

## ارزیابی برخی مدل‌های تحلیلی غیرماندگار زهکشی در تخمین همزمان هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک با روش مسئله معکوس

جمال‌الدین ولی سامانی<sup>۱</sup> و پرویز فتاحی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشیار گروه مهندسی تأسیسات آبیاری، <sup>۲</sup>دانشجوی دکتری مهندسی آبیاری و زهکشی دانشگاه تربیت مدرس تهران

تاریخ دریافت: ۸۲/۸/۴ تاریخ پذیرش: ۸۳/۱۰/۲۶

### چکیده

هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر، مهمترین پارامترها در طراحی فاصله زهکش‌ها بوده و توجیه اقتصادی و فنی پروژه‌های زهکشی به شدت تحت تأثیر آنها قرار دارد. نوسانات سطح ایستابی در اطراف زهکش‌ها تابعی از هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک می‌باشد. مدل‌های تحلیلی مختلفی برای شبیه‌سازی نوسانات سطح ایستابی توسط محققین ارائه گردیده است. در این تحقیق مدل‌های تحلیلی گلور - دام، کومار و همکاران، سینگ و همکاران، آپادهایا و همکاران و تاپ و مودی به‌عنوان مدل‌های شبیه‌سازی در روش مسئله معکوس انتخاب و دقت آنها در پیش‌بینی همزمان هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مورد ارزیابی قرار گرفت. به‌منظور واسنجی و ارزیابی مدل‌های فوق‌الذکر، یک مدل فیزیکی زهکشی در آزمایشگاه طراحی و ساخته شد سپس نوسانات سطح ایستابی و خصوصیات هیدرولیکی خاک در آن اندازه‌گیری گردید. از داده‌های محققین دیگر نیز برای واسنجی و ارزیابی مدل‌های فوق‌الذکر استفاده شد. مدل‌های مذکور، در دو حالت با فرض تخلخل ثابت و متغیر، ارزیابی و مقادیر بهینه هدایت آبی و تخلخل مؤثر به‌دست آمد. نتایج نشان داد که روش مسئله معکوس روشی کارا در پیش‌بینی هدایت آبی و تخلخل مؤثر می‌باشد. در تمامی مدل‌های فوق‌الذکر، استفاده از روش مسئله معکوس با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر، باعث افزایش دقت پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی خاک گردید. همچنین، در تمامی حالت‌ها مدل تحلیلی تاپ و مودی نوسانات سطح ایستابی و در نتیجه هدایت آبی و تخلخل مؤثر را با دقت بالاتری پیش‌بینی نمود.

**واژه‌های کلیدی:** زهکشی، مدل تحلیلی، روش مسئله معکوس، هدایت آبی اشباع، تخلخل مؤثر

### مقدمه

یکی از اهداف اصلی طراحی در مهندسی زهکشی، تعیین فاصله بین زهکش‌هاست و یکی از مهمترین مسائلی که فرمول‌های زهکشی با آن مواجه هستند، عدم امکان تخمین یا اندازه‌گیری دقیق پارامترهای طراحی در جهت کاربرد این مدل‌هاست. هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مهمترین پارامترها در طراحی فاصله زهکش‌ها بوده،

توجیه اقتصادی و فنی پروژه‌های بزرگ زهکشی بشدت تحت تأثیر این پارامترها قرار دارد (مصطفی، ۲۰۰۰). اندازه‌گیری و تعیین مقدار این دو خصوصیت هیدرولیکی خاک یکی از کارهای مشکل در پروژه‌های زهکشی به‌شمار می‌آید (شواب و همکاران، ۱۹۹۶). تغییرات این پارامترها در خاک تا حدی است که به سختی می‌توان با روش‌های نقطه‌ای موجود، مقدار میانگین آنها را برآورد



شده، استفاده از روش مسئله معکوس<sup>۱</sup> است. اخیراً از این روش در تحقیقات هیدرولیک و فیزیک خاک (در حالت غیراشباع) استفاده می‌شود (کومار و همکاران، ۱۹۹۱؛ هایمنز، ۱۹۹۹؛ ریتر و همکاران، ۲۰۰۳؛ زو و همکاران، ۲۰۰۱).

هدف از این تحقیق استفاده از مدل‌های تحلیلی زهکشی به‌عنوان مدل شبیه‌سازی در روش مسئله معکوس و انتخاب بهترین مدل در جهت پیش‌بینی دقیق‌تر هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر با استفاده از این روش بود. در این تحقیق مدل‌های تحلیلی گلور-دام (پذیرا، ۱۳۸۱؛ کومار و همکاران، ۱۹۹۱؛ سینگ و همکاران، ۱۹۹۶؛ آپادهایا و همکاران، ۲۰۰۰) و تاپ و مودی (دام، ۱۹۶۴) به‌عنوان مدل شبیه‌سازی در روش مسئله معکوس انتخاب و دقت آنها در پیش‌بینی هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مورد ارزیابی قرار گرفت و در نهایت بهترین مدل تحلیلی جهت تخمین همزمان این دو خصوصیت هیدرولیکی اشباع خاک انتخاب گردید. در زمینه استفاده از مدل‌های تحلیلی زهکشی در روش مسئله معکوس و ارزیابی آنها در جهت پیش‌بینی همزمان و دقیق‌تر هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر هیچگونه تحقیقی صورت نگرفته است.

## مواد و روش‌ها

روش مسئله معکوس عموماً از دو قسمت تشکیل می‌شود: مدل شبیه‌سازی و الگوریتم بهینه‌سازی. نوسانات سطح ایستابی در اطراف زهکش تابعی از هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک می‌باشد. لذا شبیه‌سازی نوسانات سطح ایستابی در اطراف زهکش، اولین و مهمترین قدم برای استفاده از روش مسئله معکوس در پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی خاک است. در این تحقیق از مدل‌های تحلیلی غیرماندگار گلور-دام، کومار و همکاران، سینگ و همکاران، آپادهایا و همکاران، تاپ و مودی، برای شبیه‌سازی نیمرخ سطح ایستابی در اطراف

نمود تا با استفاده از آن و فرمول‌های زهکشی، فاصله بین زهکش‌ها را با دقت خوبی محاسبه کرد. این تغییرات وسیع باعث افزایش تعداد اندازه‌گیری‌های نقطه‌ای در جهت تعیین مقدار متوسط پارامترهای هیدرولیکی (نظیر هدایت آبی) می‌گردد. لذا اندازه‌گیری نقطه‌ای این پارامترها وقت گیر و پرهزینه خواهد بود. علاوه بر آن، به علت تغییرات وسیع خصوصیات خاک، نتایج حاصل از این روش‌ها در عمل همراه با عدم اطمینان قابل توجهی خواهد بود (ریتر و همکاران، ۲۰۰۳؛ یتایو و همکاران، ۱۹۹۸). طراحان و محققان، قبل از تعیین فاصله زهکش‌ها بایستی از صحت و سقم اندازه‌گیری و برآورد هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک اطمینان حاصل نمایند تا طراحی زهکش با اطمینان قابل‌قبولی صورت گیرد (مصطفی، ۲۰۰۰).

بطور کلی، هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر را می‌توان به دو راه مستقیم و غیر مستقیم بدست آورد. روش‌های مستقیم که مبتنی بر اندازه‌گیری‌های صحرائی و یا آزمایشگاهی هستند، عموماً بسیار وقت گیر و پرهزینه می‌باشند (جارویس و همکاران، ۲۰۰۲). مزایا و محدودیت‌های هر یک از این روش‌ها توسط آموزگار و ویلسون (۱۹۹۹) بررسی شده است.

به دلیل دشواری‌های مربوط به اندازه‌گیری‌های مستقیم، در سال‌های اخیر تلاش‌های فراوانی صورت گرفته تا بتوان این ویژگی‌ها را از راه‌های غیرمستقیم با تقریبی مناسب برآورد نمود (خداوردی لو و همایی، ۱۳۸۱؛ هیلل، ۱۹۹۸؛ لوتین، ۱۹۶۶؛ اسکاگز و همکاران، ۱۹۷۸ و تایلور، ۱۹۶۰). تقریباً هیچیک از معادلات ارائه شده از این راه، برآوردی مناسب از آنها برای خاک‌های ساختمان‌دار ارائه ننموده و توابعی تجربی و تقریبی می‌باشند (هیلل، ۱۹۹۸ و هور، ۱۹۵۹) و از این کاستی ذاتی متأثر می‌شوند که این خصوصیات کمی پویا از خاک هستند.

یکی از ابزارهایی که در سال‌های اخیر برای تخمین غیرمستقیم خصوصیات پدیده‌های مختلف به‌کار گرفته



ارتفاع سطح ایستابی با استفاده از تابع تجربی پندی و همکاران (۱۹۹۲) به دست آمد:

$$\frac{f}{f_0} = \left[ 1 - \frac{\frac{a^* \bar{h}}{h_0}}{\frac{\bar{h}}{h_0} + \frac{1 - \frac{\bar{h}}{h_0}}{b}} \right] \quad (1)$$

که در آن  $\bar{h}$  متوسط  $h$  در دو زمان متوالی  $h_i$  و  $h_{i+\Delta t}$ ،  $f_0$  تخلخل مؤثر خاک هنگامی که سطح ایستابی در عمق زهکش قرار گرفته،  $f$  تخلخل قابل زهکشی خاک در سطح ایستابی ( $h$ )،  $h_0$  ارتفاع سطح ایستابی در زمان صفر، و  $a^*$  و  $b$  دو ثابت تجربی می‌باشند.

با اندازه‌گیری مقادیر تخلخل مؤثر نسبت به ارتفاع سطح ایستابی، از میان مقادیر مذکور بهترین منحنی برازش داده شد و مقادیر  $a^*$ ،  $b$  و  $f_0$  بترتیب برابر با ۰/۸۲۵، ۱ و ۰/۰۲۸۵ تعیین گردید.

**الگوریتم بهینه‌سازی:** در این تحقیق از روش پاول به‌عنوان الگوریتم بهینه‌سازی در روش مسئله معکوس استفاده شد. این روش هنگامی که به‌دست آوردن مشتق تابع دشوار یا غیرممکن باشد، به‌کار گرفته می‌شود (گریک، ۱۹۸۰). در برنامه کامپیوتری تهیه شده، تابع هدفی که بهینه می‌گردد، بصورت زیر تعریف شده است:

$$F = \sum_{i=1}^n (h_e - h_c)^2 \quad (2)$$

که در آن  $h_e$  ارتفاع سطح ایستابی اندازه‌گیری شده در بالای سطح زهکش‌ها،  $h_c$  ارتفاع سطح ایستابی محاسبه شده در بالای زهکش در هر نقطه و در هر زمان، و  $n$  تعداد نقاط اندازه‌گیری است. کمیت  $h_c$  بوسیله مدل‌های گلور-دام (معادله ۳)، کومار و همکاران (معادله ۴)، سینگ و همکاران (معادله ۵)، آپادهایا و همکاران (معادله ۶)، تاپ و مودی (معادله ۷) محاسبه می‌گردد.

زهکش استفاده و در نهایت بهترین مدل تحلیلی برای این منظور مورد ارزیابی قرار گرفت.

به‌منظور واسنجی و ارزیابی مدل‌های فوق‌الذکر، از داده‌های اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه استفاده گردید. در این حالت برای انجام آزمایش‌ها، یک مدل فیزیکی زهکشی از صفحات ضخیم شیشه‌ای ساخته شد. در درون این مدل فیزیکی که به طول ۲/۵ متر، عرض ۰/۳ و ارتفاع ۰/۵ متر بود به فواصل مناسب از محل زهکش (واقع در یکی از دو انتهای مدل و در کف آن) ۱۶ عدد پیرومتر به قطرهای یک سانتی‌متر نصب گردید. قرائت نوسانات سطح ایستابی در فواصل زمانی ۵ دقیقه‌ای انجام گردید تا دقت اندازه‌گیری‌ها افزایش یابد. لوله‌ای از جنس PVC به قطر ۴/۵ سانتی‌متر و با ۱/۵ درصد مساحت سوراخ شدگی در یکی از دو انتهای طولی و در کف آن نصب گردید. خاک انتخابی نخست از الک دو میلی‌متری رد شد تا ناخالصی‌های آن جدا شود. سپس، خاک را به صورت لایه‌های ۱۰ سانتی‌متری به درون مدل فیزیکی ریخته و با یک تخته صاف تراکم مشخصی برای هر لایه ایجاد گردید. پس از خاکریزی تا عمق ۴۵ سانتی‌متری، خروجی زهکش را کاملاً بسته و خاک بطور کامل اشباع گردید. مدل، به مدت سه هفته رها شد تا خاک، شرایط طبیعی مناسب‌تری برای انجام آزمایش‌ها پیدا کند. در پایان این مرحله، خروجی لوله زهکش باز شد تا آب موجود در خاک بطور کامل زهکشی گردد. سپس، مجدداً خاک بطور کامل اشباع و سطح ایستابی در عمق ۴۳ سانتی‌متری تثبیت شد. با ثابت شدن سطح ایستابی و باز کردن خروجی زهکش، اندازه‌گیری‌ها آغاز گردید. ارتفاع سطح ایستابی در درون پیرومترها در فواصل زمانی ۱۰ تا ۶۰ دقیقه قرائت و ثبت گردید. هدایت آبی اشباع خاک از راه اندازه‌گیری زه‌آب خروجی و ارتفاع سطح ایستابی برابر ۰/۴۵ متر بر روز اندازه‌گیری شد (علیزاده، ۱۳۷۴).

برای برآورد تابع تخلخل مؤثر از روش تیلور (۱۹۶۰) و تابع پیشنهادی پندی و همکاران (۱۹۹۲) استفاده گردید. بدین ترتیب تغییرات تخلخل قابل زهکشی نسبت به



$$h_c(x,t) = \frac{4h_o}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 at} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3)$$

$$h_c(x,t) = h_o \left[ 1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{L-x}{2} \sqrt{\frac{f}{KDt}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{L+x}{2} \sqrt{\frac{f}{KDt}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2} \sqrt{\frac{f}{KDt}}\right) \right] \quad (4)$$

$$h_c(x,t) = h_o - h_o F(x,t)$$

$$F(x,t) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \operatorname{erfc}\left(\frac{(2n+1)\frac{L}{2} - (\frac{L-x}{2})}{2\sqrt{\frac{KD}{f}t}}\right) + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \operatorname{erfc}\left(\frac{(2n+1)\frac{L}{2} + (\frac{L-x}{2})}{2\sqrt{\frac{KD}{f}t}}\right) \right) \quad (5)$$

$$h_c(x,t) = \frac{2h_o}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\beta \left[\frac{n\pi}{L}\right]^2 t} \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot [1 - (-1)^n] \quad (6)$$

$$h_c(x,t) = \frac{192h_o}{\pi^5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)^2 \pi^2 - 8}{(2n+1)^5} e^{-\left[\frac{(2n+1)^2 \pi^2 \beta t}{L^2}\right]} \cdot \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{L}\right) \quad (7)$$

تضمین‌کننده افتی خاص در زمانی مشخص است، با دقتی مناسب تعیین نمود.

**واستنجی مدل‌ها:** برای انجام واستنجی از دو سری داده استفاده گردید: اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و داده‌های ارائه شده توسط پندی و همکاران (۱۹۹۲). مدل‌های معکوس تهیه شده برای هر سری از داده‌های فوق در دو حالت زیر اجرا و نتایج با یکدیگر مقایسه شد:

الف- با فرض اینکه مقدار تخلخل خاک ثابت بوده و به ارتفاع سطح ایستابی بستگی ندارد.

ب- تخلخل مؤثر تابعی از ارتفاع سطح ایستابی است.

در حالت (ب)، با اجرای برنامه، مقدار  $K$  و  $f$  و در نتیجه متغیرهای تابع تخلخل مؤثر خاک ( $f_o, b, a^*$ ) برآورد گردید. شیوه انجام کار بدین ترتیب بود که ابتدا مقادیر  $f_o, b, a^*$  و  $K$  حدس زده شد.

- برای شروع،  $\bar{h}$  برابر با  $h_t$  در نظر گرفته شد و براساس مقادیر حدسی مرحله قبل مقدار  $f$  از رابطه (۱) محاسبه گردید. سپس، برای  $\Delta t$  مقادیر  $h_{t+\Delta t}$  از روابط (۳ تا ۷) محاسبه شد. آنگاه مقادیر  $\bar{h} = \frac{h_t + h_{t+\Delta t}}{2}$  محاسبه و سپس با استفاده از رابطه (۱)،  $f$  جدید به دست آمد. آنگاه

که در آن  $a$  برابر با  $\frac{\pi^2 KD}{fL^2}$ ،  $\beta$  برابر با  $\frac{KD}{f}$ ،  $h_o$  ارتفاع سطح ایستابی افقی اولیه (در زمان صفر) در بالای سطح آب در زهکش‌ها (متر)،  $L$  فاصله بین زهکش‌ها (متر)،  $D$  عمق متوسط جریان (متر) که برابر  $\frac{h_o}{2} + d_e$  می‌باشد،  $d_e$  عمق معادل جریان،  $f$  تخلخل مؤثر،  $K$  هدایت آبی اشباع (متر بر ثانیه)،  $x$  فاصله از زهکش،  $t$  زمان (ثانیه)،  $h_c(x,t)$  ارتفاع سطح ایستابی (متر) در فاصله  $x$  و زمان  $t$ ،  $\operatorname{erfc}$  مکمل تابع خطا می‌باشد که از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (8)$$

بدین ترتیب برنامه، براساس منطق بهینه‌سازی مقادیر  $K$  و  $f$  ثابت (یا  $a^*, b, f_o$  برای  $f$  متغیر) را طوری محاسبه می‌کند که مقدار تابع هدف حداقل شود. در حقیقت هنگامی که دو نیمرخ سطح ایستابی پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده با دقتی قابل قبول به هم نزدیک شوند، هدف که همان پیش‌بینی دقیق‌تر نیمرخ سطح ایستابی در زمان‌های مختلف است، محقق می‌گردد. بدین ترتیب در یک سیستم زهکشی، با در اختیار داشتن مقادیر  $K$  و  $f$  بهینه (یا  $f_o, b, a^*$ ) می‌توان فاصله دو زهکش را که



(با استفاده از مدل‌های تحلیلی) استفاده گردید. بدیهی است مقادیری دقت بالاتری دارند که نیمرخ‌های سطح ایستابی پیش‌بینی شده با آنها تطابق بیشتری با واقعیت داشته باشد. مقادیر جذر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی (RMSE) مدل‌های فوق‌الذکر در حالت‌های مختلف در جدول ۳ نمایش داده شده است. در این ارزیابی، نیمرخ‌های سطح ایستابی پس از ۶۰ و ۱۲۰ دقیقه از آغاز زهکشی با مدل‌های تحلیلی پیش‌بینی و با نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده، مقایسه گردید. برای مقایسه بیشتر، مقادیر داده‌های ارتفاع سطح ایستابی (در حداقل دو زهکش) پیش‌بینی شده بوسیله مدل‌های تحلیلی در مقابل داده‌های آزمایشگاهی مشابه ترسیم و مقادیر شیب و ضریب همبستگی بهترین خط عبوری از میان آنها محاسبه گردید. این مقادیر در جدول ۴ ارائه گردیده است.

برای آزمون بیشتر مدل‌های فوق‌الذکر، به همان ترتیب حالت قبلی، از داده‌های پندی و همکاران نیز برای پیش‌بینی نیمرخ سطح ایستابی در زمان‌های مختلف از آغاز زهکشی (با استفاده از مدل‌های تحلیلی) استفاده گردید. در این ارزیابی، نیمرخ‌های سطح ایستابی پس از ۳ و ۵ روز از آغاز زهکشی با استفاده از مدل‌های تحلیلی، پیش‌بینی و با نیمرخ سطح ایستابی اندازه‌گیری شده، مقایسه گردید. نیمرخ‌های سطح ایستابی اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده در زمان‌های ۳ و ۵ روز از آغاز زهکشی در شکل ۱ نمایش داده شده است. مقادیر جذر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی (RMSE) مدل‌های فوق‌الذکر در حالت‌های مختلف در جدول ۵ و همچنین مقادیر شیب و ضریب همبستگی بهترین خط عبوری در جدول ۶ ارائه گردیده است.

مجدداً برای  $\Delta t$  مقادیر  $h_{t+\Delta t}$  از روابط (۳ تا ۷) محاسبه گردید و این مراحل آنقدر تکرار شد تا همگرایی بین داده‌ها به دست آمد. به همین ترتیب، این کار برای  $\Delta t$  های دیگر ادامه یافت در این مرحله تابع هدف رابطه (۲) محاسبه گردید. سرانجام، برنامه بهینه‌ساز مقادیر  $a^*$ ،  $b$ ،  $f_0$  و  $K$  را چنان تعیین نمود که تابع هدف، حداقل گردید.

بخشی از داده‌های مربوط به زمان‌های مشخص برای واسنجی مقادیر  $K$  و  $f$  (با رابطه ۱) استفاده گردید و بقیه داده‌ها برای مقایسه با نتایج به دست آمده از مدل‌های فوق‌الذکر (رابطه ۳ تا ۷) بکار گرفته شد.

**واسنجی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی:** برای واسنجی مدل‌های معکوس فوق‌الذکر، از داده‌های آزمایشگاهی ارتفاع سطح ایستابی در زمان‌های ۳۰، ۹۰ و ۱۸۰ دقیقه از آغاز زهکشی استفاده گردید. کلیه محاسبات در دو حالت با فرض ثابت و متغیر بودن تخلخل مؤثر انجام شد. نتایج محاسبات در جدول ۱ نشان داده شده است.

**واسنجی با استفاده از داده‌های پندی و همکاران:** در این واسنجی نخست، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در زمان‌های ۲، ۴ و ۶ روز از آغاز زهکشی و در فواصل مختلف از زهکش تعیین گردید و به عنوان داده‌های ورودی به برنامه‌ها معرفی شد. برنامه‌ها مجدداً اجرا و مقادیر بهینه هدایت آبی و تخلخل مؤثر در دو حالت با فرض ثابت و متغیر بودن تخلخل مؤثر انجام شد. نتایج محاسبات در جدول ۲ نمایش داده شده است.

**ارزیابی پیش‌بینی مدل‌ها:** برای تشخیص اینکه کدام یک از مقادیر آزمایشگاهی یا بهینه خصوصیات هیدرولیکی دارای دقتی بالاتر است، از مقادیر مذکور برای پیش‌بینی نیمرخ سطح ایستابی در زمان‌های مختلف از آغاز زهکشی



جدول ۱- مقادیر هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده بوسیله مدل‌های مختلف مسئله معکوس.

تخلخل مؤثر متغیر		تخلخل مؤثر ثابت				
b	a*	f, (m <sup>r</sup> /m <sup>r</sup> )	K (m / days)	f (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	K (m / days)	
۱/۰۰۰	۰/۸۲۵	۰/۰۲۸۵	۰/۴۵	۰/۰۱۶	۰/۴۵	اندازه‌گیری شده
۱/۲۲۴	۱/۰۰۰	۰/۰۱۹۲	۰/۳۹۸	۰/۰۱۲۷	۰/۴۴۵	گلور - دام
۱/۳۳۶	۰/۹۹۹	۰/۰۱۹۶	۰/۳۸۷	۰/۰۱۳۴	۰/۴۴۴	کومار و همکاران
۱/۲۲۴	۱/۰۰۰	۰/۰۱۸۹	۰/۳۹۱	۰/۰۱۲۵	۰/۴۳۸	سینگ و همکاران
۱/۲۲۵	۱/۰۰۰	۰/۰۱۹۲	۰/۳۹۸	۰/۰۱۲۵	۰/۴۳۸	آپاهایا و همکاران
۱/۰۴۰	۱/۰۰۰	۰/۰۲۰۴	۰/۴۱۲	۰/۰۱۳۸	۰/۴۴۵	تاپ و مودی

جدول ۲- مقادیر هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده بوسیله مدل‌های مختلف مسئله معکوس.

تخلخل مؤثر متغیر		تخلخل مؤثر ثابت				
b	a*	f, (m <sup>r</sup> /m <sup>r</sup> )	K (m / days)	f (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> )	K (m / days)	
۰/۶۰۰۰	۰/۸	۰/۰۴۸۰	۰/۰۳۷۵	۰/۰۳۱	۰/۰۳۷۵	اندازه‌گیری شده
۰/۵۱۶۰	۱/۰	۰/۰۴۲۱	۰/۰۵	۰/۰۲۵۰	۰/۰۴۰۴	گلور - دام
۰/۵۲۱۰	۱/۰	۰/۰۴۱۱	۰/۰۴۸۶	۰/۰۲۴۳	۰/۰۳۹۱	کومار و همکاران
۰/۵۱۶۰	۱/۰	۰/۰۴۲	۰/۰۴۹۸	۰/۰۲۴۴	۰/۰۳۹۵	سینگ و همکاران
۰/۵۱۶۳	۱/۰	۰/۰۴۰۳	۰/۰۴۷۸	۰/۰۲۵۸	۰/۰۴۱۹	آپاهایا و همکاران
۰/۵۳۱۶	۰/۹۸۰	۰/۰۴۳۰	۰/۰۴۶۶	۰/۰۲۶۳	۰/۰۳۸۷	تاپ و مودی

جدول ۳- مقادیر جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) پیش‌بینی سطح ایستابی مدل‌های تحلیلی و غیرماندگار زهکشی برای مقادیر اندازه‌گیری شده و بهینه هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر (با استفاده از روش مسئله معکوس).

تخلخل مؤثر متغیر		تخلخل مؤثر ثابت		
بهینه	اندازه‌گیری شده	بهینه	اندازه‌گیری شده	
۰/۰۰۹۸۶۴	۰/۰۵۴۹۴	۰/۰۳۱۲۱	۰/۰۳۸۳۸	گلور - دام
۰/۰۱۱۱۹۰	۰/۰۸۹۷۰	۰/۰۳۵۰۴	۰/۰۳۹۴۶	کومار و همکاران
۰/۰۰۹۸۶۵	۰/۰۵۴۹۶	۰/۰۳۱۲۲	۰/۰۳۸۴۰	سینگ و همکاران
۰/۰۰۹۸۶۴	۰/۰۵۵۱۳	۰/۰۳۱۴۴۲	۰/۰۳۸۵۱	آپاهایا و همکاران
۰/۰۰۹۸۲۶	۰/۰۴۱۴۳	۰/۰۳۶۵۹	۰/۰۲۸۷۸	تاپ و مودی

جدول ۴- مقادیر شیب و ضریب همبستگی بهترین خط برازش شده از میان داده‌های ارتفاع سطح ایستابی (در حداصل دو زهکش) بوسیله مدل‌های معکوس که در مقابل داده‌های آزمایشگاهی مشابه رسم شده‌اند.

تخلخل مؤثر متغیر		تخلخل مؤثر ثابت				
بهینه		بهینه		بهینه		
R <sup>2</sup>	شیب	R <sup>2</sup>	شیب	R <sup>2</sup>	شیب	
۰/۹۷۹	۰/۹۷۸	۰/۹۷۷	۱/۴۶۸	۰/۸۵	۱/۱۲۶۷	گلور - دام
۰/۹۶۷	۰/۹۶۹۲	۰/۹۳	۱/۷۸۱	۰/۸۳	۱/۱۵۳۹	کومار و همکاران
۰/۹۷۹	۰/۹۷۸	۰/۹۷۷	۱/۴۶۸	۰/۸۵	۱/۱۲۶۷	سینگ و همکاران
۰/۹۷۹	۰/۹۷۷۰	۰/۹۷۷	۱/۴۷	۰/۸۵	۱/۱۲۷۰	آپاهایا و همکاران
۰/۹۸۳	۰/۹۸۹۷	۰/۹۷۹	۱/۳۵۴	۰/۸۸	۱/۱۲۵۶	تاپ و مودی

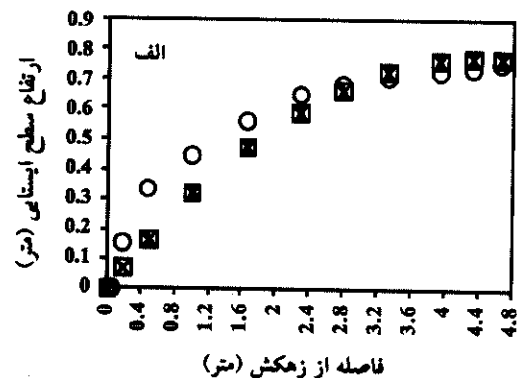
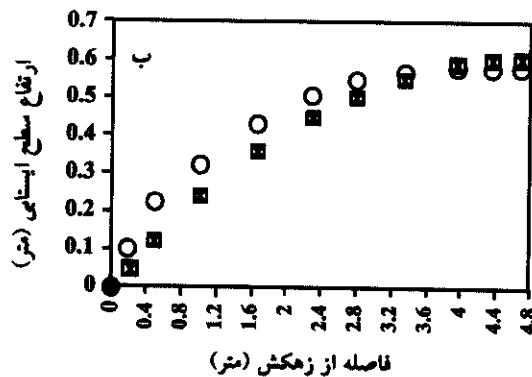


جدول ۵- مقادیر جذر میانگین مربعات خطای (RMSE) پیش‌بینی سطح ایستابی مدلهای تحلیلی و غیرماندگار زهکشی برای مقادیر اندازه‌گیری شده و بهینه هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر (با استفاده از روش مسئله معکوس).

	تخلخل مؤثر ثابت		تخلخل مؤثر متغیر	
	اندازه‌گیری شده	بهینه	اندازه‌گیری شده	بهینه
گلور - دام	۰/۱۴۱۹	۰/۰۹۳۹۳۰	۰/۱۹۱۴	۰/۰۶۸۹۰۴
کومار و همکاران	۰/۱۴۱۷	۰/۰۹۴۲۶۹	۰/۱۹۷۰	۰/۰۶۸۲۹۴
سینگ و همکاران	۰/۱۴۲۰	۰/۰۹۳۹۴۵	۰/۱۹۱۵	۰/۰۶۸۹۰۰
آبادهاپا و همکاران	۰/۱۴۲۵	۰/۰۹۴۰۲۵	۰/۱۹۲۰	۰/۰۶۸۹۳۲
ناپ و مودی	۰/۱۰۹۴	۰/۰۸۷۱۰۶	۰/۱۵۱۱	۰/۰۷۳۲۵۰

جدول ۶- مقادیر شیب و ضریب همبستگی بهترین خط برازش شده از میان داده‌های ارتفاع سطح ایستابی (در حذف‌فصل دو زهکش) بوسیله مدل‌های معکوس که در مقابل داده‌های آزمایشگاهی مشابه رسم شده‌اند.

	تخلخل مؤثر ثابت		تخلخل مؤثر متغیر	
	اندازه‌گیری شده	بهینه	اندازه‌گیری شده	بهینه
	$R^2$	شیب	$R^2$	شیب
گلور - دام	۰/۹۵	۱/۱۵۱	۰/۴۳۴	۱/۰۵۷
کومار و همکاران	۰/۹۵۰	۱/۱۵۲	۰/۳۸۹	۱/۰۵۵
سینگ و همکاران	۰/۹۴۸	۱/۱۵۱	۰/۴۳۴	۱/۰۵۷
آبادهاپا و همکاران	۰/۹۴۷	۱/۱۵۱	۰/۴۳۱	۱/۰۵۷
ناپ و مودی	۰/۹۵۸	۱/۱۳۶	۰/۴۷۴	۱/۰۶۳



شکل ۱- نیمرخ‌های سطح ایستابی اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده با استفاده از هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر تخمینی از مدل‌های مسئله معکوس (با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر)، ۳ روز (شکل الف) و ۵ روز (شکل ب) پس از شروع زهکشی.

### بحث و نتیجه‌گیری

مشاهده جداول ۳ تا ۶ و همچنین شکل ۱ نشان می‌دهد که روش مسئله معکوس روشی کارا در پیش‌بینی هدایت آبی و تخلخل مؤثر می‌باشد. کارایی این روش در مسائل هیدرولیک و فیزیک خاک نیز قبلاً به اثبات رسیده

است (هاپمنز، ۱۹۹۹؛ ریتسر و همکاران، ۲۰۰۳؛ زو و همکاران، ۲۰۰۱). در تمامی مدل‌های فوق‌الذکر، استفاده از روش مسئله معکوس با فرض متغیر بودن تخلخل مؤثر باعث افزایش دقت پیش‌بینی خصوصیات هیدرولیکی خاک گردیده است (در مقایسه با روش آزمایشگاهی و



تخلخل مؤثر را با دقت بالاتری پیش‌بینی می‌کند. نزدیک بودن مقادیر هدایت آبی و تخلخل مؤثر به مقادیر اندازه‌گیری شده آنها نشان‌دهنده دقت بالاتر روش تاپ و مودی می‌باشد. مقادیر پیش‌بینی شده از روش مسئله معکوس در واقع همان مقادیر متوسط هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر خاک اطراف زهکش است. اگر مقادیر متوسط این خصوصیات به مقادیر نقطه‌ای (اندازه‌گیری شده) آنها نزدیک باشد در این صورت خاک اطراف زهکش‌ها همگن خواهد بود. برای تعیین مقادیر متوسط هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر بایستی اندازه‌گیری این خصوصیات در چندین نقطه تکرار گردد. مقادیر متوسط خصوصیات فوق‌الذکر خطای کمتری در پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی در اطراف زهکش‌ها ایجاد می‌کند (یتایو و همکاران، ۱۹۹۸؛ مصطفی، ۲۰۰۰). هر چه اختلاف مقادیر اندازه‌گیری شده (مقادیر نقطه‌ای) و متوسط بیشتر باشد، خطای پیش‌بینی ارتفاع سطح ایستابی بیشتر خواهد بود (شکل ۱) که این نشان‌دهنده ناهمگن‌تر بودن خاک مورد آزمایش در تحقیقات پندی و همکاران (۱۹۹۲) می‌باشد.

همچنین فرض ثابت بودن تخلخل مؤثر). این مطلب نشان می‌دهد که تخلخل مؤثر خاک اطراف زهکش‌ها ثابت نبوده و تابعی از ارتفاع سطح ایستابی در اطراف زهکش‌ها می‌باشد یافته‌های محققینی نظیر پندی و همکاران (۱۹۹۲) در این زمینه مؤید موضوع فوق‌الذکر می‌باشد.

نکته قابل توجه در جداول و شکل‌ها اینست که متغیر فرض نمودن تخلخل مؤثر و همچنین استفاده از روش مسئله معکوس در پیش‌بینی هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر باعث شده است تا دقت پیش‌بینی مدل‌های تحلیلی تقریباً با هم برابر گردد و خطای پیش‌بینی در همه مدل‌ها به سمت یک مقدار حداقل خاصی سوق پیدا نماید که این امر سبب شده است تا نیمرخ‌های سطح ایستابی پیش‌بینی شده توسط مدل‌های تحلیلی تقریباً روی هم منطبق شوند (شکل ۱). وجود فرضیات نسبتاً یکسان در استخراج مدل‌های تحلیلی فوق‌الذکر (نظیر افقی بودن جریان بطرف زهکش‌ها) از جمله دلایل مهم در این زمینه می‌باشد. در این حالت مدلی دقیق‌تر است که مقادیر هدایت آبی و تخلخل مؤثر پیش‌بینی شده توسط آن به مقادیر اندازه‌گیری شده، نزدیک‌تر باشد. مشاهده جدول‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهد که در همه حالت‌ها روش مسئله معکوس با مدل شبیه‌سازی تاپ و مودی، مقادیر هدایت آبی و

## منابع

۱. پذیرا، ا. ۱۳۸۱. نظریه‌ها و مدل‌های زهکشی. انتشارات کمیته ملی آبیاری و زهکشی ایران. شماره ۷۰. ص ۱۸۸.
۲. خداوردی لو، ح. و م. همایی. ۱۳۸۱. اشتقاق توابع انتقالی خاک به منظور برآورد منحنی مشخصه رطوبتی. مجله تحقیقات مهندسی کشاورزی. جلد ۳. شماره ۱۰: ۳۵-۴۶.
۳. علیزاده، ا. ۱۳۷۴. زهکشی اراضی. مشهد. انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد. ص ۴۴۹.
4. Amoozegar, A., and Wilsor, G.V. 1999. Methods for measuring hydraulic conductivity and drainable porosity. In: Agricultural Drainage, Agronomy Monograph No. 38, Chapt. 37. R.W. Skaggs and J. Van Schilfgaarde (eds.), ASA, CSSA, SSSA, Madison, WI. P. 1149-1205.
5. Dumm, L.D. 1964. Transient-flow concept in subsurface drainage: its validity and use. Transactions of the ASAE. P. 142-151.
6. Greig, M.D. 1980. Optimization. New York. Longman publishing Company. 273 pp.
7. Hillel, D. 1998. Environmental soil physics. Academic Press. New York. 771 pp.
8. Hopmans, J.W., and Simunek, J. 1999. Review of inverse estimation of hydraulic properties. In: Van Genuchten, M. TH., Leij, F.J., Wu, L. (Eds), Proceedings of the International Workshop, characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media. University of California, River side, CA. P. 713-724.
9. Hore, F.R. 1959. Piezometer method in Ontario. Agricultural Engineering. 40 (15): 272-278.





10. Jarvis, N.J., Zavattaro, L., Rajkai, K., Reynolds, W.D., Olesen, P.A., McGechan, M., Mecke, M., Mohanty, B., Leeds-Harison, P.B. and Jacques, D. 2002. Indirect estimation of near-saturated hydraulic conductivity from readily available soil information. *Geoderma*. 108: 1-17.
11. Kumar, S., Gupta, S.K., and Ram, S. 1991. Inverse techniques for estimating transmissivity and drainable pore space utilizing data from subsurface drainage experiment. *Agricultural Water Management*. 26: 41-58.
12. Luthin, J. N. 1966. *Drainage Engineering*. New York: John Wiley and Sons, Inc. P. 250.
13. Moustafa, M. M. 2000. A geostatistical approach to optimize the determination of saturated hydraulic conductivity for large-scale subsurface drainage design in Egypt. *Agricultural Water Management*. 42: 291-312.
14. Pandy, R.S., Bhattachaya, A.K., Singh, O.P. and Gupta, S.K. 1992. Drawdown solution with variable drainage porosity. *Journal of Irrigation, and Drainage Engineering*. 118 (3): 382-396.
15. Ritter, A., Hupet, F., Carpena, R.M., Lambot, S., and Van Clooster, M. 2003. Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct method. *Agriculture Water Management*. 59: 77-96.
16. Schwab, G.O., Fangmeir, D.D. and Elliot, W.J. 1996. *Soil and water management systems*. John Wiley and Sons, Inc., New York. 210 pp.
17. Sing, R. K., Prasher, S.O., Chauhan, H.S., Gupta, S.K., Bonnell, R.B., and Madramootoo, C.A. 1996. An analytical solution of the boussinesq equation for subsurface drainage in the presence of evapotranspiration. *American Society of Agricultural Engineers*. 39 (3): 953-960.
18. Skaggs, R.W., Wells, L.G., and Chate, S.R. 1978. Predict and measured drainable porosities for field soils. *Transactions of the ASAE*. 119(1): 73-84.
19. Taylor, G.S. 1960. Drainable porosity evaluations from outflow measurements and its use in drawdown equation. *Soil Science*. 90 (60): 338-343.
20. Upadhyaya, A., and Chauhan, H. S. 2000. An analytical solution for bi-level drainage design in the presence of evapotranspiration. *Agricultural Water Management*. 45: 169-184.
21. Yitayew, M., A., Khan, A., and Warrick, A.W. 1998. In situ measurements of soil hydraulic conductivity using point application of water. *American Society of Agricultural Engineers*. 14(2): 115-120.
22. Zou, Z.Y., Young, M.H., Li, Z., and Wierenga, P.J. 2001. Estimation of depth averaged unsaturated soil hydraulic properties from infiltration experiments. *Journal of Hydrology*. 242: 26-42.



---

---

## Evaluation of some drainage unsteady analytical models for simultaneous prediction of saturated hydraulic conductivity and effective porosity using the inverse problem technique

J.M.V. Samani<sup>1</sup> and P.Fathi<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Asso. Professor of Water Structures Dept, <sup>2</sup>Grad. Student of Irrig and Drainage Dept, University of Tarbiat Modarres, Tehran, Iran.

---

---

### Abstract

The saturated hydraulic conductivity  $K$  and the effective porosity  $f$  are the most important parameters needed for lateral spacing drainage design. Economic and technical justification of most of drainage engineering projects is mainly based on the mentioned parameters. In this research, Glover-Dumm, Kumar et al., Sing et al., Upadhaya et al., and Tapp and Moody unsteady analytical models within the context of the inverse problem method, a technique which is widely used in engineering recently, have been incorporated. Based on the results, each model has been evaluated. The proposed method is based upon measuring water table profiles at different times. Different data sets from the conducted experiments and literature were used for calibration and verification. The results showed that the inverse problem method is a strong tool to be used for the above purposes. With variable effective porosity compared to the constant ones, the models are even much more successful to predict water table profiles. Finally, in all the investigated cases, Tapp and Moody model showed better results than the others.

**Keywords:** Drainage; Analytical model; Inverse problem technique; Saturated hydraulic conductivity; Effective porosity

