

## پیش‌بینی انتقال حرارت در چوب با استفاده از مدل ریاضی

\*تقی طبرسا<sup>۱</sup>، بهمن علی‌داد<sup>۲</sup> و مهدی ملکانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشیار گروه علوم و صنایع چوب و کاغذ دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی، دانشور گروه ریاضی دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی،

<sup>۲</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد گروه صنایع چوب و کاغذ دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

تاریخ دریافت: ۸۴/۹/۲۰؛ تاریخ پذیرش: ۸۶/۸/۲۹

### چکیده

در این مطالعه یک مدل ریاضی برای پیش‌گویی درجه حرارت چوب در عمق‌های مختلف و در زمان‌های مختلف حرارت‌دهی با استفاده از معادلات دیفرانسیل پاره‌ای طراحی گردیده است. برای ارزیابی دقت مدل از چوب گونه راش با دانسیته ۰/۶۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب با رطوبت ۱۲ درصد استفاده شده است. مطابقت نسبتاً خوبی بین گراف‌های حاصل از پیش‌گویی‌های مدل و گراف‌های حاصل از اندازه‌گیری مستقیم درجه حرارت در گره‌های مختلف شبکه وجود داشت. اثر فاصله از منبع حرارت بر انتقال حرارت در چوب توسط مدل توضیح داده شد هر چند با افزایش ضخامت چوب یا فاصله از منبع حرارتی دقت مدل کاهش یافت. همچنین اثر زمان حرارت‌دهی بر میزان انتقال حرارت به‌خوبی توسط مدل بیان گردید. پرت حرارتی در لبه‌های قطعه چوبی تحت تأثیر شرایط محیطی نیز توسط مدل شناسایی گردید. اگرچه هنوز باید برای افزایش دقت مدل اصلاحاتی در آن ایجاد گردد اما در این مرحله مدل طراحی شده توانایی خوبی برای پیش‌گویی درجه حرارت در ضخامت‌های مختلف چوب در هنگام حرارت‌دهی از خود نشان داده است. با افزایش دقت مدل در کاربردهایی مثل چوب خشک‌کنی و تیمارهای حرارتی اصلاحی چوب می‌توان از مدل اصلاح شده استفاده نمود.

**واژه‌های کلیدی:** مدل ریاضی، معادلات دیفرانسیل، انتقال حرارت، چوب راش، گره، پیش‌گویی، حرارت‌دهی

### مقدمه

که در زمان کوتاه و با صرف هزینه کمتر با کمترین خسارت چوب موردنظر خشک می‌گردد (بازنت، ۱۹۸۵). در تیمارهای حرارتی اصلاحی چوب دانستن روابط انتقال حرارت چوب موردنظر منجر به بهبود کیفیت روند اصلاح چوب با کاهش هزینه‌ها انجام می‌گردد (امام، ۱۹۹۷؛ گو و شارپ، ۲۰۰۵). در روند تولید اوراق فشرده که از رزین‌های ترموست استفاده می‌گردد این رزین‌ها در حرارت معینی گیرا می‌گردند. عدم حرارت کافی منجر به عدم اتصال مناسب می‌گردد. تخته‌های با اتصال نامناسب از نظر کنترل کیفیت مورد قبول واقع نشده و به بخش

در خشک کردن چوب‌های تجاری، تولید اوراق فشرده چوبی و همچنین تیمارهای حرارتی اصلاحی چوب مسئله انتقال حرارت هم از نظر تکنولوژیکی و هم از نظر اقتصادی دارای اهمیت بسیار بالایی است. در خشک کردن چوب دانستن اطلاعات دقیق از انتقال حرارت در چوب موردنظر راهنمای بسیار خوبی در تنظیم حرارت خشک‌کن و زمان خشک کردن چوب خواهد بود

\*مسئول مکاتبه: Tabarsa@yahoo.com

(۲۰۰۱) در تحقیقات خود اعلام نمودند که با افزایش درجه حرارت پرس انتقال حرارت به مغز تخته بهتر صورت گرفته و افزایش چسبندگی داخلی تخته‌های ساخته شده از مخلوط خرده چوب جنگلی و کلش برنج را به همراه داشته است. طبرسا و موحدی (۲۰۰۳) در تحقیقات خود روی استفاده از سرشاخه‌های بادام و چوب صنوبر در ساخت تخته خرده چوب اعلام نمودند که افزایش درجه حرارت پرس باعث کاهش اثرات گونه سنگین بادام و در نتیجه بهبود خواص تخته‌ها شده است. در تحقیقات مذکور اثر مثبت حرارت در بهبود خواص محصولات به‌خوبی مشخص می‌باشد. در این تحقیق سعی شده است انتقال حرارت به کمک مدل‌های ریاضی در یک شبکه ماتریسی که ساختمان چوب را شبیه‌سازی می‌نماید، پیش‌بینی گردد.

### مواد و روش‌ها

**مدل‌سازی:** بسیاری از پدیده‌های فیزیکی به‌وسیله معادلات دیفرانسیل معمولی یا معادلات دیفرانسیل پاره‌ای مدل‌سازی می‌گردند. یکی از معادلات دیفرانسیل مهم که پدیده فیزیکی توسط آن مدل‌سازی می‌شود معادلات بیضوی است. از جمله معادلات بیضوی که در فیزیک ریاضی و مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد معادلات پاره‌ای شماره ۱ می‌باشد که آن را معادلات لاپلاس می‌نامند:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

و دیگر معادله‌ای که شباهت زیاد به معادله لاپلاس دارد، معادله پواسن (معادله ۲) می‌باشد:

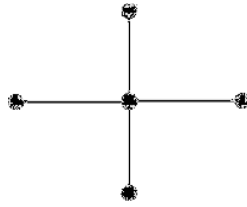
$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = g(x, y, z) \quad (2)$$

به‌طور کلی در حل عددی معادله‌های یاد شده روش‌های تفاضلی محدود به‌کار می‌رود. نخستین قدم انتخاب فرمول زیر است (معادله ۳):

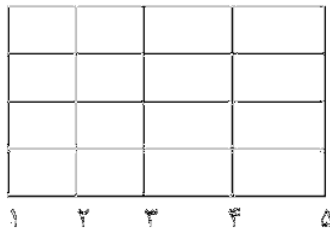
$$f''(x) \approx \frac{1}{h^2} [f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)] \quad (3)$$

با به‌کار بردن فرمول ۳ برای تابع دو متغیره  $U(x, y)$  برای صفحه ۵ نقطه‌ای (شکل ۱) به رابطه ۴ می‌رسیم:

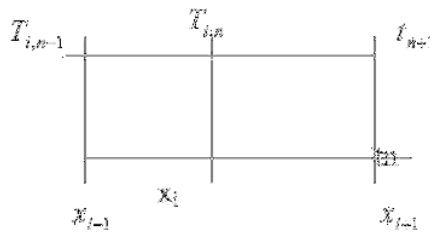
ضایعات کارخانه منتقل می‌گردند و یا در رده تخته‌های با درجه مرغوبیت پائین قرار می‌گیرند که با قیمت بسیار پائین‌تر از تخته‌های استاندارد به فروش می‌رسند. بدین ترتیب، هزینه‌های تولید افزایش می‌یابند و مواد اولیه چوبی با بهره‌وری پائین از دسترس خارج می‌گردد. لازم به یادآوری است که مسئله انتقال حرارت در چوب ماسیو و فرآورده‌های چندسازه یا اوراق فشرده چوبی متفاوت می‌باشد زیرا در چوب ماسیو حرارت از سطح چوب مستقیماً وارد چوب می‌گردد اما در روند ساخت اوراق فشرده چوبی بسته به اینکه تخته لایه، تخته خرده چوب و یا تخته فیبر ساخته می‌شود حرارت از این عناصر و فضای بین آنها که ممکن است هوا، آب و یا بخار باشد عبور می‌نماید، این تغییر فازها سناریوی جدیدی در انتقال حرارت ایجاد می‌نماید. در زمینه انتقال حرارت تحقیقات نسبتاً زیادی صورت گرفته است. لمن (۱۹۷۲) در تحقیقات خود اشاره نموده است که انتقال حرارت در یک خرده چوب از صفحات گرم پرس به کمک بخار آب از لایه‌های سطحی به لایه‌های میانی صورت می‌گیرد. در این شرایط حرارت باید به اندازه کافی باشد تا رطوبت سطح یک خرده چوب تبدیل به بخار شود. پس از گیرایی رزین و سخت شدن آن با باز شدن پرس بخار از کناره‌های تخته خارج می‌گردد. در صورت کافی نبودن حرارت در مغز و عدم گیرایی رزین با باز شدن پرس تخته از وسط جدا می‌شود. گو و هانک (۲۰۰۴) در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که اگر حرارت لایه‌های میانی یک خرده چوب به مدت حداقل ۴۵ و حداکثر ۵۳۰ به بالاتر از ۲۲۰ درجه فارنهایت برسد اتصال رضایت‌بخشی با رزین اوره فرم آلدئید حاصل می‌گردد. اگر از حرارت بالاتری استفاده گردد انتقال حرارت سریع‌تر می‌گردد. در این صورت چسبندگی داخلی و مقاومت خمشی افزایش می‌یابد. لمن (۱۹۷۲) دریافت که اگر درجه حرارت لایه مغزی تخته با استفاده از رادیو فرکانسی به ۲۲۰ درجه فارنهایت افزایش یابد، چسبندگی داخلی و پایداری ابعاد تخته افزایش می‌یابد. کهر و اسکولزل (۱۹۶۶) در بررسی‌های خود دریافتند که با افزایش درجه حرارت پرس، زمان فشرده‌گی یک کاهش می‌یابد. طبرسا و علائی



شکل ۱- صفحه ۵ نقطه‌ای.



شکل ۲- شبکه‌بندی نقاط.



شکل ۳- تقسیمات شبکه.

ضخامت به سانتی‌متر برای گره  $(i,j)$  به معادله ۷ تبدیل می‌گردد (شکل ۳).

$$\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}}{\Delta x^2}$$

$$T_{i-1,j} - T_{i,j} = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} (T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1}) \quad (۷)$$

$$T_{i-1,j} - T_{i,j} = \lambda (T_{i,j-1} - 2T_{i,j} + T_{i,j+1})$$

با فرض  $\lambda = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$  معادله فوق به معادله ۸ تغییر می‌یابد:

$$\lambda T_{i,j+1} + (1 - 2\lambda) T_{i,j} + \lambda T_{i,j-1} = T_{i-1,j} \quad (۸)$$

و با به‌کارگیری آن در تمام شبکه موردنظر، مسئله به دستگاه معادلات خطی (۹) منتهی می‌گردد:

$$\nabla^2 u \approx \frac{1}{h^2} [u(x+hy) + u(x-h, y) + \quad (۴)$$

$$u(x, y+h) + u(x, y-h) - 4u(xy)]$$

خطای محلی<sup>۱</sup> در هر نقطه از مرتبه  $h^2$  به قرار زیر است:

$$-\frac{h^2}{12} \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^4}(\xi y) + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}(x, \eta) \right] \quad (۵)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} \quad (۶)$$

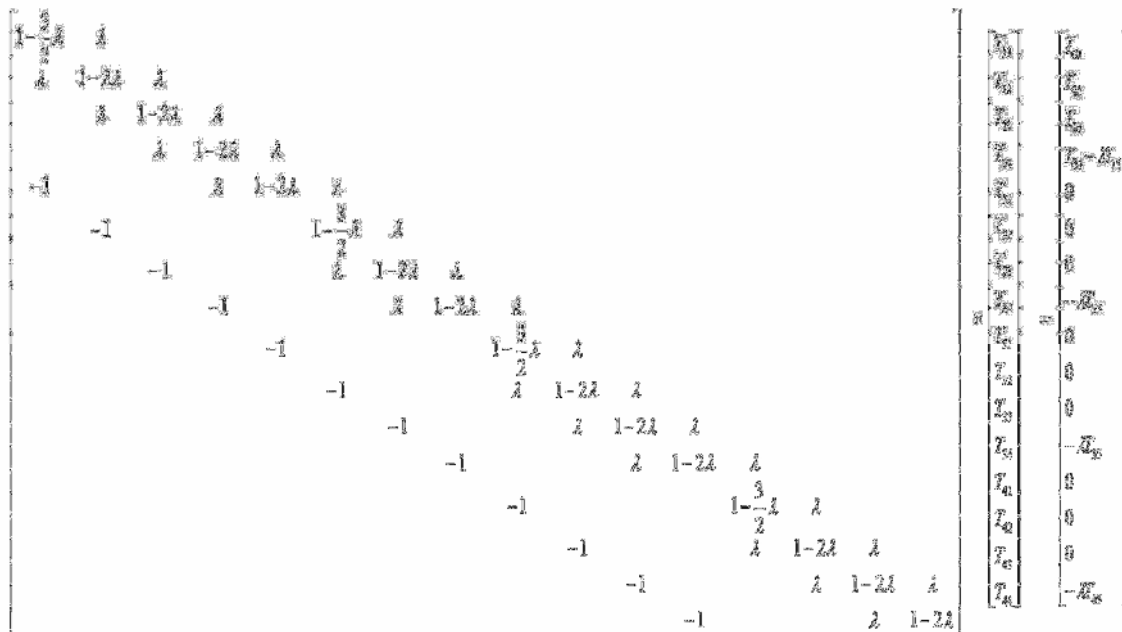
مربعی شکل  $R$  مورد تحقیق در رابطه ۶ به صورت شکل ۲ شبکه‌بندی می‌شود. فرض کنید ناحیه  $R$  اکنون ناحیه ... است.  $h=1/4$  و

به این ترتیب رابطه ۶ با فرض تعریف  $\Delta t$  به‌عنوان زمان حرارت‌دهی بر تعداد تقسیمات شبکه و  $\Delta x$  به‌عنوان

$$\begin{aligned}
 \lambda T_{3,1} + (1-2\lambda)T_{3,2} + \lambda T_{3,3} &= T_{2,2} \\
 i=3 \quad j=3 \\
 \lambda T_{3,2} + (1-2\lambda)T_{3,3} + \lambda T_{3,4} &= T_{2,3} \\
 i=3 \quad j=3 \\
 \lambda T_{3,2} + (1-2\lambda)T_{3,3} + \lambda T_{3,4} &= T_{2,3} \\
 i=3 \quad j=4 \\
 \lambda T_{3,3} + (1-2\lambda)T_{3,4} + \lambda T_{3,5} &= T_{2,4} \\
 i=4 \quad j=1 \\
 \lambda T_{4,0} + (1-2\lambda)T_{4,1} + \lambda T_{4,2} &= T_{3,1} \\
 i=4 \quad j=2 \\
 \lambda T_{4,1} + (1-2\lambda)T_{4,2} + \lambda T_{4,3} &= T_{3,2} \\
 i=4 \quad j=3 \\
 \lambda T_{4,2} + (1-2\lambda)T_{4,3} + \lambda T_{4,4} &= T_{3,3} \\
 i=4 \quad j=4 \\
 \lambda T_{4,3} + (1-2\lambda)T_{4,4} + \lambda T_{4,5} &= T_{3,4}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

و سپس معادله‌های فوق را به یک ماتریس  $16 \times 16$  (شکل ۴) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
 & \frac{i=1 \quad j=1}{\lambda T_{1,0} + (1-2\lambda)T_{1,1} + \lambda T_{1,2} = T_{0,1}} \\
 i=1 \quad j=2 & \\
 (1-2\lambda)T_{1,1} + \lambda T_{1,2} &= T_{0,1} - \lambda T_1 \\
 i=1 \quad j=3 & \\
 \lambda T_{1,1} + (1-2\lambda)T_{1,2} + \lambda T_{1,3} &= T_{0,2} \\
 i=1 \quad j=4 & \\
 \lambda T_{1,3} + (1-2\lambda)T_{1,4} &= -\lambda T_{1,5} + T_{0,4} \\
 i=2 \quad j=1 & \\
 \lambda T_{2,0} + (1-2\lambda)T_{2,1} + \lambda T_{2,2} &= T_{1,1} \\
 i=2 \quad j=2 & \\
 \lambda T_{2,1} + (1-2\lambda)T_{2,2} + \lambda T_{2,3} &= T_{1,2} \\
 i=2 \quad j=3 & \\
 \lambda T_{2,2} + (1-2\lambda)T_{2,3} + \lambda T_{2,3} &= T_{1,3} \\
 i=2 \quad j=4 & \\
 \lambda T_{2,3} + (1-2\lambda)T_{2,4} + \lambda T_{2,5} &= T_{1,4} \\
 i=3 \quad j=1 & \\
 \lambda T_{3,0} + (1-2\lambda)T_{3,1} + \lambda T_{3,2} &= T_{2,1} \\
 i=3 \quad j=2 &
 \end{aligned}$$

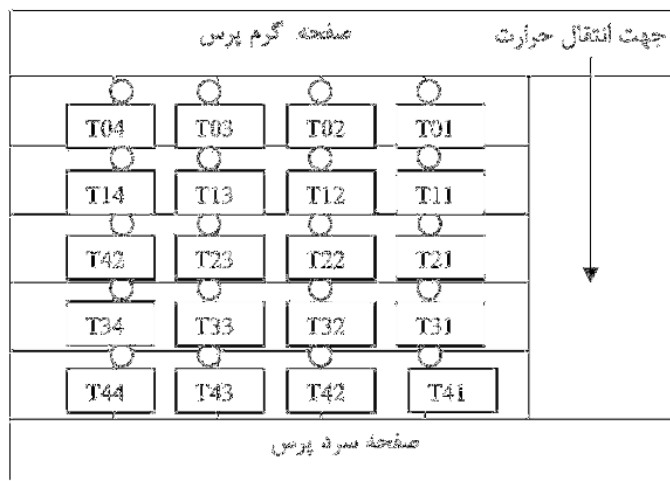


که در این ماتریس  $T_{45}, T_{35}, T_{25}, T_{15}$  دارای شرایط محیطی نمونه چوبی می‌باشند.

شکل ۴- ماتریس  $16 \times 16$ .

سرد تنظیم گردید. با ایجاد گرادیان حرارت در فاصله دو صفحه جریان انتقال حرارت از صفحه گرم بالایی پرس به سمت صفحه سرد پائینی پرس صورت گرفت. نیمرخ‌ها از مغز تخته در راستای قائم به طرف لبه‌ها انتخاب شدند تا اثر احتمالی حرارت محیط نیز منظور گردد. در شکل زیر نقاط و نیمرخ‌های مورد تحقیق نشان داده شده است. بلوک‌های چوبی از چوب راش تهیه گردید و محل گره‌ها با مته تا عمق ۵ میلی‌متر سوراخ گردید تا سوزن ترموکوپل در آن جای گیرد. با توجه به محدودیت خروجی‌های ترموکوپل اندازه‌گیری‌ها برای هر گره روی بلوک جداگانه صورت گرفت. برای اندازه‌گیری انتقال حرارت، بلوک چوبی در پرس آزمایشگاهی قرار می‌گرفت. در این پرس حرارت صفحه بالایی ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد و حرارت صفحه پائینی برابر حرارت محیط بود. با بسته شدن پرس حرارت در نقطه صفر اندازه‌گیری شد. بعد از ۳۰ دقیقه حرارت‌دهی اندازه‌گیری شد، سپس حرارت‌دهی ادامه یافت و بعد از ۶۰ دقیقه حرارت‌دهی دمای چوب در گره‌ها اندازه‌گیری شد. دوباره بعد از ۱۰۰ دقیقه اندازه‌گیری حرارت در گره‌ها صورت گرفت. اطلاعات جمع‌آوری شده به صورت گراف ترسیم گردید. گراف‌های مربوط به پیش‌بینی مدل و گراف مربوط به اندازه‌گیری در شرایط مشابه مورد مقایسه قرار گرفت.

اکنون روش تکرار گوس-سایدل در حل سیستم‌های بزرگ خطی به کار گرفته می‌شود و حرارت در هر گره در هر مقطع زمانی گرم کردن محاسبه می‌گردد. اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی: بلوک‌هایی از چوب راش با دانسیته ۰/۶۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب و ضریب پخش حرارتی ۰/۰۰۵ با ابعاد عرض ۵۰ میلی‌متر، ضخامت ۵۰ میلی‌متر و طول ۴۰۰ میلی‌متر برای این تحقیق در نظر گرفته شد. مقطع نمونه به شبکه از مربعات کوچک به ابعاد ۵×۵ میلی‌متر تبدیل گردید. با توجه به قرینه بودن مربعات در چهار گوشه اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی فقط در یک گوشه مطابق شکل ۱ انجام گردید. به منظور لحاظ کردن زمان حرارت‌دهی و فاصله از منبع حرارتی مدل‌ها و آزمایش‌ها در چهار نقطه روی نیمرخ عمود بر صفحات پرس به فاصله‌های ۱۵، ۱۰، ۵ و ۲۰ میلی‌متر از منبع حرارت (صفحه گرم پرس) در سه فاصله زمانی حرارت‌دهی ۳۰ دقیقه، ۶۰ دقیقه و ۱۰۰ دقیقه انجام شد. به منظور لحاظ کردن اثر حرارت محیط در هر قطعه چوبی چهار نیمرخ که از مغز قطعه چوب در فاصله‌های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ میلی‌متر بود، تعیین گردید. در این آزمایش از روش انتقال حرارت یکطرفه استفاده شد، بدین منظور صفحه بالایی پرس با گرمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد منبع گرما در نظر گرفته شد و صفحه پائینی پرس در حالت



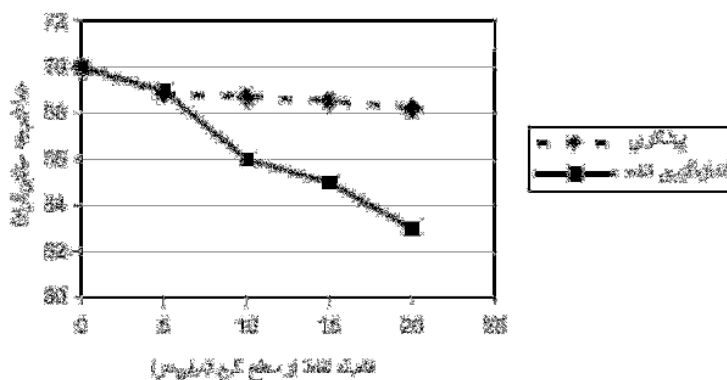
شکل ۵- گره‌های به فاصله ۵ میلی‌متر از هم در یک چهارم از سطح مقطع نمونه.

## نتایج

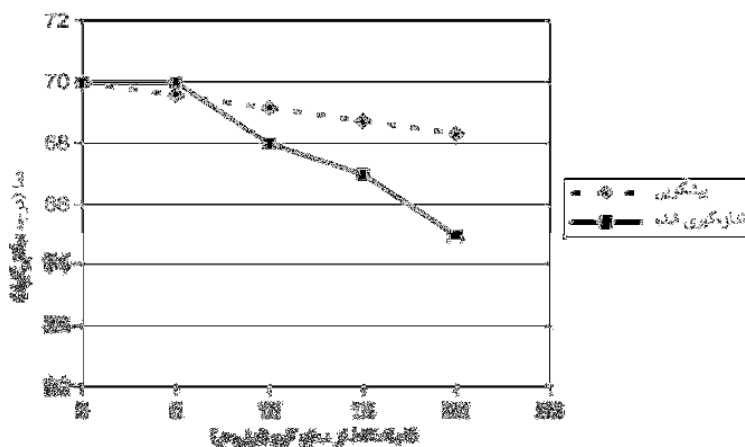
هرچه از منبع دور می‌شویم بیشتر می‌گردد به طوری که در گره‌ای که ۲۰ میلی‌متر از صفحه پرس فاصله دارد حرارت پیش‌گویی ۵ درجه بیش از حرارت اندازه‌گیری شده می‌باشد که این مقدار حدود ۷ درصد مقدار اندازه‌گیری شده می‌باشد. در واقع می‌توان اعلام نمود که مدل با ۷ درصد خطا درجه حرارت را در گره موردنظر پیش‌بینی نموده است.

در شکل ۷ این اندازه‌گیری‌ها در نیمرخ قائم بعدی که به فاصله ۱۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی قرار دارد، انجام شده است. با توجه به این که فاصله عمودی گره‌ها از صفحه پرس مشابه نیمرخ قبلی می‌باشد، گراف‌ها مشابه می‌باشند اما فاصله درجه حرارت پیش‌گویی و اندازه‌گیری شده در گره‌های دورتر از صفحه پرس بیشتر از گراف قبلی می‌باشد که شاید نشانه‌ای از اثر حرارت محیط از لبه‌ها باشد.

پیش‌گویی‌های مدل ریاضی و نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های درجه حرارت در یک نیمرخ قائم به فاصله ۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی مورد آزمایش بعد از ۳۰ دقیقه پروسه انتقال حرارت در شکل‌های ۶ تا ۹ است. در شکل ۶ درجه حرارت پیش‌بینی شده به وسیله مدل ریاضی و درجه حرارت‌های در چهار نقطه به ترتیب به فاصله ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ میلی‌متر از صفحه گرم پرس نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد هم در گراف پیش‌گویی مدل و هم در گراف حاصل از اندازه‌گیری حرارت همان‌طور که از منبع حرارت دور می‌شویم از میزان حرارت کاسته می‌شود که منطقی هم می‌باشد. به‌رغم این شباهت میزان کاهش در گراف حاصل از اندازه‌گیری بیشتر است، فاصله گراف پیش‌گویی از گراف اندازه‌گیری



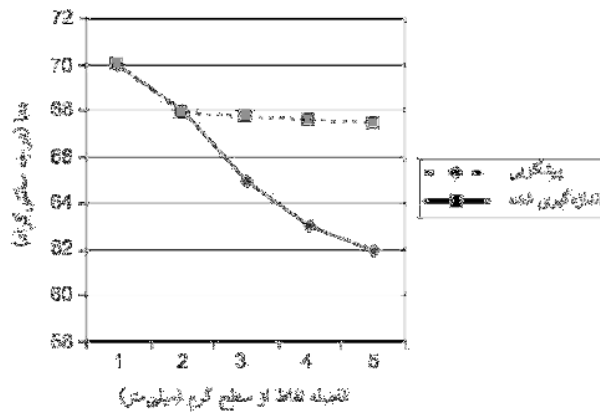
شکل ۶- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۳۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



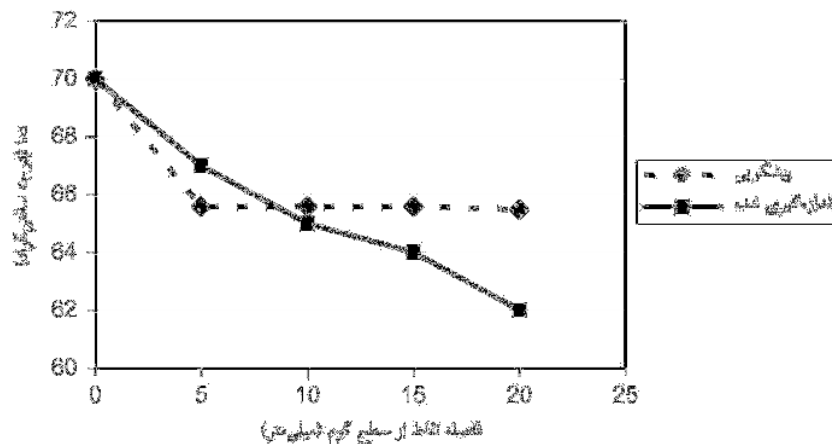
شکل ۷- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۳۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۱۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.

شکل ۱۰ مشاهده می‌شود فاصله دو گراف پیش‌بینی و اندازه‌گیری شده با دور شدن از منبع حرارت بیشتر می‌شود، این تفاوت تا ۵ درجه هم افزایش می‌یابد. پیش‌گویی‌های مدل ریاضی و نتایج اندازه‌گیری‌های درجه حرارت بعد از ۶۰ دقیقه حرارت دادن به‌خصوص در نقاط دورتر از منبع گرمایی بیشتر شده است.

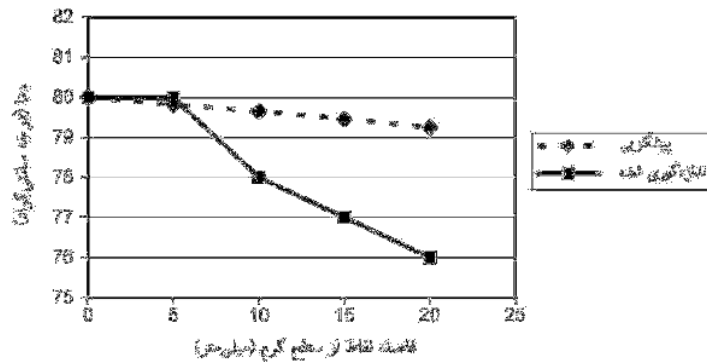
در شکل‌های ۸ و ۹ اثر لبه‌ها مشخص‌تر می‌باشد و فاصله نقاط مرزی از هم بیشتر گردیده است. بنابراین، هرچه به سمت لبه‌ها می‌رویم اثر محیط روی انتقال حرارت بیشتر می‌گردد. گراف‌های مربوط به پیش‌گویی مدل ریاضی و درجه حرارت‌های اندازه‌گیری شده بعد از ۶۰ دقیقه حرارت‌دهی در شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ دیده می‌شود. همان‌طور که در



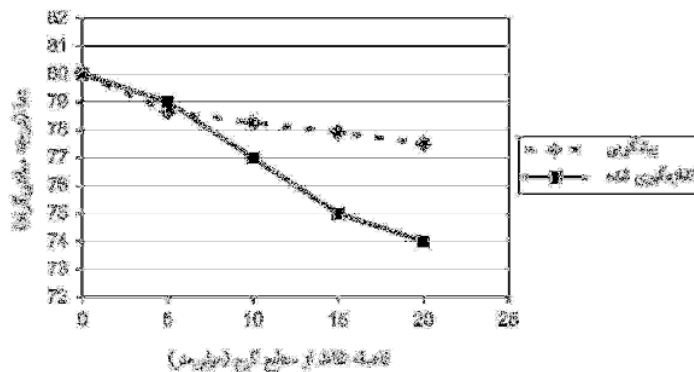
شکل ۸- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۳۰ دقیقه نیمرخ قائم به فاصله ۱۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



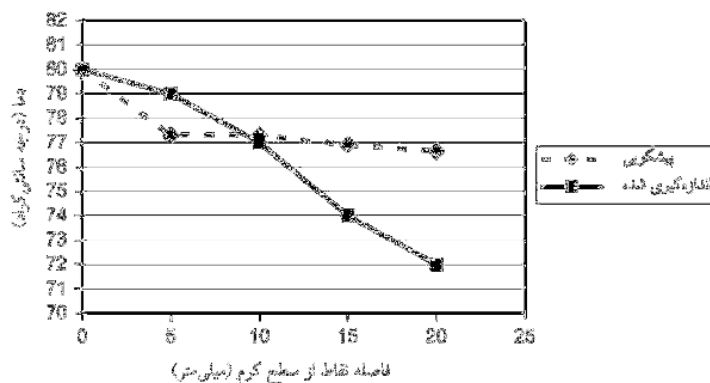
شکل ۹- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۳۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۲۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



شکل ۱۰- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۶۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



شکل ۱۱- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۶۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۱۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.

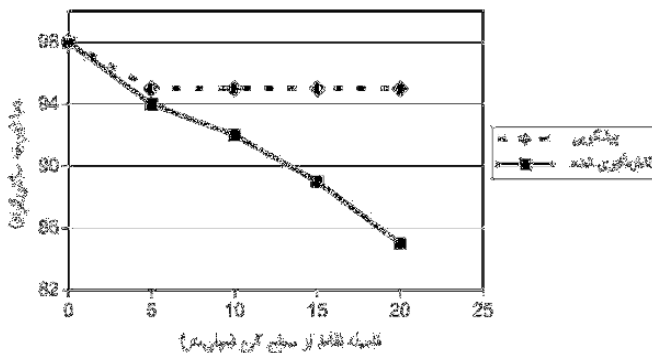


شکل ۱۲- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۶۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۱۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.

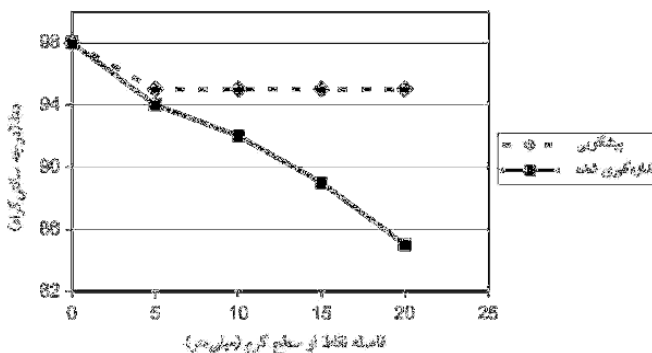


شدت بیشتری به خود می‌گیرد. به نظر می‌رسد این تفاوت مربوط به عایق بودن چوب در مقابل حرارت باشد. (پنق و گو (۲۰۰۶) و پرف و موین (۱۹۹۱) نیز به این موضوع اشاره نموده‌اند.

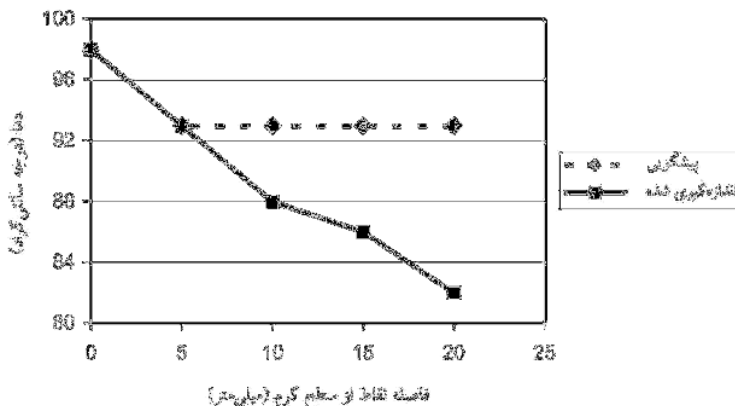
نتایج پیش‌گویی مدل ریاضی و اندازه‌گیری‌های انجام شده بعد از ۱۰۰ دقیقه انتقال حرارت در شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد بین پیش‌گویی‌های مدل و مقادیر اندازه‌گیری شده تفاوت وجود دارد. در فاصله بیشتری از منبع حرارت این تفاوت



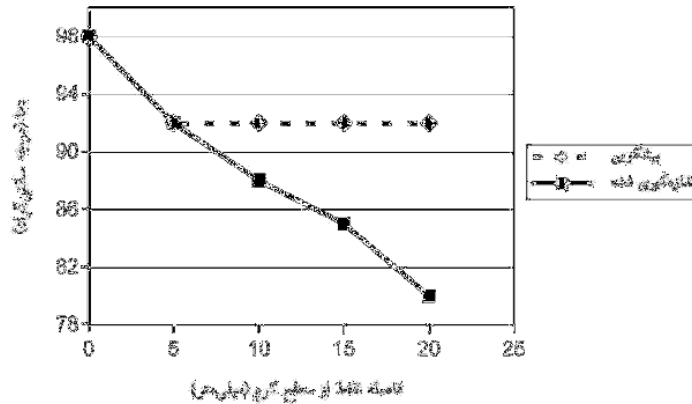
شکل ۱۳- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۶۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۲۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



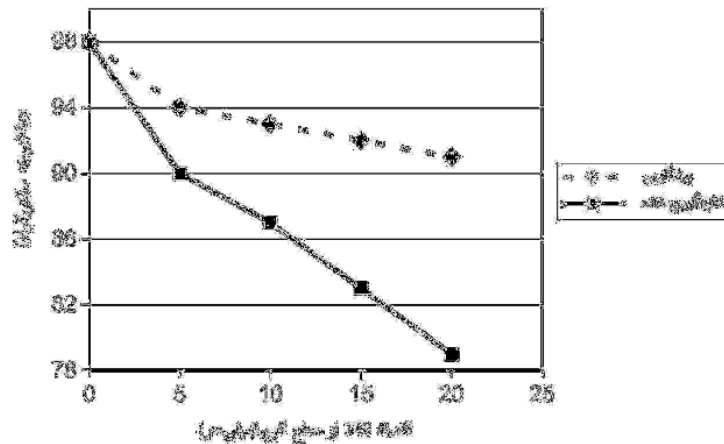
شکل ۱۴- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۱۰۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



شکل ۱۵- مقایسه درج حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۱۰۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۱۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



شکل ۱۶- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۱۰۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۱۵ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی.



شکل ۱۷- مقایسه درجه حرارت پیش‌بینی شده با مدل ریاضی و اندازه‌گیری شده بعد از ۱۰۰ دقیقه در نیمرخ قائم به فاصله ۲۰ میلی‌متر از مغز قطعه چوبی مورد آزمایش.

حرارتی از لبه‌ها در اثر تماس با هوای سرد محیط بود. همان‌طور که نتایج این مطالعه نشان می‌دهد مدل‌های ریاضی ابزار بسیار مفیدی برای پیش‌گویی انتقال حرارت می‌توانند باشند البته در طراحی این مدل‌ها باید شرایط فیزیکی چوب کاملاً لحاظ گردد تا دقت مدل افزایش یابد. مدلی که در این تحقیق طراحی گردید فقط برای چوب‌های ماسیو گونه راش با رطوبت استاندارد ۱۲ درصد و دانسیته ۰/۶۸ گرم بر سانتی‌متر مکعب با ضریب پخش گرمایی ۰/۰۰۰۵ کاربرد دارد در غیر این صورت مدل باید برای شرایط جدید اصلاح گردد. با افزایش دقت مدل فوق می‌توان از آن در برنامه‌های چوب خشک‌کنی یا برنامه‌های تیمارهای حرارتی چوب استفاده نمود.

## نتیجه‌گیری

نتیجه این تحقیق نشان می‌دهد که مدل ریاضی معرفی شده از توانایی مطلوبی برای پیش‌گویی درجه حرارت قطعه‌چوبی در جریان انتقال حرارت می‌باشد، هرچند برای افزایش دقت هنوز به اصلاحاتی نیاز دارد. اثر ضخامت یا فاصله از منبع گرما توسط مدل شناسایی شد و با افزایش فاصله از منبع حرارت کاهش درجه حرارت در گره‌های مختلف در پیش‌گویی‌های مدل کاملاً مشهود بود اگرچه با افزایش فاصله از دقت مدل کاسته می‌شد. اثر حرارت محیطی بر انتقال حرارت به‌وسیله مدل توضیح داده شد به‌طوری‌که گره‌های نزدیک به لبه‌های قطعه چوبی از حرارت کمتری برخوردار می‌شدند که علت آن پرت

منابع

1. Bannell, B. 1983. Mathematical model for lumber drying. *Wood Science* 12(1):14-21.
2. Bazant, Z.P. 1985. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. *Wood Science and Technology*. 19: 159-177.
3. Ebrahimi, G., and Faezipur, M. 1996. *Kiln Wood Drying*. Tehran University Publication.
4. Emam, M. 1997. Investigation on heat transfer in particleboard mat. M.Sc thesis. Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources.
5. Gu, H., and Sharp, A. 2005. Geometric Model for softwood transverse thermal conductivity. *Wood and Fiber science* 31(4) 2005: 699-711
6. Gu, H., and Hunt, J. 2004. Two dimensional Finite element heat and mass transfer Model for softwood. *Proceedings: 7th pacific rim bio composite symposium*. China. Oct.31-Nov.2. 2004.
7. Lehman, W.F. 1972. Moisture stability relationships in wood-based composite. USD Forest Service. FPLreport. P. 208.
8. Kehr, E., and Scholzel, S. 1996. The investigation of pre ssing conditions in the manufacturing of particleboard. USDC Trans. FPL report P. 687.
9. Pang, S., and Gu, L. 2006. Opportunity and challenge in wood drying: quality control and energy saving. *Cienciey Technology* 8(1): 57-58.
10. Perref, P., and Moyne, C. 1991. Process related to drying: Part II. Use of the same model to solve transfers both in saturation and unsaturated porous media. *Drying Technology* 9(15). 1153-1179.
11. Tabarsa, T., and Alaei, A. 2001. investigation on feasibility of using rice straw in mixture with wood particles for manufacturing particleboard. *Agricultural Sciences and Natural resources Magazine*.
12. Tabarsa, T., and Movahedi, A. 2003. Investigation on feasibility of using amigdalus branches for manufacturing particleboard. *Agricultural Sciences and Natural Resources magazine*.
13. Tabarsa, T., and Chui, Y.H. 1997. Effect of heat and pressure on properties of white spruce. *Forest. Prod. J.* 47(5):71-75.

---

---

## Predicting heat transfer in wood using mathematic model

\*T. Tabarsa<sup>1</sup>, B. Alidad<sup>2</sup> and M. Malekan<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Assistant Prof. Dept. of Wood and Paper Sciences and Industries, University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Iran, <sup>2</sup>Assistant Prof. Dept. of mathematic, University of Agricultural Sciences and Natural Resources, Iran, <sup>3</sup>M.Sc. student Dept. of Wood and Paper Sciences and Industries, Azad University, Iran

---

---

### Abstract

In this study a mathematic model was developed for predicting wood temperature at different depth of wood and time during heating. Fractional differential equations were applied for developing such model. For evaluating accuracy of the model beech wood with density of 0.68gr/cm<sup>3</sup> and moisture content of 12 percent was used. Good agreement was found between model predictions and experimental data. Effect of distance from heat resource in wood was explained however with increasing wood thickness or distance from heat resource accuracy of the model reduced. Effect of duration of heating on heat transfer was also described well. Heat loss from edges of wood block under effect of environmental conditions was identified by model. However model has to be modified for increasing its accuracy, it had high ability for predicting temperature at different thickness of wood during heating. When accuracy of the model is increased it can be used for wood drying and heat treatment applications.

**Keywords:** Mathematic model; Differential equation; Heat transfer; Beech wood; Prediction

---

\*- Corresponding Author, Email: Tabarsa@yahoo.com