

برآورد احتمالات خشکسالی و ترسالی با استفاده از زنجیره مارکف و توزیع نرمال (مطالعه موردی: قزوین)

نصرت ا... یوسفی* - استاد یار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تاکستان

سهراب حجام - دانشیار گروه هواشناسی دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات

پرویز ایران نژاد - استاد یار مؤسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران

دریافت مقاله: ۸۴/۹/۵ تایید نهایی: ۸۵/۱/۲۸

چکیده

افزایش یا کاهش بارندگی نسبت به شرایط نرمال که اولی موجب افزایش خطر بروز سیل و دومی باعث خشکسالی می‌شود، پیامدهای اقتصادی - اجتماعی متفاوتی را به دنبال دارد. آگاهی از توزیع احتمال بارندگی‌ها زمینه مناسبی برای برنامه‌ریزی منابع آب فراهم می‌آورد. این آگاهی از جمله به کمک روش‌های دینامیکی و آماری میسر خواهد شد در این مقاله به کمک زنجیره مارکف و توزیع نرمال، احتمال حالت‌های "خیلی خشک، خشک، نیمه خشک، متوسط، نیمه مرطوب، مرطوب، خیلی مرطوب" براساس بارش‌های سالانه و فصول مختلف ایستگاه قزوین محاسبه و نتایج کار بست این دو روش آماری با هم مقایسه شده است. نتایج برازش داده‌های بارش بر زنجیره مارکف حاکی از آن است که احتمالات حاصله برای مجموع حالت‌های خشکسالی و مجموع حالت‌های ترسالی بر مبنای بارش سالانه و فصلی با هم قابل مقایسه‌اند. آزمون χ^2 حکم بر برتری زنجیره مارکف نسبت به توزیع نرمال دارد.

کلید واژه‌ها: خشکسالی، مدل‌های آماری، زنجیره مارکف، توزیع نرمال، قزوین

مقدمه

بسیاری از پدیده‌های طبیعی، شامل عناصری هستند که آنها را نمی‌توان به سادگی کنترل یا پیش‌بینی نمود. اما این پیش‌بینی در صورتی امکان پذیر است که اطلاعاتی در مورد گذشته آنها موجود باشد. به‌طور مثال، پیش‌بینی مقدار بارندگی‌ها در صورتی ممکن است که آگاهی از مشخصه‌های بارندگی گذشته در دست باشد. پیش‌بینی پدیده‌های جوی به دو صورت دینامیکی و آماری امکان پذیر است. مدل‌های دینامیکی بر قوانین فیزیکی استوار است. شناخت دقیق این قوانین، که همواره با سه فاز جامد و مایع و بخار آب و تبدلات انرژی بین این سه فاز مرتبط است، و به ویژه به کارگیری این قوانین در زمان واقعی با مشکلات خاص خود مواجه است. دسته دیگر مدل‌های پیش‌بینی، مدل‌های آماری است که عمدتاً فیزیک پدیده تحت بررسی را به‌طور صریح مورد توجه قرار نمی‌دهند و تنها بر تعیین ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها تاکید دارند. این دسته از مدل‌ها از نظر سهولت استفاده بر مدل‌های قبلی برتری دارند. اگر چه تصور کلی بر این است که نتایج مدل‌های دینامیکی بر مدل‌های آماری

برتری دارند، لیکن این گزاره همیشه درست نیست و درستی آن به شناخت قوانین فیزیکی حاکم، تفصیل مدل و قدرت تفکیک آن بستگی دارد. به این دلیل استفاده از مدل‌های دسته دوم نیز در بعضی از موارد اجتناب ناپذیر است.

بررسی‌های آماری به روش‌های مختلف از جمله تحلیل سری‌های زمانی، همبستگی خطی و غیر خطی، مدل‌های ARMA^۱ و استفاده از توزیع‌های آماری شناخته شده نظیر توزیع نرمال، گمبل، پیسون انجام می‌گیرد. در میان روش‌های آماری زنجیره مارکف^۲ در علوم جوی در سال‌های اخیر مورد توجه جدی قرار گرفته است. زنجیره مارکف با روش‌های ساده ریاضی (مانند ضرب ماتریس‌ها) حل احتمالات مربوط به فرآیندهای وابسته را بسیار آسان نموده است. مدل زنجیره مارکف در علوم مختلفی مانند هواشناسی، اقلیم‌شناسی، اقتصاد و صنعت کاربرد وسیعی دارد.

سابرا مانیام^۳ و سان جیوا^۴ (۱۹۸۶) در سواحل آندرها واقع در هندوستان با استفاده از مدل زنجیره مارکف تولید محصول را در ارتباط با تغییرات بارندگی بررسی کردند. کلارک^۵ و کاراس^۶ (۱۹۸۹) روابط تحلیلی بین بارندگی و رواناب را در یک حوضه آبریز برای یک مدل توزیع احتمال مورد بررسی قرار دادند، و مدل توزیع احتمال شرطی (زنجیره مارکف) را برای نشان دادن چگونگی توالی بارش و پتانسیل تبخیر و تعرق، در عرض‌های مختلف جغرافیایی بکار بردند. آزام^۷ و همکاران (۱۹۹۰) در برآورد بازده مراتع با استراتژی‌های مختلف بهره برداری، از مدل زنجیره مارکف بهره جستند و اثرات بارندگی، تعداد دام و چگونگی چرا را روی محصول مرتعی بررسی کردند. جین^۸ و آگراوال^۹ (۱۹۹۲) برای پیش‌بینی محصول نیشکر از مدل زنجیره مارکف استفاده کردند. آنها با استفاده از داده‌های آماری سالهای زراعی ۱۹۷۷-۱۹۷۸ و ۱۹۷۸-۱۹۷۹ برای اظهار نظر در مورد خصوصیات بیومتری و میزان محصول تولید شده از مدل مذکور کمک گرفتند و توانستند مقادیر محصول نیشکر را ۷ تا ۸ هفته بعد از کاشت پیش‌بینی کنند. نتایج حاصل در مدل بسیار موفقیت‌آمیز بود. الفکی^{۱۰} و افرینک^{۱۱} (۱۹۹۶) برای پیش‌بینی عمق آب‌های زیرزمینی در ماه‌های مختلف سال از مدل زنجیره مارکف استفاده نمودند. تان^{۱۲} و یل‌ماز^{۱۳} (۲۰۰۲) برای آزمون همگنی داده‌ها از مدل زنجیره مارکف کمک گرفتند. جعفری بهی (۱۳۷۸) به کمک زنجیره مارکف احتمالات پیشامدهای متوالی روزهای خشک (غیر بارانی) و تر (بارانی) با آستانه ۰/۱ میلیمتر در روز برای ماه‌های نوامبر تا آوریل سال‌های ۱۹۹۵-۱۹۶۵ را در ایستگاه‌های بوشهر، شیراز، اصفهان، کرج و بندر انزلی تحلیل نمود و نتیجه گرفت که داده‌های بارندگی روزانه ایستگاه‌های مورد مطالعه برازش خوبی بر زنجیره مارکف مرتبه اول دارد.

جدای از خشکی که جزء ذات اقلیم مناطقی نظیر ایران است، وقوع پدیده خشک‌سالی نیز در ایران محتمل است. در سال‌های اخیر به دلیل افزایش تعداد وقوع، مطالعه خشک‌سالی در ایران مورد توجه قرار گرفته است (حقیقت‌جو، ۱۳۸۱).

در بررسی حاضر با به کارگیری توزیع نرمال و زنجیره مارکف احتمال وقوع خشک‌سالی و ترسالی با شدت‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. به این منظور بر پایه مقادیر بارش‌های سالانه، فصلی و ماهانه سال‌های ۱۹۹۹-۱۹۶۰، در قزوین

1. Auto Regressive Moving Average

2. Markov chain

3. Subramaniam

4. Sanjeeva

5. Clarke

6. Karas

7. Azzam

8. Jain

9. Agrawal

10. Elfeki

11. Uffrink

12. Tan

13. Yilmaz

شدت خشکسالی / ترسالی محاسبه شده است. جدول ۱ طبقه بندی شدت خشکسالی بر پایه انحراف مقادیر بارش از اندازه نرمال را نمایش می دهد. در قسمت دو، زنجیره مارکف و در قسمت نتایج، ارزیابی نتایج استخراج شده از بارندگی سالانه و فصلی زنجیره مارکف و توزیع نرمال و در قسمت بحث، جمع بندی نتایج حاصل از این مطالعه ارائه شده است.

زنجیره مارکف

زنجیره مارکف حالت خاصی از مدل‌هایی است که در آنها حالت فعلی یک سیستم به حالت‌های قبلی آن بستگی دارد. در تعیین حالت سیستم با استفاده از مدل مارکف باید دو عامل را مشخص نمود. این دو عامل عبارتند از حالت سیستم در زمان مشخص و احتمالات تغییر حالت خاص به حالت‌های ممکن دیگر، که اصطلاحاً احتمالات گذار نامیده می شوند (مومنی، ۱۳۷۴). اگر مجموعه حالات ممکن در یک زنجیره مارکف محدود باشد می توان یک ماتریس مربع P ، را تشکیل داد که عناصر آن P_{ij} عموماً معرف ماتریس احتمال گذار است.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1j} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2j} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i1} & p_{i2} & \dots & p_{ij} & \dots & p_{im} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mj} & \dots & p_{mm} \end{pmatrix} \quad 1$$

احتمال حالت‌های آغازین سیستم در ستون سمت چپ و احتمال حالت‌هایی که سیستم از آنها گذر می کند در طول سطرهای ماتریس نشان داده شده است (میامتی، ۱۳۶۴).

ماتریس احتمال گذار دارای خواص زیر است:

الف) برای تمام عناصر ماتریس احتمال گذار داریم:

$$\forall i, j \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1$$

ب) جمع احتمالات گذار از یک حالت به تمام حالت‌های ممکن دوره زمانی بعدی باید برابر یک باشد، یعنی

$$\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1 \quad (i=1,2,\dots,k) \quad (2)$$

ج) اگر P ماتریس احتمال گذار یک زنجیره مارکف باشد، خواهیم داشت:

$$P^{(n)} = P^{(0)} P^n \quad (3)$$

$P^{(0)}$ توزیع آغازین یا توزیع احتمالات اولیه و P^n ماتریس احتمال گذار n مرحله‌ای است.

د) در حالت ایستا ضرب بردار حالت در ماتریس گذار برابر بردار حالت خواهد شد که به آن بردار تثبیتی منحصر بفرد گویند (ارشقی، ۱۳۶۷) یعنی

$$\pi P = \pi \quad (4)$$

$$\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$$

ارزیابی نتایج استخراج شده از بارندگی سالانه و فصلی زنجیره مارکف و توزیع نرمال

در این بخش نتایج حاصل از برآزش داده‌های هواشناسی قزوین بر توزیع نرمال و نتایج حاصل از کاربست زنجیره مارکف ارائه و در پایان مقادیر متناظر محاسبه شده از دو توزیع با هم مقایسه می شود.

با توجه به وضعیت بارندگی ایستگاه قزوین، باران سالانه و فصلی به هفت طبقه خیلی خشک، خشک، نیمه خشک،

متوسط، نیمه مرطوب، مرطوب و خیلی مرطوب تقسیم شده است. آستانه‌های (این آستانه‌ها بر پایه میانگین بارش (\bar{p}) و

انحراف معیار (σ) تعیین شده اند) هر کدام از طبقات یاد شده به تفکیک بارندگی سالانه، زمستان، بهار، پاییز در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱ طبقه بندی بارندگی سالانه فصلی قزوین در هفت گروه انتخابی

مقدار بارندگی فصل بهار mm	مقدار بارندگی فصل پاییز mm	مقدار بارندگی فصل زمستان mm	مقدار بارندگی سالانه mm	حدود بارش	نمادهای مورد استفاده
<۲۵	<۳۰	<۷۵	<۲۰۰	$< \bar{p} - 3\sigma$	خیلی خشک
۲۵-۵۰	۳۰-۶۰	۷۵-۱۰۰	۲۰۰-۲۵۰	$\bar{p} - 3\sigma, \bar{p} - 2\sigma$	خشک
۵۰-۷۵	۶۰-۹۰	۱۰۰-۱۲۵	۲۵۰-۳۰۰	$\bar{p} - 2\sigma, \bar{p} - \sigma$	نیمه خشک
۷۵-۱۰۰	۹۰-۱۲۰	۱۲۵-۱۵۰	۳۰۰-۳۵۰	$\bar{p} - \sigma, \bar{p}$	متوسط
۱۰۰-۱۲۵	۱۲۰-۱۵۰	۱۵۰-۱۷۵	۳۵۰-۴۰۰	$\bar{p}, \bar{p} + \sigma$	نیمه مرطوب
۱۲۵-۱۵۰	۱۵۰-۱۸۰	۱۷۵-۲۰۰	۴۰۰-۴۵۰	$\bar{p} + \sigma, \bar{p} + 2\sigma$	مرطوب
>۱۵۰	>۱۸۰	>۲۰۰	>۴۵۰	$> \bar{p} + 2\sigma$	خیلی مرطوب

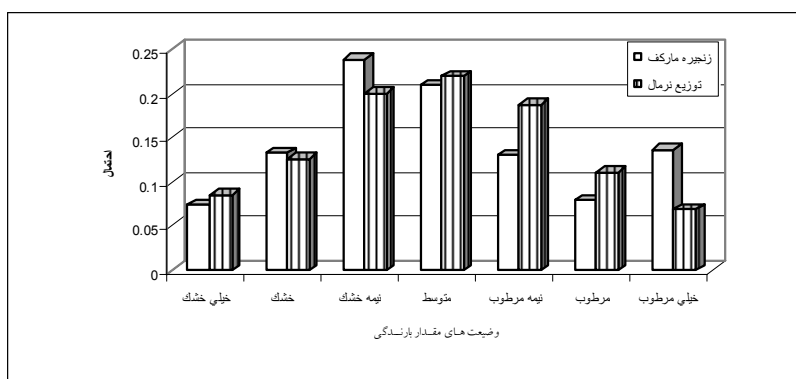
یادآور می شود که به دلیل کوچک بودن احتمال وقوع و اندازه کل بارش، بارش فصل تابستان به طور جداگانه مورد تحلیل قرار نگرفته است.

برای تحلیل زنجیره مارکف، فرض می کنیم که مقدار بارندگی در یک سال معین فقط بستگی به مقدار بارندگی سال قبل دارد. با توجه به مطالب فوق یک ماتریس 7×7 بنام ماتریس احتمال گذار تشکیل گردید که درایه های آن هر یک مربوط به احتمال تغییر وضعیت از حالتی به حالت دیگر است. مثلاً درایه های سطر اول ماتریس هر کدام از چپ به راست احتمال اینکه مقدار بارندگی از خیلی خشک به یکی از حالت های خیلی خشک، خشک، نیمه خشک، متوسط، نیمه مرطوب، مرطوب و خیلی مرطوب تغییر کند را بیان می کند. جدول ۲ بعنوان نمونه ماتریس احتمال منظم گذار زنجیره مارکف را برای بارندگی سالانه نشان می دهد، که از طریق بررسی های عینی و شمارش حالات متناظر، معین شده است.

جدول ۲ ماتریس احتمال گذار مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه قزوین

	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۳۳۰۰	۰/۳۴۰۰	۰/۳۳۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۵۰۰	۰/۵۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۵۰۰
	۰/۱۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۰۰۰	۰/۴۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۱۰۰۰	۰/۲۰۰۰
T=	۰/۱۱۰۰	۰/۱۲۰۰	۰/۲۲۰۰	۰/۱۱۰۰	۰/۲۲۰۰	۰/۱۱۰۰	۰/۱۱۰۰
	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۵۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۲۵۰۰	۰/۲۵۰۰	۰/۲۵۰۰
	۰/۰۰۰۰	۰/۶۶۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۳۴۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
	۰/۲۰۰۰	۰/۴۰۰۰	۰/۴۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰

برای محاسبه احتمالات حالت پایدار (دراز مدت) مقدار بارندگی، مطابق معادله (۴) ماتریس احتمال گذار را در عناصر یک بردار فرضی ضرب و برابر بردار فوق قرار می دهیم. بدین ترتیب عناصر بردار فرضی پیش گفته که آنرا بردار منحصر بفرد تثبیتی می نامند مشخص گردید. نتایج در جدول ۳ ارائه شده است.



شکل ۱ احتمال وقوع شرایط بارش سالانه مختلف در ایستگاه قزوین بر اساس توزیع نرمال و زنجیره مارکف

جدول ۳ احتمالات وضعیتهای مختلف مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه قزوین در درازمدت، با استفاده از زنجیره مارکف

وضعیت مقدار بارندگی	خیلی خشک	خشک	نیمه خشک	متوسط	نیمه مرطوب	مرطوب	خیلی مرطوب
احتمال	۰/۰۷۴۶	۰/۱۳۲۱	۰/۲۳۸۳	۰/۲۰۹۲	۰/۱۳۰۱	۰/۰۷۹۴	۰/۱۳۶۳

از جدول (۳) می توان نتیجه گرفت که در دراز مدت احتمال خشکسالی ها (یعنی مجموع احتمالات مربوط به خیلی خشک، خشک، نیمه خشک) ۴۴/۵ درصد و احتمال وقوع ترسالی ها (یعنی مجموع احتمالات مربوط به نیمه مرطوب، مرطوب، خیلی مرطوب) ۳۴/۶ درصد می باشد و در بقیه مواقع یعنی در ۲۰/۹ درصد اوقات شرایط متوسط بارندگی حاکم است. در ادامه با آزمون^۲ χ^2 امکان برآزش بارندگی سالانه بر توزیع نرمال مورد بررسی قرار گرفت و نتیجه به دست آمده این گونه بوده که سری زمانی مشاهدات مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه قزوین بر توزیع نرمال تطابق دارد. احتمالات وضعیتهای مختلف مقادیر بارندگی سالانه ایستگاه قزوین برای طبقه بندی هفت گانه فوق منتها با استفاده از توزیع چگالی احتمال نرمال در جدول ۴ مشاهده می شود.

جدول ۴ احتمالات وضعیتهای مختلف بارندگی سالانه ایستگاه قزوین در دراز مدت به کمک توزیع نرمال

وضعیت مقدار بارندگی	خیلی خشک	خشک	نیمه خشک	متوسط	نیمه مرطوب	مرطوب	خیلی مرطوب
احتمال	۰/۰۸۵۳	۰/۱۲۶۶	۰/۲۰۱۰	۰/۲۲۰۲	۰/۱۸۸۱	۰/۱۱۰۷	۰/۰۶۸۲

از جدول ۴ می توان نتیجه گرفت که در دراز مدت احتمال وقوع خشکسالی ها ۴۱/۳ درصد و احتمال وقوع ترسالی ها ۳۶/۷ درصد و احتمال بارندگی متوسط ۲۲/۰ درصد است. احتمالات محاسبه شده در وضعیت های مختلف به کمک زنجیره مارکف و توزیع نرمال توأم در نمودار ۱ رسم شده است.

مقایسه نتایج حاصل از دو روش آماری بیانگر هماهنگی نسبی آنها حداقل در برآورد احتمالات خشکسالی و بارندگی قزوین در مقیاس سالانه است. گرچه مجموع احتمالات خشکسالی حاصل از زنجیره مارکف نسبت به توزیع نرمال ۳/۲ درصد فزونی دارد ولی احتمالات خیلی خشک را کمتر از توزیع نرمال برآورد می کند. متقابلاً احتمال وقوع ترسالی ها به کمک زنجیره

مارکف در مقایسه با توزیع نرمال ۲/۱ درصد کمتر است که عمدتاً از برآورد نسبتاً کمتر حالات نیمه مرطوب و مرطوب در این زنجیره می باشد که در آنها به طور نسبی اختلاف احتمالات حاصل از دو توزیع بارزتر از حالات دیگر است. با روشی مشابه آنچه در مورد بارندگی سالانه ذکر شد، بردارهای منحصر بفرد تثبیتی بارندگی های فصول زمستان، پائیز و بهار به کمک زنجیره مارکف و به تفکیک درایه های هفت گانه پیش گفته محاسبه گردید که نتایج آن در جدول ۵ انعکاس یافته است.

جدول ۵ احتمالات وضعیت های مختلف بارندگی فصلی ایستگاه قزوین (فصل زمستان، بهار، پائیز) به کمک زنجیره مارکف

وضعیت مقدار بارندگی	خیلی خشک	خشک	نیمه خشک	متوسط	نیمه مرطوب	مرطوب	خیلی مرطوب
احتمال در فصل زمستان	۰/۰۳۰۲	۰/۲۱۵۶	۰/۱۵۱۴	۰/۲۰۲۸	۰/۱۶۹۴	۰/۰۹۸۰	۰/۱۳۲۶
احتمال در فصل بهار	۰/۰۷۱۴	۰/۱۰۲۲	۰/۲۲۶۵	۰/۲۴۶۳	۰/۱۵۸۲	۰/۱۱۳۲	۰/۰۸۲۲
احتمال در فصل پائیز	۰/۰۰۰۰	۰/۱۶۰۴	۰/۴۴۴۶	۰/۰۸۱۶	۰/۰۷۵۶	۰/۱۲۹۴	۰/۱۰۸۴

از جدول ۵ نتیجه می شود که در درازمدت احتمال وقوع خشکسالی ها در فصل زمستان و بهار و پائیز به ترتیب ۳۹/۷، ۴۰/۰، ۶۰/۵ درصد و احتمال وقوع ترسالی ها در این فصول به ترتیب ۴۰، ۳۵/۴ و ۳۱/۳ درصد می باشد. به ترتیب در ۲۰/۳، ۲۴/۶ و ۸/۲ درصد از فصول سه گانه یاد شده شرایط بارندگی متوسط حکمفرما بوده است. افزون بر موارد یاد شده نتایج حاصل از برازش داده های بارندگی فصول زمستان و بهار بر توزیع نرمال در جدول ۶ آمده است. یاد آور می شود که قابل برازش بودن بارندگی فصل پائیز بر توزیع نرمال از طریق توزیع χ^2 تایید نشد.

جدول ۶ احتمالات وضعیت های مختلف بارندگی فصلی ایستگاه قزوین (فصل بهار، زمستان) به کمک توزیع نرمال

وضعیت مقدار بارندگی	خیلی خشک	خشک	نیمه خشک	متوسط	نیمه مرطوب	مرطوب	خیلی مرطوب
احتمال در فصل زمستان	۰/۰۹۰۱	۰/۱۱۸۹	۰/۱۷۳۱	۰/۱۹۹۱	۰/۱۸۶۱	۰/۱۴۴۲	۰/۰۸۸۵
احتمال در فصل بهار	۰/۰۷۰۸	۰/۱۱۸۶	۰/۱۹۶۵	۰/۲۲۸۲	۰/۱۹۶۵	۰/۱۱۸۶	۰/۰۷۰۸

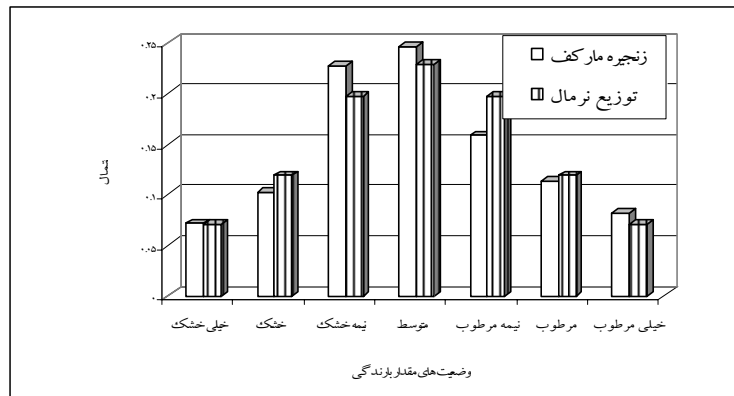
جدول ۶ نشان می دهد که در درازمدت احتمال وقوع خشکسالی ها در فصول زمستان و بهار تقریباً مساوی و به ترتیب برابر با ۳۸/۲ و ۳۸/۶ درصد است. احتمال وقوع ترسالی در دو فصل یاد شده بترتیب ۴۱/۹ درصد و ۳۸/۶ درصد می باشد و بالاخره ۱۹/۹ درصد از زمستانها و ۲۲/۸ درصد از بهار با شرایط بارندگی متوسط همراه بوده اند.

جدول ۷ مقدار χ^2 محاسبه شده برای توزیع نرمال و زنجیره مارکف

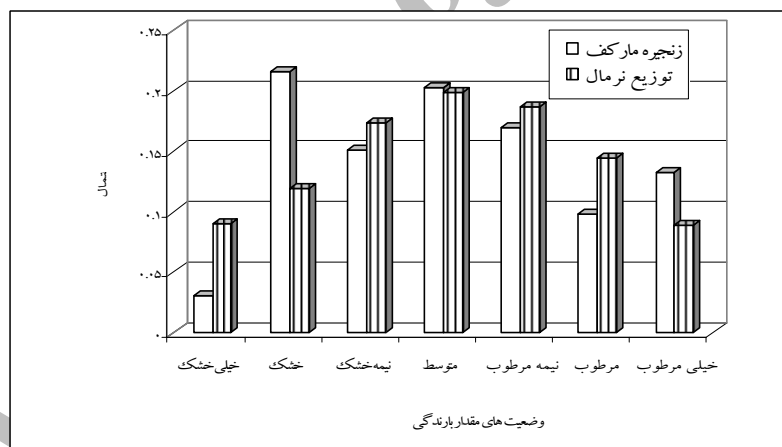
مقدار χ^2 محاسبه شده برای بارندگی فصل پائیز	توزیع نرمال	زنجیره مارکف
۱/۵۱۸	۴/۳۷۸۴	
مقدار χ^2 محاسبه شده برای بارندگی فصل زمستان	۱/۵۵۹۴	۱/۵۲۱۴
مقدار χ^2 محاسبه شده برای بارندگی فصل بهار	۰/۵۶۵	۱/۲
مقدار χ^2 محاسبه شده برای بارندگی سالانه	۲/۴۳۸	۰/۶۵۲۸

مقادیر χ^2 جدول ۷ نشانگر این است که برازش داده‌های سالانه، فصل زمستان و فصل بهار بر توزیع نرمال و زنجیره مارکف در سطح ۹۵٪ معنی دار است. در حالی که مقدار χ^2 برای فصل پائیز بر عدم برازش داده‌ها بر توزیع نرمال و امکان برازش داده‌ها بر زنجیره مارکف در سطح ۹۵٪ حکم می‌کند.

احتمالات محاسبه شده در وضعیت‌های مختلف فصل زمستان و بهار به کمک زنجیره مارکف و توزیع نرمال تماماً به ترتیب در نمودار ۲ و ۳ رسم شده است.



شکل ۲ نمودار وضعیت‌های مختلف احتمالات به کمک توزیع نرمال و زنجیره مارکف فصل بهار



شکل ۳ نمودار وضعیت‌های مختلف احتمالات به کمک توزیع نرمال و زنجیره مارکف فصل زمستان

گرچه هماهنگی احتمالات حاصل از دو روش آماری در بارندگی‌های فصلی برای مجموع حالات خشکسالی و مجموع حالات ترسالی نسبت به بارندگی سالانه نسبتاً بیشتر است. لیکن تفاوت احتمالات برآورد شده برای حالت خشک در فصل زمستان از دو روش آماری بارز و در حدود ۱۰٪ می‌باشد.

بحث و نتیجه‌گیری

نتایج برازش داده‌های بارش بر زنجیره مارکف حاکی از آن است که احتمالات حاصله برای مجموع حالات خشکسالی و مجموع حالات ترسالی بر مبنای بارندگی‌های سالانه و فصول زمستان و بهار تقریباً با هم قابل مقایسه‌اند، ولی در فصل پائیز اندازه احتمال برای مجموعه خشکسالی تقریباً دو برابر ترسالی است.

گرچه احتمالات محاسبه شده برای حالات هفت گانه به تفکیک بارندگی سالانه و فصلی برای دو روش آماری فوق الذکر تشابهاتی با هم دارند لیکن بدون اعمال سنجۀ مناسب نظیر آزمون χ^2 نمی توان بر برتری یک روش آماری بر روش دیگر حکم کرد. لذا از آزمون نیکوئی χ^2 برای برازش داده ها استفاده شده است. مقادیر آزمون χ^2 جدول ۷ حکم بر برتری زنجیره مارکف بر توزیع نرمال دارد چون مقدار χ^2 سالانه، فصل زمستان، فصل پائیز زنجیره مارکف کمتر از توزیع نرمال می باشد. افزون بر این مقدار χ^2 فصل پاییز بیان گر عدم برازش داده ها بر توزیع نرمال می باشد در حالیکه حکم بر برازش داده ها بر زنجیره مارکف دارد.

می توان در یک برنامه زنجیره ای، نتایج کاربست زنجیره مارکف و توزیع های سنتی آماری را در تعداد قابل توجهی از ایستگاه های هواشناسی که حیثاً معرف اقلیم مختلف کشور باشند با هم مقایسه نمود و به قضاوتی کلی تر دست یافت.

منابع

- ۱- ارشقی، ع.، ۱۳۶۷. تئوری و مسائل احتمالات، ترجمه، انتشارات نی، صص ۲۲۵-۲۲۸.
 - ۲- جعفری، خ.، ۱۳۷۸. تحلیل آماری دوره های تر و خشک بارندگی در چند نمونه اقلیمی ایران با استفاده از زنجیره مارکف، پایان نامه کارشناسی ارشد، به راهنمایی حجام، سهراب دانشگاه تهران.
 - ۳- حقیقت جو، پ.، ۱۳۸۱. کاربرد زنجیره مارکف در بررسی احتمالات خشکسالی و ترسالی منطقه سیستان با توجه به بده رودخانه هیرمند، مقاله اینترنتی، (<http://www.iranflood.com>)
 - ۴- میامنی، ا.، ۱۳۶۴. نظریه مقدماتی احتمال و فرآیندهای تصادفی، ترجمه، مرکز نشر دانشگاهی، صص ۲۷۷-۲۷۸.
 - ۵- مومنی، منصور، ۱۳۷۴. پژوهش عملیاتی (مدلهای احتمالی) چاپ دوم، انتشارات مهر، صص ۱۳۵-۱۳۷.
 - 6- Azzam, S., A. Azzam, and M. Nielsen, 1990. Markov chains as shortcut method to estimate age distributions in herds of beff cattle. *J. Anim. Sci.*, (68): 5-14.
 - 7- Clarke, R. and M. Karas, 1989. Analytical relationships between rainfall and runoff. *Third IHAS Assembly*, Baltimore, (181):187-193.
 - 8- Elfeki, A. and G. Uffrink, 1996. Stochastic simulation of heterogeneous geological formations using soft info. *Groundwater Quality, Remediation and Protection - Proceeding of an International Conference*, Prague, Czech Republic 15-18 May.
 - 9- Jain, R. and R. Agrawal, 1992. Probability model for crop yield forecasting. *Biomet. J.*, (34): 501-511.
 - 10- Subramaniam, A. and P. Sanjeeva, 1986. Dry spell sequencess in south coastal Andhra. *Mausam*, (40): 57-60.
 - 11- Tan, B. and K. Yilmaz, 2002. Markov chain test for time dependence and homogeneity An analytical and empirical evaluation. *Eur. J. Operat. Res.*, (137):524-543.
- Markov chain, Normal distribution