

## Stiffness Matrices and Anisotropy in the Trapezoidal Corrugated Composite Sheets

Mohammad Golzar<sup>1\*</sup> and Pouyan Ghabezi<sup>2</sup>

1. Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering and Technology, Tarbiat Modares University, P.O. Box: 14115-143, Tehran, Iran
2. Young Researchers and Elites Club, Science and Research Branch, Islamic Azad University, P.O. Box: 15655-461, Tehran, Iran

Received 26 January 2013, accepted 20 July 2013

### ABSTRACT

In the same applications like as morphing technology, high strain and anisotropic behavior are essential design requirements. The corrugated composite sheets due to their special geometries have potential to high deflection under axial loading through longitudinal direction of corrugation. In this research, the strain and the anisotropic behavior of corrugated composite sheets are investigated by fabricating glass/epoxy samples with trapezoidal geometries. For evaluation of the mechanical behavior of the composites the samples were subjected to tension and flexural tests in the longitudinal and transverse direction of corrugation. In order to determine anisotropic behavior of the corrugated sheets, two approaches were introduced: (1) tensile anisotropic ( $E^*$ ) and (2) flexural anisotropic ( $D^*$ ). The anisotropic behavior and ultimate deflections were investigated theoretically and experimentally. In this paper, mechanical behaviors based on theoretical and experimental analysis including the elastic constants and stiffness matrices of trapezoidal corrugated composite sheets were studied and the results were verified by finite element method. The results of the numerical and analytical solutions were compared with those of experimental tests. Finally, the load-displacement curves of tensile tests in longitudinal direction of corrugation, the ultimate deflection and anisotropy behavior of these exclusive composite sheets in the corrugated composite sheets were studied experimentally. The experimental results of the trapezoidal corrugated sheets showed that one of the most important parameters in the ultimate strain was amplitude of the corrugation elements. Generally, increasing the amplitude and element per length unit of trapezoidal corrugated specimens decreased the ultimate strain.

#### Keywords:

elastic constants,  
flexural and tensile stiffness,  
composite,  
trapezoidal corrugated  
sheet,  
anisotropy

(\*)To whom correspondence should be addressed.

E-mail: [m.golzar@modares.ac.ir](mailto:m.golzar@modares.ac.ir)

# ماتریس‌های سفتی و ناهمسانگردی در ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار با هندسه دوزنقه‌ای

محمد گلزار\*<sup>۱</sup>، پویان قابضی<sup>۲</sup>

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،  
سال بیست و ششم، شماره ۴،  
صفحه ۲۸۹-۲۷۵، ۱۳۹۲  
ISSN: 1016-3255  
Online ISSN: 2008-0883

۱- تهران، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵  
۲- تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، صندوق پستی ۴۶۱-۱۵۶۵۵

دریافت: ۹۱/۱۱/۷، پذیرش: ۹۲/۴/۲۹

## چکیده

در کاربردهایی مانند فناوری مورفینگ، دارا بودن مقدار تغییر شکل و ناهمسانگردی زیاد از ملزومات و مزایای بسیار کاربردی است. ورق‌های موج‌دار به دلیل داشتن هندسه موج، پتانسیل تغییرشکل زیاد را در اثر اعمال نیروی کششی دارند. در این پژوهش، برای بررسی مقدار تغییرشکل نهایی و ناهمسانگردی در ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار، نمونه‌هایی از جنس شیشه - اپوکسی با هندسه دوزنقه‌ای ساخته شدند و در آزمون کشش و خمش در راستای طولی و عرضی موج قرار گرفتند. برای بررسی ناهمسانگردی در نمونه‌های موج‌دار، دو مفهوم بدون بعد ناهمسانگردی کششی و خمشی تعریف شد و براساس آن ناهمسانگردی به‌طور نظری و تجربی بررسی شد. همچنین، رفتار مکانیکی شامل ثابت‌های کشسان و ماتریس‌های سفتی مربوط به ورق‌های کامپوزیتی با هندسه دوزنقه‌ای به‌طور نظری، با روش اجزای محدود و تجربی بررسی شد. نخست، سفتی‌های کششی و خمشی مؤثر در ورق‌های موج‌دار دوزنقه‌ای استخراج و مدلی ساده برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی این نوع ورق‌ها ارائه شد. سپس، با استفاده از آنها ماتریس‌های سفتی کششی و خمشی این ورق‌ها استخراج شد. در ادامه، نتایج به‌دست آمده از حل عددی و تحلیلی با نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی روی ورق‌های کامپوزیتی مقایسه شد. پس از آن، منحنی‌های نیرو - جابه‌جایی و همچنین مقدار تغییر شکل نهایی و ناهمسانگردی در نمونه‌های کامپوزیتی موج‌دار به‌طور تجربی بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد، از عوامل مهم (به نوعی مهم‌ترین عامل) بر مقدار تغییرشکل نهایی، دامنه ورق است. به‌طور کلی با افزایش دامنه و تعداد اجزا در واحد طول، مقدار تغییرشکل نهایی افزایش می‌یابد، ولی با افزایش گام مقدار آن کاهش می‌یابد.

## واژه‌های کلیدی

ثابت‌های کشسانی،  
سفتی کششی و خمشی،  
کامپوزیت،  
ورق موج‌دار دوزنقه‌ای،  
ناهمسانگردی

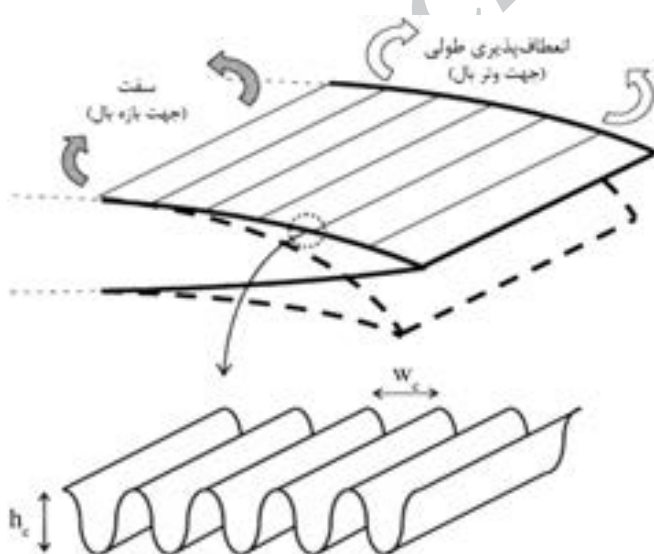
## مقدمه

ایده استفاده از فناوری مورفینگ (morphing) و سازه‌های موج‌دار که رفتاری کاملاً متفاوت در جهت‌های مختلف دارند، مانند بسیاری از فناوری‌ها ریشه در طبیعت دارد. در طبیعت می‌توان نمونه‌های بسیار زیادی از این نوع سازوکارها را مشاهده کرد. بال پرندگان و حشرات نمونه‌های بارزی از وجود این فناوری در طبیعت است. در شکل ۱، استفاده از این سازوکار در بال پرندگان، ماهیان و حشرات و مقایسه آن با ورق موج‌دار کامپوزیتی ساخته شده از جنس شیشه - اپوکسی نشان داده شده است.

فناوری مورفینگ از روش‌هایی است که به‌کارگیری آن در صنایع هوا و فضا به‌ویژه در ساخت بال سازه‌های هوایی رو به گسترش است. استفاده از ورق‌های موج‌دار در این فناوری موضوعی است که مورد توجه برخی از صنایع هوایی و مراکز پژوهشی از جمله ناسا قرار گرفته است. با استفاده از ایده موج‌دار کردن یک ورق تخت، می‌توان از ماده‌ای همسانگرد، رفتار مکانیکی متفاوت را در جهت‌های مختلف (در دو جهت عمود بر هم) انتظار داشت. یکی از کاربردهای آنها استفاده در بال سازه‌های هوایی است.

بال هواپیما نیاز دارد که هم‌زمان در دو راستا رفتار مکانیکی متفاوت داشته باشد: سفتی زیاد در راستای عرضی برای تحمل بارهای خمشی و آیرودینامیکی و سفتی کم در راستای طولی برای سهولت تغییر شکل آن [۲]. با توجه به عملکرد ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار (نسبت جرم به سفتی کم و مقاومت به کماتش در جهت عرضی موج و خاصیت جذب انرژی)، بیش از ده‌ها سال است که در طرح‌های کاربردی عمران، دریانوردی، خودروسازی و هوافضا، استفاده می‌شوند [۳، ۴]. در شکل ۲ طرح کلی بال هواپیما و چگونگی

استفاده از ورق موج‌دار در آن نشان داده شده است. جنبه نوآوری پژوهش پیش رو را می‌توان، ارائه مدلی ساده برای پیش‌بینی رفتار ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار با هندسه ذوزنقه‌ای، هندسه خاص قطعات مورد بررسی، نحوه ساخت قطعات، شیوه استفاده شده در اندازه‌گیری سفتی خمشی مؤثر در جهت طولی موج، بررسی رفتار مکانیکی مؤثر این نوع ورق‌ها به‌طور تجربی، تحلیل هم‌زمان نظری، اجزای محدود و تجربی ورق‌های موج‌دار و بررسی صحت معادله‌های نظری استفاده شده، بررسی عوامل مؤثر بر رفتار ناهمسانگردی (با تعریف مفاهیم  $E^*$  و  $D^*$ ) و تغییر شکل‌های زیاد (به‌طور تجربی) این نوع ورق‌ها و بررسی نواحی متضاد رفتار آنها در آزمون کشش، بیان کرد. ذکر این نکته لازم است که با توجه به گستردگی بحث‌ها درباره رفتار ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار، افزون بر این مقاله، پژوهشی جداگانه نیز روی رفتار ناهمسانگردی سایر هندسه‌ها (ذوزنقه‌ای، مربعی، مثلثی و شبه‌سینوسی) انجام شده که با آنها مقایسه شده است. بنابراین، مقاله حاضر به خواننده این امکان را می‌دهد که با تکیه بر جدول‌ها و منحنی‌های ارائه شده و با توجه به محدودیت‌های طراحی (دامنه و بسامد موج) هندسه مناسب را انتخاب کند. همچنین، از نتایج نظری مربوط به سفتی‌های کششی و خمشی به‌دست آمده از مرجع ۱ استفاده شده و در این مقاله ماتریس‌های سفتی کششی و خمشی و کوپلینگ در ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار با هندسه ذوزنقه‌ای استخراج شد. سپس رفتار ناهمسانگردی، مقدار تغییرشکل نهایی و نواحی مختلف رفتاری در آنها ارزیابی شده است. در واقع مقاله حاضر، یک گام از پژوهش‌های



شکل ۲- طرح کلی بال هواپیما و چگونگی استفاده از فناوری مورفینگ در آن [۲].



شکل ۱- ساختار موج‌دار بال‌های طبیعی و نمونه‌های کامپوزیتی [۱].

عمود بر موج، خواص کششی و خمشی مؤثر پوسته را می‌توان به ترتیب با توجه به هندسه موج و ممان اینرسی آن در ناحیه تحلیلی به‌دست آورد. خواص مؤثر در جهت موج را می‌توان بر اساس قضیه Castigliano و با استفاده از نظریه برنولی - اویلر مربوط به تیرها به‌دست آورد. در این پژوهش، با توجه به شکل ۳ جهت امواج و جهت عمود بر راستای امواج، به ترتیب راستای طولی و عرضی موج نامیده شده است.

یک ورق موج‌دار از ترکیب اجزای یکسانی تشکیل شده است که با به‌دست آوردن تغییر شکل‌های یک جزء، می‌توان با ضرب آن در تعداد اجزای هر ورق، تغییر شکل‌های کلی ورق را به‌دست آورد. با استفاده از انرژی کرنشی هر جزء و استفاده از قضیه‌های اول و دوم Castigliano، می‌توان تغییرشکل هر جزء را به‌دست آورد و بر اساس آن، سفتی‌های کششی و خمشی (به ازای واحد عرض) را در راستای طولی ورق‌های موج‌دار به‌دست آورد.

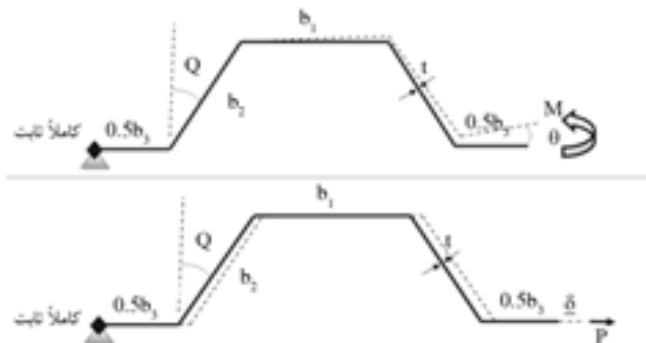
#### معادلات نظری

با فرض یک جزء دوزنقه‌ای که در شکل ۴، پارامترهای هندسی آن نشان داده شده است و اعمال نیروی کششی (P) و ممان خمشی (M) به انتهای آن، می‌توان با استفاده از Castigliano تغییر شکل‌های  $\delta$  و  $\theta$  انتهای آن را به‌دست آورد:

$$\delta = \frac{P(b_1 + b_3)}{E_1 W t} + \frac{8 P b_2 + h^2}{E_1 W t^3} + \frac{12 P b_1 h^2}{E_1 W t^3} + \frac{2P(\sin Q)^2 b_2}{E_1 W t} \quad (1)$$

سفتی کششی مؤثر در راستای طولی امواج ( $E_{Leff}$ ) را می‌توان بر اساس معادله (۲) بیان کرد:

$$E_{Leff} = \frac{P(b_1 + 2b_2 \sin(Q) + b_3)}{W h \delta} \quad (2)$$



شکل ۴- اجزای دوزنقه‌ای زیر بار کششی و ممان خمشی.

پیشین نویسنندگان جلوتر بوده، ولی شایان توجه است که هنوز هم لزوم انجام پژوهش در این زمینه و بررسی سایر جنبه‌های رفتاری این نوع ورق‌ها، ضروری و کاربردی است.

Yokozeki و همکاران از اولین کسانی بودند که ورق‌های موج‌دار ساخته شده از کامپوزیت‌های کربن - اپوکسی را برای استفاده در پوسته مورفینگ پیشنهاد کردند [۲]. No man و همکاران [۵]، ورق‌های موج‌داری از جنس مس - بریلیم را به روش سرد تولید کردند که قابلیت انعطاف‌پذیری و رول‌شدن داشتند. مهم‌ترین کاربرد آنها استفاده در بال تغییرشکل‌پذیر هواپیماهای بدون سرنشین بود. Bt ler [۶]، با استفاده از ایده Yokozeki قطعات کامپوزیتی موج‌دار از جنس کولار ۹۱۴ تولید کرد. وی به نسبت مدول عرضی به طولی حدود ۸۰۰۰ دست یافت که با استفاده از میله‌های کربنی در راستای عرضی موج، این عدد افزایش نیز یافت. Ruijun و همکاران، تغییر شکل ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار از جنس شیشه - اپوکسی را به‌طور عددی و تجربی بررسی کرده و آنها را گزینه مناسبی برای استفاده در ساخت سازه‌های مورفینگ معرفی کردند [۷]. Wu و Duan، ماتریس‌های سفتی کششی، خمشی و کوپلینگ مربوط به پوسته‌های کامپوزیتی موج‌دار با هندسه سینوسی را به‌طور تحلیلی استخراج و صحت آنها را با آزمون‌های تجربی تأیید کردند [۸].

#### مدل تحلیلی

کامپوزیت‌های موج‌دار را می‌توان با توجه به ظاهر موج آنها (دامنه موج، گام موج) طراحی کرد. یک مدل ساده تحلیلی برای پیش‌بینی سفتی کششی و خمشی در جهت طولی موج و عمود بر آن ارائه شده است. برای محاسبه سفتی‌های مؤثر یک پوسته کامپوزیتی موج‌دار ابتدا نیاز است که سفتی‌های کششی ( $A_{11}$  و  $A_{22}$ ) و خمشی ( $D_{11}$  و  $D_{22}$ ) مربوط به لایه‌چینی در حالتی که ورق تخت است، محاسبه شود (محاسبه سفتی‌های یک لایه‌چینی به تفصیل در مرجع ۹ آمده است). خواص مؤثر مربوط به کامپوزیت‌های موج‌دار با استفاده از خواص مؤثر الیاف، رزین و پارامترهای هندسی به‌دست می‌آید. در جهت



شکل ۳ - راستای طولی و عرضی موج.

مدول برشی برای یک ورق تخت را می‌توان بر حسب مدول‌های کششی در دو راستا و ضریب پواسون با معادله (۹) بیان کرد [۱۰]:

$$G_{12} = \frac{\sin^2 Q \cdot \cos^2 Q}{\frac{1}{E_x} - \frac{\cos^4 Q}{E_1} - \frac{\sin^4 Q}{E_2} + \left(\frac{\nu_{21}}{E_1} + \frac{\nu_{12}}{E_2}\right) \sin^2 Q} \quad (9)$$

که:

$$E_x = E_{\pm 45} \text{ و } Q = 45 \quad (10)$$

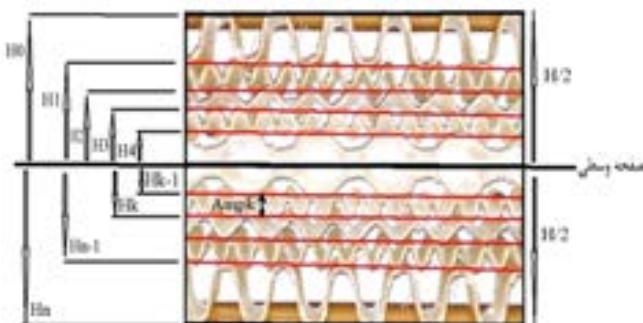
اعمال نیرو در ناحیه کشسان در جهت ۱، صرف تغییر طول ورق موج‌دار در راستای ۱ شده و این تغییر طول ناشی از بازشدن اجزای موج در اثر چرخش حول لولاهای جزء است که جزئیات آن در شکل ۵ نشان داده شده است. به‌وضوح می‌توان دریافت، اعمال نیرو در جهت ۱ باعث تغییر طول در راستای ۲ نمی‌شود. با جمع‌بندی مطالب گفته شده و با در نظر گرفتن فرضیاتی مانند مسطح‌نشدن ورق موج‌دار در اثر اعمال بار، با دقت خوبی می‌توان  $\nu_{12\text{eff}}$  مربوط به ورق موج‌دار را تقریباً برابر صفر در نظر گرفت. همچنین، می‌توان  $\nu_{21\text{eff}}$  مربوط به آن را برابر با  $\nu_{21}$  ورق تخت فرض کرد. بنابراین:

$$\nu_{12\text{eff}} \approx 0, \nu_{21\text{eff}} = \nu_{21} \quad (11)$$

با محاسبه  $E_{2\text{eff}}$  و  $E_{1\text{eff}}$  مربوط به ورق موج‌دار دوزنقه‌ای و جایگزینی در معادله (۹)، می‌توان  $G_{12\text{eff}}$  را به شکل معادله (۱۲) محاسبه کرد:

$$G_{12\text{eff}} = \frac{\sin^2 Q \cdot \cos^2 Q}{\frac{1}{E_{\text{xeff}}} - \frac{\cos^4 Q}{E_{1\text{eff}}} - \frac{\sin^4 Q}{E_{2\text{eff}}} + \left(\frac{\nu_{21}}{E_{1\text{eff}}}\right) \sin^2 Q \cdot \cos^2 Q} \quad (12)$$

$$= \frac{0.25}{\frac{1}{E_{\text{xeff}}} - \frac{1}{4E_{1\text{eff}}} - \frac{1}{4E_{2\text{eff}}} + \frac{\nu_{21}}{0.25E_{1\text{eff}}}}$$



شکل ۶- پارامترهای مختلف مربوط به یک لایه‌چینی از ورق‌های موج‌دار.

$$h = b_2 \times \cos Q \quad (3)$$

عرض ورق است. به همین ترتیب زاویه چرخش،  $\theta$ ، در انتهای تیر تحت ممان خمشی،  $M$ ، برابر است با:

$$\theta = \frac{1}{D_{11}} (b_1 + 2b_2 + b_3) \cdot M \quad (4)$$

سفتی خمشی به ازای واحد عرض، در راستای طولی ورق موج‌دار کامپوزیتی،  $D_{Leff}$ ، را می‌توان با معادله (۵) بیان کرد:

$$D_{Leff} = \frac{D_{11} (b_1 + 2b_2 \sin Q + b_3)}{b_1 + 2b_2 + b_3} \quad (5)$$

برای تخمین سفتی خمشی مؤثر در راستای عرضی ورق، با به‌دست آوردن ممان اینرسی سطح مقطع آن، می‌توان سفتی خمشی در راستای عرضی را به ازای واحد عرض،  $D_{Teff}$ ، به کمک معادله (۶) بیان کرد:

$$D_{Teff} = \frac{A_{22} I}{t(b_1 + 2b_2 \sin Q + b_3)} \quad (6)$$

که:

$$I = \frac{b_1 \cdot t^3}{12} + b_1 \cdot t \left[ \frac{h \cdot (b_2 + b_3)}{b_1 + 2b_2 + b_3} \right]^2 + \frac{b_3 \cdot t^3}{12} + b_3 \cdot t \left[ \frac{h \cdot (b_1 + b_2)}{b_1 + 2b_2 + b_3} \right]^2 + \frac{b_2 \cdot \sin^2(Q) \cdot t^3}{6} + \frac{b_2^3 \cdot \cos^2(Q) \cdot t}{6} \quad (7)$$

همچنین، سفتی کششی در راستای عرضی ورق موج‌دار،  $E_{Teff}$ ، را می‌توان به کمک معادله (۸) بیان کرد:

$$E_{Teff} = \frac{(b_1 + 2b_2 + b_3) \cdot A_{22}}{(b_2 \cos Q + t) \cdot (b_1 + 2b_2 \sin Q + b_3)} \quad (8)$$



شکل ۵- لولاهای مختلف در یک پوسته موج‌دار.

جدول ۲- خواص کامپوزیت شیشه - اپوکسی با الیاف تک‌جهتی [۹].

مدول یانگ (GPa)		کسر حجمی	جنس
E <sub>2</sub>	E <sub>1</sub>		
۸/۲۷	۳۸/۶	۰/۴۵	شیشه- اپوکسی

می‌توان ماتریس‌های  $A^*$  و  $D^*$  را از معادله (۱۷) به‌دست آورده و به‌طور جداگانه نوشت. حال می‌توان ماتریس‌های  $A^*$  و  $D^*$  را به کمک معادله (۱۸) و (۱۹) تعریف کرد:

$$[A^*] = [A^*]^{-1} \quad (۱۸)$$

$$[D^*] = [D^*]^{-1} \quad (۱۹)$$

با جمع‌بندی موارد ذکر شده درباره لایه‌چینی‌های مختلف بر اساس جدول ۱ می‌توان مؤلفه‌های مورد نیاز ماتریس‌های A و D را محاسبه کرد.

#### مقایسه نتایج نظری با نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود

برای بررسی سفتی‌های مؤثر ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار، از خواص کامپوزیت‌های شیشه - اپوکسی با الیاف تک‌جهتی استفاده شده است (جدول ۲). عرض ورق موج‌دار ۲ cm<sup>2</sup> و ضخامت لایه‌ها ۰/۵ mm است.

در ادامه تغییر شکل ورق‌های موج‌دار با استفاده از نرم‌افزار اجزای محدود ABAQUS، به‌دست آمده است. بر اساس آن سفتی‌های مؤثر



شکل ۷- اعمال خواص کشسان به نرم‌افزار اجزای محدود.

جدول ۱- مؤلفه‌های ماتریس‌های A و D مورد نیاز در لایه‌چینی‌های مختلف.

D <sub>22</sub> و D <sub>11</sub>	A <sub>22</sub> و A <sub>11</sub>	نوع لایه‌چینی
= D <sub>11</sub> و D <sub>22</sub>	= A <sub>11</sub> و A <sub>22</sub>	متقارن
= D <sub>11</sub> و D <sub>22</sub>	= A <sub>11</sub> و A <sub>22</sub>	نامتقارن

با استفاده از مدول‌های کششی و برشی مؤثر و ضریب‌های پواسون مؤثر می‌توان ماتریس سفتی را به شکل معادله (۱۳) به‌دست آورد:

$$[Q]_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} E_{\text{Leff}} & \nu_{12} E_{\text{Teff}} & 0 & 0 \\ \nu_{21} E_{\text{Leff}} & E_{\text{Teff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12\text{eff}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12\text{eff}} \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

پارامترهای مختلف مربوط به یک لایه‌چینی از ورق‌های موج‌دار در شکل ۶ نشان داده شده است. به دلیل اینکه ورق موج‌دار، با یک ورق تخت با ضخامتی برابر با دامنه موج معادل‌سازی شده است، می‌توان ماتریس سفتی کششی مؤثر، ماتریس کوپلینگ مؤثر و ماتریس سفتی خمشی مؤثر را برای یک لایه‌چینی شامل پوسته‌های موج‌دار به شکل معادله‌های (۱۴) تا (۱۶) نوشت:

$$A_{ij\text{eff}} = \sum_{k=1}^n [(\overline{Q}_{ij})]_{\text{keff}} (H_k - H_{k-1}) \quad i=1,2,6 \quad j=1,2,6 \quad (۱۴)$$

$$B_{ij\text{eff}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\overline{Q}_{ij})]_{\text{keff}} (H_k^2 - H_{k-1}^2) \quad i=1,2,6 \quad j=1,2,6 \quad (۱۵)$$

$$D_{ij\text{eff}} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\overline{Q}_{ij})]_{\text{keff}} (H_k^3 - H_{k-1}^3) \quad i=1,2,6 \quad j=1,2,6 \quad (۱۶)$$

#### سفتی‌های مؤثر ورق‌های موج‌دار با لایه‌چینی نامتقارن

در حالتی که لایه‌چینی نامتقارن است، از آنجا که اثر ماتریس کوپلینگ در معادلات گفته شد، در نظر گرفته نشده است، پیشنهاد می‌شود، مؤلفه‌های مربوط به ماتریس‌های A و D، که برای به‌دست آوردن رفتار مکانیکی مؤثر ورق‌های موج‌دار نیاز است، به ترتیب زیر عمل شود. ذکر این نکته لازم است، در حالتی که اثر ماتریس کوپلینگ در نظر گرفته نشود، نتایج دارای خطای زیادی است. در بخش تحلیل اجزای محدود این اثر بررسی می‌شود.

برای ماتریس‌های سفتی در یک لایه‌چینی داریم [۹]:

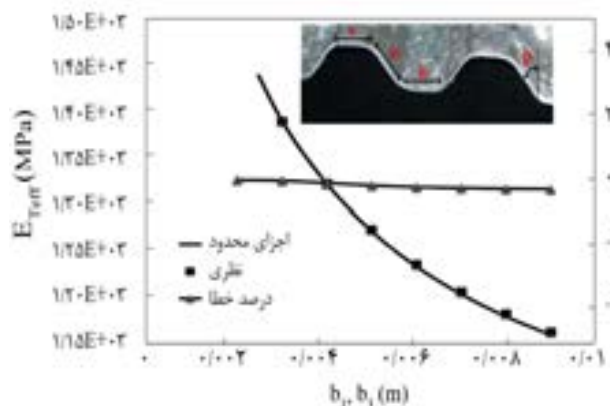
$$\begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} \quad (۱۷)$$

در استخراج نتایج به روش اجزای محدود از حل خطی استفاده شده است، زیرا حل غیرخطی زمان‌بر است و از آنجا که تحلیل انجام شده چندان پیچیده نیست، تفاوتی بین نتایج حاصل از حل خطی و غیرخطی وجود ندارد.

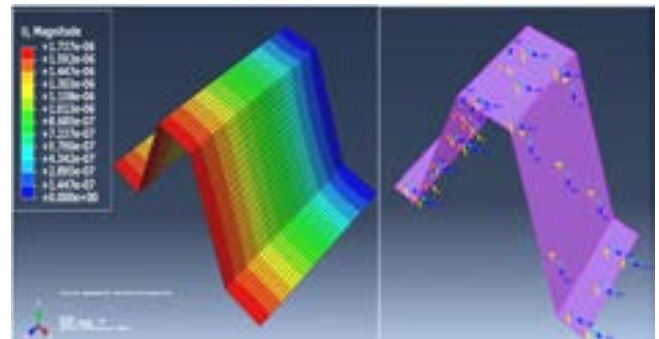
$$(20) \quad \text{سفتی کششی مؤثر} = \frac{\text{طول جزء} \times P}{\text{تغییر شکل انتهای تیر} \times \text{سطح مقطع معادل}}$$

$$(21) \quad \text{سفتی خمشی مؤثر} = \frac{P \times (\text{طول جزء})^2}{2 \times (\text{تغییر شکل انتهای تیر ناشی از ممان خمشی})}$$

در ادامه اثر پارامترهای هندسی مختلف مانند دامنه و گام بر سفتی‌های مؤثر کششی به دو روش تحلیلی و عددی در شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ آورده شده و با هم مقایسه شده‌اند (اعداد سمت راست منحنی‌ها بیانگر درصد خطای معادله‌های نظری با نتایج حاصل از اجزای محدود است). همان‌طور که در نمودارها واضح است، با افزایش  $b_1$  و  $b_3$  سفتی مؤثر کششی مؤثر در راستای طولی افزایش می‌یابد، درحالی‌که مقدار مؤثر آن در راستای عمود بر موج سیر نزولی داشته و در واقع افزایش این دو پارامتر اثری دوگانه بر سفتی‌های مؤثر کششی در راستاهای مختلف دارد. همچنین، با افزایش زاویه  $Q$  سفتی کششی در راستای طولی افزایش می‌یابد. با ازدیاد این زاویه تا  $60^\circ$  تغییرات شیبی ملایم یافته و سپس به شدت مقدار آن افزایش می‌یابد. افزایش  $b_2$  موجب کاهش سفتی مؤثر کششی در راستای عرضی می‌شود. همچنین، نتایج مربوط به مقایسه سفتی‌های خمشی مؤثر در راستای طولی و عرضی در شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ آورده شده است. بدین منظور، به‌طور تصادفی برخی از ابعاد هندسی مختلف انتخاب



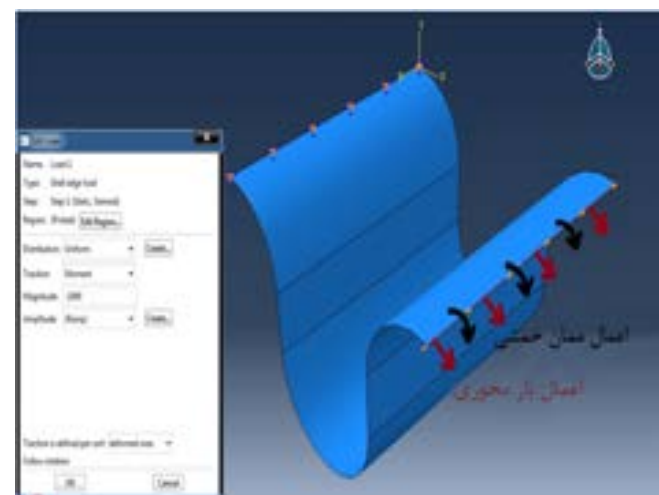
شکل ۱۰- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی کششی مؤثر در راستای عرضی بر حسب  $b_1$  و  $b_3$ ).



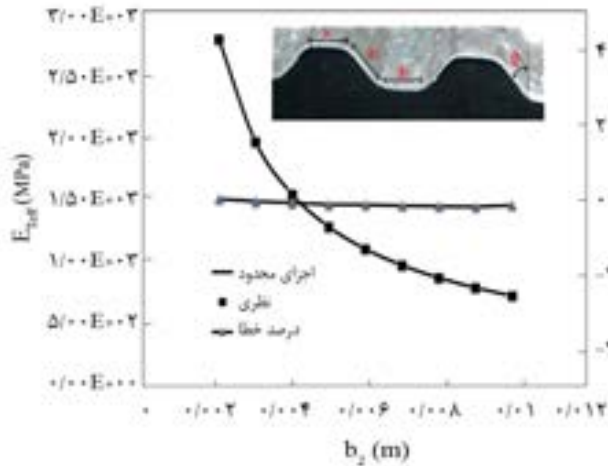
شکل ۸- مش‌بندی و لایه‌چینی در ورق کامپوزیتی موج‌دار.

کششی و خمشی در دو راستای طولی و عرضی ورق محاسبه شده و نتایج آن با معادله‌های نظری مقایسه شده است. در نرم‌افزار اجزای محدود با انتخاب نوع پوسته به شکل لایه‌ای (lamia) خواص کشسانی ورق کامپوزیتی براساس جدول ۲ وارد شده است. در شکل ۷ نحوه واردکردن مشخصات کامپوزیت در نرم‌افزار اجزای محدود نشان داده شده است.

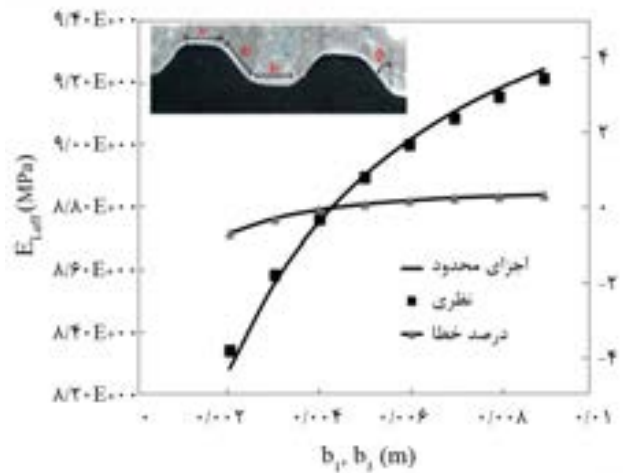
برای مدل‌سازی و تحلیل ورق‌های موج‌دار از جزء پوسته نوع S4R با اندازه مش  $0.005 \text{ m}$  استفاده شده است. در شکل ۸ طرح کلی چگونگی مش‌بندی و زاویه‌های مختلف الیاف نشان داده شده است. همچنین، با اعمال شرایط مرزی و محدودکردن تمام درجات آزادی یک طرف ورق (تیر یک سرگیردار) و اعمال بارگذاری (بار محوری در راستای طولی یا اعمال ممان خمشی به انتهای آزاد تیر) تغییر شکل انتهای آزاد ورق موج‌دار اندازه‌گیری شده است. در شکل ۹ نحوه اعمال بار به جزء شبه‌سینوسی نشان داده شده است. با به‌دست آوردن تغییر شکل انتهای ورق، می‌توان سفتی‌های معادل کششی و خمشی آنها را با استفاده از معادله‌های (۲۰) و (۲۱) به‌دست آورد.



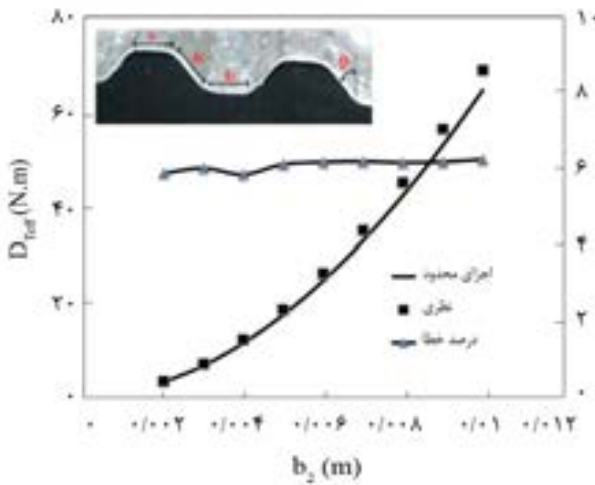
شکل ۹- اعمال بارگذاری به ورق موج‌دار.



شکل ۱۱- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی کششی مؤثر در راستای طولی بر حسب  $b_1$  و  $b_2$ ).



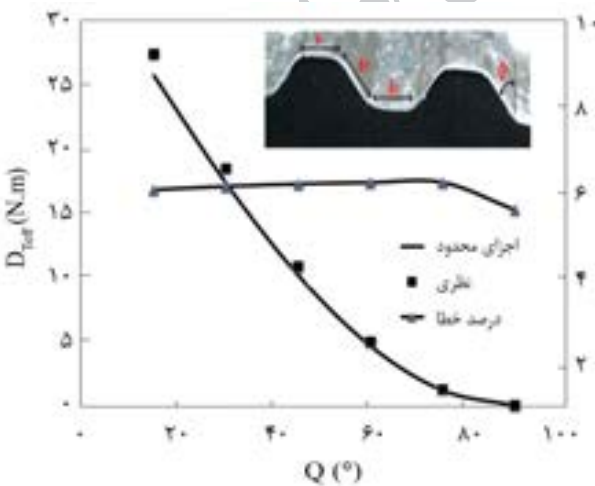
شکل ۱۲- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی کششی مؤثر در راستای عرضی بر حسب  $b_1$  و  $b_2$ ).



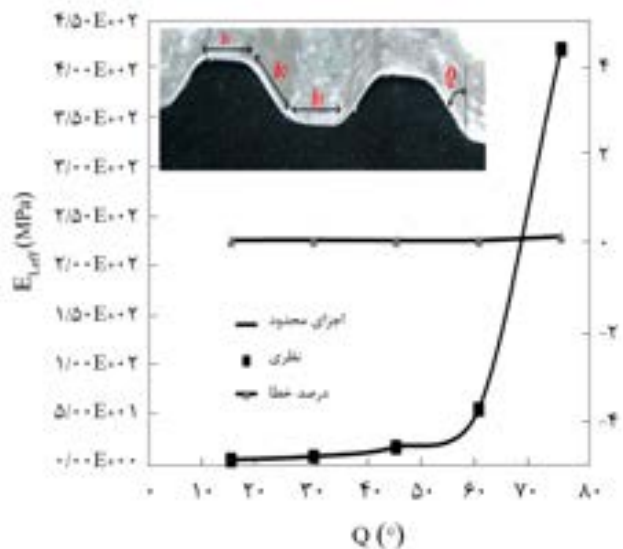
شکل ۱۳- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی خمشی مؤثر در راستای عرضی بر حسب  $b_2$ ).

شده و اثر آنها بر رفتار مکانیکی ورق موج‌دار ارزیابی شده است. از این شکل‌ها می‌توان دریافت، با افزایش  $b_2$  به دلیل افزایش ممان اینرسی دوم سطح، سفتی خمشی مؤثر در راستای عرضی موج افزایش می‌یابد، درحالی‌که سفتی مؤثر خمشی در راستای طولی مسیری کاهشی را طی می‌کند. همچنین، افزایش زاویه  $Q$  مقدار سفتی خمشی مؤثر در راستای عرضی کاهش یافته و با افزایش  $b_1$  و  $b_3$  سفتی مؤثر خمشی در راستای طولی افزایش می‌یابد.

همان‌طور که از مقایسه نتایج تحلیلی و اجزای محدود بر می‌آید می‌توان گفت، معادله‌های نظری ارائه شده دارای خطای بسیار کمی

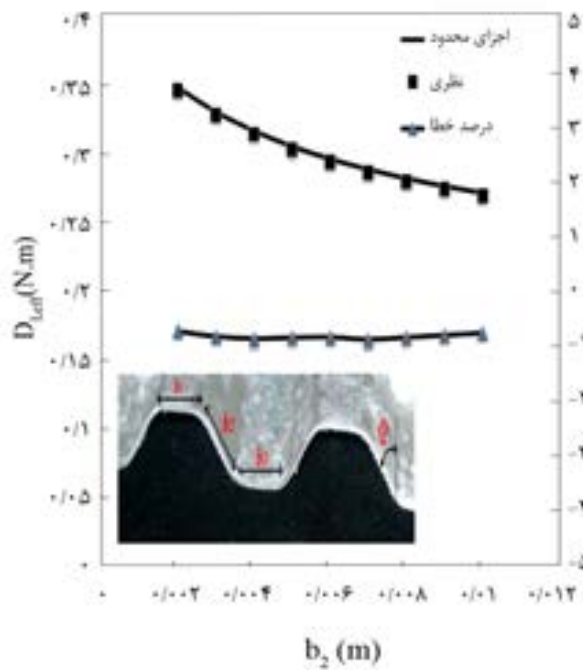


شکل ۱۴- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی خمشی مؤثر در راستای عرضی بر حسب  $Q$ ).



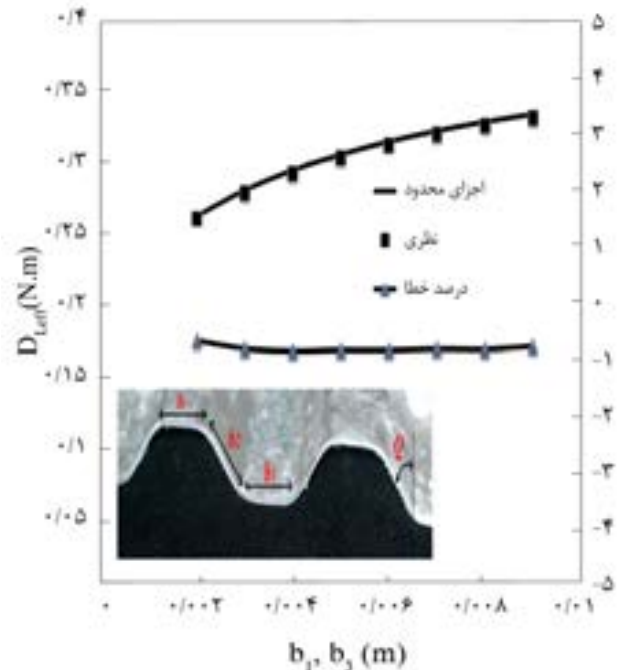
شکل ۱۵- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی کششی مؤثر در راستای طولی بر حسب  $Q$ ).





شکل ۱۷- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی خمشی مؤثر در راستای طولی بر حسب  $b_2$ ).

جدول ۳ بیانگر همین مطلب است. در این بخش با در نظر گرفتن روش پیشنهادی، نتایج با معادله‌های نظری مقایسه شده است. بدین منظور، ورق موج‌داری با هندسه دوزنقه‌ای ( $Q = 30$  و  $b_1 = b_2 = b_3 = 5 \text{ mm}$ ) و جنس لایه‌ها در نظر گرفته شده است. ضخامت لایه‌ها  $0.3 \text{ mm}$  و جنس لایه‌ها شیشه - اپوکسی است. با در نظر گرفتن لایه‌چینی‌های مختلف به شکل نامتقارن، نتایج در جدول ۳ نشان داده شده است. همان‌طور که از نتایج برمی‌آید، بین نتایج اجزای محدود و معادله‌های نظری (با استفاده از روش پیشنهادی) در شرایط لایه‌چینی نامتقارن خطای بسیار کمی وجود دارد. بنابراین، روش پیشنهادی می‌تواند برای



شکل ۱۶- مقایسه نتایج اجزای محدود و تحلیلی (سفتی خمشی مؤثر در راستای طولی بر حسب  $b_1$  و  $b_3$ ).

است. بنابراین، برای پیش‌بینی خواص مکانیکی پوسته‌های کامپوزیتی موج می‌توان از مدل تحلیلی حاضر، استفاده کرد. همچنین با بررسی نتایج این جدول‌ها، اثر پارامترهای ابعادی مختلف روی سفتی‌های معادل کششی و خمشی ارزیابی شد که در بخش‌های بعدی بیشتر این موضوع بحث شده است. در بخش مربوط به معادله‌های نظری (جدول ۱)، در بررسی رفتار مکانیکی مؤثر ورق‌های کامپوزیتی با لایه‌چینی نامتقارن برای محاسبه مؤلفه‌های ماتریس سفتی روشی پیشنهاد شد که بدون استفاده از این مدل بین نتایج نظری و اجزای محدود خطای بسیار زیادی وجود دارد (خطای  $16/89$  درصد در

جدول ۳ - نتایج لایه‌چینی نامتقارن برای هندسه دوزنقه‌ای.

درصد خطا	نتایج اجزای محدود	نتایج نظری	سفتی مؤثر	لایه‌چینی
۰/۸	۱/۹۴	۱/۹۲۳	$E_{Leff} \text{ (MPa)}$	[0/0/90]
-۲/۷	۰/۶۴۳	۰/۶۶۱	$E_{Leff} \text{ (MPa)}$	[30/30/90]
۲۰/۶	۱۴۴۰	۱۱۴۳/۴	$E_{Teff} \text{ (MPa)}$	[0/0/90]
۱۶/۸۹	۱۴۵۷	۱۲۱۰/۸	$E_{Teff} \text{ (MPa)}$	[30/30/90]
۸/۴	۰/۰۳۵۷	۰/۰۳۲۷	$D_{Leff} \text{ (N.m)}$	[0/0/90]
-۱/۲۶	۰/۰۲۳۷	۰/۰۲۴	$D_{Leff} \text{ (N.m)}$	[30/30/90]
-۰/۲۱	۲۳/۲۵	۲۳/۳	$D_{Teff} \text{ (N.m)}$	[0/0/90]
-۴/۷۴	۲۴/۴۴	۲۵/۶	$D_{Teff} \text{ (N.m)}$	[30/30/90]



شکل ۱۸- ورق‌های برش داده شده با هندسه دوزنقه‌ای.

دارند، برای جلوگیری از تغییر شکل لایه‌ها روی قالب یک وزنه قرار داده شد.  
۷- جداشدن قطعه موج‌دار به راحتی از قالب پس از سپری شدن زمان ژل شدن اولیه و ثانویه کامپوزیت و  
۸- برش قطعه نهایی در ابعاد استاندارد که در شکل ۱۹ نمونه‌ای از آنها نشان داده شده است.

#### آزمون‌ها

آزمون‌های کشش و خمش برای تعیین سفتی کششی و خمشی مؤثر ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار انجام شده است. آزمون کشش در جهت عرضی ورق موج‌دار رفتاری خطی نشان می‌دهد (مانند ورق تخت). قطعات بررسی شده در این پژوهش از جنس شیشه - اپوکسی با الیاف بافته شده بود. برای انجام آزمون خمش از دستگاه **Is trn 5500R**، با تناژ **۲۰kN** استفاده شده است. برای انجام آزمون‌های کشش ورق‌های تخت از استاندارد **ASTM D3039** استفاده شده



شکل ۱۹- قطعات نهایی.

بررسی رفتار مکانیکی ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار با لایه چینی نامتقارن استفاده شود.

## تجربی

### مواد

برای ساخت نمونه‌ها، ۵ لایه الیاف ۱۰۰ گرمی شیشه (با چگالی سطحی  $100 \text{ g/m}^2$ ) با میانگین قطر الیاف  $125 \mu\text{m}$  به کار گرفته شد. از رزین اپوکسی (**Epb am 2015**) با چگالی  $1.1 \text{ g/cm}^3$  و گرانش  $650 \text{ mPa.s}$  استفاده شد که با سخت‌کننده **RZ 30273** به مقدار ۱۰ درصد مخلوط شد. الیاف شیشه خاصیت برگشت فتری دارند و خواباندن آنها درون قالب قدری دشوار است، بنابراین از الیاف شیشه با چگالی سطحی  $100 \text{ g/cm}^2$  استفاده شد تا عمل خواباندن الیاف آسان‌تر شود. در ساخت نمونه‌ها معادل وزن الیاف، رزین اضافه شد و پس از انجام آزمون شعله درصد حجمی الیاف به دست آمد. درصد حجمی و وزنی الیاف در قطعات ساخته شده به ترتیب  $34/8$  و  $50$  درصد بود.

### دستگاه‌ها و روش‌ها

#### تهیه نمونه‌ها

از چالش‌های مهم در تولید نمونه‌های کامپوزیتی موج‌دار، تولید قطعه با کیفیت مطلوب، دقت ابعادی و هندسی قابل قبول و در عین حال تولید سریع و ارزان قطعات است. پس از بررسی روش‌های مختلف تولید، روشی مناسب برای تولید این نوع قطعات کامپوزیتی انتخاب شد که در ادامه، مراحل آن شرح داده شده است [۱۱]:

- ۱- ایجاد هندسه مدنظر روی دو ورق صلب مانند تخته سه‌لا مطابق با شکل ۱۸ که از آن به عنوان شابلون استفاده می‌شود. برای برش قطعات از دستگاه برش لیزر **Signtak laser LZ1216**، استفاده شد.
- ۲- برش اسفنج‌های پلی‌اتیلن (با چگالی حدود  $15 \text{ g/m}^3$ )، در ابعاد  $5 \times 10 \times 30 \text{ cm}$
- ۳- نیاز به دستگاه برش با سیم داغ برای ایجاد برش با کیفیت خوب روی اسفنج،
- ۴- اتصال شابلون‌ها به دو طرف اسفنج بریده شده و قراردادن آنها در بست تهیه شده برای نگه‌داشتن مجموعه،
- ۵- ایجاد قالب نهایی با حرکت دادن المنت داغ شده روی شابلون‌ها،
- ۶- آغشته‌سازی الیاف روی سطحی صاف و سپس شکل‌دهی آنها درون قالب موج‌دار، از آنجا که الیاف خاصیت برگشت فتری

جدول ۴- ابعاد هندسی قطعات ساخته شده.

نمونه	$b_1$ (mm)	$b_2$ (mm)	$b_3$ (mm)	$Q$ (°)
۱	۵	۸	۵	۴۵
۲	۸	۸/۵	۸	۴۵
۳	۱۰	۱۰	۱۰	۶۰
۴	۱۰	۸/۵	۱۰	۴۵

که  $m$ ،  $g$  و  $W$  به ترتیب جرم تیر، گرانش و عرض تیر هستند. قطعات ساخته شده با هندسه‌های مختلف که جزئیات هندسی آنها در جدول ۴ آمده است، برای مقایسه نتایج با معادله‌های نظری ارائه شده بررسی شده‌اند. شایان ذکر است، مدول یانگ قطعات بررسی شده  $13/36$  GPa است. پس از آماده‌سازی ورق‌های موج‌دار، با ابعاد ذکر شده در جدول ۵ برش داده شده و در آزمون‌های تجربی قرار گرفته‌اند.

## نتایج و بحث

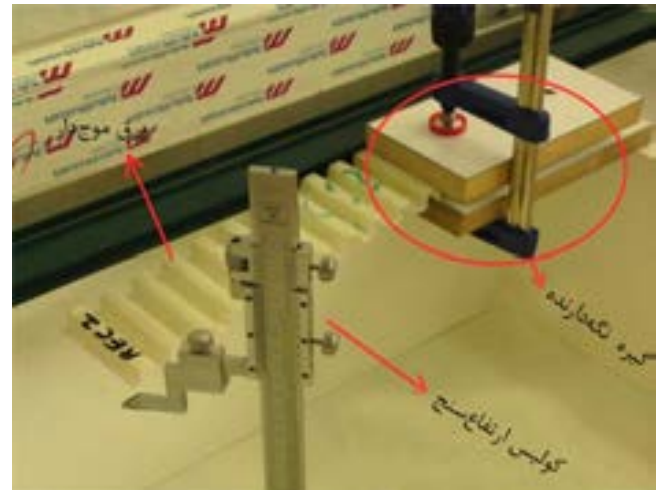
در جدول ۶ نتایج حاصل از آزمون‌های کشش و خمش در دو راستای طولی و عرضی ورق با نتایج حاصل از تحلیل نظری، مقایسه شده‌اند. از مقایسه این معادله‌ها می‌توان گفت، این مدل ساده قابلیت پیش‌بینی رفتار مکانیکی ورق‌های کامپوزیتی با هندسه‌های موج‌دار را با خطای قابل قبولی دارد.

در ادامه رفتار ورق‌های موج‌دار در آزمون کشش بررسی می‌شود. نتایج آزمون کشش در راستای عرضی برای نمونه‌های کامپوزیتی موج‌دار رفتاری شبیه به نمونه تخت دارند. همچنین ورق‌های مزبور در راستای عرضی زیر بار کششی رفتاری کاملاً خطی دارند. در شکل ۲۱ منحنی نیرو - جابه‌جایی تحت آزمون کشش در راستای طولی موج برای ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار با هندسه دوزنقه‌ای نشان داده شده است.

جدول ۵- ابعاد قطعات برش داده شده برای آزمون‌های کشش و خمش.

ابعاد نمونه*	کشش در جهت		خمش در جهت	
	طول	عرضی	طول	عرضی
طول (mm)	۲۰۰	۲۵۰	۱۵۰	۲۰۰
عرض (mm)	۲۵	۲۵	۳۰	۴۰

\* ضخامت تمام نمونه‌ها  $0.7$  mm است.



شکل ۲۰- اندازه‌گیری تغییر شکل انتهای ورق موج‌دار.

است. برای به‌دست آوردن سفتی خمشی مؤثر در راستای موج، می‌توان ورق را مانند یک تیر یک سرگیردار فرض کرد که تحت بار گسترده (وزن خودش) دچار خمش شده است. جزئیات مربوط به اندازه‌گیری تغییر شکل انتهای تیر در شکل ۲۰ نشان داده شده است. تغییر شکل حاصل از بار گسترده در یک تیر یک سرگیردار به شکل زیر محاسبه شد:

$$\delta_{\max} = \frac{\omega \cdot L^4}{8 E_1 \cdot I} \quad (22)$$

از طرفی، سفتی خمشی به ازای واحد عرض در راستای تیر را می‌توان به شکل معادله (۲۳) نوشت:

$$D_{\text{Leff}} = \frac{\omega \cdot L^4}{8 \delta_{\max}} \quad (23)$$

که در آن  $\delta_{\max}$  و  $L$  به ترتیب، خمش اندازه‌گیری شده در انتهای آزاد و طول تیر هستند. ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار، چگالی غیریکنواخت دارند، ولی می‌توان آنها را به عنوان مواد مرکب با چگالی یکنواخت  $\rho$  در نظر گرفت [۲]. شایان ذکر است،  $\rho$  از تقسیم جرم بر حجم ظاهری ( $L \cdot W \cdot h$ ) به‌دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{L \cdot W \cdot h} \quad (24)$$

در نتیجه می‌توان  $\omega$  را از معادله (۲۵) محاسبه کرد:

$$\omega = \frac{mg}{L \cdot W} \quad (25)$$

جدول ۶- مقایسه نتایج تجربی و نظری.

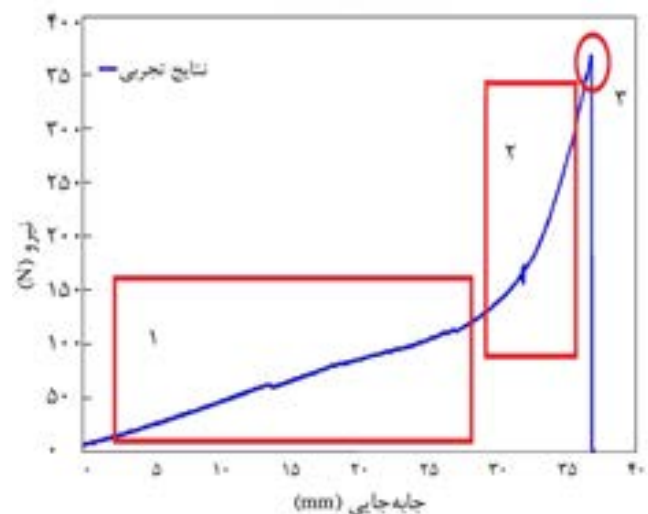
نمونه	سفتی مؤثر	نتایج تجربی	نتایج نظری	درصد خطا
۱	$E_{Leff}$ (MPa)	۳/۸۷	۴/۳۴	-۱۲/۱۶
	$E_{Teff}$ (MPa)	۱۹۹۷	۲۰۱۶	-۰/۹۵
	$D_{Leff}$ (N.m)	۰/۲۶۹	۰/۲۸۹	-۷/۴۳
	$D_{Teff}$ (N.m)	۵۰/۷۴	۵۴/۱۴	-۶/۷
۲	$E_{Leff}$ (MPa)	۳/۵۹	۳/۷۶	-۴/۷۳
	$E_{Teff}$ (MPa)	۱۷۸۲	۱۸۳۲	-۲/۸
	$D_{Leff}$ (N.m)	۰/۳۱۹	۰/۳	۵/۹۵
	$D_{Teff}$ (N.m)	۶۴/۲۲	۶۵/۶۴	-۲/۲۱
۳	$E_{Leff}$ (MPa)	۷/۷۸	۶/۸	۱۲/۵۹
	$E_{Teff}$ (MPa)	۱۹۶۶	۲۰۰۴	-۱/۹۳
	$D_{Leff}$ (N.m)	۰/۳۵۷	۰/۳۳	۷/۵۶
	$D_{Teff}$ (N.m)	۴۰/۵۶	۴۲	-۳/۵۵
۴	$E_{Leff}$ (MPa)	۴	۳/۹	۲/۵
	$E_{Teff}$ (MPa)	۱۵۵۹/۴۷	۱۶۰۸/۲۳	-۳/۱۴
	$D_{Leff}$ (N.m)	۰/۲۸۳	۰/۳	-۶
	$D_{Teff}$ (N.m)	۷۳/۳۴	۶۸/۰۴	۷/۲۲

ناحیه تقسیم می‌شود که در ادامه این مراحل شرح داده می‌شود [۱۲].  
 ناحیه اول: در این ناحیه، منحنی نیرو - جابه‌جایی شیب ثابتی دارد و رفتاری کاملاً کشسان نشان می‌دهد. با استفاده از شیب این ناحیه می‌توان بر اساس معادله (۲۶) سفتی کششی مؤثر را در راستای طولی ورق موج‌دار به دست آورد:

همان‌طور که از منحنی نیرو - جابه‌جایی برمی‌آید، می‌توان گفت که رفتار این نوع ورق‌ها زیر بار کششی دارای سه ناحیه متفاوت برای سایر هندسه‌ها مانند مربعی، مثلثی و شبه‌سینوسی است، این منحنی به چهار



شکل ۲۲- برخی از عیوب ایجاد شده در نمونه موج‌دار زیر بار کششی.



شکل ۲۱- آزمون کشش برای نمونه دوزنقه‌ای ( $b_1=b_3=5$  mm,  $b_2=8$  mm و  $Q=45^\circ$ ).

جدول ۷- مقدار کرنش شکست در ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار.

کرنش شکست (%)	Q (°)	b <sub>3</sub> (mm)	b <sub>2</sub> (mm)	b <sub>1</sub> (mm)
۲۴/۶	۴۵	۵	۸	۵
۱۶/۶	۴۵	۸	۸/۵	۸
۱۰	۶۰	۱۰	۱۰	۱۰
۶/۶	۴۵	۹/۵	۵	۹/۵
۱۴	۴۵	۱۰	۸/۵	۱۰

ضخامت تمام نمونه‌ها ۰/۷ mm است.

تخت برسد و با اعمال نیروی بیشتر دچار شکست می‌شود. بنابراین قابل پیش‌بینی است که مقدار تغییر شکل در نمونه‌های موج‌دار بسیار بیشتر از نمونه‌های تخت باشد. کرنش شکست در ورق کامپوزیتی با هندسه تخت ۲/۶٪ بوده و ورق‌های موج‌دار در راستای عرضی موج نیز دارای تغییر شکلی برابر با نمونه تخت هستند (رفتاری خطی مانند ورق تخت دارند). در جدول ۷ تغییر شکل نهایی در نمونه‌های کامپوزیتی آورده شده است. مقدار تغییر شکل نهایی در نمونه‌های موج‌دار به دامنه و گام اجزا و به عبارت دیگر به تعداد اجزا در واحد طول بستگی دارد.

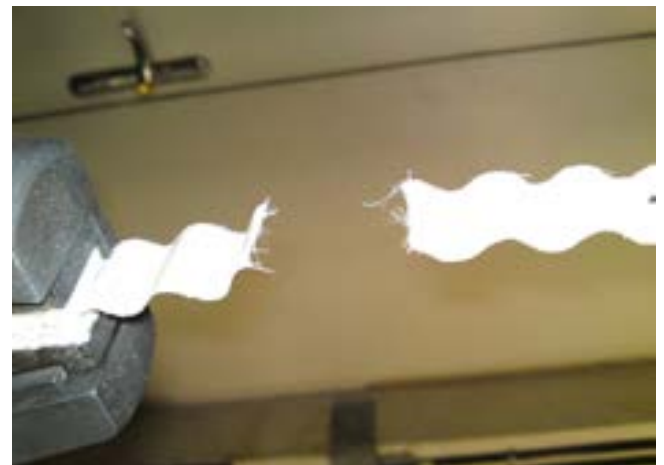
با مقایسه نتایج جدول ۷ می‌توان دریافت، با افزایش ابعاد اجزا (b<sub>1</sub>، b<sub>2</sub> و b<sub>3</sub>) مقدار تغییر شکل نهایی کاهش می‌یابد. دلیل پدیده مزبور این است که با افزایش ابعاد، تعداد اجزا در واحد طول کمتر شده و در نتیجه تعداد لولاها که نقشی اساسی در تغییر شکل و تغییر شکل زیاد ورق‌های موج‌دار ایفا می‌کنند، کمتر می‌شود. از طرفی، با افزایش تعداد اجزا در واحد طول توزیع تنش به‌طور ملایم‌تری بین لولاها تقسیم می‌شود. در نتیجه، مقدار ترک‌های اولیه و جدایش بین‌لایه‌ای کمتر شده و ورق می‌تواند پیش از شکست نهایی تغییر طول بیشتر و در نهایت تغییر شکل بیشتری داشته باشد. با مقایسه نتایج مربوط به اجزای دوزنقه‌ای می‌توان گفت، از عوامل مهم (به نوعی مهم‌ترین عامل) در مقدار تغییر شکل نهایی زاویه Q و دامنه ورق است. به‌طور کلی با جمع‌بندی نتایج می‌توان گفت، با افزایش دامنه و تعداد اجزا در واحد طول مقدار تغییر شکل نهایی افزایش می‌یابد. اما، با افزایش گام مقدار آن کاهش می‌یابد زیرا همان‌طور که از نتایج نمونه‌های دوزنقه‌ای برمی‌آید، با افزایش b<sub>1</sub> و b<sub>3</sub> که نقش مهمی در تغییر گام دارند، در واقع درصد تخت‌بودن (همواربودن) اجزا بیشتر می‌شود. از آنجا که تغییر شکل نهایی در نمونه تخت کم است، بنابراین در مجموع تغییر شکل نهایی ورق موج‌دار کاهش می‌یابد. پس می‌توان گفت، با افزایش دامنه مقدار تغییر شکل نهایی

$$E_{L\text{eff}} = \frac{k.L}{A} \quad (26)$$

که A و L، k به ترتیب شیب منحنی نیرو - جابه‌جایی در ناحیه ۱، طول نمونه تحت آزمون و سطح مقطع معادل ورق موج‌دار (دامنه ضرب در عرض نمونه موج‌دار) است.

ناحیه دوم: در ناحیه دوم ورق موج‌دار بیشترین تغییر شکل را تجربه می‌کند و عملاً به نمونه‌ای تخت تبدیل می‌شود، به گونه‌ای که با ادامه آزمون کشش، عملاً یک ورق تخت زیر آزمون قرار دارد. با به‌دست آوردن شیب منحنی نیرو - جابه‌جایی در این ناحیه می‌توان مدول کششی نمونه تخت را به‌دست آورد. اما نکته جالب توجه این‌که مدول کششی به‌دست آمده در این ناحیه بسیار کمتر از مدول کششی نمونه تخت است. دلیل پدیده مزبور این است که نمونه موج‌دار طی تبدیل از حالت موج‌دار به حالت تخت دچار ترک‌ها و نواقصی می‌شود و در نمونه کامپوزیتی جدایش بین‌لایه‌ها رخ می‌دهد. بنابراین، عملاً مدول کششی به‌دست آمده در این ناحیه قابل استناد نیست. در شکل ۲۲ برخی از عیوب ایجاد شده در نمونه موج‌دار زیر بار کششی نشان داده شده است.

ناحیه سوم: سرانجام در ناحیه سوم در نمونه، شکست نهایی رخ می‌دهد. شکل ۲۳ شکست نهایی را در نمونه موج‌دار نشان می‌دهد. در کاربردهایی مانند فناوری مورفینگ، دارا بودن مقدار تغییر شکل زیاد از مزایای بسیار کاربردی است. ورق‌های موج‌دار به دلیل داشتن هندسه موج پتانسیل تغییر شکل زیاد را در اثر اعمال نیروی کششی دارند. بنابراین، در این بخش حداکثر تغییر شکل در ورق‌های کامپوزیتی موج‌دار حاصل از آزمون‌های تجربی بررسی شده است. همان‌طور که گفته شد، در اثر اعمال نیروی کششی در راستای طولی به یک ورق موج‌دار، نمونه باز می‌شود تا به حالت



شکل ۲۳- شکست نهایی در نمونه.

جدول ۸- مقدار ناهمسانگردی در ورق موج‌دار دوزنقه‌ای به‌طور تجربی.

نمونه	$E^* = \frac{E_{Teff}}{E_{Leff}}$	$D^* = \frac{D_{Teff}}{D_{Leff}}$
۱	۵۱۱/۰۲	۱۸۸/۶۲
۲	۵۰۸/۰۷	۲۰۱/۳۱
۳	۲۵۵/۲۶	۱۱۳/۶۱
۴	۳۸۹/۸۶	۲۵۹/۱۵

افزایش یافته و با افزایش گام مقدار آن کاهش می‌یابد.

از دیگر ویژگی‌های منحصر به فرد ورق‌های موج‌دار ناهمسانگردی زیاد آنها در مقایسه با ورق تخت است که سبب می‌شود تا انتخابی مناسب برای استفاده در فناوری مورفینگ و کاربردهای این چنین باشند. حال اگر ورق موج‌دار از جنس کامپوزیت باشد، افزون بر داشتن مزایای مرسوم کامپوزیت‌ها، به دلیل رفتار ذاتاً ناهمسانگرد آنها (ورق‌های کامپوزیتی با الیاف تک‌جهتی) قدرت مانور بیشتری برای تغییر ناهمسانگردی سازه وجود دارد. در این پژوهش، برای بررسی ناهمسانگردی دو مفهوم بدون بعد به شکل زیر تعریف شده است:

- ناهمسانگردی کششی، نسبت سفتی کششی مؤثر در جهت عرضی

جدول ۹- بررسی ناهمسانگردی در ورق‌های موج‌دار دوزنقه‌ای به‌طور نظری.

D*	E*	Q (°)	b <sub>3</sub> (mm)	b <sub>2</sub> (mm)	b <sub>1</sub> (mm)
۴۷/۰۲	۱۸۷/۸	۴۵	۲	۵	۲
۵۱/۳	۱۷۶/۳	۴۵	۵	۵	۵
۵۲/۹۱	۱۷۰/۷	۴۵	۸	۵	۸
۵۳/۵۱	۱۶۸/۳	۴۵	۱۰	۵	۱۰
۵۴/۳۳	۱۶۴/۵	۴۵	۱۵	۵	۱۵
۹/۲۵	۲۷/۴۴	۴۵	۵	۲	۵
۷۲/۴۵	۲۵۶/۸	۴۵	۵	۶	۵
۱۲۴/۸۷	۴۶۵/۱	۴۵	۵	۸	۵
۱۹۰/۳۳	۷۳۷/۳	۴۵	۵	۱۰	۵
۴۰۹/۰۵	۱۷۰۰	۴۵	۵	۱۵	۵
۱۱۲	۳۸۶	۱۵	۴	۴	۴
۶۳/۶۶	۲۱۸/۹	۳۰	۴	۴	۴
۳۳/۰۹	۱۱۳/۲	۴۵	۴	۴	۴
۱۴/۲۶	۴۷/۹۹	۶۰	۴	۴	۴
۳/۹۹	۱۲/۳۸	۷۵	۴	۴	۴

ضخامت تمام نمونه‌ها ۰/۷ mm است.

به سفتی کششی مؤثر در جهت طولی و

- ناهمسانگردی خمشی، نسبت سفتی خمشی مؤثر در جهت عرضی به سفتی خمشی مؤثر در جهت طولی.

در ورق‌های تخت با الیاف بافته شده ناهمسانگردی برابر با ۱ است، در حالی که این عدد در ورق‌های موج‌دار با الیاف بافته شده بسیار بزرگ است که در ادامه ناهمسانگردی ورق‌های موج‌دار به‌طور تجربی و نظری بررسی شده است. در جدول ۸ نتایج تجربی مربوط به ناهمسانگردی در ورق موج‌دار دوزنقه‌ای آمده است. ابعاد هندسی نمونه‌ها در جدول ۶ ذکر شده است.

همان‌طور که گفته شد، ناهمسانگردی کششی و خمشی ورق تخت برابر با ۱ است، در حالی که در نمونه‌های ساخته شده با هندسه دوزنقه‌ای ناهمسانگردی خمشی به ۲۶۰ و ناهمسانگردی کششی به ۵۱۱ می‌رسد. در ادامه ناهمسانگردی در ورق‌های موج‌دار دوزنقه‌ای به‌طور نظری آمده و اثر پارامترهای ابعادی مختلف بررسی شده است. مدول یانگ نمونه‌ها در دو جهت ۱ و ۲ در ورق تخت ۱۳/۳۶ GPa است (به‌دست آمده از آزمون تجربی). در جدول ۹، اثر پارامترهای ابعادی مختلف بر مقدار ناهمسانگردی ورق‌های دوزنقه‌ای آمده است.

جدول ۹ نشان می‌دهد، با افزایش گام ( $b_1$  و  $b_3$ )، ناهمسانگردی در ورق موج‌دار کاهش می‌یابد که البته شیب این تغییرات کم است. بنابراین، تغییرات گام در ورق دوزنقه‌ای اثر کمی بر مقدار ناهمسانگردی ورق دارد، زیرا با افزایش  $b_1$  و  $b_3$  ورق موج‌دار به ورق تخت نزدیک‌تر شده و از آنجا که ناهمسانگردی در ورق تخت برابر ۱ است، در نتیجه افزایش این پارامترها اثر ناچیزی بر ناهمسانگردی دارند. همچنین می‌توان دریافت، با افزایش  $b_2$ ، ناهمسانگردی افزایش یافته و با افزایش زاویه Q (نزدیک‌شدن به حالت تخت)، ناهمسانگردی کاهش می‌یابد. با جمع‌بندی مطالب گفته شده درباره اثر پارامترهای ابعادی بر ناهمسانگردی می‌توان گفت با افزایش گام و دامنه، ناهمسانگردی به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد و با نزدیک‌شدن ورق موج‌دار به حالت تخت ناهمسانگردی کاهش پیدا می‌کند و به ناهمسانگردی ورق تخت (به جنس و نوع بافت الیاف بستگی دارد) نزدیک‌تر می‌شود.

### نتیجه‌گیری

مقایسه نتایج حاصل از آزمون‌های تجربی و معادله‌های نظری نشان می‌دهد، این مدل ساده قابلیت پیش‌بینی رفتار مکانیکی ورق‌های کامپوزیتی با هندسه‌های موج‌دار را با خطای قابل قبولی دارد.

دارد. به‌طور کلی، با افزایش دامنه و تعداد اجزا در واحد طول مقدار تغییر شکل نهایی افزایش می‌یابد، اما با افزایش گام مقدار آن کاهش می‌یابد. از ویژگی‌های منحصر به فرد ورق‌های موج‌دار ناهمسانگردی زیاد آنها در مقایسه با ورق تخت است که سبب شده انتخابی مناسب برای استفاده در فناوری مورفینگ و کاربردهای این چنین باشند. به‌طور کلی می‌توان گفت، با افزایش دامنه و گام، ناهمسانگردی به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابد. با نزدیک شدن ورق موج‌دار به حالت تخت ناهمسانگردی کاهش پیدا می‌کند و به ناهمسانگردی ورق تخت (به جنس و نوع بافت الیاف بستگی دارد) نزدیک‌تر می‌شود.

## مراجع

- Ghabezi P. and Golzar M., Mechanical Analysis of Trapezoidal Corrugated Composite Skins, *Appl. Compos. Mater.*, **20**, 341-353, 2013.
- Yokozeki T., Takeda S., Ogasawara T., and Ishikawa T., Mechanical Properties of Corrugated Composites for Candidate Materials of Flexible Wing Structures, *Composite, Part A: Appl. Sci. Manufact.*, **37**, 1578-1586, 2006.
- Sun H.H. and Spencer J., Buckling Strength Assessment of Corrugated Panels in Offshore Structures, *Marine Struct.*, **18**, 548-565, 2005.
- Perel D. and Libove C., Elastic Buckling of Infinitely Long Trapezoidally Corrugated Plates in Shear, *J. Appl. Mechanic.*, **45**, 579-582, 1978.
- Norman A.D., Guest S.D., and Seffen K.A., Novel Multistable Corrugated Structures, *Proceedings of 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Waikiki, Hawaii, 23-26 April, 2007.
- Butler G., Investigation of Corrugated Composite Laminates for Use in Morphing Wing Skin Applications, Department of Aerospace, University of Bristol, 2007.
- Ruijun G.E., Wang B., Mou C., and Zhou Y., Deformation Characteristics of Corrugated Composites for Morphing Wings, *Front. Mech. Eng. China*, **5**, 73-78, 2010.
- Wu C.L. and Duan S.H., Buckling Behaviour of Composite Laminated Corrugated Panel with Sinusoidal Profile Part 1: Equivalent Stiffness Terms, Aircraft Strength, 2nd International Conference on Buckling and Postbuckling Behaviour of Composite Laminated Shell Structures, 3-5 September 2008.
- Varna J., Joffe R., and Berglund L.A., Effect of Voids on Failure Mechanisms in RTM Laminates, *Compos. Sci. Technol.*, **53**, 241-249, 1995.
- Ghabezi P. and Golzar M., Investigation of Mechanical Behavior of Quasi-sinusoidal Corrugated Composite Skins, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (In Persian)*, **24**, 379-389, 2011.
- Ghabezi P., Investigation on Mechanical Behavior of Corrugated Composite Structures Glass/Epoxy and Graphite/Epoxy, A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science (MSc) in Mechanical Engineering, Mafagh and Prd tip University of Tarb at Modares, 2011.