های مالی نظیر سقوط بازارهای سهام جهانی در ۱۹۸۷، بحران مکزیکی در ۱۹۹۵ و بحران آسیایی در ۱۹۹۷ گسترش یافت. این موارد عدم کفایت ابزارهای مدیریت ریسک موجود، ظرفات سیستم مالی و پیامد بحران‌های مالی را نشان می‌دادند.

۱- مدل میانگین - واریانس مارکویتس

مدل میانگین - واریانس مارکویتس، مقادیر بهینه ریسک را در سطح مشخصی از بازده و بر اساس حداقل کردن واریانس مجموع دارایی‌های درون سبد مالی به دست می‌آورد. مدل دو معیاره ریسک - بازده را می‌توان بصورت زیر نشان داد.

$$(F1) \quad \min F_1 = \sigma_{AP}^2 = Var\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right) = \sum_{i=1}^m \sigma_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$(F2) \quad \max F_2 = R_{AP} = E\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right) = \sum_{i=1}^m \bar{R}_i x_i \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad , \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

در این مدل n تعداد دارایی‌های موجود در AP سهم دارایی i ام و x_i بازده روزانه دارایی i ام با توزیع $N(\bar{R}_i, \sigma_i^2)$ ، که میانگین بازده روزانه و σ_i^2 واریانس بازده روزانه دارایی i ام است. σ_{ij} کواریانس بازده روزانه دو دارایی i و j ($i \neq j$) است. هدف این مدل کاهش مقدار ریسک و افزایش نرخ بازده سرمایه‌گذاری است. در حالت کلی معیار (۱) کمینه سازی مقدار ریسک و معیار (۲) بیشینه سازی بازده حاصل از

1. Benati and Rizzi, (2007).

سرمایه‌گذاری دارایی‌های موجود در AP را نشان می‌دهد. محدودیت (۳) نیز محدودیت مدل اولیه واریانس - کوواریانس است که مجموع سهم کل دارایی‌های AP همواره برابر یک خواهد بود. شرط (۴) نیز نامتفق بودن مقادیر سهم هر دارایی در AP را تضمین می‌کند.

از آنجا که معیار ریسک در این مدل بر اساس انحراف معیار و واریانس بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود لذا جهت کمینه‌سازی آن، از کمینه‌سازی معیار واریانس بازده روزانه AP استفاده می‌شود. همچنین از آنجا که بازده یک سبد مالی بر اساس مقادیر ارزش انتظاری بازده روزانه دارایی‌ها سنجیده می‌شود، معیار بازده در مدل از ترکیب خطی مقادیر میانگین بازده روزانه دارایی‌های AP بهینه خواهد شد.

باید توجه داشت که حل مدل (P1) صرفاً یک جواب بهینه ارائه نخواهد داد، بلکه بی‌نهایت جواب غیر مسلط بهینه روی مرز پارتوبه دست می‌آورد. در ادامه با ارائه چند تعریف، مفهوم غیر مسلط بودن مجموعه جواب‌های بهینه پارتوب تشريح شده است:

تعریف ۱. دو بردار $\vec{x}, \vec{y} \in R^k$ مفروض است ($i=1,2, \dots, k$). بردار $\vec{x} \geq \vec{y}$ است، اگر

$y_i \geq x_i$ و بردار \vec{y} بر \vec{x} مسلط است اگر برای هر $x_i, y_i \geq x_i$ ، y_i باشد ($\vec{y} \neq \vec{x}$).

تعریف ۲. بردار متغیرهای تصمیم $X \subset R^n$ غیر مسلط است اگر در مجموعه X بردار دیگری به نام $\vec{x}' \in X$ وجود نداشته باشد که $\vec{f}(\vec{x}') > \vec{f}(\vec{x})$.

تعریف ۳. بردار متغیرهای تصمیم $\vec{x}^* \in F \subset R^n$ (فضای جواب است) روی مرز بهینه پارتوب قرار دارد، اگر با توجه به فضای جواب \vec{x}^* غیر مسلط باشد.

تعریف ۴. مجموعه جواب‌های بهینه مرز پارتوب (P^*) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P^* = \left\{ \vec{x} \in F \mid \vec{x} \right\}$$

تعریف ۵. (PF^*) نقطه‌ای از مجموعه نقاط مرز پارتوب خواهد بود:

$$PF^* = \left\{ \vec{f}(\vec{x}) \in R^k \mid \vec{x} \in P^* \right\}$$

۱-۲. روش معیار جهانی (GC)

از مناسب‌ترین روش‌های ارزیابی در حالت عدم کسب اطلاعات از سرمایه‌گذار، روش‌های خانواده LP متريک می‌باشند که با تغيير اوزان اهميت اهداف، نيازی به کسب

اطلاعات از سرمایه‌گذار ندارند. این روش‌ها برای سرمایه‌گذار ساده است ولی تحلیل گر باید مفروضاتی درباره ارجحیت‌های سرمایه‌گذار در نظر بگیرد. برای گنجاندن اوزان اهمیت اهداف در یک GC از رویکرد زیر استفاده می‌شود.

$$L - P = \left\{ \sum_{k=1}^K w_k \left[\frac{f_k(X^{*k}) - f_k(x)}{f_k(X^{*k}) - f_k(X_*^k)} \right]^P \right\}^{\frac{1}{P}} \quad (5)$$

مدل فوق را رویکرد معیار جهانی وزن‌دار استاندارد می‌نامند. چانکونگ و هیمز (۱۹۸۳) و مایتبین (۱۹۹۹) ثابت کردند که برای بهینگی پارتو، کمینه‌سازی معادله (۵) با در نظر گرفتن $\sum_{k=1}^K w_k = 1, W > 0$ کافی است. برای هر نقطه بهینه پارتو x^p یک بردار اوزان اهمیت معیارها W و یک مقدار عددی P وجود دارد، بطوری که x^p جوابی برای رویکرد (۵) است. مقدار P حتی در صورت غیر محدب بودن فضای جواب، قابلیت ارائه همه نقاط بهینه پارتو را (با تغییر در بردار W) نشان می‌دهد. مساک و دیگران (۲۰۰۰) و مساک و یاهایا (۲۰۰۱) معتقدند با افزایش مقدار P ، اثربخشی روش WGC در رویکرد (۵) جهت ارائه مجموعه کاملی از نقاط بهینه پارتو افزایش خواهد یافت.

با استفاده از یک مقدار بزرگ P ، رویکرد (۵) مجموعه کاملی از نقاط بهینه پارتو را ارائه می‌دهد. مدل مین-ماکس وزن‌دار که مورد خاصی از روش WGC با $P = \infty$ است، بصورت مدل (P2) زیر خواهد بود:

$$(P2) \quad \begin{aligned} & \min \quad y \\ \text{s.t.} \quad & y \geq w_k \left[\frac{f_k(X^{*k}) - f_k(x)}{f_k(X^{*k}) - f_k(X_*^k)} \right], \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \\ & g_l(x) \leq b_l, \quad \forall l = 1, 2, \dots, L \\ & x \in E^n, y \geq 0 \end{aligned}$$

استفاده از مدل (P2) مجموعه بهینه پارتو کاملی را ارائه می‌دهد، بطوری که شرط لازم برای بهینگی مجموعه پارتو خواهد بود. در روش‌های WGC هدف حداقل کردن انحراف توابع هدف یک مدل چند هدفه از راه حل ایده‌آل است. یو (۱۹۷۳) نقطه X^* را یک نقطه ایده‌آل می‌نامد. برای دستیابی به نقطه ایده‌آل، هر تابع هدف بطور مجزا و به ازای $x \in X$

بهینه می شود. یعنی راه حل ایدهآل از حل k مسئله یک هدفه به صورت زیر حاصل می گردد:

$$(P3) \quad \begin{aligned} & \text{optimize : } f_k(x), \forall k = 1, 2, \dots, K \\ & \text{s.t. } g_l(x) \leq 0, \forall l = 1, 2, \dots, L \\ & \quad x \in E^n \end{aligned}$$

مختصات نقطه ایدهآل به صورت $\{f_1(X^{*1}), f_2(X^{*2}), \dots, f_k(X^{*k})\}$ بوده و

هدف α را بهینه می سازد. از طرفی X^{*i} بردار جواب ضد ایدهآل است، بطوری که برای دسترسی به راه حل ضد ایدهآل، می توان k مسئله به ازای هر تابع هدف در فضای جواب را (در صورتی که ماکزیمم کردن اهداف مدنظر باشد) کمینه نمود.

با توجه به رویکرد (۵)، چنانچه کلیه $f_i(X^{*i})$ ها از نوع ماکزیمم باشند؛ آنگاه $1 < P < \infty$ درجه اهمیت (وزن) هدف k ام و $1 < W_k < \infty$ پارامتر مشخص کننده خانواده LP متريک است. ارزش P ميزان تأكيد بر انحرافات موجود است و هرچه بزرگتر باشد، تأكيد بيشتری بر انحرافات بزرگتر خواهد بود و اگر $P = \infty$ ، یعنی بزرگترین انحراف از انحرافات موجود برای بهینه سازی مدنظر است. ارزش P می تواند به معيارهای ذهنی سرمایه گذار بستگی داشته باشد. با مفروض بودن مقادير W_k ، راه حل حاصل از مینيم کردن رویکرد (۵) به راه حل سازگار معروف است.

علي رغم كاربردهای گسترده روش WGC در علوم مهندسی و قابلیت آن در نمایش مجموعه بهینه پارتی، تحقیقات چندانی درباره کاربرد آن در مسائل بهینه سازی سبد های مالی AP انجام نشده است. از آنجا که در مدل (P1) دو تابع هدف از نوع مینيم هستند، با توجه به مدل (P3) تمام توابع به ماکزیمم تبدیل می شوند.

$$(P4) \quad \begin{aligned} & \max -F_1 = -Var(\sum_{i=1}^m r_i x_i) \\ & \max F_2 = E(\sum_{i=1}^m r_i x_i) \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^m x_i = 1 \\ & \quad x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, m \end{aligned}$$

بر اساس رویکرد (۵)، مدل (P4) با روش WGC به صورت زیر مدلسازی می شود:

$$(P5) \quad \min \quad \left\{ w_1 \left(\frac{Z^{*1} + F_1}{Z^{*1} - Z_*^1} \right)^P + w_2 \left(\frac{Z^{*2} - F_2}{Z^{*2} - Z_*^2} \right)^P \right\}^{\frac{1}{P}}$$

s.t. $\sum_{i=1}^m x_i = 1$
 $x_i \geq 0 \quad , \forall i = 1, 2, \dots, m$

بطوری که $\sum_{k=1}^3 w_k = 1$ است. در این مدل Z_k^* مقدار ایده‌آل (ماکریم) مقدار تابع هدف k ام در فضای جواب) و ضد ایده‌آل تابع هدف k ام می‌باشد (می‌نیم مقدار تابع هدف k ام در فضای جواب). W_k نیز وزن اهمیت معیار k ام ($k = 1, 2, 3$) و $0 < W_k < 1$ است، بطوری که W_k مقادیر ۰ و ۱ را نمی‌پذیرد، زیرا در اینصورت یکی از معیارهای مدل حذف می‌شود. بنابراین در محاسبات از مقادیر نزدیک مانند ۰/۰۵ و ۰/۹۵ استفاده می‌شود. تبادلات دو معیار نیز از طریق تغییر مقادیر W_k صورت می‌پذیرد. همچنین P پارامتر تابع مطلوبیت نهایی است که مقادیر ۲ و ∞ برای آن در نظر گرفته شده است.

۲. مطالعه موردی

در این تحقیق یک AP ارزی موجود در یک سبد مالی سرمایه‌گذاری ارزی بانک سپه ایران شامل یکصد بین ژاپن، پوند انگلستان، فرانک سویس، یورو و دلار آمریکا با در نظر گرفتن سیاست ارزی کشور مبنی بر وابستگی کمتر به دلار آمریکا بررسی خواهد شد. داده‌های مطالعه نرخ‌های روزانه این پنج ارز از ۱۳۸۱/۱/۶ تا ۱۳۸۶/۱۲/۲۸ را شامل می‌شود. این دوره به دلیل فقدان سیاست ارزی ایران بصورت نظام تک نرخی ارز در سال‌های قبل از ۱۳۸۱ انتخاب شده است. در این مطالعه با توجه به رابطه (۵) از روش لگاریتمی جهت محاسبه بازده روزانه ارز i ام استفاده شده است:

$$R_{it} = \ln \left(\frac{p_{it}}{p_{i(t-1)}} \right) \quad , \forall i = 1, 2, \dots, 5 \quad (6)$$

در این رابطه R_{it} نرخ ارز i ام در روز t ام و $R_{i(t-1)}$ بازده لگاریتمی ارز i ام در روز $t-1$ ام در دوره مطالعه است. جدول ۱ شاخص‌های آماری و جدول (۲) ماتریس واریانس - کوواریانس بازده روزانه این پنج ارز را نشان می‌دهد.

**جدول ۱- شاخص‌های آماری مورد نیاز از داده‌های روزانه پنج ارز
از ۱۳۸۱/۱۶ تا ۱۳۸۱/۱۲/۲۸**

واریانس بازده روزانه دارایی‌ها	انحراف استاندارد بازده روزانه دارایی‌ها	میانگین بازده روزانه دارایی‌ها	ارز
۰/۰۰۵۹۷۸۴۱۳	۰/۰۷۷۳۲۰۱۹۸	۰/۰۰۰۸۴۷۹۳	یکصدین ژاپن
۰/۰۰۰۵۰۹۷۵	۰/۰۷۱۳۹۶۸۰	۰/۰۰۰۲۷۲۱۱۲	پوند انگلستان
۰/۰۰۶۷۷۷۰۷۵	۰/۰۸۲۳۲۲۹۹۲	۰/۰۰۰۳۱۴۸۲۱	فرانک سویس
۰/۰۰۰۲۸۲۲۱	۰/۰۰۵۳۱۲۳۳۱	۰/۰۰۰۳۴۹۰۲۱	یورو
۰/۰۰۰۳۴۷۰۴	۰/۰۰۵۸۹۱۰۴۹	۰/۰۰۰۱۷۰۲۳۸	دلار ایالات متحده آمریکا

**جدول ۲- ماتریس واریانس- کوواریانس بازده روزانه پنج ارز
از ۱۳۸۱/۱۶ تا ۱۳۸۱/۱۲/۲۸**

ارز	یکصدین ژاپن	پوند انگلستان	فرانک سویس	یورو	دلار ایالات متحده آمریکا
یکصدین ژاپن	۰/۰۰۵۹۷۸۴۱۲۹۵	۰/۰۰۰۲۷۵۱۸۲	۰/۰۰۰۳۳۳۰۱	۰/۰۰۰۲۳۳۰۵۷	۰/۰۰۰۳۳۶۶۳۰
پوند انگلستان		۰/۰۰۰۵۰۹۷۵۰۳	۰/۰۰۰۱۵۶۴۷۹۵	۰/۰۰۰۱۳۷۵۰۹۱	۰/۰۰۰۵۷۸۰۳۷
فرانک سویس			۰/۰۰۶۷۷۷۰۷۵۰۵	۰/۰۰۰۲۶۹۹۹۱۸	۰/۰۰۰۱۵۷۶۲۱۳
یورو				۰/۰۰۰۲۸۲۲۰۸۶	۰/۰۰۰۹۶۹۱۶۵
دلار ایالات متحده آمریکا					۰/۰۰۰۳۴۷۰۴۴۵

متغیرهای تصمیم به صورت زیر تعریف می‌شوند: x_1 سهم یکصدین ژاپن از کل AP، x_2 سهم پوند انگلستان از کل AP، x_3 سهم فرانک سویس از کل AP، x_4 سهم یورو از کل AP و x_5 سهم دلار آمریکا از کل AP. با توجه به مدل (P₃) و اطلاعات جداول (۱) و (۲)، مدل (P₃) بصورت مدل (P₅) زیر بازنویسی می‌شود.

$$(P_5) \min w_1 \left[\frac{\begin{aligned} & Z^{*1} + (0.05978413x_1^* + 0.0475E - 0.5x_2^* + 0.0067777.75x_3^* + 2.822.9E - 0.5x_4^* + 2.47.45E - 0.5x_5^* \\ & - 2.75E - 0.5x_1x_2 + 2.33E - 0.5x_1x_3 + 2.33E - 0.5x_1x_4 + 2.33E - 0.5x_1x_5 + 1.06E - 0.5x_2x_3 + 1.38E \\ & - 0.5x_2x_4 + 0.5x_2x_5 + 2.75E - 0.5x_3x_4 + 1.06E - 0.5x_3x_5 + 0.69E - 0.5x_4x_5) \end{aligned}}{Z^{*1} - Z_*^1} \right]^P$$

$$+ w_1 \left[\frac{Z^{*2} + (0.49735E - 0.5x_1 + 0.00022112x_2 + 0.00031482x_3 + 0.000349021x_4 + 0.000170238x_5)}{Z^{*2} - Z_*^2} \right]^P$$

s.t. $\sum_{i=1}^5 x_i = 1$

$x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, 5$

جدول (۳) مقادیر ایده‌آل و ضد ایده‌آل هر تابع هدف بر اساس مدل (P4) می‌باشد.

جدول ۳- مقادیر ایده‌آل و ضد ایده‌آل مربوط به هر یک از اهداف مدل (P4)

تابع هدف	مقدار ایده‌آل	مقدار ضد ایده‌آل
$-F_1$	-0.0001510314	-0.005978413
F_2	0.000349021	0.000849735

بنابراین مدل نهایی به صورت زیر خواهد بود. مدل (P₆) از نوع مسأله برنامه‌ریزی محاسبه و می‌نیم نسبی حاصل از حل آن همان می‌نیم مطلق مدل (P₆) خواهد بود. جهت حل مدل (P₆)، $P = 2$ در نظر گرفته شده و طی ۱۱ تکرار، اوزان متفاوتی به معیارها داده و مدل مذبور در هر تکرار جداگانه محاسبه شده است.

$$(P_6) \min w_1 \left[\frac{\begin{aligned} & -0.0001510314 + (0.05978413x_1^* + 0.0475E - 0.5x_2^* + 0.0067777.75x_3^* + 2.822.9E - 0.5x_4^* + 2.47.45E - 0.5x_5^* \\ & - 2.75E - 0.5x_1x_2 + 2.33E - 0.5x_1x_3 + 2.33E - 0.5x_1x_4 + 2.33E - 0.5x_1x_5 + 1.06E - 0.5x_2x_3 + 1.38E \\ & - 0.5x_2x_4 + 0.5x_2x_5 + 2.75E - 0.5x_3x_4 + 1.06E - 0.5x_3x_5 + 0.69E - 0.5x_4x_5) \end{aligned}}{(-0.0001510314) - (-0.05978413)} \right]^P$$

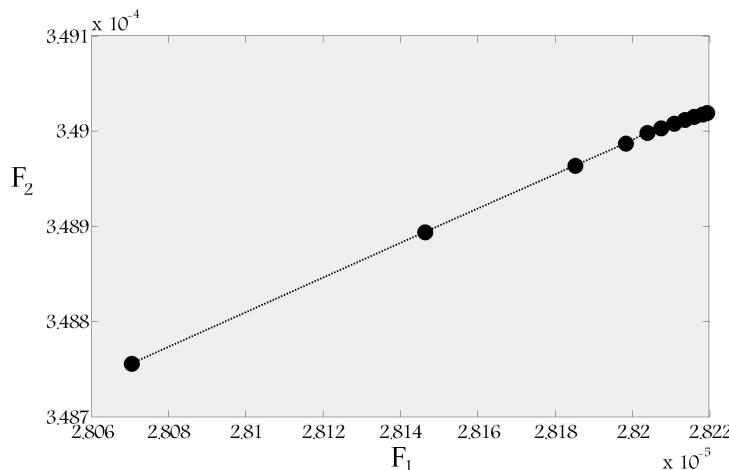
$$+ w_1 \left[\frac{0.000349021 + (0.49735E - 0.5x_1 + 0.00022112x_2 + 0.00031482x_3 + 0.000349021x_4 + 0.000170238x_5)}{0.000349021 - 0.000849735} \right]^P$$

s.t. $\sum_{i=1}^5 x_i = 1$

$x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, 5$

مدل (P₆) با استفاده از نرم افزار Lingo حل شده است. شکل (۱) نتایج روش WGC را با در نظر گرفتن دو معیار ریسک و بازده و فرض $P = 2$ نشان می‌دهد.

همانطور که شکل (۱) نشان می‌دهد، سرمایه‌گذار با افزایش (یا کاهش) ریسک سرمایه‌گذاری خواستار افزایش (یا کاهش) نرخ بازده سرمایه‌گذاری است. حال با توجه به دو معیار متناقض ریسک و بازده باید سطح مطلوبی تعیین شود تا کاهش نسبی ریسک و افزایش نسبی بازده سرمایه‌گذاری را به همراه داشته باشد.



شکل ۱- نتایج مدل WGC بر اساس دو معیار ریسک و بازده در AP ارزی با فرض ۲
ارزیابی نتایج

۳. بررسی ویژگی‌های نقاط بهینه پارتو^۱

در این بخش با توجه به نتایج حداقل دو معیار، ویژگی‌های مجموعه نقاط بهینه پارتو بررسی می‌شوند. در ابتدا چند متغیر برداری تعریف می‌شوند. بردار X^{j*} بردار بهینه متغیرهای مدل در تکرار زام از حل (عبارتی بردار جواب بهینه در تکرار زام از حل) و بردار F^{j*} مقادیر بهینه توابع هدف در زامین تکرار حل می‌باشد. W^{j*} نیز بردار اوزان اهمیت اهداف در زامین تکرار حل است. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های مجموعه نقاط بهینه پارتو غیر مسلط بودن تمامی نقاط بهینه است.

تعریف ۶.^۲ جواب X^{j*} بر X^{i*} مسلط است اگر دو شرط زیر همزمان برقرار باشند:

1. Pareto optimal points.

2. پنج تعریف در صفحات قبل توضیح داده شده است.

۱) جواب X^{i*} روی تمامی اهداف بدتر از جواب X^{j*} نباشد، به عبارت دیگر برای تمام مقادیر k

$$f_k(x^{i*}) \nleq f_k(x^{j*}) \quad k=1,2,\dots,K$$

۲) جواب X^{i*} در حداقل یک تابع هدف اکیداً بهتر از جواب X^{j*} باشد، به عبارت دیگر برای حداقل یک مقدار k

$$f_k(x^{i*}) < f_k(x^{j*}) \quad k=1,2,\dots,K$$

با توجه به نتایج مدل در هر سری از تکرارها همه جواب‌ها غیرمسلط می‌باشند. به عنوان مثال تکرار $2 = j$ و $3 = j$ را در نظر بگیرید. نتایج این دو تکرار عبارتند از:

$$W^{2*} = (0/1, 0/9), X2^* = (0, 0, 0/000093, 0/999908, 0),$$

$$F^{2*} = (0/0000282182, 0/0003490178)$$

$$W^{3*} = (0/2, 0/8), X3^* = (0, 0, 0/000172, 0/999828, 0)$$

$$F^{3*} = (0/0000282160, 0/0003490151)$$

با توجه به نتایج فوق با افزایش وزن اهمیت معیار ریسک و کاهش وزن اهمیت معیار بازده و با توجه به بردارهای X^{2*} و X^{3*} ، سهمی از ارزهای اول و دوم و پنجم در AP ارزی مشاهده نمی‌شود و میزان سهم ارز سوم افزایش و ارز چهارم روندی کاهشی داشته است. مقادیر بردارهای F^{2*} و F^{3*} نشان می‌دهند که معیار ریسک به مقدار ۰/۰۰۰۰۰۰۲۲ واحد بهتر و مقدار نرخ بازده مورد انتظار در این دو تکرار به میزان ۰/۰۰۰۰۰۰۲۷ واحد بدتر شده است. در این حالت گفته می‌شود که با کاهش مقدار ریسک سرمایه‌گذاری، نرخ بازده مورد انتظار نیز کاهش می‌یابد و برعکس. لذا با توجه به تعریف (۶)، جواب‌های این دو تکرار غیر مسلط می‌باشند.

۴. مقایسه نتایج روش WGC با فرض $P = 2$ در مقابل نتایج $P = \infty$

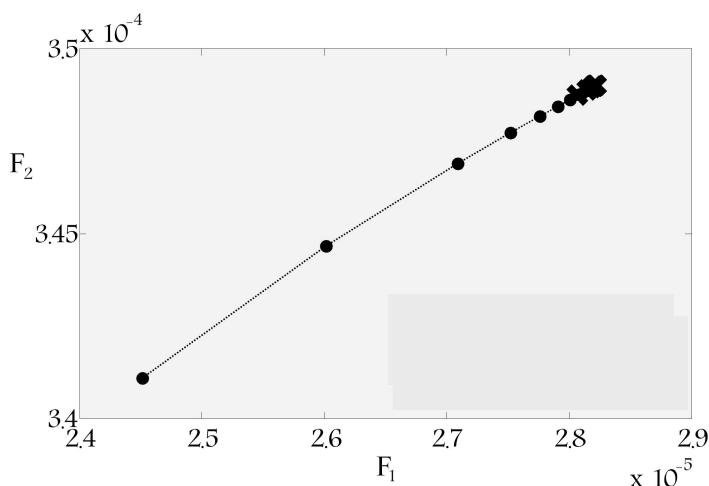
بر اساس مدل (P2) می‌توان بار دیگر روش WGC را با درنظر گرفتن $P = \infty$ مورد ارزیابی قرار داد. با توجه به اطلاعات موجود، مدل مین - ماکس وزن دار به صورت مدل (P7) بازنویسی می‌شود.

$$(P_2) \min_{W_1} W_1 \left[\frac{-0.000001510314 + (0.0005978413x_1^2 + 0.000975E - 0.05x_1^2 + 0.0006777775x_2^2 + 0.00082209E - 0.05x_2^2 + 0.00047045E - 0.05x_3^2)}{(-0.000001510314) - (-0.0005978413)} \right]^P \\ + W_1 \left[\frac{0.000349021 + (0.000221112x_2 + 0.00021482x_3 + 0.000349021x_4 + 0.000170228x_5)}{0.000349021 - 0.000849735} \right]^P \\ s.t. \quad \sum_{i=1}^5 x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, 5$$

در اینجا تبادلات اهداف ریسک و بازده طی ۱۱ تکرار با اوزان مختلف به اهداف، با استفاده از نرم افزار Lingo ۸، به دست آمده‌اند. کلیه نتایج به دست آمده شرایط تعریف (۶) را دارند، به نحوی که با کاهش (افزایش) مقادیر هدف اول، کاهش (افزایش) مقادیر هدف دوم به دست می‌آید.

آنچه در مورد نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار قابل توجه است، وجود ارز دوم در AP ارزی سرمایه‌گذار است که در روش $P = 2$ سهمی نداشته است. این موضوع که روش مین - ماکس وزن‌دار ارزهای متنوع تری را در سبد ارزی فراهم می‌آورد، خود یکی از معیارهای ارزیابی نتایج از نظر سرمایه‌گذار است. همچنین نتایج دو روش قابل قبول می‌باشند و همپوشانی مناسبی میان آنها مشاهده می‌شود (شکل ۲). در شکل (۲) نقاط بهینه پارتو در روش $P = 2$ فاصله نزدیکی با نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار دارند، بطوری که طول مرز پارتو در روش مین - ماکس وزن‌دار طولانی تر از $P = 2$ است و به همین دلیل تنوع نتایج روش مین - ماکس وزن‌دار افزایش یافته است و این معیار ارزیابی نیز سرمایه‌گذار را در اتخاذ تصمیم مناسب یاری خواهد رساند.

برای ارزیابی کلی نتایج روش WGC، با فرض $P = 2, \infty$ برخی معیارهای ارزیابی بر اساس سه شاخص میانگین، حداقل و حدکثر توابع هدف تعریف شده است (جدول ۴). نتایج جدول (۴) گزینه‌های متفاوت سرمایه‌گذار برای تصمیم گیری نهایی را نشان می‌دهد.



شکل ۲- نتایج مدل WGC بر اساس دو معیار ریسک و بازده با فرض $P = 2$ و $P = \infty$

خلاصه اطلاعات مهم جدول (۴) در جدول (۵) نشان داده شده است. بر این اساس کمترین مقدار ریسک سرمایه‌گذاری AP ارزی در تکرار ۱۱ حالت $P = \infty$ و بیشترین نرخ بازده در تکرار یک حالت $P = \infty$ می‌باشد. نتایج روش $P = \infty$ نشان می‌دهد که چنانچه میزان اهمیت معیار ریسک خیلی بالاتر از معیار بازده باشد، می‌توان کمترین مقدار ریسک سرمایه‌گذاری و چنانچه میزان اهمیت معیار بازده خیلی بالاتر از معیار ریسک باشد، می‌توان بیشترین مقدار نرخ بازده سرمایه‌گذاری را انتظار داشت.

جدول ۴- اطلاعات بدست آمده از نتایج روش WGC با فرض $P = 2, \infty$

تابع هدف		F^{1*}	F^{2*}
معیار		ریسک	نرخ بازده
$P = 2$	میانگین	۰/۰۰۰۰۲۸۱۸۹۹	۰/۰۰۰۳۴۸۹۷۰۳
	می نیم	۰/۰۰۰۰۲۸۰۷۰۵	۰/۰۰۰۳۴۸۷۵۶۰
	ماکزیمم	۰/۰۰۰۰۲۸۲۱۹۳	۰/۰۰۰۳۴۹۰۱۹۱
$P = \infty$	میانگین	۰/۰۰۰۰۲۷۴۰۰۳	۰/۰۰۰۳۴۷۳۸۹۴
	می نیم	۰/۰۰۰۰۲۴۵۱۲۳	۰/۰۰۰۳۴۱۱۰۱۳
	ماکزیمم	۰/۰۰۰۰۲۸۱۹۹۹	۰/۰۰۰۳۴۸۹۹۰۵

جدول ۵- خلاصه اطلاعات جدول (۴)

معیار	$P = 2$	$P = \infty$
می نیم (ریسک)	.۰۰۰۰۲۸۰۷۰۵	.۰۰۰۰۲۴۵۱۲۳
ماکزیمم (ترخ بازده)	.۰۰۰۰۳۴۹۰۱۹۱	.۰۰۰۰۳۴۸۹۹۰۵

با توجه به میانگین نتایج معیارها در جدول (۴) می توان ارزیابی دیگری نیز ارائه نمود. اگر سرمایه‌گذار معیار ریسک را در اولویت تصمیم‌گیری قرار دهد، پیشنهاد می‌شود از نتایج حالت $P = \infty$ و اگر معیار بازده را در اولویت قرار دهد از $P = 2$ استفاده کند.

۵. تطابق نتایج روش WGC با سیاست ارزی ایران

یکی از معیارهای ارزیابی نتایج، میزان مطابقت آنها با اهداف سرمایه‌گذار است. با توجه به سیاست سرمایه‌گذاری ارزی کشور، سرمایه‌گذار تمکن کمتری بر سرمایه‌گذاری روی دلار آمریکا را در نظر دارد. با توجه به نتایج، سهم دلار در AP ارزی به صفر خواهد رسید و ارزهایی چون پوند، فرانک و یورو در سبد ارزی بانک وجود دارند. در حالت کلی با توجه به نتایج هر دو روش، بیشترین میانگین تعداد ارزها در AP متعلق به ارز یورو و ارزهای پوند و فرانک در رتبه‌های بعدی قرار دارند. نتایج نشان می‌دهند که در تمام تکرارها تضمینی بر وجود ارزهای یکصدین ژاپن و دلار آمریکا در AP ارزی خواهد بود و مهمترین خواسته سرمایه‌گذار برآورده خواهد شد.

۶. مقایسه نتایج روش WGC نسبت به روش ایجاد تابع مطلوبیت

برای تعیین یک سبد مالی بهینه با درجه مشخصی از ریسک و بر اساس رویکرد بازده - ریسک مارکوویتس، یک برنامه بهینه‌سازی کوآدراتیک بر اساس ماکزیمم کردن تابع مطلوبیت بازده - ریسک به صورت زیر مدلسازی می‌شود.

$$(P8) \quad \max \quad U(x) = E\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right) - \lambda \operatorname{Var}\left(\sum_{i=1}^m r_i x_i\right)$$

$$\text{s.t.} \quad x \in E^n, \lambda \in [., +\infty]$$

در این مدل λ درجه ناسازگاری (متغیرت) ریسک نهایی است. بریک و دیگران (۲۰۰۴) و اشتیوئر و دیگران (۲۰۰۵) درباره مدل (P8) و کاربرد آن در انتخاب بهینه سبدهای مالی سرمایه‌گذاری مطالعاتی انجام داده‌اند. ارگات و دیگران (۲۰۰۴) نیز از این مدل جهت بهینه‌سازی یک سبد مالی شامل ۴۰ سهام استفاده کرده‌اند. در این تحقیق مدل (P8) با مقادیر متفاوت λ توسط نرم افزار Lingo بهینه‌سازی شده است. نتایج نشان دهنده وجود تبادل میان اهداف ریسک و بازده است که این تبادل منجر به وجود همه ارزها در سبد ارزی می‌شود. بطور متوسط حدود ۳۵ درصد از سبد ارزی بهینه متعلق به دلار آمریکا است که در مقایسه با نتایج دو روش $P = 2$ و $P = \infty$ این ارز سهم زیادی را به خود اختصاص داده است. بنابراین روش تابع مطلوبیت علیرغم کارا بودن، نتایج غیر قابل قبولی را نسبت به اهداف سرمایه‌گذار فراهم می‌آورد.

جمع‌بندی و ملاحظات

در این مقاله پس از ارائه تعاریفی از معیارهای ریسک و بازده و بیان خصوصیات یک AP و با استفاده از مدل‌های میانگین – واریانس مارکویتس و روش WGC نسبت به تحلیل پنج ارز عمده موجود در سبد مالی سرمایه‌گذاری بانک سپه اقدام و نتایج این دو روش با یکدیگر مقایسه گردید. روش WGC یکی از روش‌های معتبر در حل مسائل چند هدفه است که در کاربرد آن از مقادیر ایده‌آل و ضد ایده‌آل استفاده می‌شود. همچنین با استفاده از نتایج بدست آمده و تحلیل آنها سعی شد تا مجموعه‌ای از نقاط بهینه پارتو فراهم آید تا سرمایه‌گذار بتواند با استفاده از آنها بهترین انتخاب را جهت سرمایه‌گذاری آتی داشته باشد.

همپوشانی نتایج روش‌های $P = 2$ و طول مرز پارتو آنها نیز مورد تحلیل قرار گرفت. به نظر می‌رسد نتایج روش $P = \infty$ نسبت به روش $P = 2$ مناسب‌تر باشند. در ادامه مشاهده شد که مدل دو معیاره ریسک – بازده مارکویتس نسبت به روش WGC سازگاری کمتری با سیاست ارزی ایران مبنی بر تمرکز بر دلار آمریکا دارد و مدل WGC می‌تواند سرمایه‌گذاران ایرانی را جهت اتخاذ تصمیم مناسب یاری دهد.

همچنین ویژگی‌های نقاط بھینه پارتو در مورد نتایج به دست آمده صادق بوده و سرمایه‌گذار با افزایش (یا کاهش) مقدار ریسک، شاهد افزایش (یا کاهش) نرخ بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاری خواهد بود. این نکته نیز حائز اهمیت است که در نتایج به دست آمده، دلار ایالات متحده آمریکا حداقل سهم ارز را به خود اختصاص داده است، بگونه‌ای که این نتایج می‌توانند روندی مناسب جهت اخذ تصمیم سیاست ارزی ایران نسبت به تمرکز بیشتر روی سایر ارزها و وابستگی کمتر به دلار آمریکا محسوب شوند. همچنین اگر اهمیت وزنی معیار ریسک از نظر سرمایه‌گذار پایین باشد، نتایج به دست آمده بیشتر بر سیاست ارزی ایران منطبق خواهد بود و به سرمایه‌گذار، سرمایه‌گذاری روی سایر ارزها پیشنهاد می‌شود.

در ادامه روش WGC با روش تابع مطلوبیت پیشنهادی مارکویتس مقایسه و مشاهده شد که وجود درصد زیادی از ارز دلار آمریکا در سبد ارزی بھینه یکی از مهمترین دلایل برتری روش WGC نسبت به روش تابع مطلوبیت است.

منابع

- بابایی، محمدعلی و حمیدرضا وزیر زنجانی (۱۳۸۵)؛ مدیریت ریسک؛ رویکردی نوین برای ارتقای اثربخشی سازمانها، ماهنامه تدبیر، سال هفدهم، شماره ۱۷۰.
- راعی، رضا و علی سعیدی، (۱۳۸۳)؛ مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، تهران: انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی.
- هال، جان (۲۰۰۲)؛ مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، ترجمه سجاد سیاح و علی صالح آبادی، چاپ اول، تهران: گروه رایانه تدبیرپرداز، ۱۳۸۴.
- Arnone, S., Loraschi, A. and Tettamanzi, A. (1993); "A Genetic Approach to Portfolio Selection", *Neural Network World*, 3(6), pp. 597- 604.
- Ben Abdelaziz, F., Aouni, B. and El Fayedh, R. (2007); "Multi-objective Stochastic Programming for Portfolio Selection", *European Journal of Operational Research*, 177(3), pp. 1811–1823.
- Benati, S. and Rizzi, R. (2007); "A Mixed Integer Linear Programming Formulation of the Optimal Mean/Value-at-Risk Portfolio Problem", *European Journal of operational Reseach*, 176(1), pp. 423-434.
- Briec, W., Kerstensy, K. and Jokungz, O. (2004); "Mean-variance-skewness Portfolio Performance Gauging: A General Shortage Function and Dual Approach, *Management Science*", 53(1), pp. 135-149.
- Chankong, V. and Haimes, Y.Y. (1983); Multiobjectiva Decision Making Theory and Methodology, New york: Elsevier Science Publishing.
- Ehrgott, M. Klamroth, K. and Schewhm, C. (2004); "An MCDM Approach to Portfolio Optimization", *European Journal of Operational Research*, 155(3), pp. 752-770.
- Markowitz, H.M. (1952); "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Messac, A. Sukam, C.P. and Melachrinoudis, E. (2000); Aggregate Objective Functions and Pareto Frontiers: Required Relationships and Practical Implications, *Optimization and Engineering*, 1(2), pp. 171-188.
- Messac, A. and Ismail-Yahaya, A.I. (2001); Required Relationship Between

- Objective Function and Pareto Frontier Orders: Practical Implications”, *AIAA Journal*, 39(11), pp. 2168-2174.
- Miettinen, K. (1999); Nonlinear Multiobjective Optimization, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Roy, A.D. (1952); “Safety First and the Holding of Assets”, *Econometrica*, 20(3), pp. 431-449.
- Sharma, H.P. Ghosh, D. and Sharma, D.K. (2007); “Credit Union Portfolio Management: An Application of Goal Interval Programming”, *Academy of Banking Studies Journal*, 6(1), pp. 39-60.
- Sharpe, W. (1964); “Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk”, *The Journal of Finance*, 19(3), pp. 425-442.
- Steuer, R.E., Qi, Y. and Hirschberger, M. (2005); “Multiple Objectives in Portfolio Selection”, *Journal of Financial Decision Making*, 1(1), pp. 5-20.
- Vedarajan, G., Chan, L.C. and Goldberg, D.E. (1997); Investment Portfolio Optimization Using Genetic Algorithms, In Koza, J.R. editor, Late Breaking Papers at the Genetic Programming Conference, pages 255-263, Stanford University, California.
- Yu, P.L. (1973); “A Class of Solutions for Group Decision Problems”, *Management Science*, 19(8), pp. 936-964.