

فصلنامه پژوهشنامه بازرگانی، شماره ۹۴، بهار ۱۳۹۹، ۲۶-۱

## هماهنگی تصمیم‌های قیمت‌گذاری و بازاریابی محصول جدید با استفاده از نظریه بازی

علی نعیمی صدیق\*

سمیه فتاحی\*\*

پذیرش: ۹۷/۹/۲۰

دریافت: ۹۷/۶/۲۰

رقابت / توسعه محصول جدید / بازی استکلبرگ / بازی نش / بازی با همکاری

### چکیده

در دنیای امروز، یکی از مصادیق رشد و توسعه شرکت‌ها، به وجود آمدن و تولید یک محصول جدید است که در آن عوامل زیادی اهمیت پیدا می‌کنند. قیمت‌گذاری و بازاریابی یک محصول جدید در کنار محصولات فعلی (قدیمی) نکته‌های حائز اهمیت در تعیین مقدار تقاضا و میزان سود است. در این پژوهش از چهار رویکرد بازی تعادل نش، بازی استکلبرگ محصول جدید (محصول جدید - رهبر)، بازی استکلبرگ محصول قدیمی (محصول قدیمی - رهبر) و بازی با همکاری، برای به دست آوردن مقدار تقاضا، سود و قیمت هر دو محصول قدیمی و جدید، استفاده شده است. این رویکردها در دو حالت کلی و با محدودیت (تبلیغات محصول قدیمی غیر مجاز) مورد بحث و بررسی قرار گرفتند. نتایج

\*. گروه پژوهشی کسب و کار الکترونیک، پژوهشکده فناوری اطلاعات، پژوهشگاه علوم و فناوری اطلاعات ایران (ایرانداک)، تهران، ایران  
(naimi@irandoc.ac.ir)

\*\* گروه پژوهشی سیستم‌های اطلاعاتی، پژوهشکده فناوری اطلاعات، پژوهشگاه علوم و فناوری اطلاعات ایران (ایرانداک)، تهران، ایران  
(fatahi@irandoc.ac.ir)

■ علی نعیمی صدیق، نویسنده مسئول.

پژوهش نشان می‌دهد که بازی با همکاری در مجموع سود بیشتری دارد ولی در صورتی که بازیکنان قدرت تصمیم‌گیری یکسانی دارند بازی نش پیشنهاد می‌شود و اگر قدرت بیشتری در بازار دارند به شکلی که می‌توانند تصمیم‌های خود را به بازیکن دیگر تحمیل نمایند بازی استکلبرگ پیشنهاد می‌گردد.

طبقه‌بندی JEL: M30, M31, M39

## مقدمه

به طور کلی، ابتدایی‌ترین و مهم‌ترین مساله در یک واحد تجاری بحث قیمت‌گذاری روی محصول نهایی است. تعیین قیمت فروش محصول باید قبل از شروع به کار انجام گیرد. یکی از مهم‌ترین عوامل تعیین‌کننده در هر مدل کسب و کار، مقوله قیمت‌گذاری و بازاریابی است.<sup>۱</sup> قیمت‌گذاری با هدف حداکثر کردن سود، افزایش سهم بازار، رهبری کیفیت، ادامه حیات و یا افزایش قیمت بازار صورت می‌گیرد. قیمت‌گذاری یکی از مهم‌ترین اجزای مدل کسب و کار است و تصمیمات در راستای آن تأثیر زیادی بر روی سودآوری بنگاه اقتصادی یا شرکت به همراه دارد.

در محصولاتی که پیچیدگی در تولید ندارند، قیمت‌گذاری و بازاریابی می‌تواند به افزایش سود کمک نماید در این پژوهش سعی می‌شود تأثیر بازاریابی و قیمت به طور هم‌زمان بر تقاضای محصول جدید با توجه به محصولات قدیمی موجود در بازار بررسی شود به طوری که افزایش قیمت محصول جدید (قدیمی) نه تنها تقاضای محصول جدید (قدیمی) را کاهش می‌دهد بلکه می‌تواند تقاضای محصول قدیمی (جدید) را افزایش دهد. افزون بر این هزینه بازاریابی نیز می‌تواند در جذب تقاضا برای محصول جدید ایفای نقش نماید. مدل ریاضی ارائه شده با چهار رویکرد نظریه بازی مورد بررسی قرار می‌گیرند. در سناریوی اول محصول جدید و قدیمی به طور هم‌زمان با یکدیگر رقابت می‌نمایند و نقطه تعادل به دست آمده از این بازی تعادل نش<sup>۲</sup> است. در سناریوی دوم بازی استکلبرگ<sup>۳</sup> محصول جدید است به شکلی که ابتدا محصول جدید تصمیم به قیمت می‌گیرد و در نهایت محصول قدیمی با توجه به آن قیمت خود را تعیین می‌نماید، به عبارت دیگر در این حالت محصول جدید نقش رهبر<sup>۴</sup> را دارد و محصول قدیمی نقش پیرو<sup>۵</sup> را ایفا می‌نماید. بازی سوم دقیقاً عکس بازی دوم است و محصول قدیمی می‌تواند تصمیم‌های قیمت خود را به محصول جدید تحمیل نماید. در نهایت در بازی چهارم که یک بازی با همکاری<sup>۶</sup> است محصول جدید و قدیمی با همکاری یکدیگر تصمیم‌های قیمت خود

۱. بندریان، (۱۳۸۹).

2. Nash Equilibrium.

3. Stackelberg Game.

4. Leader.

5. Follower.

6. Cooperative Game.

را می‌گیرند و سعی می‌نمایند که مجموع سود حاصل از محصولات قدیمی و جدید را بیشینه نمایند. همچنین تمام این سناریوها در دو حالت کلی و حالتی که محصول قدیمی نمی‌تواند بازاریابی داشته باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. این مهم به این منظور انجام گرفته است که شرکت قصد دارد محصول جدید را جایگزین محصول قدیمی نماید و محصول قدیمی را از بازار خارج نماید.

بنابراین در این مقاله در قسمت دوم به پیشینه پژوهش پرداخته شده است سپس مدل‌سازی مساله با رویکردهای چهارگانه در بخش سوم ارائه شده است. حل دقیق این مدل‌های در بخش چهارم گنجانده شده است. بخش پنجم به نتایج محاسباتی، تحلیل حساسیت پارامترهای مهم و پیام‌های مدیریتی اختصاص دارد و در پایان، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه گردیده است.

## ۱. مروری بر ادبیات و پیشینه پژوهش

هدف از قیمت‌گذاری، ثبات و پایداری قیمت بهینه با بیشینه نمودن سود نهایی و افزایش تعداد واحدهای فروش است<sup>۱</sup>. در راستای قیمت‌گذاری، نتایج تحقیقات زیادی نشان می‌دهد که قابلیت تولید محصول متمایز در کسب و کارها به بهبود کیفیت محصولات، افزایش انطباق تولید محصولات جدید با نیازها و خواسته‌های مشتریان و بازار و سرمایه‌گذاری به موقع بر روی تولید محصولات جدید می‌انجامد<sup>۲</sup>.

کوپر (۲۰۱۸) عوامل موفقیت توسعه محصول جدید را مورد بررسی قرار داد. تعداد رانه‌های مورد بررسی بیست مورد شناخته شدند که در سه سطح عملیاتی، کسب و کار و سیستمی ارائه گردید. شیروانا و همکاران در سال ۲۰۱۷ به فرایندهای جدید تصمیم‌گیری برای قیمت‌گذاری فناوری‌های بهداشتی در ژاپن در فاز آزمایشی سال مالی ۲۰۱۶/۲۰۱۷ برای معرفی ارزیابی‌های اقتصادی، پرداختند. چاوستیک و کولوسوسکی در سال ۲۰۱۴ به برآورد هزینه محصول جدید در فرآیند توسعه پرداختند. در پژوهشی که توسط آن‌ها صورت گرفت یک رویکرد برای برآورد هزینه در توسعه محصولات جدید ارائه شد. در این پژوهش، نمونه‌هایی برای برآورد هزینه

۱. الکساندر و جین ماری، (۲۰۱۰)

۲. مرگان و همکاران، ۲۰۰۹، چن و تایتسو، ۲۰۱۲، وهریز و مرگان، (۲۰۰۹).

محصول آینده در مراحل مختلف فرآیند پیاده‌سازی ارائه شده است. روش‌های پیشنهادی برای تخمین هزینه‌های برنامه‌ریزی، توسعه و فعالیت‌های عملیاتی پیشنهاد شده است. به این ترتیب امکان ارزیابی هزینه-اثربخشی فرآیند از لحاظ دستیابی به مزایای مورد نظر و تصمیم‌گیری موثر وجود دارد. وو و همکارانش (۲۰۱۷) به بررسی مدل‌های پویا با قیمت‌گذاری برای محصولات جدید پرداختند. آن‌ها، به بررسی تاثیر مشترک بر پارامترهای انتشار محصول و قیمت‌گذاری به‌طور هم‌زمان پرداختند. نتایج نشان داد که هماهنگی قیمت‌گذاری و قیمت‌گذاری پویا سودآوری را بهبود می‌بخشد. همچنین، استراتژی بهینه‌سازی قیمت‌گذاری تحت تاثیر شرایط بازار است. چندراسکاران و همکاران در سال ۲۰۱۳ به قیمت‌گذاری محصولات جدید در سطح بین‌المللی پرداختند. این مطالعه بر اثر دو جنبه قیمت (قیمت نسبی و نوسان قیمت) بر تولید بین‌المللی محصولات جدید تمرکز دارد. در این مطالعه استفاده از یک مجموعه داده جدید، هفت محصول جدید الکترونیکی مصرفی در هشت کشور بررسی شده است. تجزیه و تحلیل آن‌ها نشان می‌دهد که هر دو قیمت نسبی و نوسانات قیمت به‌طور قابل توجهی حائز اهمیت هستند. سوان پورن و اسپیت در سال ۲۰۱۰ نیز در زمینه عوامل موفقیت توسعه محصول جدید در صنایع غذایی تابند تحقیق دیگری را انجام داده‌اند که ۱۵ عامل اساسی استخراج شده از ادبیات را در چهار طبقه عمده، (۱) استفاده از تحقیقات بازار در ارزیابی نمونه محصول، (۲) استفاده از تحقیقات بازار در هدایت طرح‌های تحقیق و توسعه، (۳) استفاده از تحقیقات بازاریابی قبل از شروع طرح‌های تحقیق و توسعه و (۴) استفاده از تحقیقات بازاریابی در تعیین جایگاه قرار دادند. آن‌ها عوامل تاثیرگذار را به ترتیب، (۱) تسهیم دانش ارتباطات غیررسمی در طول فرآیند کار، (۲) تمرکز ایده‌های محصول جدید بر روی شایستگی‌های شرکت، اعلام محصول جدید به‌عنوان شایستگی سازمانی، تعهد و حمایت مدیریت ارشد از پروژه‌های توسعه محصول جدید، (۳) داشتن برنامه برای توسعه محصول جدید و ابزاری برای سنجش توسعه محصول جدید در سازمان، (۴) ارتباط با عرضه‌کنندگان مواد اولیه صنایع غذایی و ارتباط با عرضه‌کنندگان تجهیزات صنایع غذایی ارائه دادند. پاپاناستاسیو و ساوا در سال ۲۰۱۶ به قیمت‌گذاری پویا با توجه به یادگیری اجتماعی و مصرف‌کنندگان استراتژیک پرداختند. این مقاله به بررسی چگونگی حضور یادگیری اجتماعی بر تعامل استراتژیک بین یک انحصارطلبی قیمت پویا و جمعیت مصرف‌کننده

پیش رو در قالب یک مدل دو مرحله‌ای ساده پرداخت. ژوو همکاران در سال ۲۰۱۵ به اثرات تجزیه و تحلیل داده‌های بزرگ و تجزیه و تحلیل بازاریابی سنتی در موفقیت محصول جدید پرداختند. این مطالعه به معرفی طبقه‌بندی دانش همبستگی برای درک روابط بین تجزیه و تحلیل بازاریابی سنتی، تجزیه و تحلیل داده‌های بزرگ و موفقیت محصول جدید می‌پردازد. با توجه به حجم بالا و سرعت اطلاعات و دانش ذینفعان مختلف در اقتصاد دیجیتال، هدف از طبقه‌بندی کمک به شرکت‌ها در ایجاد استراتژی برای ترکیب دانش از دامنه بازاریابی است. مطالعه نشان می‌دهد که کسب دانش برای بهبود محصولات جدید به صورت خودکار نیست و نیاز به انتخاب استراتژی برای به دست آوردن منافع آن دارد. نیشینو و تاجاهجونو (۲۰۱۸) با رویکرد نظریه بازی به مزایا و معایب سامانه خدمات محصول از جهات مختلف پرداختند. محورهای مورد بررسی ایشان محصول، کاربرد و نتیجه بوده است. در مقاله منگ یو، ۲۰۱۷ با توجه به ساختار تصمیم‌گیری سلسله‌مراتبی، بازی استکلبرگ دو سطحی<sup>۱</sup> برای تعامل بین بازیکنان مختلف پیشنهاد شده است. وجود یک تعامل استکلبرگ منحصر به فرد که راه‌حل‌های بهینه سیستم را ارائه می‌دهد، نشان داده شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی در جبران کمبود منابع سیستم با کمترین هزینه موثر است. در مقاله لاگوس، ۲۰۱۷ بر روی بازی استکلبرگ تمرکز شده است که از برنامه امنیتی به وجود می‌آید و با استفاده از شاخه جدید و قیمت‌گذاری، برای حل فرمول‌های بهینه‌سازی ترکیبی را مورد پژوهش قرار دهد.

همچنین پژوهش‌هایی در داخل کشور انجام شده است که به طور مختصر در ادامه آمده است. بندریان، ۱۳۸۹ در تحقیق خود بیان داشته است که از دیدگاه روش‌شناسی، روش‌های علمی و ریاضی برای قیمت‌گذاری به سه گروه اصلی تقسیم می‌شوند که عبارتند از: روش هزینه مبنا، روش بازار مبنا، روش ارزش مبنا. حیدری، ۱۳۹۲ تحقیقی میدانی انجام داده که هدف از آن بررسی تأثیر ترندهای قیمت‌گذاری بازاریابی عصبی بر رفتار خرید مصرف‌کننده‌های پوشاک در فروشگاه‌های پاتن جامه است. نتایج تحقیقات مختلف نشان می‌دهد که انتخاب ترندهای قیمت‌گذاری بازاریابی عصبی می‌توانند بر روی رفتار مصرف‌کننده اثر بگذارند. جامعه تحقیق، مشتریان فروشگاه‌های پاتن جامه در استان کردستان است که به روش

نمونه‌گیری در دسترس، ۹۰ نفر از مشتریان به عنوان نمونه انتخاب شده است. برای جمع‌آوری داده‌ها از پرسش‌نامه پنج گزینه‌ای لیکرت و برای تجزیه و تحلیل آن‌ها از آزمون تی- تک نمونه استفاده شد و نتایج نشان داد که ترفندهای قیمت‌گذاری بازاریابی عصبی بر رفتار خرید مصرف‌کننده تاثیر مثبت دارد. این مطالعه می‌تواند به فروشگاه‌های پوشاک فروشی جهت هرچه اثربخش‌تر کردن ترفندهای قیمت‌گذاری بازاریابی عصبی کمک کند. مدرس و همکاران، ۱۳۸۵ در مقاله خود ضمن بررسی عواملی که در بستر سازمانی تیم توسعه محصول موفقیت آن را تضمین می‌نمایند، با تشریح دو عامل مهم در سازمان‌دهی تیم توسعه محصول یعنی «استراتژی توسعه محصول» و «ویژگی‌های سازمانی»، مقدمات و پیش‌نیازهای لازم جهت سازمان‌دهی تیم توسعه محصول را بیان می‌کنند. قاسمی نژاد و شاه‌امیری، ۱۳۹۲ چارچوبی مفهومی به منظور انتخاب بهترین ایده‌های محصولات نوآورانه ارائه دادند. این مدل بیانگر چارچوبی است که بر مبنای درک نیازهای مشتریان، تعیین نیازمندی‌های بخش بازار حیاتی و مشخصات مشتریان مورد نظر، ارزیابی سهامداران و تحلیل اهداف و راهبرد آن‌ها، مدیریت شبکه‌های تأمین، تحلیل رقابتی، تحلیل زیرساخت و اولویت‌بندی ایده‌های محصولات جدید و نوآورانه بنا نهاده شده است. پیله‌وری و همکاران، ۱۳۹۳، ۵۵ عامل تاثیرگذار بر فرایند توسعه محصول جدید در حوزه نانو فناوری در شش بعد فردی، درون‌سازمانی، برون‌سازمانی، حمایتی، فناوری و تجاری‌سازی در قالب پرسشنامه در اختیار ۴۳ نفر از خبرگان توسعه، تحقیق و نوآوری در حوزه‌های مرتبط با فناوری نانو قرار گرفت. پرسشنامه‌ها از طریق معادلات ساختاری و به روش حداقل مربعات جزئی بررسی و پس از معین شدن اوزان عامل‌ها و حذف عامل‌های کم اهمیت و نیز تعیین وزن هر شاخص، عامل‌های تاثیرگذار در فرایند توسعه محصول در این حوزه مشخص شد. در مقاله سیدحسینی و ایرانبان، ۱۳۸۵ نیز تلاش شد که هر سه جنبه اصلی فضای مهندسی هم‌زمان یعنی طراحی، تولید و مشتری مورد توجه قرار گرفته و در نهایت مدل مفهومی توسعه محصول جدید در این فضا ارائه گردید. سلیمی و نصیری (۱۳۸۶) مدلی برای نوآوری محصول به صورت عام پیشنهاد دادند که تلفیقی از مدل‌های نوآوری محصول و مدیریت استراتژیک بوده و متشکل از شش فرایند وابسته به هم است. این فرایندها برای حداکثر کردن بازده سهامداران و دیگر ذینفعان، با شناسایی، سرمایه‌گذاری و مدیریت بهترین پرتفوی از پروژه‌های نوآوری محصول، با هم کار می‌کنند. یکی از بخش‌های

این مدل تحقیق و توسعه است که نقش مهمی در نوآوری محصول و موفقیت شرکت ایفا می‌کند که در کنار شرح مدل، به تأثیر جهانی شدن تحقیق و توسعه بر نوآوری محصول نیز پرداخته شده است.

همان‌طور که در بالا آمده است تاکنون پژوهش‌های زیادی در حوزه قیمت‌گذاری محصولات جدید و تأثیر بازاریابی بر توسعه محصولات جدید انجام شده است. لذا لزوم بررسی هم‌زمان تأثیر قیمت‌گذاری و بازاریابی بر تقاضای محصولات جدید احساس می‌شود. در این پژوهش در نظر داریم با استفاده از مدل ریاضی به بررسی هم‌زمان تأثیر قیمت‌گذاری و بازاریابی بر تقاضای محصولات جدید بپردازیم، به طوری که بین محصول قدیمی و جدید رقابت وجود دارد. در این راستا به بررسی چهار مدل پرداخته خواهد شد، مدل بازی نش به رقابت هم‌زمان بین محصولات می‌پردازد. دو مدل بعدی، بازی استکلبرگ است که در دو حالت که محصول جدید-رهبر و محصول قدیمی-رهبر مورد بررسی قرار می‌گیرند. مدل چهارم بازی باهمکاری است که تمامی این مدل‌ها در دو حالت بررسی شده‌اند یک بار در حالت کلی و بار دیگر در صورت وجود محدودیت تبلیغات محصول دوم غیرمجاز باشد.

### ۳. مدل سازی مساله

در این قسمت به شرح جزئیات مدل پرداخته می‌شود که پس از تعریف پارامترها و متغیرها، مدل ریاضی هر یک از بازی‌ها ارائه خواهد شد.

#### ۳-۱. تعریف مساله

در ابتدا تأثیر هم‌زمان قیمت‌گذاری و بازاریابی بر تقاضای محصول جدید در حالت وجود دو خرده‌فروش بررسی می‌گردد. به ترتیب  $\pi_1$  و  $\pi_2$  سود حاصل از فروش دو خرده‌فروش مذکور است. در این قسمت منظور از خرده‌فروش اول محصول جدید و خرده‌فروش دوم بیانگر محصول قدیمی است.

با توجه به جدید بودن محصول دو تقاضا خواهیم داشت: تقاضای محصول جدید و تقاضای محصول قدیمی.

تقاضاها به ترتیب  $D_1$  و  $D_2$  نام‌گذاری شده‌اند.



پارامترها و متغیرهای تصمیم به شرح زیر می‌باشند:

$D_1$  تقاضای محصول جدید (متغیر تصمیم)

$D_2$  تقاضای محصول قدیمی (متغیر تصمیم)

$\pi_1$  سود حاصل از فروش خرده‌فروش اول (متغیر تصمیم)

$\pi_2$  سود حاصل از فروش خرده‌فروش دوم (متغیر تصمیم)

$p_1$  قیمت محصول جدید (متغیر تصمیم)

$p_2$  قیمت محصول قدیمی (متغیر تصمیم)

$a_1$  هزینه تبلیغات محصول جدید (متغیر تصمیم)

$a_2$  هزینه تبلیغات محصول قدیمی (متغیر تصمیم)

$\alpha_i$  عدد ثابت (تقاضای بالقوه)

$\beta_i$  ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به قیمت محصول خودی

$\gamma_i$  ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به قیمت محصول رقیب

$\lambda_i$  ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به تبلیغات محصول خودی

$\mu_i$  ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به تبلیغات محصول رقیب

تقاضای محصول جدید و قدیمی تابعی از قیمت ( $P_j$ ) و هزینه بازاریابی ( $a_j$ ) است (هوانگ، ۲۰۱۳).

$$D_i(P_i, a_i) = \alpha_i - \beta_i P_i + \gamma_j P_j + \lambda_i a_i - \mu_j a_j \quad \text{for } j = 3 - i \quad (1)$$

### ۲-۳. مدل ریاضی خرده‌فروشان

هدف هر خرده‌فروش بالا بردن تقاضا و در نتیجه بیشینه نمودن سود حاصل از فروش است، که با در نظر گرفتن هدف باید طوری محصولات قیمت‌گذاری و تبلیغ شوند که ماکزیمم سود حاصل گردد. بنابراین تابع سود به صورت زیر تعریف می‌گردد:

هزینه تولید - هزینه تبلیغات - درآمد = سود فروشنده

$$\pi(a, p) = pD - aD - cD \quad (۲)$$

مدل ریاضی تابع سود که خود تابعی از متغیرهای تصمیم مساله است در ذیل آورده شده است که محدودیت‌ها نیز ذکر شده است.

$$\max \pi(a, p) = pD - aD - cD$$

s.t.

$$p \geq 0 \quad (۳)$$

$$a \geq 0$$

$$a = 0.1 p$$

$$D_i(P_i, a_i) = \alpha_i - \beta_i P_i + \gamma_j P_j + \lambda_i a_i - \mu_j a_j$$

معادله (۱) که تابع تقاضا است در معادله (۳) که تابع سود است جایگذاری می‌گردد:

$$\begin{aligned} \pi(p, a) = & (\alpha p_1 - \beta p_1^2 + \gamma p_2 p_1 + \lambda a_1 p_1 - \mu a_2 p_1) \\ & - (\alpha a_1 - \beta p_1 a_1 + \gamma p_2 a_1 + \lambda a_1^2 - \mu a_2 a_1) \\ & - (\alpha c - \beta p_1 c + \gamma p_2 c + \lambda a_1 c - \mu a_2 c) \end{aligned} \quad (۴)$$

به منظور حل مدل هزینه تبلیغات ۱۰ درصد از قیمت فروش محصول در نظر گرفته شده است، از طرف دیگر به منظور سادگی و بدون از دست رفتن کلیت مدل، پارامترها و متغیرها با اندیس ۱ مربوط به محصول جدید است، بنابراین مدل به صورت زیر تغییر می‌نماید:

$$D_1 = \alpha_1 - \beta_1 P_1 + \gamma_2 p_2 + \lambda_1 (0.1 P_1) - \mu_2 (0.1 P_2) \quad (۵)$$

با جایگذاری تغییر یافته (معادله ۵) در معادله سود (۲)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \pi_1 = & p_1 (\alpha_1 - \beta_1 P_1 + \gamma_2 p_2 + 0.1 \gamma_1 p_1 - 0.1 \mu_1 P_2) \\ & - 0.1 p_1 (\alpha_1 - \beta_1 P_1 + \gamma_2 p_2 + 0.1 \gamma_1 p_1 - 0.1 \mu_1 P_2) \\ & - C_1 (\alpha_1 - \beta_1 P_1 + \gamma_2 p_2 + 0.1 \gamma_1 p_1 - 0.1 \mu_1 P_2) \end{aligned} \quad (۶)$$

بنابراین معادله (۶)، معادله سود خرده‌فروش اول با در نظر گرفتن هزینه بازاریابی به شرح زیر خواهد شد:

$$\pi_1 = 0.9p_1\alpha_1 - 0.9\beta_1P_1^2 + 0.9\gamma_2p_2P_1 + 0.09\lambda_1P_1^2 - 0.09\mu_2P_2P_1 - C_1\alpha_1 + C_1\beta_1P_1 - C_1\gamma_2p_2 - (0.1)C_1\lambda_1p_1 + (0.1)\mu_2P_2C_1 \quad (7)$$

همچنین معادله سود خرده‌فروش دوم (محصول قدیمی) به قرار زیر خواهد شد:

$$\pi_2 = 0.9P_2\alpha_2 - 0.9\beta_2P_2^2 + 0.9\gamma_1P_1P_2 - 0.09P_1P_2\mu_1 + 0.09\lambda_2P_2^2 - C_2\alpha_2 + C_2\beta_2P_2 - C_2\gamma_1p_1 + 0.1P_1\mu_1C_1 - 0.1\lambda_2P_2C_2 \quad (8)$$

### ۳-۳. بازی نش

زمانی که دو خرده‌فروش بخواهند به طور هم‌زمان قیمت‌گذاری کنند به طوری که سود هر دو به صورت بهینه به دست آید و حداکثر شدن تقاضای هر دو هدف اصلی‌شان باشد. از طریق بازی تعادل نش قیمت‌گذاری انجام شده و به طور هم‌زمان سود بهینه هر دو حاصل می‌شود. در این روش هیچ‌یک از این دو خرده‌فروش تمایل به تغییر تصمیم ندارند چون در آن صورت سود بازیکن کاهش خواهد یافت. مدل بازی نش به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \max \pi_1 &= p_1D_1 - a_1D_1 - C_1D_1 \\ \text{s.t.} \\ p_1 &\geq 0 \\ a_1 &\geq 0 \\ a_1 &= 0.1 p_1 \\ D_{(p_1, a_1)} &= \alpha_1 - \beta_1P_1 + \gamma_1P_2 + \lambda_1a_1 - \mu_1a_2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \max \pi_2 &= p_2D_2 - a_2D_2 - C_2D_2 \\ \text{s.t.} \\ p_2 &\geq 0 \\ a_2 &\geq 0 \\ a_2 &= 0.1 p_2 \\ D_{(p_2, a_2)} &= \alpha_2 - \beta_2P_1 + \gamma_2P_2 + \lambda_2a_1 - \mu_2a_2 \end{aligned}$$

### ۳-۴. بازی استکلبرگ محصول جدید

در این مدل خرده فروش اول (محصول جدید) نقش رهبر را به خود می‌گیرد بنابراین خرده فروش اول با در نظر گرفتن حداکثر سود خود، قیمت مورد نظر خود را به خرده فروش دوم (محصول قدیمی) تحمیل می‌نماید و خرده فروش دوم که در نقش پیرو قرار دارد با توجه به استراتژی رهبر و تمامی جوانب، قیمت خود را بهینه می‌کند.

در این حالت ابتدا قیمت و هزینه بازاریابی محصول جدید به دست می‌آید سپس محصول قدیمی با در نظر گرفتن فاکتورهای محصول جدید تصمیم‌گیری می‌کند.

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_1 &= p_1 D_1 - a_1 D_1 - C_1 D_1 \\ \text{s.t.} \\ p_1 &\geq 0 \\ a_1 &\geq 0 \\ a_1 &= 0.1 p_1 \\ D_{(p_1, a_1)} &= \alpha_1 - \beta_1 p_1 + \gamma_1 p_2 + \lambda_1 a_1 - \mu_1 a_2 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (p_2, a_2) \in \arg \text{Max } \pi_2 &= p_2 D_2 - a_2 D_2 - C_2 D_2 \\ \text{s.t.} \\ p_2 &\geq 0 \\ a_2 &\geq 0 \\ a_2 &= 0.1 p_2 \\ D_{(p_2, a_2)} &= \alpha_2 - \beta_2 p_1 + \gamma_2 p_2 + \lambda_2 a_1 - \mu_2 a_2 \end{aligned}$$

### ۳-۵. بازی استکلبرگ محصول قدیمی

این حالت عکس حالت قبل است، یعنی ابتدا استراتژی محصول قدیمی (خرده فروش دوم) بیان می‌شود و بعد خرده فروش اول (محصول جدید) واکنش خود را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر خرده فروش اول که در نقش پیرو ایفای نقش می‌نماید پس از خرده فروش دوم می‌تواند تصمیم خود را اتخاذ نماید. بنابراین مدل ریاضی این حالت به شرح زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \text{Max } \pi_2 &= p_2 D_2 - a_2 D_2 - C_2 D_2 \\ \text{s.t.} \\ p_2 &\geq 0 \\ a_2 &\geq 0 \\ a_2 &= 0.1 p_2 \\ D_{(p_2, a_2)} &= \alpha_2 - \beta_2 p_1 + \gamma_2 p_2 + \lambda_2 a_1 - \mu_2 a_2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (p_1, a_1) \in \arg \text{Max } \pi_1 &= p_1 D_1 - a_1 D_1 - C_1 D_1 \\ \text{s.t.} \\ p_1 &\geq 0 \\ a_1 &\geq 0 \\ a_1 &= 0.1 p_1 \\ D_{(p_1, a_1)} &= \alpha_1 - \beta_1 p_1 + \gamma_1 p_2 + \lambda_1 a_1 - \mu_1 a_2 \end{aligned}$$

### ۳-۶. بازی با همکاری

در این روش دو خرده‌فروش با همکاری یکدیگر به دنبال این هستند که هر دو محصول در مجموع به حداکثر سود برسند. در این روش هدف بالا بردن مجموع سود دو خرده‌فروش است. سود کل از مجموع سود دو خرده‌فروش حاصل می‌شود که معادلات سود در روش بازی با همکاری در رابطه زیر نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \pi_c = \pi_1 + \pi_2 &= 0.9p_1\alpha_1 - 0.9\beta_1p_1^2 + 0.9\gamma_2p_2p_1 + 0.09\lambda_1p_1^2 - 0.09\mu_2p_2p_1 - c_1\alpha_1 + c_1\beta_1p_1 \\ &\quad - c_1\gamma_2p_2 - 0.1c_1\lambda_1p_1 + 0.1\mu_2p_2c_1 + 0.9p_2\alpha_2 - 0.9\beta_2p_2^2 + 0.9\gamma_1p_1p_2 \\ &\quad - 0.09p_1p_2\mu_1 + 0.09\lambda_2p_2^2 - c_2\alpha_2 + c_2\beta_2p_2 - c_2\gamma_1p_1 + 0.1p_1\mu_1c_1 - 0.1\lambda_2p_2c_2 \end{aligned} \quad (12)$$

### ۴. حل مساله

در این بخش به حل مدل‌های پیشنهادی از بخش قبل پرداخته خواهد شد.

#### ۴-۱. حل بازی نش

تابع سود در حالت کلی محاسبه شد، برای به دست آوردن، از تابع برحسب  $P_1$  مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم و  $P_1$  را محاسبه می‌کنیم. در این حالت که به تعادل نش معروف است قیمت محصول جدید و قدیمی به طور هم‌زمان محاسبه می‌گردد. بنابراین از تابع سود برحسب قیمت مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial P_1} = \alpha_1 - 2\beta_1 P_1 + \gamma_2 p_2 + (0.2)\lambda_1 p_1 - (0.1)\mu_2 P_2 - (0.1)\alpha_1 + (0.2)\beta_1 P_1 - (0.1)\gamma_2 p_2 - (0.02)\lambda_1 p_1 + (0.01)\mu_2 P_2 + C_1 \beta_1 - (0.1)C_1 \lambda_1 = 0 \quad (13)$$

به این طریق معادله قیمت محصول جدید در حالت نش به دست می‌آید:

$$p_1^* = \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 P_2 + C_1 \beta_1 - 0.1C_1 \lambda_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \quad (14)$$

برای محاسبه قیمت محصول قدیمی و هزینه تبلیغات آن از تابع سود مشتق گرفته و  $P_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial P_2} = \alpha_2 - 2\beta_2 P_2 + \gamma_1 p_1 + 0.1p_1 \mu_1 + 0.2\lambda_2 P_2 - 0.1\alpha_2 + 0.2\beta_2 P_2 - 0.1\gamma_1 p_1 + 0.01P_1 \mu_1 - 0.02\lambda_2 P_2 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2 = 0 \quad (15)$$

به این ترتیب قیمت محصول قدیمی در حالت تعادل نش به دست می‌آید:

$$p_2^* = \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1 \mu_1 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \quad (16)$$

#### ۴-۲. بازی استکلبرگ محصول جدید

در بازی استکلبرگ رهبر با توجه به پیشینه کردن هدف خود، استراتژی خود را ارائه می‌دهد. و سپس بازیکنان پیرو با توجه به استراتژی رهبر بهترین استراتژی را ارائه خواهند داد. در این حالت محصول جدید به عنوان رهبر قیمت را مشخص می‌کند و بعد محصول قدیمی با توجه به آن قیمت خود را ارائه می‌دهد. برای نیل به این هدف می‌بایست تابع به دست آمده در حالت تعادل نش (معادله ۱۶) را در تابع جایگذاری کنیم و از این طریق تابع را به دست آوریم.

معادله (۱۶) در معادله (معادله ۷) جایگذاری می‌گردد:

$$\begin{aligned} \pi_1 = & 0.9p_1 \alpha_1 - 0.9\beta_1 P_1^2 + 0.9\gamma_2 P_1 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1 \mu_1 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \\ & + 0.09\lambda_1 P_1^2 - 0.09\mu_2 P_1 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1 \mu_1 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) - C_1 \alpha_1 + C_1 \beta_1 P_1 - 0.1C_1 \lambda_1 p_1 \\ & - C_1 \gamma_2 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1 \mu_1 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \\ & + 0.1\mu_2 C_2 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1 \mu_1 + C_2 \beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

از معادله سود خرده‌فروش اول بر حسب قیمت محصول جدید مشتق گرفته و سپس مساوی صفر قرار می‌دهیم تا قیمت محصول جدید به صورت انحصاری به دست آید:

$$\begin{aligned} \pi_1 = & 0.9p_1\alpha_1 - 0.9\beta_1 p_1^2 + 0.9\gamma_2 p_1 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1\mu_1 + C_2\beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \\ & + 0.09\lambda_1 p_1^2 - 0.09\mu_2 p_1 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1\mu_1 + C_2\beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) - C_1\alpha_1 + C_1\beta_1 P_1 - 0.1C_1\lambda_1 p_1 \\ & - C_1\gamma_2 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1\mu_1 + C_2\beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \\ & + 0.1\mu_2 C_2 \left( \frac{0.9\alpha_2 + 0.9\gamma_1 p_1 - 0.09P_1\mu_1 + C_2\beta_2 - 0.1\lambda_2 C_2}{1.8\beta_2 - 0.18\lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

قیمت محصول جدید به عنوان رهبر به صورت مستقل به قرار زیر است:

$$\begin{aligned} P_1^* = & \frac{1.62\alpha_1\beta_2 - 0.162\alpha_1\lambda_2 + 0.81\alpha_2\gamma_2 + 0.9c_2\beta_2\gamma_2 - 0.09\gamma_2\lambda_2 c_2 - 0.081\mu_2\alpha_2 - 0.09\mu_2 c_2\beta_2}{3.24\beta_1\beta_2 - 0.324\beta_1\lambda_2 - 1.62\gamma_1\gamma_2 + 0.162\mu_1\gamma_2 - 0.324\beta_2\lambda_1 + 0.0324\lambda_1\lambda_2} \\ & + \frac{0.009\mu_2\lambda_2 c_2 + 1.8\beta_2 c_1\beta_1 - 0.18\lambda_2 c_1\beta_1 - 0.18\beta_2 c_1\lambda_1 + 0.018c_1\lambda_1\lambda_2 - 0.9\gamma_1 c_1\gamma_2}{+0.162\gamma_1\mu_2 - 0.0162\mu_1\mu_2} \\ & + \frac{0.09\mu_1 c_1\gamma_2 + 0.09\gamma_1\mu_2 c_1 - 0.009\mu_1\mu_2 c_1}{+0.09\mu_1 c_1\gamma_2 + 0.09\gamma_1\mu_2 c_1 - 0.009\mu_1\mu_2 c_1} \end{aligned} \quad (19)$$

#### ۳-۴. بازی استکلبرگ محصول قدیمی

در حالت دوم نیز که محصول جدید به عنوان پیرو قرار می‌گیرد، قیمت محصول قدیمی باید به صورت مستقل محاسبه گردد تا فروشنده اول بر حسب آن بتواند قیمت محصول خود را تخمین بزند. بر این اساس تابع به دست آمده در حالت تعادل نش را در تابع جایگذاری می‌کنیم و تابع یعنی همان قیمت محصول قدیمی به صورت مستقل به دست می‌آید.

معادله (۱۴) در معادله (معادله ۸) جایگذاری می‌گردد:

$$\begin{aligned} \pi_2 = & 0.9p_2\alpha_2 - 0.9\beta_2 p_2^2 + 0.9\gamma_1 p_2 \left( \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1\beta_1 - 0.1c_1\lambda_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \right) \\ & - 0.09p_2\mu_1 \left( \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1\beta_1 - 0.1c_1\lambda_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \right) - 0.09\lambda_2 p_2^2 - c_2\alpha_2 \\ & + c_2\beta_2 p_2 - c_2\gamma_1 \left( \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1\beta_1 - 0.1c_1\lambda_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \right) \\ & + 0.1\mu_1 c_1 \left( \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1\beta_1 - 0.1c_1\lambda_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \right) - 0.1\lambda_2 p_2 c_2 \end{aligned} \quad (20)$$

از معادله سود فروشنده دوم بر حسب قیمت محصول قدیمی مشتق گرفته می‌شود و در نهایت برای محاسبه قیمت محصول قدیمی، این مشتق مساوی صفر قرار می‌گیرد.

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial \rho_2} = \frac{1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} (1.62\beta_1\alpha_2 - 0.162\lambda_1\alpha_2 - 3.24\beta_1\beta_2\rho_2 + 0.324\lambda_1\beta_2\rho_2 + 0.81\delta_1\alpha_1 + 1.62\delta_1\delta_2\rho_2 - 0.162\delta_1\mu_2\rho_2 + 0.9\delta_1c_1\beta_1 - 0.09\delta_1c_1\lambda_1 - 0.081\mu_1\alpha_1 - 0.162\mu_1\delta_2\rho_2 + 0.0162\mu_1\mu_2\rho_2 - 0.09\mu_1c_1\beta_1 + 0.009\mu_1c_1\lambda_1 + 0.324\beta_1\lambda_1\rho_2 - 0.0324\lambda_1\lambda_2\rho_2 + 1.8\beta_1\beta_2c_2 - 0.18\lambda_1c_2\beta_2 - 0.9c_2\delta_1\delta_2 + 0.09c_2\delta_1\mu_2 + 0.09\mu_1c_1\delta_2 - 0.009\mu_1c_1\mu_2 - 0.18\beta_1\lambda_2c_2 + 0.018\lambda_1\lambda_2c_2) = 0 \quad (21)$$

قیمت محصول قدیمی به صورت مستقل که قرار است به عنوان رهبر و مبنای قیمت گذاری باشد به قرار معادله (۲۲) است:

$$p_2^* = \frac{1.62\beta_1\alpha_2 - 0.162\lambda_1\alpha_2 + 0.81\gamma_1\alpha_1 + 0.9\gamma_1c_1\beta_1 - 0.09\gamma_1c_1\lambda_1 - 0.081\mu_1\alpha_1}{3.24\beta_1\beta_2 - 0.324\lambda_1\beta_2 - 1.62\gamma_1\gamma_2 + 0.162\gamma_1\mu_2 + 0.162\mu_1\gamma_2 - 0.09\mu_1c_1\beta_1 + 0.009\mu_1c_1\lambda_1 + 1.8\beta_1\beta_2c_2 - 0.18\lambda_1c_2\beta_2 - 0.9c_2\gamma_1\gamma_2 - 0.0162\mu_1\mu_2 - 0.324\beta_1\lambda_2 + 0.0324\lambda_1\lambda_2} + \frac{0.09c_2\gamma_1\mu_2 + 0.09\mu_1c_1\gamma_2 - 0.009\mu_1c_1\mu_2 - 0.18\beta_1\lambda_2c_2 + 0.018\lambda_1\lambda_2c_2}{0.09c_2\gamma_1\mu_2 + 0.09\mu_1c_1\gamma_2 - 0.009\mu_1c_1\mu_2 - 0.18\beta_1\lambda_2c_2 + 0.018\lambda_1\lambda_2c_2} \quad (22)$$

#### ۴-۴. حل مدل بازی با همکاری

برای حل مدل بازی با همکاری از تابع سود کل که از مجموع سود دو خرده فروش حاصل می شود مشتق می گیریم. یک بار بر حسب قیمت محصول اول و بار دیگر بر حسب قیمت محصول دوم مشتق را محاسبه می کنیم.

$$\frac{\delta \pi_c}{\delta p_1} = 0.9\alpha_1 - 1.8\beta_1p_1 + 0.9\gamma_2p_2 + 0.18\lambda_1p_1 - 0.09\mu_2p_2 + c_1\beta_1 - 0.1c_1\lambda_1 + 0.9\gamma_1p_2 - 0.09p_2\mu_1 - c_2\gamma_1 + 0.1\mu_1c_1 = 0 \Rightarrow p_1 = f(p_2) \quad (23)$$

$$\frac{\delta \pi_c}{\delta p_2} = 0.9\gamma_2p_1 - 0.09\mu_2p_1 - c_1\gamma_2 + 0.1\mu_2c_1 + 0.9\alpha_2 - 1.8\beta_2p_2 + 0.9\gamma_1p_1 - 0.09p_1\mu_1 + 0.18\lambda_2p_2 + c_2\beta_2 - 0.1\lambda_2c_2 = 0 \Rightarrow p_2^* = f(p_1) \quad (24)$$

با توجه به دست آمدن دو معادله (۲۳) و (۲۴) و دو مجهول قیمت محصول اول و دوم و حل این دستگاه، قیمت محصول اول و محصول دوم محاسبه می گردد و به قرار معادلات زیر است.



$$p_1^* = \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1 \beta_1 - 0.1c_1 \lambda_1 + 0.9\gamma_1 p_2 - 0.09p_2 \mu_1 - c_2 \gamma_1 + 0.1\mu_1 c_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \quad (25)$$

$$p_1^* = \frac{0.9\alpha_1 + 0.9\gamma_2 p_2 - 0.09\mu_2 p_2 + c_1 \beta_1 - 0.1c_1 \lambda_1 + 0.9\gamma_1 p_2 - 0.09p_2 \mu_1 - c_2 \gamma_1 + 0.1\mu_1 c_1}{1.8\beta_1 - 0.18\lambda_1} \quad (26)$$

## ۵. نتایج محاسباتی

برای حل مدل ریاضی از نرم‌افزار Matlab R2013a استفاده شده است که در ادامه پارامترها و خروجی‌ها به همراه تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مهم ارائه می‌گردد.

### ۵-۱. مقادیر پارامترها

برای حل مدل ریاضی مقادیر پارامترها به شرح زیر است:

جدول ۱- مقادیر پارامترها

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$\mu_1$	۲	$\beta_1$	۲۲	$\lambda_1$	۸
$\mu_2$	۴	$\beta_2$	۱۸	$\lambda_2$	۷
$\alpha_1$	۱۰۰۰۰	$\gamma_1$	۲	$c_1$	۵
$\alpha_2$	۲۰۰۰۰	$\gamma_2$	۱	$c_2$	۴

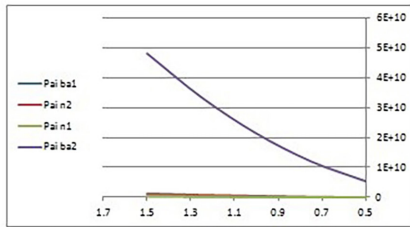
مساله در حالتی که تبلیغی برای محصول قدیمی صورت نگیرد نیز انجام گرفت و قیمت و مقدار تقاضا و سود حاصل از آن و هزینه تبلیغات در هر دو صورت به دست آمد.

جدول ۲- نتایج حاصل از نرم افزار

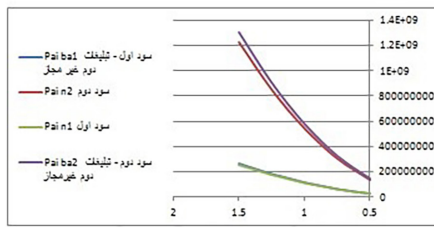
	بازی نش		بازی با همکاری	
	تبلیغات محصول قدیمی مجاز	تبلیغات محصول قدیمی غیر مجاز	تبلیغات محصول قدیمی مجاز	تبلیغات محصول قدیمی غیر مجاز
$D_1$	۵۱۷۱۴	۵۲۷۸۲	۴۶۳۶۳	۴۷۶۴۹
$D_2$	۱۰۲۱۶۰	۱۰۲۲۱۰	۱۰۱۵۸۰	۱۰۱۶۱۰
$P_1$	۲۴۴۴	۲۴۹۵	۲۶۹۹	۲۷۴۰
$P_2$	۵۹۰۹	۵۶۸۲۳	۵۹۶۹	۵۷۴۰
$\pi_1$	۱۱۳۵۳۰۰۰	۱۱۸۲۷۰۰۰	۱۱۲۳۹۰۰۰	۱۱۷۲۷۰۰۰
$\pi_2$	۵۴۲۹۸۰۰۰	۵۸۰۳۸۰۰۰	۵۴۵۳۷۰۰۰	۵۸۲۸۵۰۰۰
	استکلبرگ محصول جدید		استکلبرگ محصول قدیمی	
	تبلیغات محصول قدیمی مجاز	تبلیغات محصول قدیمی غیر مجاز	تبلیغات محصول قدیمی مجاز	تبلیغات محصول قدیمی غیر مجاز
$D_1$	۷۷۵۴۳	۵۵۶۰۳	۵۳۴۶۰	۵۵۶۰۳
$D_2$	۱۵۳۲۶۰	۱۰۱۸۰۰	۱۰۱۹۴۰	۱۰۱۸۰۰
$P_1$	۳۶۶۸	۲۳۶۲	۲۳۶۲	۲۳۶۲
$P_2$	۸۸۶۳	۵۶۹۲	۵۹۱۴	۵۶۹۲
$\pi_1$	۲۵۵۶۴۰۰۰	۱۱۳۱۳۰۰۰	۱۱۳۴۱۰۰۰	۱۱۳۱۳۰۰۰
$\pi_2$	۱۲۲۲۰۰۰۰	۲۱۳۰۸۰۰۰۰	۵۴۲۹۷۰۰۰	۲۱۳۰۸۰۰۰۰

### ۵-۲. تحلیل حساسیت

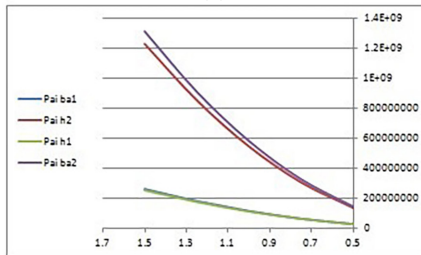
مدل‌های ریاضی با چهار رویکرد بازی تعادل نش، بازی استکلبرگ محصول جدید، بازی استکلبرگ محصول قدیمی و بازی با همکاری حل گردید و تحلیل حساسیت پارامترها توسط نرم افزار متلب صورت گرفت. برای بررسی و نتیجه‌گیری بهتر تحلیل حساسیت‌ها به صورت نمودار و مقایسه‌های چهار رویکرد در کنار هم در ذیل آورده شده است. همچنین در هر بخش، دو حالت برای تمامی روش‌ها مورد بررسی قرار گرفته است: حالت اول، حالتی است که در آن محدودیتی وجود ندارد و هر دو محصول می‌توانند به صورت مستقل بازاریابی نمایند و در حالت دوم، بازاریابی برای محصول دوم مجاز نیست چراکه قصد بر آن است تا محصول جدید جایگزین محصول قدیمی گردد.



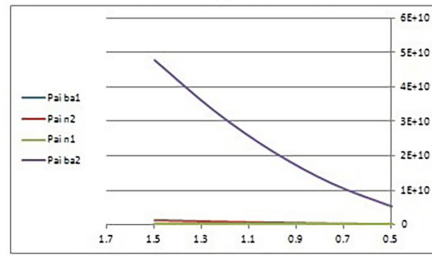
نمودار سود با تغيير پارامترهاي آلفا با استكلبرگ (محصول جديد - رهبر)  
(b)



نمودار سود با تغيير پارامترهاي آلفا با روش تعادل نش  
(a)



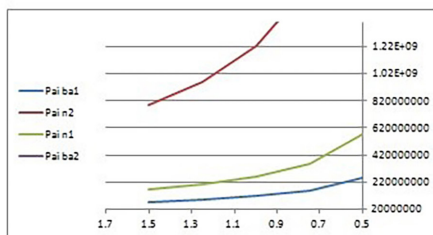
نمودار سود با تغيير پارامترهاي آلفا با بازي با همكاري  
(d)



نمودار سود با تغيير پارامترهاي آلفا با استكلبرگ (محصول قديمي - رهبر)  
(c)

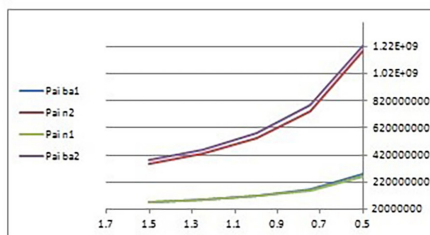
**نمودار ۱- نمودار سود با تغيير پارامترهاي آلفا با (a) تعادل نش (b) روش استكلبرگ (محصول جديد رهبر) (c) روش استكلبرگ (محصول قديمي رهبر) (d) بازي با همكاري**

نمودار (۱)، همگي نمودارهاي سود هستند که با تغيير پارامترهاي آلفا تحليل حساسيت شده‌اند. در تمامي نمودارهاي سود، سود محصول دوم نسبت به محصول اول بيشتراست و با افزايش پارامترهاي آلفا، سود خرده‌فروش دوم با شيب بيشتري نسبت به خرده‌فروش اول افزايش مي‌يابد. پارامترهاي آلفا نشان‌دهنده تقاضاي بالقوه مي‌باشند که با افزايش اين پارامترها، تقاضا افزايش پيدا مي‌کند و به تبع آن سود روند افزايشي دارد. اين افزايش به صورت غيرخطي است. بيشتري سود متعلق به محصول دوم در حالي که تبليغاتي نداشته باشد و در روش استكلبرگ است چون هزينه تبليغات صفر مي‌شود و در نتيجه اين مبلغ به صورت سود ظاهر مي‌شود.



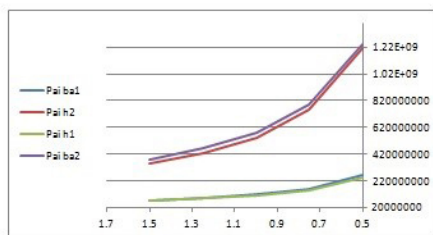
نمودار سود با تغییر پارامترهای بتا با استکلبرگ (محصول جدید - رهبر)

(b)



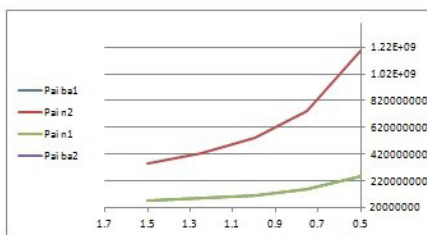
نمودار سود با تغییر پارامترهای بتا با روش تعادل نش

(a)



نمودار سود با تغییر پارامترهای بتا با بازی با همکاری

(d)



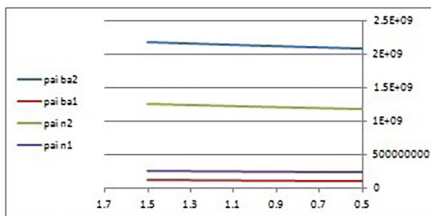
نمودار سود با تغییر پارامترهای بتا با استکلبرگ (محصول قدیمی - رهبر)

(c)

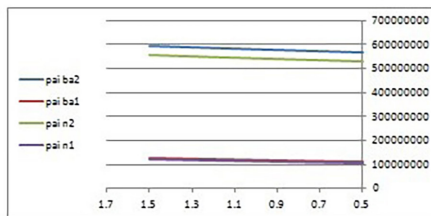
## نمودار ۲- نمودار سود با تغییر پارامترهای بتا به روش (a) تعادل نش (b) روش استکلبرگ (محصول جدید رهبر) (c) روش استکلبرگ (محصول قدیمی رهبر) (d) بازی با همکاری

نمودار (۲)، به بررسی تغییر پارامترهای بتا بر روی سود حاصل از فروش هر دو فروشنده در دو حالت و چهار روش ذکر شده می پردازد. بتا ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به قیمت محصول خودی است، که با توجه به ضریب منفی بتا، یعنی حساسیت زیاد تقاضا به قیمت را نشان می دهد. با زیاد شدن این پارامتر به شدت تقاضا کاهش می یابد و در نتیجه سود به صورت غیرخطی با کاهش زیاد روبرو خواهد شد. بازی نش با روش بازی با همکاری نمودارهایی مشابه دارند ولی در کل در روش بازی با همکاری مجموع سود دو خرده فروش کمی بیشتر از روش تعادل نش است. در روش استکلبرگ (محصول جدید - رهبر)، سود محصول جدید خیلی بیشتر از روش های دیگر است و حتی با کاهش پارامترهای بتا و با توجه به روند کاهشی خود، در آخر سود بیشتری در این حالت نسبت به روش های دیگر به خود اختصاص می دهد. در این روش سود محصول قدیمی نیز خیلی بیشتر از روش های دیگر است و مانند محصول جدید با این روند کاهشی، در نهایت سود بیشتری نسبت به روش های دیگر

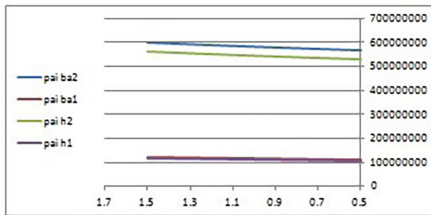
به خود اختصاص می‌دهد. در حالتی که تبلیغات محصول قدیمی مجاز نیست، محصول جدید و قدیمی هر دو با نسبت‌های متفاوت سود بیشتری خواهند کرد. محصول قدیمی از هزینه‌هایش کاسته می‌شود و محصول جدید فرصت پیدا کردن مشتری جدید بیشتری خواهد داشت که در نهایت هر دو سود بیشتری نصیبشان خواهد شد.



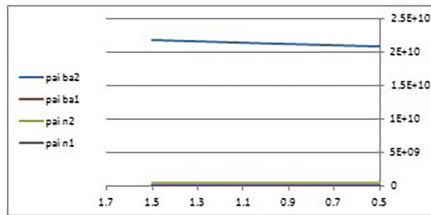
نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با استکلبرگ (محصول جدید - رهبر)  
(b)



نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با روش تعادل نش  
(a)



نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با بازی با همکاری  
(d)

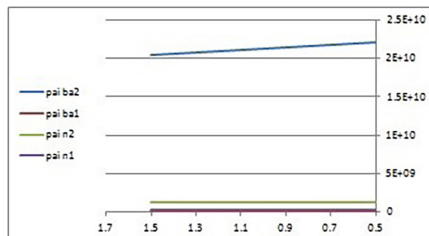


نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با استکلبرگ (محصول قدیمی - رهبر)  
(c)

**نمودار ۳- نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما به روش (a) تعادل نش (b) روش استکلبرگ (محصول جدید رهبر) (c) روش استکلبرگ (محصول قدیمی رهبر) (d) بازی با همکاری**

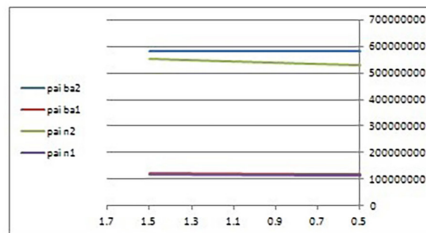
نمودار (۳) به تغییر پارامترهای گاما بر روی سود حاصل از فروش دو فروشنده در دو حالت و چهار روش ذکر شده می‌پردازد. پارامترهای گاما بیانگر ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به قیمت محصول رقیب است. با توجه به مثبت بودن این پارامتر با افزایش آن، شاهد افزایش تقاضا هستیم. بدیهی است با افزایش تقاضا، افزایش سود حاصل خواهد شد. این افزایش، جزئی است چون تقاضا حساسیت کمی به قیمت محصول رقیب دارد و تغییر در این پارامتر، تغییر چندانی را در سود ایجاد نمی‌کند، ولی با این حال روند افزایشی داریم و تمامی موارد ذکر شده در حالت بعدی به صورت قبل در این نمودارها نیز مشاهده می‌شود. نکته قابل ذکر در این نمودارها مربوط به روش استکلبرگ (محصول قدیمی - رهبر) است که در حالت دوم تبلیغات

محصول قدیمی مجاز نیست با حالتی که مجاز است، افزایش خیلی زیادی در سود محصول دوم (قدیمی) مشاهده می شود که تفاوت بسیاری دارد.



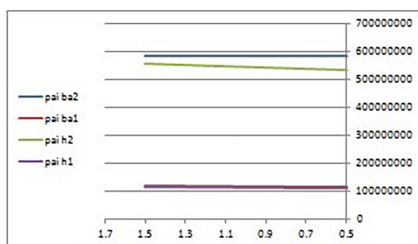
نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با استکلبرگ (محصول جدید - رهبر)

(b)



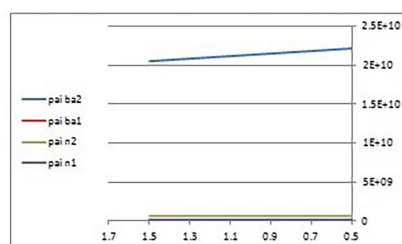
نمودار سود با تغییر پارامترهای گاما با روش تعادل نش

(a)



نمودار سود با تغییر پارامترهای لاندا با بازی با همکاری

(d)



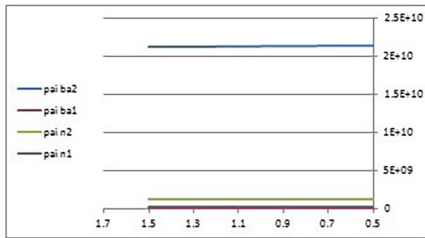
نمودار سود با تغییر پارامترهای لاندا با استکلبرگ (محصول قدیمی - رهبر)

(c)

**نمودار ۴- نمودار سود با تغییر پارامترهای لاندا به روش (a) تعادل نش (b) روش استکلبرگ (محصول جدید رهبر) (c) روش استکلبرگ (محصول قدیمی رهبر) (d) بازی با همکاری**

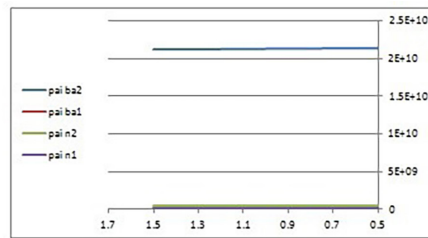
نمودار (۴)، به بررسی تغییر پارامترهای ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به بازاریابی محصول خودی بر روی سود حاصل از فروش هر دو فروشنده، در دو حالت و چهار روش ذکر شده می پردازد و با توجه به مثبت بودن این پارامتر، تاثیر بسزایی در تقاضا نخواهد داشت. با افزایش این پارامتر، چون ضریب هزینه بازاریابی است سود افزایش پیدا می کند. در محصول دوم چون مقدار تقاضا بیشتر است به وضوح قابل مشاهده است. در مقابل در حالتی که تبلیغات محصول دوم مجاز نباشد، تغییری در سود این محصول به وجود نمی آید. در روش استکلبرگ سود محصول دوم در حالت غیرمجاز بودن تبلیغ آن، روند کاهشی خواهد داشت. از یک طرف تبلیغاتش غیر مجاز است و از طرفی دیگر محصول اول با افزایش این پارامتر افزایش یافته است، به همین دلیل روند کاهشی سود را در محصول دوم در روش استکلبرگ

شاهد هستیم.



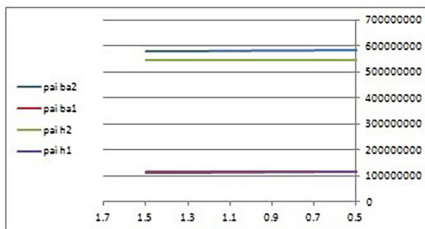
نمودار سود با تغییر پارامترهای میو با استکلبرگ (محصول جدید - رهبر)

(b)



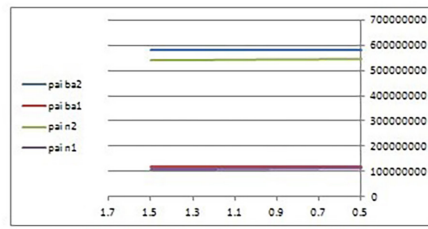
نمودار سود با تغییر پارامترهای میو با روش تعادل نش

(a)



نمودار سود با تغییر پارامترهای میو با بازی با همکاری

(d)



نمودار سود با تغییر پارامترهای میو با استکلبرگ (محصول قدیمی - رهبر)

(c)

### نمودار ۵- نمودار سود با تغییر پارامترهای - به روش (a) تعادل نش (b) روش استکلبرگ (محصول جدید رهبر) (c) روش استکلبرگ (محصول قدیمی رهبر) (d) بازی با همکاری

نمودار (۵)، به بررسی تغییر پارامترهای ضریب کشش قیمتی تقاضا نسبت به تبلیغات محصول رقیب بر روی سود حاصل از فروش هر دو خرده‌فروش، در دو حالت و چهار روش ذکر شده می‌پردازد و چون وابستگی به قیمت ندارد با افزایش این پارامتر تغییری در سود ایجاد نمی‌شود و همه نمودارها در همه روش‌ها و حالات تغییر خاصی بابت تغییر این پارامتر ندارند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی

در این پژوهش با توجه به مطالعه پژوهش‌های پیشین به این نتیجه رسیدیم که در راستای قیمت‌گذاری محصولات جدید و تاثیر بازاریابی بر روی آن و توجه اخیر محققین بر این امر، لزوم بررسی هم‌زمان قیمت‌گذاری و بازاریابی بر تقاضای محصول جدید محرز گردید. با توجه به معادلات تقاضای گردآوری شده توسط (هوانگ، ۲۰۱۳) معادله تقاضا مورد نیاز این

پژوهش استخراج گردید که تابعی از قیمت و هزینه بازاریابی محصول جدید و قدیمی است. با توجه به مفروضات در نظر گرفته شده و همچنین وجود دو خرده فروش برای محصولات جدید و قدیمی، مدل ریاضی سود خرده فروشان طراحی گردید و مساله با چهار رویکرد بازی نش، دو مدل بازی استکلبرگ و بازی با همکاری حل گردید. دو مدل بازی استکلبرگ شامل یک بار رهبر بودن محصول جدید و پیرو بودن محصول قدیمی و در حالت دوم جابجایی این دو محصول بود. تمامی مدل‌ها در دو حالت مورد بررسی قرار گرفتند، یکی در حالت کلی با احتساب کلیه پارامترها و متغیرهای تصمیم، و در حالت دوم تبلیغات محصول قدیمی مجاز نبوده و تمامی محاسبات با توجه به این محدودیت تغییر نمودند. در انتها مقدار قیمت و تقاضا و همچنین سود حاصل از فروش هر دو خرده فروش محاسبه گردید و نمودارهایی برای مقایسه چهار مدل و دو حالت مورد نظریان گردید. با توجه به این پژوهش در فضای رقابتی بین محصول جدید و محصول قدیمی و با توجه به مدل در نظر گرفته شده تقاضا و سود حاصل از فروش برای خرده فروش اول که وظیفه فروش محصول جدید را بر عهده داشت مورد قبول است با این تفاوت که هر دو فاکتور تقاضا و سود آن کمتر از محصول قدیمی است. از طرف دیگر در حالتی که مالک محصول قدیمی و جدید مشترک باشد، توصیه می‌گردد همکاری را انتخاب نماید و دیگر برای محصول قدیمی تبلیغ نکند چراکه در مجموع بیشترین سود را به دست می‌آورد. همچنین در صورتی که مالک بین این محصولات تفاوت می‌نماید و می‌تواند تصمیم‌های خود را تحمیل نمایند، بازی استکلبرگ توصیه می‌شود و اگر در تصمیم‌گیری قدرت یکسانی دارند بازی نش و رقابت هم‌زمان پیشنهاد می‌گردد. برای مطالعات آتی می‌توان برای کاربردی نمودن مساله آن را در حالت فازی یا احتمالی مورد بحث و بررسی قرار داد و همچنین با تعدد خرده فروشان نتیجه را به سمت واقعی تر شدن سوق داد. افزون بر این می‌توان در حالت عمده فروشی نیز مساله را بسط داد.

## منابع

- بندریان، رضا و صفوی، فرخ و رشیدی، علیمراد. (۱۳۸۹). قیمت‌گذاری محصولات جدید بر مبنای ارکان فرایند ایده تا بازار، مجله بررسی‌های بازرگانی، شماره ۴۳
- پيله‌وری، نازنین، رادفر، رضا، عباسی، پوریا. (۱۳۹۳). تبیین الگوی تلفیقی فرایند توسعه محصول جدید در حوزه نانو فناوری، دو فصلنامه توسعه تکنولوژی صنعتی



حیدری، حسنعلی. (۱۳۹۲). بررسی تاثیر ترندهای قیمت‌گذاری بازاریابی عصبی بر رفتار خرید مصرف‌کننده‌های پوشاک) مطالعه موردی فروشگاه‌های پاتن جامه استان کردستان، اولین کنفرانس ملی جایگاه مدیریت و حسابداری در دنیای نوین کسب و کار، اقتصاد و فرهنگ، علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علی‌آباد کتول

سلیمی، محمدحسین.، نصیری، محسن. (۱۳۸۶). مدل استراتژی نوآوری محصول و تأثیر جهانی شدن تحقیق و توسعه بر آن، ششمین همایش مراکز تحقیق و توسعه صنایع و معادن

سلیمی، محمدحسین.، نصیری، محسن. (۱۳۸۶). مدل استراتژی نوآوری محصول و تأثیر جهانی شدن تحقیق و توسعه بر آن، ششمین همایش مراکز تحقیق و توسعه صنایع و معادن

سیدحسینی، محمد.، ایرانیان، جواد. (۱۳۸۵). یک مدل مفهومی جهت توسعه محصول جدید در محیط مهندسی هم‌زمان، مجله علمی-پژوهشی اقتصاد و مدیریت، شماره ۶۹

قاسمی‌نژاد، یاسر.، شاه‌میری، فرهاد. (۱۳۹۲). ارائه چارچوبی مفهومی برای انتخاب ایده‌های محصول جدید و نوآورانه، فصلنامه تخصصی پارک‌ها و مراکز رشد

کاتلر، فیلیپ و آرمسترانگ، گری. (۱۳۸۲). اصول بازاریابی، ترجمه علی پارسائیان. چاپ دوم. تهران. انتشارات آیلار

مدرس، عبدالمجید.، آرزومند، مجید.، بهشتی سرشت، مصطفی. (۱۳۸۵). عوامل اثرگذار بر سازمان‌دهی تیم توسعه محصول، چهارمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت

Akdeniz, M. B., T. Gonzalez-Padron and R. J. Calantone (2010). An integrated marketing capability benchmarking approach to dealer performance through parametric and nonparametric analyses. *Industrial Marketing Management* 39(1): 150-160.

Alexandre Dolgui, Jean-Marie Proth (2010). Pricing strategies and models. *Annual Reviews in Control*, 34: 101-110.

Cooper, R. G. (2018). The drivers of success in new-product development. *Industrial Marketing Management*, doi.org/10.1016/j.indmarman.2018.07.005.

Chen, J.S., and Taitso, H. (2012). Performance effects of it capability, service process innovation, and the mediating role of customer service. *Journal of Engineering and Technology Management*, 29: 71- 94

Chwastyk, P., Kołosowski, M. (2014). Estimating the Cost of the New Product in Development Process. *Procedia Engineering*, 69: 351-360.

Chandrasekaran, D., W. C. Arts, J., Tellis, G., Frambach, R. (2013). Pricing in the international takeoff of new products. *International Journal of Research in Marketing*, 30: 249-264.

Huang, J., Leng, M., Parlar, M. (2013). Demand Functions in Decision Modeling: A Comprehensive Survey and Research Directions. *Decision Sciences*, 44(3): 557-609.

Kotler, P.(2000). *Marketing Management*, Millenium Edition: Custom Edition for University of Phoenix (10th Ed), Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall Inc

- Lagos, F., Ordonez, F., Labbe, M. (2017). A branch and price algorithm for a Stackelberg Security Game, *Computers & Industrial Engineering*, 111: 216-227.
- Morgan, N. A., Vorhies, D. W., and Mason, C. H. (2009). Market orientation, marketing capabilities and firm performance. *Strategic Management Journal*, 30(8): 909- 920.
- Nishino, N., Tajahjono, B. (2018). Game theory approach to product service systems. *Procedia CIRP*, 73; 304-39.
- Papanastasiou, Y., Sawa, N. (2016). Dynamic Pricing in the Presence of Social Learning and Strategic Consumers. *Management Science*, 919-939.
- Shiroiwa, T., Fukuda, T., Ikeda, S., Takura, T. (2017). New decision-making processes for the pricing of health technologies in Japan: The FY 2016/2017 pilot phase for the introduction of economic evaluations. *Health Policy*, 121, 836-841.
- Suwannaporn, P., Speece, M. W. (2010). Assessing new product development success factors in the Thai food industry, *British Food Journal*, 112(4), 364-386.
- Vorhies, D. W. and N. A. Morgan (2005). Benchmarking marketing capabilities for sustainable competitive advantage. *Journal of Marketing* 69(1): 80-94.
- Wu, X., Gong, Y., Xu, H., Chu, C., Zhang, J. (2017). Dynamic Lot-Sizing Models with Pricing for New Products. *European Journal of Operational Research*, 260(1): 81-92.
- Xu, Z., G. L. Frankwick and E. Ramirez (2016). Effects of Big Data analytics and traditional marketing analytics on new product success: A knowledge fusion perspective. *Journal of Business Research*, 69(5): 1562-1566.
- Yu, M., Hong, S. (2017). Incentive-based demand response considering hierarchical electricity market : A Stackelberg game approach. *Applied Energy* 203: 267-279.