

توسعه مدل دو بعدی متوسط‌گیری شده در عرض برای شبیه‌سازی جریان‌های سطح آزاد

*مرتضی افتخاری^۱، مسعود منتظری‌نمین^۲ و سیدعلی اکبر صالحی‌نیشابوری^۳

^۱دانشجوی دکترای گروه مهندسی آب، دانشگاه تربیت مدرس، ^۲استادیار گروه عمران دانشگاه تهران،

^۳استاد گروه سازه‌های هیدرولیکی دانشگاه تربیت مدرس

تاریخ دریافت: ۸۶/۱۱/۲۳؛ تاریخ پذیرش: ۸۷/۶/۲

چکیده

در این مقاله یک مدل متوسط‌گیری شده در عرض در حالت غیرماندگار و بدون فرض فشار هیدرواستاتیک ارائه می‌شود. در این مدل علاوه بر آنکه رقوم سطح آب در هر گام زمانی به همراه میدان سرعت و فشار بدون نیاز به معادله اضافی مستقیماً از معادلات حاکم استخراج می‌گردد، همچنین می‌توان اثر تغییرات عرضی هندسه میدان را نیز بر رقوم سطح آب شبیه‌سازی نمود. مدل برای شبیه‌سازی الگوی جریان و رقوم سطح آب در مسائل مختلف شامل انتشار موج خطی استوکس، انتشار موج تنها و جریان در کانال با تغییرات عرضی هندسه آن به کار گرفته شده است. نتایج حاصل از مقایسه مدل با نتایج تحلیلی و آزمایشگاهی بیانگر کارایی مناسب مدل در شبیه‌سازی سطح آب در جریان‌های با تغییرات عرضی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی عددی، مدل متوسط‌گیری شده در عرض، فشار هیدرودینامیک، جریان سطح آزاد، تغییرات عرضی

مقدمه

در کارهای مهندسی است. این در حالی است که در بعضی از موارد مدل‌های دو بعدی به اندازه مدل‌های سه بعدی از دقت قابل قبولی برخوردارند و هزینه محاسباتی کمتری نیز دارند.

در میان مدل‌های دو بعدی، محققان ایده مدل‌های متوسط‌گیری شده در عرض^۱ علی‌رغم کارایی نسبتاً خوب، کمتر استفاده کرده‌اند. این مدل‌ها علاوه بر آنکه دارای هزینه محاسباتی تقریباً برابر با مدل‌های دو بعدی خالص^۲ هستند، دارای دو مزیت عمده نیز می‌باشند:

مدل‌های عددی یکی از ابزارهای کارآمد برای شبیه‌سازی پدیده‌های هیدرودینامیکی است و در حل مسائل مخزن، رودخانه و سواحل کاربرد گسترده‌ای دارند. در سال‌های اخیر با پیشرفت سریع در قدرت کامپیوترها، مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی بسیاری برای شبیه‌سازی هیدرودینامیک جریان‌ها توسعه یافته‌اند. اگرچه به لحاظ تئوری روش اساسی جهت شبیه‌سازی در نظر گرفتن یک مدل کاملاً سه‌بعدی است، اما هزینه محاسباتی بالا و موجود نبودن اطلاعات کافی برای صحت‌سنجی و واسنجی این مدل‌ها مانع مهمی در توسعه و استفاده از آنها

1- Two Dimensional Vertical Laterally Averaged (2DV-LA)

2- Two Dimensional Vertical (2DV)

*- مسئول مکاتبه: salehi@modares.ac.ir

۱) اثر تغییرات عرض هندسه میدان در معادلات وجود داشته و در شبیه‌سازی جریان لحاظ می‌گردد.

۲) اثر تنش ناشی از دیواره‌های قائم در معادلات در نظر گرفته می‌شود.

بر این مبنا مدل‌هایی براساس معادلات متوسط‌گیری شده در عرض توسعه داده شده‌اند (هامیلتون، ۱۹۷۵؛ بلومبرگ، ۱۹۷۷؛ وانگ و راویتس، ۱۹۸۰؛ فور و همکاران، ۱۹۹۰؛ لاول و همکاران، ۱۹۹۱؛ استیسی و همکاران، ۱۹۹۵؛ وانگ، ۱۹۹۸؛ بورگالت و کلی، ۲۰۰۴).

خصوصیت عمومی بیشتر مدل‌های متوسط‌گیری شده در عرض فرض فشار هیدرواستاتیک^۱ می‌باشد. این فرض که در واقع صرف‌نظر کردن از شتاب‌های قائم در مقابل شتاب ثقل در معادله اندازه حرکت در جهت عمودی می‌باشد، در مورد بسیاری از مسائل صادق بوده، ولی به‌طور مثال در مسائلی مانند جریان در کانال‌های همراه با تغییرات ناگهانی هندسه، حرکت امواج کوتاه و جریان با گرادیان شدید چگالی که در آنها شتاب قائم اهمیت دارد، پاسخ‌های مورد قبولی در پی نخواهد داشت.

اگر چه اثر محاسبه فشار هیدرودینامیک بر میدان سرعت امری مسلم است، اما شاید بتوان علت تمایل محققان به در نظر گرفتن فرض فشار هیدرواستاتیک را در دو عامل ذیل خلاصه نمود:

۱) کاهش قابل توجه حجم محاسبات؛ در این‌صورت به هزینه زمانی بالای حل معادله برای محاسبه فشار که هسته اصلی محاسبات نیز می‌باشد، نیاز نخواهد بود.

۲) استخراج مستقیم رقوم سطح آب پس از حل معادلات جریان؛ در غیراین‌صورت در به‌دست آوردن الگوی جریان عمده ترین مساله، شکل متغیر سطح آب در مرز بالایی میدان است که می‌بایست به‌عنوان یک شرط مرزی فوقانی به مدل داده شود. لذا تعیین موقعیت سطح آب بخش مجزایی از حل را شامل می‌شود که مستلزم استفاده از روش‌های مختلفی است که هر یک از آنها نقاط ضعف و

قوت خود را دارند. به‌طور مثال روش‌های ردیابی حجم^۲ مانند VOF برخلاف دقت مناسب عموماً هزینه محاسباتی بالایی دارد و دارای محدودیت‌های پایداری می‌باشد. از سوی دیگر محاسبات مذکور در شرایط جریان غیرماندگار به مراتب افزایش خواهد یافت.

همچنین لازم به ذکر است که عدم فرض فشار هیدرواستاتیک اکثراً در ترکیب با معادلات دو بعدی خالص اتفاق افتاده است (لامب، ۱۹۹۴؛ استانسبی و زو، ۱۹۹۸؛ هیسیا و همکاران، ۱۹۹۸؛ نمین و همکاران، ۲۰۰۱). نویسندگان مقاله ترکیب معادلات متوسط‌گیری شده در عرض را با فشار غیرهیدرواستاتیک یافتند در (بورگالت و کلی، ۲۰۰۴؛ بورت و همکاران، ۱۹۹۹).

همان‌طور که در ضمن مطالب فوق اشاره شد نکته دیگر قابل بررسی، مساله شبیه‌سازی سطح آزاد جریان است که در صورت ترکیب آن با معادلات متوسط‌گیری شده در عرض و عدم فرض فشار هیدرواستاتیک، قابل توجه خواهد بود. این انگیزه باعث شد تا در این مقاله پس از بررسی سابقه پژوهش و مدارک علمی موجود، به توسعه یک مدل عددی به این منظور به همراه مطالعه آزمایشگاهی پرداخته شود.

هدف از این مقاله ارائه یک مدل دو بعدی متوسط‌گیری شده در عرض، بدون فرض فشار هیدرواستاتیک می‌باشد، به‌طوری‌که بتوان با استفاده از آن جریان‌های غیرماندگار همراه با سطح آزاد را در شرایطی که عرض هندسه میدان متغیر است شبیه‌سازی نمود. در روش مورد استفاده در مدل، معادلات حاکم بر جریان به‌طور هم‌زمان با شرط مرزی سینماتیک سطح آب تحلیل شده و رقوم سطح آب در هر گام زمانی با هزینه محاسباتی کمی به همراه میدان سرعت و فشار استخراج می‌گردد.

معادلات حاکم: به‌طورکلی معادلات ناویر-استوکس^۳ بیان ریاضی الگوی هر نوع جریانی در طبیعت می‌باشد که

شتاب ثقل، B عرض میدان، v_1, v_2 به ترتیب ضریب لزجت سیال و ضریب لزجت آشفته‌گی، k انرژی جنبشی آشفته‌گی، ε نرخ اتلاف آشفته‌گی، Prod ترم تولید انرژی جنبشی آشفته‌گی ناشی از گرادیان سرعت، $c_{v\varepsilon} = 1.92$ ، $\sigma_k = 1.0$ ، $\sigma_\varepsilon = 1.3$ ، $c_{\mu} = 0.09$ ، $c_{v\varepsilon} = 1.44$ ضرایب ثابت و استاندارد مدل آشفته‌گی و $C_w = g/C^2$ ضریب زبری مولفه قائم تنش برشی دیواره‌ها و C ضریب شزی می‌باشد.

با توجه به فرض تراکم ناپذیر بودن سیال، برای ساده‌سازی و کاهش خطاهای ناشی از گرد کردن، ترم ثقل با فشار ترکیب شده و فشار جدیدی شامل دو بخش مذکور به صورت معادله ۸ تعریف می‌گردد.

$$P = \frac{P}{\rho} + gz \quad (8)$$

بر این اساس معادله‌ها اندازه حرکت نیز بازنویسی خواهند شد.

معادله اندازه حرکت در راستای x :

$$\frac{\partial Bu}{\partial t} + \frac{\partial Bu^*}{\partial x} + \frac{\partial Buw}{\partial z} = -B \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) - C_w u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (9)$$

معادله اندازه حرکت در راستای z :

$$\frac{\partial Bw}{\partial t} + \frac{\partial Bw^*}{\partial z} + \frac{\partial Buw}{\partial x} = -gB - \frac{B}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial z} \right) - C_w w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (10)$$

روش عددی و منفصل سازی معادلات: معادلات اندازه حرکت حاکم به سبب داشتن ترم‌های غیرخطی راه‌حل تحلیلی ندارند و لازم است برای حل آنها از روش‌های عددی استفاده نمود. در روش‌های حل عددی، این معادلات با استفاده از یکی از روش‌های گسسته‌سازی مانند تفاضل محدود، احجام محدود یا اجزاء محدود، منفصل و به یکسری معادلات جبری خطی تبدیل می‌شوند.

نکته دارای اهمیت در حل عددی مسائل مبتنی بر عدم فرض فشار هیدرواستاتیک نحوه کوپل^۲ کردن سرعت و فشار می‌باشد، زیرا مؤلفه‌های سرعت در هر سه معادله

در حال حاضر با توجه به پیچیدگی موضوع و قدرت کامپیوترهای موجود حل کامل آنها حتی در مقیاس‌های کوچک مقرون به صرفه نبوده و لذا محققان فرض‌های ساده‌کننده‌ای را در این معادلات اعمال نموده‌اند تا متناسب با شرایط هر نوع جریان جواب‌های قابل قبولی استخراج گردد. با فرض تراکم ناپذیر بودن سیال و صرف‌نظر از تغییرات سرعت و فشار در جهت عرضی و انتگرال‌گیری از معادلات ناویر-استوکس در این جهت، این معادلات به معادلات متوسط‌گیری شده در عرض تبدیل می‌شوند.

در این مقاله معادلات دو بعدی اندازه حرکت و پیوستگی متوسط‌گیری شده در عرض در سیستم مختصات کارتزین^۱ با استفاده از مدل استاندارد $k - \varepsilon$ جهت شبیه‌سازی آشفته‌گی جریان، به صورت ذیل مورد استفاده شده (الیوت، ۱۹۷۶؛ رودی، ۱۹۸۴).

$$\frac{\partial Bu}{\partial x} + \frac{\partial Bw}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Bu}{\partial t} + \frac{\partial Bu^*}{\partial x} + \frac{\partial Buw}{\partial z} = -\frac{B}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) - C_w u \sqrt{u^2 + w^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial Bw}{\partial t} + \frac{\partial Bw^*}{\partial z} + \frac{\partial Buw}{\partial x} = -gB - \frac{B}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial z} \right) - C_w w \sqrt{u^2 + w^2} \quad (3)$$

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \text{Prod} - \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + c_{v\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \text{Prod} - c_{t\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

$$\text{Prod} = v_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (7)$$

در این معادلات x, z به ترتیب موقعیت محورهای طولی و عمقی سیستم مختصات کارتزین و u, w مؤلفه‌های سرعت متوسط‌گیری شده در عرض در این جهات می‌باشند. t زمان، p فشار، ρ چگالی آب، g

$$\frac{\partial Bu}{\partial t} + \frac{\partial Bu^*}{\partial x} + \frac{\partial Buw}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) - C_w u \sqrt{u^* + w^*}$$

$$\frac{\partial Bw}{\partial t} + \frac{\partial Buw}{\partial x} + \frac{\partial Bw^*}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (12)$$

از آنجا که رفتار فیزیکی پدیده‌های جابجایی و پخش متفاوت می‌باشد، روش عددی مناسب برای یکی الزاماً برای روش دیگر مناسب نیست، لذا بهتر است این دو پدیده مستقلاً بررسی شده و متناسب با فیزیک آنها روش‌های عددی جداگانه ارائه گردد. به این منظور از روش تفکیک (زمانی^۱ یا نونکو، ۱۹۷۱) استفاده شده است. در روش تفکیک زمانی برای ترم‌های مذکور به صورت جداگانه سرعت‌های میانی محاسبه می‌شوند. این سرعت‌ها در واقع مربوط به اثر ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره بوده که اثر ترم فشار هم می‌بایست به آن افزوده شود.

با بررسی توانایی‌ها و محدودیت‌های روش‌های عددی مختلف موجود نظیر دقت، پایداری و سرعت اجرا جملات جابجایی با روش صریح فروم^۲ و جملات پخش با روش نیمه ضمنی کرانک نیکلسون^۳ گسسته‌سازی شده‌اند. بنابراین در زمان و مکان از دقت مرتبه دوم استفاده شده است و محدودیت عدد کورانت نیز می‌بایست رعایت گردد.

به‌طور مثال در مورد معادله حرکت در جهت x ابتدا طبق شرایط اولیه جریان، براساس میدان سرعت در گام زمانی n ، مقادیر سرعت‌ها تحت تأثیر پدیده جابجایی محاسبه و سرعت میانی مرحله اول u^* به صورت زیر محاسبه می‌گردد، (نمین، ۲۰۰۳).

$$\frac{(Bu)_0^* - (Bu)^n}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x} (Bu^2) \right]^n \quad (13)$$

$$\frac{(Bu)^* - (Bu)_0^*}{\Delta t} = \left[-\frac{\partial}{\partial z} (Bu_0^* w^n) \right] \quad (14)$$

اندازه حرکت و پیوستگی حضور داشته لیکن مولفه فشار با وجود اینکه در هر دو معادله اندازه حرکت درگیر است، ولی معادله جداگانه‌ای برای خود ندارد. از آنجا که میدان فشار معمولاً از قبل معلوم نمی‌باشد می‌بایست به‌عنوان قسمتی از محاسبات استخراج شود. در این راستا راهکارهای مختلفی از جمله روش‌های اصلاح فشار مانند سیمپل ارائه شده است (گرماند و همکاران، ۲۰۰۶). در روش اصلاح فشار به‌منظور به‌دست آوردن میدان صحیح فشار و به تبع آن حل معادله‌های اندازه حرکت پس از حدس مقادیر اولیه‌ای برای میدان‌های سرعت و فشار از معادله‌ای موسوم به معادله تصحیح فشار استفاده می‌شود. در این روش با پیشرفت مراحل تکرار مقادیر حدسی اولیه به تدریج بهبود یافته و فرآیند تکرار تا همگرایی میدان‌های سرعت و فشار ادامه می‌یابد. اگر چه این روش مناسب بوده و در بسیاری از روش‌های عددی توسط محققان بکارگرفته شده اما تلاش‌های استفاده از آن در جریان‌های سطح آزاد به‌خصوص در حالت غیردائم با پیشرفت‌های کمتری همراه بوده است (زو، ۱۹۹۵؛ یولیون، ۱۹۹۷؛ نمین، ۲۰۰۱).

یکی دیگر از روش‌های به‌دست آوردن میدان فشار روش ارائه شده توسط چورین ۱۹۶۸ می‌باشد. در این روش در گام نخست با نادیده گرفتن جمله فشار از طریق معادله‌های اندازه حرکت یک میدان سرعت میانی محاسبه شده و سپس در گام دوم به کمک سرعت‌های میانی و این بار از طریق معادله پیوستگی، مقادیر فشار و سپس سرعت‌های مرحله بعد محاسبه می‌شوند.

در مدل تهیه شده در این مقاله معادله‌های حاکم با استفاده از روش احجام محدود و بر روی یک میدان جابه‌جا شده گسسته‌سازی و به‌روش چورین حل شده‌اند. همان‌طور که اشاره شد در روش چورین حل در دو گام به شکل زیر انجام می‌شود:

گام اول: حل معادله‌های اندازه حرکت بدون در نظر گرفتن ترم فشار: در این مرحله ترم فشار از معادله‌های حرکت حذف شده و معادله‌های باقی‌مانده به‌همراه ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره حل می‌شوند.

- 1- Time Splitting
- 2- Fromm
- 3- Crank-Nicholson

معادله‌های منفصل شده حرکت در جهت‌های x و z (در غیاب ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره) به صورت معادله‌های ۱۷ و ۱۸ می‌باشند:

$$\frac{(Bu)^{n+1} - (Bu)^{**}}{\Delta t} = - \left(\frac{B \partial P^{n+1}}{\partial x} \right) \quad (17)$$

$$\frac{(Bw)^{n+1} - (Bw)^{**}}{\Delta t} = - \left(\frac{B \partial P^{n+1}}{\partial z} \right) \quad (18)$$

معادله منفصل شده پیوستگی نیز به صورت معادله ۱۹ می‌باشد:

$$\frac{\partial Bu}{\partial x} + \frac{\partial Bw}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{(Bu)_{i+1,k}^{n+1} - (Bu)_{i,k}^{n+1}}{\Delta x_i} + \frac{(Bw)_{i,k+1}^{n+1} - (Bw)_{i,k}^{n+1}}{\Delta z_k} = 0 \quad (19)$$

در این معادله مطابق شکل ۱، k, i شماره سلول‌ها در جهت طولی و عمقی است.

در صورتی که مقادیر $(Bu)^{n+1}$ مربوط به گره‌های $(i, k), (i+1, k)$ و $(i, k+1)$ مربوط به گره‌های $(i, k), (i, k+1)$ طبق معادلات ۱۷ و ۱۸ در معادله ۱۹ جاگذاری شوند، معادله حاکم بر فشار برای سلول‌های داخل میدان به صورت معادله ۲۰ استخراج می‌گردد.

$$a.P_{i-1,k}^{n+1} + b.P_{i+1,k}^{n+1} + c.P_{i,k-1}^{n+1} + d.P_{i,k+1}^{n+1} + f.P_{i,k}^{n+1} = e \quad (20)$$

$$a = - \frac{\Delta t B_{i,k}}{\Delta x_{i-1/2} \Delta x_i} \quad b = - \frac{\Delta t B_{i+1,k}}{\Delta x_{i+1/2} \Delta x_i} \quad c = - \frac{\Delta t B_{i,k}}{\Delta z_{k-1/2} \Delta z_k}$$

$$d = - \frac{\Delta t B_{i,k+1}}{\Delta z_{k+1/2} \Delta z_k} \quad f = -(a+b+c+d)$$

$$e = - \left(\frac{u_{i+1,k}^{**} - u_{i,k}^{**}}{\Delta x_i} + \frac{w_{i,k+1}^{**} - w_{i,k}^{**}}{\Delta z_k} \right)$$

در این معادله اندیس‌های $(i-1/2), (k-1/2)$ به مقدار یک متغیر بر وجه بالایی سلول اشاره دارند.

سپس به کمک سرعت‌های میانی مرحله اول، ترم پخش طبق معادله‌های ذیل حل شده و سرعت‌های میانی u^{**} مرحله دوم محاسبه می‌شود.

$$\frac{(Bu)^{**} - (Bu)^*}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(B(v + v_i) \frac{\partial (u)^{**}}{\partial x} \right) \quad (15)$$

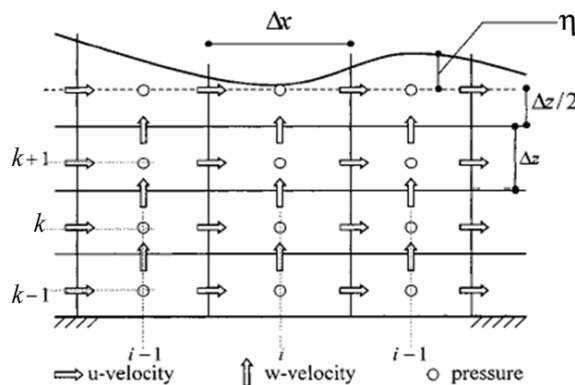
$$\frac{(Bu)^{**} - (Bu)_0^{**}}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(B(v + v_i) \frac{\partial (u)^{**}}{\partial z} \right) \quad (16)$$

گام دوم؛ حل معادله پواسون فشار^۱ و اصلاح سرعت‌ها:

در این مرحله با ترکیب معادله‌های حرکت (در غیاب ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره) با معادله پیوستگی، اولاً معادله جدیدی که بر فشار حاکم می‌باشد ایجاد شده که پس از حل آن میدان فشار محاسبه می‌گردد. ثانیاً با استفاده از میدان فشار حاصله و با توجه به رابطه بین سرعت‌ها و فشارها در معادله‌های حرکت (بدون ترم‌های جابجایی، پخش و تنش دیواره) سرعت‌های نهایی محاسبه می‌گردند (نمین، ۲۰۰۳).

نکته مهم آن است که در ترکیب معادله‌های حرکت با معادله پیوستگی و تشکیل معادله جدید حاکم بر فشار برخوردی متفاوتی در مورد سلول‌های داخل میدان و سلول‌های سطحی (نزدیک سطح آب) وجود دارد که در ادامه توضیح بیشتری ارائه می‌شود.

۱) معادله حاکم بر فشار در رابطه با سلول‌های داخل میدان به صورت زیر استخراج می‌گردد.



شکل ۱- موقعیت متغیرها و جانمایی شبکه.

1- Pressure Poisson Equation

(۲) معادله حاکم بر فشار در سلول‌های سطحی (نزدیک سطح آب) نیز به صورت زیر استخراج می‌گردد.

اگر معادله پیوستگی برای هر ستون آب نوشته شود، معادله ۲۱ مربوط به سرعت قائم در وجه پایینی سلول سطحی می‌باشد:

$$w_{i,nk}^{n+1} = -\frac{1}{B_{i,nk-1/2}} \sum_{k=1}^{nk-1} \frac{\Delta z_k}{\Delta x_i} (B_{i+1/2,k} u_{i+1,k}^{n+1} - B_{i-1/2,k} u_{i,k}^{n+1}) \quad (21)$$

در معادله مذکور، nk تعداد کل سلول‌ها در جهت عمودی می‌باشد.

از نوشتن معادله پیوستگی برای سلول سطحی می‌توان سرعت قائم در وجه بالایی سلول سطحی را به دست آورد:

$$(w_{z=\eta} - w_{i,nk}^{n+1}) \Delta x_i + (h_{i+1/2} u_{i+1,nk}^{n+1} - h_{i-1/2} u_{i,nk}^{n+1}) = 0 \quad (22)$$

$$w_{z=\eta} + \frac{1}{B_{i,nk}} \left(\frac{B_{i+1/2,nk} h_{i+1/2} u_{i+1,nk}^{n+1} - B_{i-1/2,nk} h_{i-1/2} u_{i,nk}^{n+1}}{\Delta x_i} - \frac{B_{i,nk-1/2} w_{i,nk}^{n+1}}{B_{i,nk}} \right) = 0 \quad (23)$$

در این رابطه عبارت است از ارتفاع آب در سلول سطحی و به صورت معادله ۲۴ تعریف می‌شود:

$$h_i = \frac{\Delta z_i}{\gamma} + \eta_i^n \quad (24)$$

در این معادلات مطابق شکل ۱، اندیس‌های $(i-1/2)$ ، $(k-1/2)$ به مقدار یک متغیر در بالای وجه سلول اشاره دارند و η رقوم سطح آب نسبت به مرکز سلول سطحی می‌باشد. شرط سینماتیکی سطح آب نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} - w \right)_{z=\eta} = 0 \quad (25)$$

با فرض کم بودن شیب سطح آب (امواج بلند) از عبارت $u \frac{\partial \eta}{\partial x}$ در معادله ۲۵ صرف نظر شده از ترکیب آن با معادله ۲۳، معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{\eta_i^{n+1} - \eta_i^n}{\Delta t} + \frac{1}{B_{i,nk}} \left(\frac{B_{i+1/2,nk} h_{i+1/2} u_{i+1,nk}^{n+1} - B_{i-1/2,nk} h_{i-1/2} u_{i,nk}^{n+1}}{\Delta x_i} - \frac{B_{i,nk-1/2} w_{i,nk}^{n+1}}{B_{i,nk}} \right) = 0 \quad (26)$$

در سطح آب فشار هوا برابر صفر است. از برابر قرار دادن فشار کل در معادله ۸ با فشار هوا که در سطح اعمال می‌شود فشار تعریف شده جدید در سطح آب مطابق معادله‌های زیر به دست می‌آید.

$$\eta_i^{n+1} = \frac{P_{z=\eta}^{n+1}}{g} \Rightarrow \text{if } P_{z=\eta}^{n+1} = P_{i,nk}^{n+1} \Rightarrow \eta_i^{n+1} = \frac{P_{i,nk}^{n+1}}{g} \quad (27)$$

با ترکیب معادله‌های ۱۷ و ۱۸ با معادله‌های ۲۱ و ۲۵ معادله ذیل برای محاسبه فشارها در سطح آزاد ایجاد می‌شود:

$$a_i P_{i-1,nk}^{n+1} + b_i P_{i+1,nk}^{n+1} - \sum_{k=1}^{nk-1} \frac{\Delta z_k}{\Delta x_i} \left(\frac{P_{i+1,k}^{n+1} - P_{i,k}^{n+1}}{\Delta x_{i+1/2}} - \frac{P_{i,k}^{n+1} - P_{i-1,k}^{n+1}}{\Delta x_{i-1/2}} \right) \quad (28)$$

$+ f_i P_{i,nk}^{n+1} = S u_i$
پارامترهای مورد استفاده در ضرایب این معادله به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$a_i = -\frac{B_{i-1/2,nk}}{B_{i,nk}} \left(\frac{h_{i-1}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1/2}} \right) \quad b_i = -\frac{B_{i+1/2,nk}}{B_{i,nk}} \left(\frac{h_{i+1}}{\Delta x_i \Delta x_{i+1/2}} \right)$$

$$f_i = -\left(a_i \frac{h_i}{h_{i-1}} + b_i \frac{h_i}{h_{i+1}} - \frac{1}{g \Delta t^2} \right) \quad S u_i = \frac{\eta_i^n}{\Delta t^2}$$

به این ترتیب از یک سو سرعت قائم در وجه پایینی سلول سطحی طبق معادله پیوستگی ستون آب به سرعت‌های افقی این ستون مرتبط شده و سرعت‌های مذکور نیز طبق معادله (۱۷) به فشار بالادست و پائین دست تبدیل گردیدند و از سوی دیگر سرعت قائم در وجه بالایی سلول سطحی طبق شرط سینماتیکی سطح آب به رقوم سطح آب و این رقوم نیز به فشار تبدیل گردید. در نهایت با جایگزینی معادله‌های مذکور در معادله پیوستگی سلول سطحی، معادله (۲۸) که شبیه به معادله ۲۰ می‌باشد برای فشار ایجاد می‌شود.

روش حل عددی معادلات: دستگاه معادله‌های جبری خطی حاصل از منفصل‌سازی معادله‌ها به یکی از دو روش مستقیم یا غیرمستقیم قابل حل خواهد بود. در روش مستقیم و در جریان غیردائم سرعت‌ها در هر گام زمانی با توجه به سرعت‌های معلوم مرحله قبل بدون هیچگونه حدسی به دست می‌آیند. در صورت نبود تدابیر مناسب، این روش حل دستگاه معادله‌ها مستلزم معکوس کردن ماتریس‌هایی با ابعاد بزرگ خواهد بود که عموماً وقت‌گیر است. در روش غیرمستقیم سرعت‌ها در هر گام زمانی پس از همگرایی تکرارهای نسبتاً زیاد به دست آمده و از آنجا که رسیدن به همگرایی کامل در هر گام زمانی به لحاظ هزینه محاسباتی مقرون به صرفه نبوده، عموماً محاسبات پس از تکرارهای معقولی به گام زمانی بعد منتقل خواهد شد. اگر چه در این حالت خطاهای نرسیدن به همگرایی کامل در طول پیشرفت گام‌های زمانی کاهش

می‌یابد، لیکن این مسئله موجب می‌شود در گام‌های زمانی ابتدایی جواب‌ها دقت کمتری دارند.

در مدل تهیه شده در این مقاله معادله‌ها به صورت مستقیم حل شده‌اند، لیکن از آنجا که هزینه معکوس نمودن یک ماتریس با افزایش خطی ابعاد آن بصورت تصاعدی بالا می‌رود، در مدل تهیه شده با تبدیل سیستم معادلات به ماتریس سه قطری متشکل از بلوک‌های برداری، عملیات معکوس کردن ماتریس‌های با ابعاد بزرگ به معکوس کردن ماتریس‌های با ابعاد کوچک‌تر تبدیل شده و به این ترتیب ضمن استفاده از مزایای روش مستقیم، مشکل مربوط به وقت‌گیر بودن آن تا حدودی کاهش یافته است. در ادامه توضیحات بیشتری در این ارتباط ارائه می‌شود.

معادله ۲۰ برای گره (i, k) نوشته شده است. با نوشتن این معادله برای کل میدان حل یعنی $(i = 1 : ni)$ و $(k = 1 : nk)$ و نشان دادن آن به شکل ماتریسی معادله زیر حاصل خواهد شد:

$$\bar{A}_i^1 \bar{P}_{i-1}^{n+1} + \bar{A}_i^2 \bar{P}_i^{n+1} + \bar{A}_i^3 \bar{P}_{i+1}^{n+1} = \bar{B}_i \quad (29)$$

در این معادله علامت $(=)$ و $(-)$ به مفهوم ماتریس و ماتریس ستونی می‌باشد و عبارتست از بردار مجهول فشار در زمان جدید واقع در ستون i ام و ماتریس‌های $\bar{A}_i^1, \bar{A}_i^2, \bar{A}_i^3$ ضرایب بردارهای فشار به ترتیب مربوط به ستون‌های $i-1, i, i+1$ و \bar{B}_i بردار مجهول مربوط به ترم چشمه در ستون i ام می‌باشند. با جایگذاری این مقادیر برای کل ستون‌های محدوده حل معادله‌های، یک ماتریس سه قطری شامل بلوک‌هایی از بردارهای مزبور به صورت زیر ایجاد خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_1^2 & \bar{A}_1^3 & & & & & \\ \bar{A}_2^1 & \bar{A}_2^2 & \bar{A}_2^3 & & & & \\ & \bar{A}_3^1 & \bar{A}_3^2 & \bar{A}_3^3 & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & \bar{A}_i^1 & \bar{A}_i^2 & \bar{A}_i^3 \\ & & & & & & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \bar{P}_3 \\ \dots \\ \bar{P}_i \\ \dots \\ \bar{P}_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \\ \bar{B}_3 \\ \dots \\ \bar{B}_i \\ \dots \\ \bar{B}_{ni} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در این ماتریس، مجهولات عبارتند از مقادیر بردارهای فشار در هر ستون \bar{P}_i^{n+1} .

به منظور حل این دستگاه معادلات از شیوه‌ای مشابه با الگوریتم جاروب کردن خطی استفاده شده، با این تفاوت که در اینجا بردارها جایگزین مقادیر اسکالر^۱ می‌گردند. این روش از دو مرحله تشکیل می‌شود، در مرحله اول با جایگذاری مقدار ذیل در ردیف i ام خواهیم داشت:

$$\bar{P}_i = \bar{E}_i \bar{P}_{i+1} + \bar{F}_i \quad (31)$$

به طوری که:

$$\bar{E}_i = -(\bar{A}_i^1 \bar{E}_{i-1} + \bar{A}_i^2)^{-1} \bar{A}_i^3$$

$$\bar{F}_i = (\bar{A}_i^1 \bar{E}_{i-1} + \bar{A}_i^2)^{-1} (\bar{B}_i - \bar{A}_i^1 \bar{F}_{i-1})$$

در معادلات فوق می‌توان مرحله اول جاروب کردن را از ردیف اول آغاز و تا آخر ادامه داد. در آخرین گام از جاروب مرحله اول، آخرین بردار مجهول به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\bar{P}_{ni} = \bar{F}_{ni} \quad (32)$$

در مرحله دوم بردارهای مجهول می‌توانند به کمک معادله $\bar{P}_i = \bar{E}_i \bar{P}_{i+1} + \bar{F}_i$ از ردیف ماقبل آخر تا اولین ردیف مورد حل قرار گیرند. پس از حل این معادلات و به دست آوردن مقادیر فشار برای کل میدان در گام نهایی مقادیر سرعت‌ها با توجه به معادلات (۱۷) و (۱۸) اصلاح خواهند شد.

شرایط مرزی: جهت حل معادلات بیضوی گسسته شده، شرایط مرزی در مرزهای میدان محاسباتی مورد نیاز می‌باشد. در مدل حاضر در مرز ورودی از شرط مقدار معلوم برای سرعت‌ها (و سرعت‌های میانی) و پارامترهای آشفستگی استفاده شده است. در مرز خروجی با فرض جریان توسعه یافته، متغیرها با شرط مرزی نیومن^۲ $\partial/\partial n = 0$ که عبارت از صفر بودن گرادیان عمود بر مرز خروجی برای کلیه متغیرها می‌باشد تعیین شده‌اند و در مرزهای صلب با توجه به فرض بدون لغزش بودن دیواره‌ها از شرط دریشه^۳ برای سرعت‌ها و از روش تابع دیواره^۴ برای پارامترهای آشفستگی استفاده شده است. در سطح آب در غیاب تنش برشی سطحی ناشی از باد، گرادیان مؤلفه افقی سرعت و انرژی جنبشی آشفستگی

- 1- Scalar
- 2- Neumann
- 3- Dirichlet
- 4- Wall Function

صفر، نرخ اتلاف آشفتگی از رابطه $d) \varepsilon = k^{3/2} / 0.43d$ (عمق جریان است) و سرعت w از معادله (۲۵) محاسبه شده است.

شرط مرزی سینماتیک سطح آب همانطور که قبلاً ذکر شد، در طی استخراج معادله حاکم بر فشار در سلول‌های سطحی اعمال گردید.

به منظور اعمال شرایط مرزی فوق در حل معادله حاکم بر فشار (معادله‌های ۲۰ و ۲۸)، می‌بایست مقدار ضرایب موجود در این معادلات، متناسب با شرایط مرز مورد نظر تنظیم شود. به طور مثال ضرایب معادله مذکور در موارد ذیل به صورت زیر اعمال شده است:

$$1- \text{مرز ورودی سرعت معلوم} \Rightarrow a=0 \quad u_{i,k}^{n+1} = u_b$$

$$2- \text{مرز خروجی گرادین صفر برای تمام متغیرها} \Rightarrow b=0 \quad u_{i+1,k}^{n+1} = u_b$$

$$3- \text{مرز صلب (بستر) سرعت معلوم} \Rightarrow c=0 \quad w_{i,k}^{n+1} = 0$$

۴- در مرز سطح آب با توجه به معادله‌های مربوطه $d=0$ لحاظ می‌گردد.

الگوریتم حل: الگوریتم حل جهت شبیه‌سازی میدان جریان و سطح آزاد در مدل عددی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

۱- تعریف و اعمال متغیرهای هندسه میدان جریان

۲- اعمال شرایط اولیه و شرایط مرزی متغیرها مانند

$$k^n, \varepsilon^n, \eta^n, P^n, u^n, w^n$$

۳- حل معادله‌های ۱۳ تا ۱۶ با استفاده از روش تفکیک

زمانی و تعیین سرعت‌های میانی u^{**}, w^{**}

۴- اعمال شرایط مرزی فشار با توجه به نوع هر مرز

۵- محاسبه فشارها از حل معادله حاکم بر فشار ۲۰ و ۲۸

با روش سیستم بلوک‌های سه قطری

۶- محاسبه سرعت‌ها u^{n+1}, w^{n+1} با توجه به فشارهای

به دست آمده از معادلات ۱۷ و ۱۸

۷- به دست آوردن $k^{n+1}, \varepsilon^{n+1}$ به ترتیب با استفاده از

معادله‌های ۵ تا ۷ از روش تفکیک زمانی (در صورت

وجود آشفتگی)

۸- محاسبه تراز سطح آزاد η^{n+1} با استفاده از معادله

پیوستگی سلول سطحی

۹- پایان این گام زمانی

در ادامه روند حل و در گام زمانی بعد مجدداً به مرحله دوم بازگشته و فرآیند حل مشابه این گام زمانی تکرار می‌گردد. با انجام مراحل محاسبات الگوریتم فوق، میدان جریان و سطح آزاد در هر گام زمانی شبیه‌سازی می‌گردد.

صحت سنجی، ارزیابی و تجزیه و تحلیل نتایج مدل: مثال‌های مختلفی برای ارزیابی مدل تهیه و بررسی گردید که سه نمونه از آنها برای ارائه در این مقاله انتخاب شده است.

الف- انتشار موج خطی استوکس با دامنه کوتاه

ب- انتشار موج تنها در آب با عمق ثابت

ج- جریان در کانال و نتوری^۱ (در سه حالت مختلف)

۱- انتشار موج خطی استوکس با دامنه کوتاه: در این قسمت توانایی مدل عددی جهت شبیه‌سازی موجهای استوکس با دامنه کوتاه در آب عمیق بررسی گردید. در این مثال با فرض جریان غیرلزج، موج‌های استوکس مطابق شکل ۲ با دامنه کوتاه از سمت چپ کانالی با طول ۱۰۰۰ متر و با عمق آب اولیه ۱۵ متر منتشر می‌شوند، (سورنسن، ۱۹۹۷). در مرز سمت چپ، سرعت به صورت توزیع سینوسی در زمان مطابق معادله‌های ۳۳ و ۳۴ قرار داده شده است:

$$u = \frac{gHT}{2L} \frac{\cosh(2\pi(z)/L)}{\cosh(2\pi d/L)} \cos 2\pi\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (33)$$

$$w = \frac{gHT}{2L} \frac{\cosh(2\pi(z)/L)}{\sinh(2\pi d/L)} \sin 2\pi\left(-\frac{t}{T}\right) \quad (34)$$

در این معادله‌ها u و w به ترتیب مولفه افقی و قائم سرعت در مرز سمت چپ، d عمق اولیه آب در کانال، g شتاب ثقل، t زمان و مقادیر $L=25$ متر، $H=0.3$ متر $T=4s$ متر و به ترتیب طول، دامنه و پریود امواج منتشر شده از مرز سمت چپ است. پریود و تندی موج C در مرز چپ از معادله‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \quad (35)$$

$$T = \frac{L}{C} \quad (36)$$

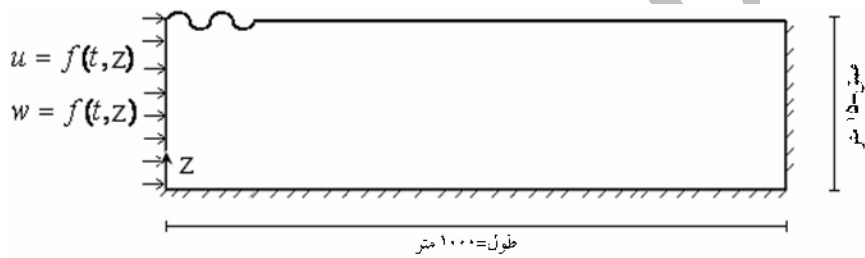
با توجه به طول موج انتخابی مقادیر تندی

موج 6.25 ms^{-1} به دست می آید. معادله ۳۲ جواب های تحلیلی تراز سطح آب را در اثر اعمال موج سینوسی نشان می دهد:

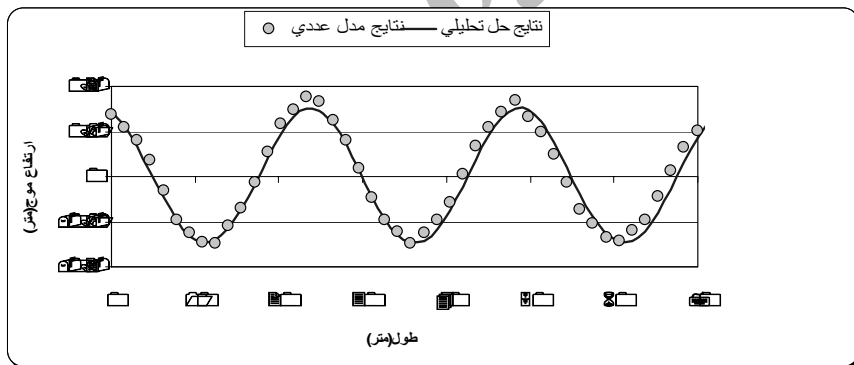
$$\eta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) + \frac{\pi H^2}{4L} \cos \pi \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (37)$$

در این شبیه سازی با توجه به آنکه نتایج تحلیلی برای جریان غیرلزج می باشد، ضرائب لزجت برابر صفر قرار داده شده و مقادیر Δx و Δz با توجه به محدودیت عدد کورانت و پس از تغییر تعداد گره ها در راستای افقی و قائم و بررسی نتایج شبیه سازی شده سطح آب در نهایت هر دو ۱ متر و مقدار $\Delta t = 0.05 \text{ s}$ و $C_w = 0$ انتخاب شده

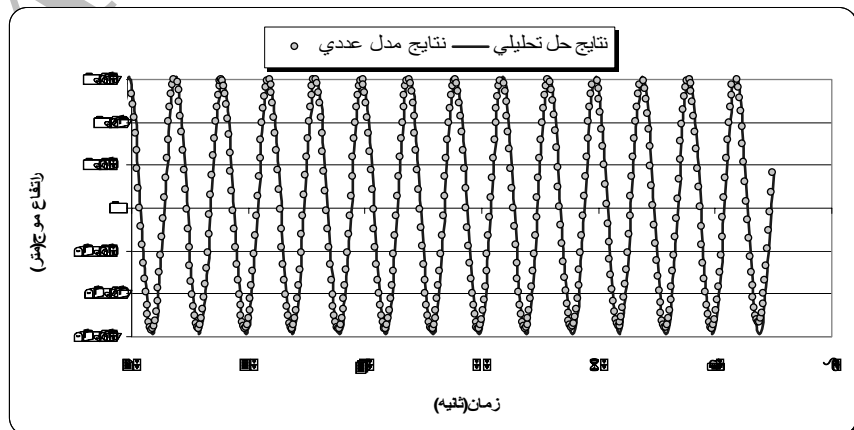
است. شکل های ۳ و ۴ نتیجه شبیه سازی تراز سطح آب را در دو حالت مختلف یکی در طول کانال در ۷۰ متری ابتدای کانال و در $t = 80 \text{ s}$ و دیگری در طول زمان را در یک نقطه از کانال یعنی $x = 150$ متر در مقایسه با نتایج تحلیلی نشان می دهد. همان طور که دیده می شود مدل عددی موج استوکس را به خوبی پیش بینی نموده است. درصد خطاهای محاسباتی در شکل ۳ چهار درصد و در شکل ۴، سه درصد می باشد. نتایج حاصل از مدل عددی نشان می دهد که مدل توانسته است سرعت و طول موج در امواج بلند را به خوبی شبیه سازی می نماید.



شکل ۲- ابعاد کانال در شبیه سازی موج های استوکس با دامنه کوتاه.



شکل ۳- مقایسه تراز سطح آب در طول کانال بین حل عددی (دایره) و حل تحلیلی (خط) در $t = 80 \text{ s}$.



شکل ۴- مقایسه تراز سطح آب در طول زمان بین حل عددی (دایره) و جواب تحلیلی (خط) در $x = 150$ متر.

۲- انتشار موج تنها^۱ در آب با عمق ثابت: این ارزیابی با فرض جریان غیرلزج برای ارزیابی مدل در شبیه‌سازی جملات غیرخطی و فشار هیدرودینامیکی انجام می‌گیرد. با توجه به تئوری‌های مربوط، موج می‌بایست در شرایط عمق ثابت، بدون تغییر در شکل، دامنه و سرعت، انتشار یابد. دامنه موج و عمق آب و طول کانال به ترتیب $H=1$ متر و $d=10$ متر و $L=2000$ متر فرض می‌شوند. در این شبیه‌سازی با توجه به فرض جریان غیرلزج، ضرایب لزجت برابر صفر قرار داده شد و انتخاب مقادیر Δx و Δz با توجه به محدودیت عدد کورانت و پس از تغییر تعداد گره‌ها در راستای افقی و قائم و بررسی نتایج شبیه‌سازی شده سطح آب انجام شده است و در نهایت شبکه یکنواختی با ۱۰۰۰ سلول در طول و ۱۰ سلول در عمق ملحوظ شد و مقدار $\Delta t = 0.1$ و $C_w = 0$ انتخاب شده است. مقدار سرعت موج $c = \sqrt{g(d+H)}$ برابر 10.388 متر بر ثانیه است. در طرف راست شرط مرزی گرا دیان صفر و در مرز سمت چپ شرط مرزی توزیع مؤلفه‌های سرعت مطابق معادله‌های زیر اعمال شده است (لایتون، ۱۹۶۰).

$$u = \sqrt{gd} \frac{H}{d} \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3H}{4d^3}}(x-ct)$$

$$w = \sqrt{3gd} \left(\frac{H}{d}\right)^{3/2} \left(\frac{z}{d}\right) \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3H}{4d^3}}(x-ct) \tanh \sqrt{\frac{3H}{4d^3}}(x-ct)$$

جواب‌های تحلیلی تراز سطح آب در این شرایط از رابطه زیر به دست می‌آید (لایتون، ۱۹۶۰).

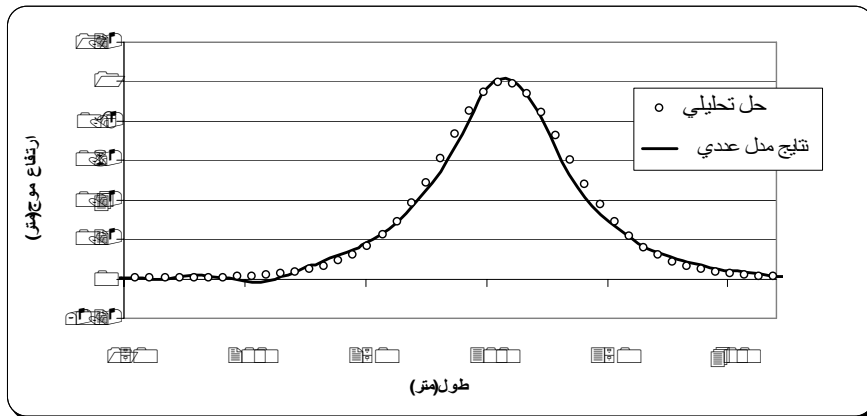
$$\eta = H \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{3H}{4d^3}}(x-ct)$$

مقایسه تراز سطح آزاد بین مدل عددی و تحلیلی در زمان ۴۵ ثانیه در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که دیده می‌شود مدل عددی تاج موج را به خوبی پیش‌بینی نموده است. درصد خطاهای محاسباتی، سه درصد بوده و نزدیکی نتایج مدل عددی و تحلیلی بیانگر

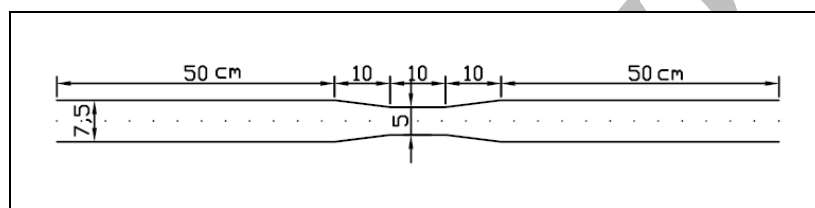
این است که مدل توانسته است طول و ارتفاع موج تنها را به نحو مطلوب شبیه‌سازی نماید.

۳- جریان در کانال و تئوری: برای ارزیابی نتایج شبیه‌سازی پروفیل سطح آب در شرایطی که تغییرات عرضی هندسه میدان وجود دارد. این آزمایش‌ها در یک فلوم ساخته شده از پلکسی‌گلاس^۲ با طول ۲/۵ متر و عرض ۷/۵ سانتی‌متر در محل آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده فنی دانشگاه تهران انجام شده است. در انتهای پایین دست فلوم مورد آزمایش یک دریچه جهت تنظیم دبی وجود دارد. عرض فلوم ساخته شده مطابق شکل ۶ به تدریج و به صورت خطی کاهش یافته و در مقطع تنگ شدگی به ۵ سانتی‌متر می‌رسد.

برای ارزیابی عملکرد مدل عددی در شرایط متفاوت هیدرولیکی، آزمایش‌ها برای سه دبی مختلف انجام و سطح آب پس از دائمی شدن جریان اندازه‌گیری شد. همان‌طور که در بخش معادلات حاکم ذکر گردید، در این شبیه‌سازی با توجه به آشفتگی جریان، از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ استفاده شد و مقادیر Δx و Δz و Δt با توجه به محدودیت عدد کورانت و پس از تغییر تعداد گره‌ها در راستای افقی و قائم و بررسی نتایج شبیه‌سازی شده سطح آب در آزمایش‌های مختلف مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شد. مقدار سرعت ورودی جریان براساس دبی و عمق آب ورودی محاسبه و برای شرط مرزی طرف چپ و مقدار η در محل دریچه پایین دست فلوم به عنوان شرط مرزی طرف راست اعمال شد. C_w با توجه به ارتباط آن با ضریب شزی و جنس فلوم برابر با ۰/۰۰۲ انتخاب شده است. شکل‌های ۷ تا ۹ نتایج شبیه‌سازی عددی تراز سطح آب را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی در حالات مختلف نشان می‌دهد.



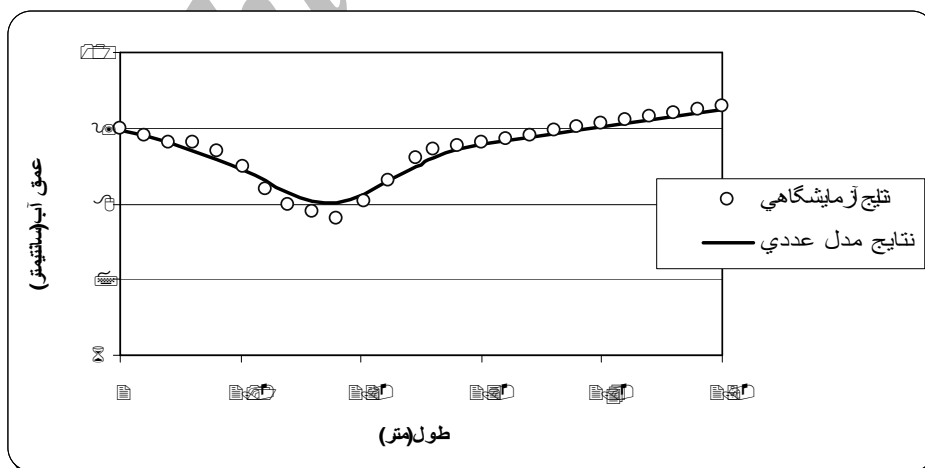
شکل ۵- مقایسه تراز سطح آب بین حل عددی (خط) و حل تحلیلی (دایره).



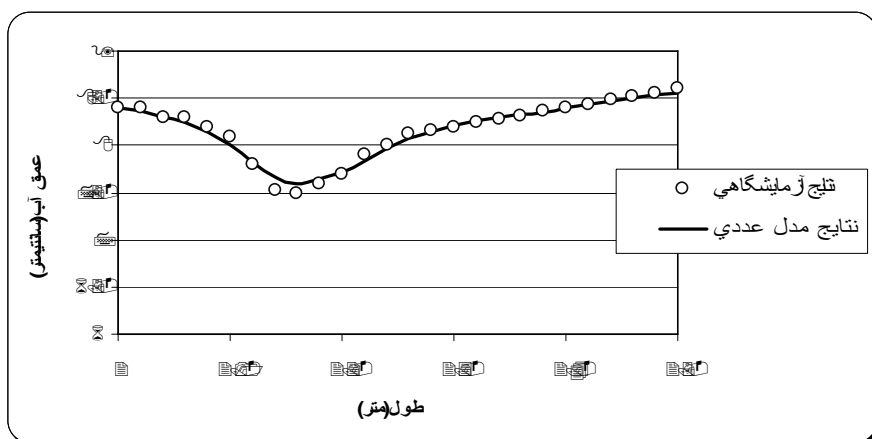
شکل ۶- پلان فلوم آزمایشگاهی و مقطع تنگ شدگی.

جدول ۱- مقادیر متغیرهای مدل عددی در شرایط مختلف هیدرولیکی.

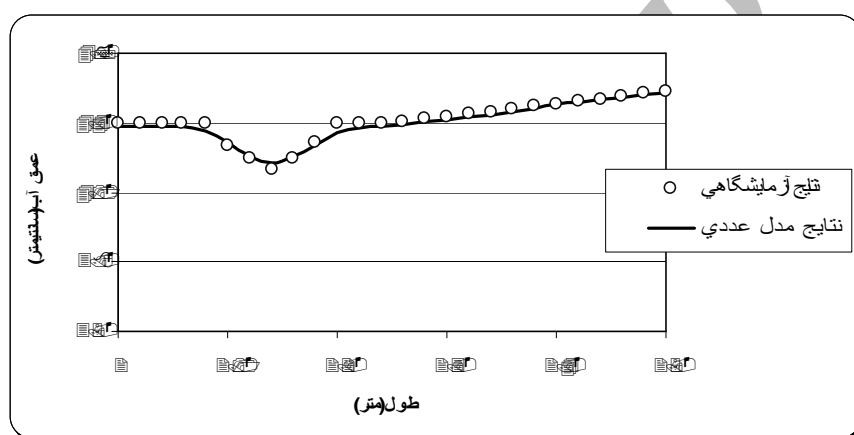
شماره آزمایش	دبی (لیتر بر ثانیه)	Δx (سانتی متر)	Δz (سانتی متر)	Δt (ثانیه)
۱	۰/۷۵	۱	۱	۰/۰۵
۲	۰/۳۳	۱	۰/۵	۰/۰۲
۳	۰/۲۳	۱	۰/۵	۰/۰۲



شکل ۷- مقایسه تراز سطح آب بین حل عددی (خط) و نتایج آزمایشگاهی (دایره) در آزمایش اول.



شکل ۸- مقایسه تراز سطح آب بین حل عددی (خط) و نتایج آزمایشگاهی (دایره) در آزمایش دوم.



شکل ۹- مقایسه تراز سطح آب بین حل عددی (خط) و نتایج آزمایشگاهی (دایره) در آزمایش سوم.

هیدرواستاتیک ارائه شده است. این مدل همچنین توانایی شبیه‌سازی سطح آزاد جریان را در حالتی که عرض هندسه میدان متغیر است دارا می‌باشد. در الگوریتم مورد استفاده با توجه به تکنیک ساده اتصال ضمنی شرط مرزی سینماتیکی سطح آزاد به معادله فشار، ضمن پرهیز از محاسبات اضافی، کوپلی میان سطح آزاد و میدان جریان به وجود آمد که باعث حل همزمان معادلات میدان جریان و شرط مرزی سینماتیکی سطح آزاد و محاسبه تراز سطح آب و میدان فشار و سرعت شد. صحت‌سنجی نتایج مدل در مقایسه با مسائل دارای جواب‌های تحلیلی و نتایج حاصل از اندازه‌گیری‌های انجام شده به دست نویسندگان در یک مطالعه آزمایشگاهی که در آن تغییرات عرضی هندسه میدان وجود داشت همگی بیانگر کارایی، دقت و عملکرد مناسب مدل توسعه یافته می‌باشد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی سطح آزاد، می‌توان گفت اولاً، عملکرد مدل دو بعدی و الگوریتم ارائه شده جهت شبیه‌سازی

همان‌طور که دیده می‌شود نتایج مدل عددی در محل پایین افتادگی سطح آب (محل تنگ شدگی فلوم) در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی خصوصاً در دبی‌های کم به نتایج آزمایشگاهی نزدیک است. درصد خطاهای محاسباتی در دبی‌های کم، سه درصد و در دبی‌های بیشتر، هشت درصد می‌باشد. به‌طور کلی روند کاهش عمق و سپس افزایش آن با دقت مورد قبولی پیش‌بینی شده است. در این شبیه‌سازی مدل عددی بدون نیاز به تکرار و ضرائب تخفیف و تنها با توجه به مقادیر Δt , Δz , Δx توانست سطح آب را در شرایط وجود تنگ شدگی فلوم به نحو مناسب پیش‌بینی نماید.

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل دو بعدی متوسط‌گیری شده در عرض در حالت غیرماندگار و بدون فرض فشار

هیدرواستاتیک می‌تواند جایگزین مناسبی برای مدل‌های کاملاً سه بعدی باشد.

سپاسگزاری

از همکاری مؤثر مسئولان آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده فنی دانشگاه تهران، برای در اختیار قرار دادن فضا و سایر امکانات بخش آزمایشگاهی مورد نیاز این تحقیق سپاسگزاری می‌شود.

سطح آزاد در جریان‌های غیردائمی در شرایط وجود تغییرات عرضی هندسه میدان مناسب است. ثانیاً، گرچه مقایسه‌ای بین مدل‌های دو بعدی متوسط‌گیری شده در عرض و سه بعدی انجام نشده، لیکن به وضوح می‌توان گفت، در مواردی که تغییرات عرضی متغیرهای جریان ناچیز بوده و تغییرات هندسی جریان نقش اساسی را در شکل‌گیری جریان ایفا کند استفاده از مدل‌های دو بعدی متوسط‌گیری شده در عرض و بدون فرض فشار

منابع

1. Bournet, P.E., Dartus D., Tassin B., and Vincon-Leite B. 1999. Numerical investigation of plunging density current. *J. Hydraul. Eng.* 125: 6. 584–594.
2. Blumberg, A.F. 1977. A two-dimensional numerical model for the simulation of partially mixed estuaries. *Estuarine Processes. Volume II: Circulation, Sediments, and Transfer of Material in the Estuary*, Wiley, Academic Press, 1–16 P.
3. Bourgault, D., and Kelley, D. 2004. A laterally averaged non-hydrostatic ocean model. *J. Atmos. Ocean. Tech.* 21:1910-1924.
4. Chorin, A.J. 1968. Numerical solution of the Navier–Stokes equations. *Math. Comput.* 22: 745–762.
5. Elliott, A.J. 1976. A Numerical Model of the Internal Circulation in a Branching Estuary. Chesapeake Bay Institute, Spec. Rep. Johns Hopkins University. 54: 85.
6. Ford, M., Wang, J., and Cheng, R.T. 1990. Predicting the vertical structure of tidal current and salinity in San Francisco Bay. *California Water Resour. Res.* 26: 1027–1045.
7. Guermond, J.L., Minev, P., and Shen, J. 2006. An overview of projection methods for incompressible flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 195: 6011–6045
8. Hamilton, P. 1975. A numerical model of the vertical circulation of tidal estuaries and its application to the Rotterdam waterway. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 40: 1–21.
9. Hibiya, T., Niwa, Y., and Fujiwara, K. 1998. Numerical experiments of nonlinear energy transfer within the oceanic internal wave spectrum. *J. Geophys. Res.* 103:18:715–722.
10. Laitone, E. 1960. The second approximation to conoidal and solitary waves. *J. Fluid Mec.* 9:430–444.
11. Lamb, K.G. 1994. Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. *J. Geophys. Res.* 99:843–864.
12. Lavelle, J.W., Cokelet, E.D., and Cannon, G. A. 1991. A model study of density intrusions into and circulation within a deep, skilled estuary: Puget Sound. *J. Geophys. Res.* 96:16: 779–800.
13. Namin, M.M., Lin, B., and Falconer R. 2001. An implicit numerical algorithm for solving non-hydrostatic free-surface problems. *Int. J. Numer. Methods fluids.* 35: 341–356.
14. Namin, M.M. 2003, A Fully Three-Dimensional non-Hydrostatic Free Surface Flow Model for Hydro-Environmental Prediction. PhD thesis, Cardiff School of Engineering, Cardiff University.
15. Ouillion, S. and Dartus, D. 1997. Three-dimensional computation of flow around groin. *J. Hydraul. Eng.* 123: 8:962–970.
16. Rodi, W. 1984. Turbulence models and their application in hydraulics: A state of the art review. IAHR, Delft, the Netherlands.
17. Sorenson Robert, M. 1997. Basic Coastal Engineering. (2nd Edition), J. Wiley & Sons
18. Stacey, M.W., Pond, S., and Nowak, Z.P. 1995. A numerical model of the circulation in Knight Inlet. British Columbia, Canada. *J. Phys. Oceanogr.* 25:1037–1062.
19. Stansby, P., and Zhou, J. 1998. Shallow-water flow solver with non-hydrostatic pressure: 2D vertical plane problems. *Int. J. Numer. Methods fluids.* 28: 541–563.
20. Wang, D., and Kravitz, D. 1980. A semi-implicit two-dimensional model of estuarine circulation. *J. Phys. Oceanogr.* 10:441–454.
21. Wang, J. 1998. A two-channel laterally averaged estuarine circulation model. *J. Geophys. Res.* 103:18. 381–391.
22. Yanenko, N.N. 1971. The Method of Fractional Steps. The Solution of Problems of Mathematical Physics in Several Variables. Springer-Verlag, New York. 160 P.
23. Zhou, J.G. 1995. Velocity-depth coupling in shallow-water flows. *J. Hydraul. Eng.* 121: 7. 717–724.

.....
***M. Eftekhari¹, M. Montazeri Namin², A.A. Salehi Neyshabouri³**

¹Ph.D student Dept. of Hydrolic Engineering Tarbiat Modares University, Iran, ²Assistant Prof. Dept. of Civil Engineering University of Tehran, Iran, ³Prof. Dept. of Hydrolic Engineering Tarbiat Modares University

Abstract

In this paper the two dimensional laterally averaged numerical model for unsteady and non-hydrostatic pressure distribution is presented. In this model, not only free-surface with flow pattern and pressure are solved simultaneously at each time step, but also the effect of width variation on water surface elevation can be considered. The model has been applied to simulate many unsteady flow problems involving propagation stokes waves and solitary wave and especially for flow through a venturi flume. The results are in good agreement with both experimental observations and theoretical analysis.

Keywords: Numerical simulation; Laterally averaged model; Non-hydrostatic pressure; Free surface flow; Width variations.

*- Corresponding Author; Email: salehi@modares.ac.ir