Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian), Vol. 30, No. 3, 235-245 August-September 2017 ISSN: 1016-3255 Online ISSN: 2008-0883 DOI: 10.22063/JIPST.2017.1497

## Analytical/Empirical Study on Indentation Behavior of Sandwich Plate with Foam Core and Composite Face Sheets

Soheil Dariushi1\* and Mojtaba Sadighi2

 Department of Composite, Faculty of Polymer Processing, Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14975-112, Tehran, Iran
 Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, P.O. Box: 159163-4311, Tehran, Iran

Received: 22 October 2016, accepted: 10 April 2017

## **ABSTRACT**

andwich structures are widely used in aerospace, automobile, high speed train and civil applications. Sandwich structures consist of two thin and stiff skins and a thick and light weight core. In this study, the obligatory mandate of a sandwich plate contact constitutes a flexible foam core and composite skins with a hemispherical rigid punch has been studied by an analytical/empirical method. In sandwich structures, calculation of force distribution under the punch nose is complicated, because the core is flexible and the difference between the modulus of elasticity of skin and core is large. In the present study, an exponential correlation between the contact force and indentation is proposed. The coefficient and numerical exponent were calculated using the experimental indentation results. A model based on a highorder sandwich panel theory was used to study the bending behavior of sandwich plate under hemispherical punch load. In the first method, the force distribution under the punch nose was calculated by the proposed method and multiplied to deformation of related point in the loading area to calculate the potential energy of the external loads. In the second method, the punch load was modeled as a point force and multiplied to deformation of maximum indented point. The results obtained from the two methods were compared with the experimental results. Indentation and bending tests were carried out on sandwich plates with glass/epoxy skins and a styrene/acrylonitrile foam core. In the bending test, a simply support condition was set and in the indentation test the sandwich specimens were put on a rigid support. Indeed, in this position the punch movement was equal the indentation. The comparison between the analytical and experimental results showed that the proposed method significantly improved the accuracy of analysis.

(\*)To whom correspondence should be addressed. E-mail: s.dariushi@ippi.ac.ir

#### Please cite this article using:

Dariushi S. and Sadighi M., Analytical/Empirical Study on Indentation Behavior of Sandwich Plate with Foam Core and Composite Face Sheets, *Iran. J. Polym. Sci. Technol. (Persian)*, **30**, 235-245, 2017.

#### Keywords:

contact law, sandwich plate, indentation, glass/epoxy composite, acrylonitrile foam

قابل دسترس در نشانی: http://jips.ippi.ac.ir

مجله علوم و تكنولوژى پليمر،

سیال سیام، شماره ۳، صفحه ۲۴۵–۲۴۵، ۱۳۹۶ ISSN: 1016-3255

Online ISSN: 2008-0883 DOI: 10.22063/JIPST.2017.1497

# بررسی تحلیلی-تجربی رفتار نفوذ بر صفحه ساندویچی با هسته اسفنجی و ورقهای رویه کامپوزیتی

سهیل داریوشی\*'، مجتبی صدیقی'

۱- تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، پژوهشکده فرایند، گروه کامپوزیت، صندوق پستی ۱۳۱۲–۱۴۹۷۵ ۲- تهران ، دانشگاه صنعتی امیرکبیر ، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۱۳۹۱–۱۵۹۱۶۳

دریافت: ۱/۸/۵/۹۱، یذیر ش: ۱۳۹۶/۱/۲۱

چکيده

در این مقاله، قانون تماس بین صفحه ساندویچی با هسته اسفنجی انعطاف پذیر و رویه کامپوزیتی با سمبه نيمكروي صلب با استفاده از روش تحليلي- تجربي بررسي شد. بهطور كلي، رابطه بين تغییرشکل و بار وارد شده به سازه بهوسیله جسم خارجی، قانون تماس یا نفوذ نامیده میشود. در سازههای ساندویچی با توجه به انعطاف پذیری هسته و تفاوت زیاد مدول کشسانی بین رویه و هسته، بهدست آوردن توزیع نیروی حاصل از تماس سمبه پیچیدگیهای فراوانی دارد. در روش حاضر، با درنظرگرفتن رابطه توانی بین نیروی وارد شده به سازه و مقدار نفوذ سمبه، به همراه استفاده از نتایج تجربی حاصل از آزمون نفوذ بر سازه ساندویچی، توزیع نیرو محاسبه شده است. با توجه به توزیع نیروی بهدست آمده و استفاده از حل مرتبه بالای سازههای ساندویچی، تغییرشکل ورق ساندویچی زیر بارگذاری ایستا (خمش) محاسبه شد. در این حل، رویهها براساس فرضهای نظری مرتبه اول برشی و هسته به شکل جسم سهبعدی که میتواند در راستای ضخامت فشرده شود، مدلسازی شدند. در بخش تجربی، ابتدا آزمون نفوذ و سیس آزمون خمش روی نمونهها انجام شد. در آزمون نفوذ، نمونهها با قرارگرفتن روی تکیهگاه صلب، بارگذاری شدند تا سازه تغییرشکل کلی نداشته باشد و مقدار جابهجایی نوک سمبه برابر با مقدار نفوذ باشد. در آزمون خمش، شرایط مرزی تکیهگاه ساده درنظر گرفته شد و نیرو بهوسیله سمبهای صلب نیمکروی در وسط ورق وارد شد. نمونههای ساندویچی بررسی شده دارای رویههای از جنس كامپوزیت شیشه-اپوكسى و هسته از جنس اسفنج استیرن-آكریلونیتریل بودند. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد، استفاده از توزیع نیروی بهدست آمده میتواند موجب افزایش قابل توجه دقت پیشبینی نتایج برای محاسبه تغییر شکل سازه ساندویچی با هسته انعطاف پذیر تحت بارگذاری ایستا شود.

> \* مسئول مكاتبات، پيامنگار: s.dariushi@ippi.ac.ir

#### واژههای کلیدی

قانون تماس، صفحه ساندویچی، نفوذ، کامپوزیت شیشه-اپوکسی، اسفنج آکریلو نیتریل

#### مقدمه

سازههای ساندویچی به علت سفتی و مقاومت ویژه زیاد، عایقبودن نسبی در برابر گرما و صدا، قابلیت ساخت و پایداری مناسب، در صنایع مختلف کاربردهای فراوانی یافتهاند [۱]. بهطور کلی، ساختار سازههای ساندویچی از رویه بالایی، هسته و رویه پایینی تشکیل می شود. معمولاً نسبت ضخامت هسته به رویه در سازههای ساندویچی زياد است كه اين موضوع موجب افزايش استحكام خمشي بدون افزایش درخورتوجه وزن سازه میشود [۲]. رویهها از موادی با سفتی و استحكام زياد مانند فلزات يا مواد مركب اليافي ساخته مي شوند، اما هستهها عموماً دارای چگالی کم و سفتی کمتری نسبت به رویهها هستند و معمولاً از جنس لانه زنبوریهای آلومینیمی یا نامکس، اسفنجهای پلیمری و چوب بالسا انتخاب می شوند [۳]. سفتی هسته در راستای عمود بر رویهها باید به اندازهای باشد که بتواند رویهها را در فاصله طراحی شده نگه دارد و سفتی خمشی کلی سازه را تأمین کند. استحکام برشی هسته نیز باید به اندازه کافی زیاد باشد تا هنگام خمش سازه، رویهها نسبت به یکدیگر لغزش نداشته باشند، در غیر این صورت خاصیت ساندویچ بودن از بین می رود و رویه ها مانند تیر یا ورق،های مجزا عمل میکنند [۴]. سازه،های ساندویچی در کاربردهای متفاوت، زیر بارهای مختلف از جمله بارهای محلی ناشی از تماس یا برخورد جسمی دیگر قرار می گیرند. از اینرو، پژوهشهای بسیاری در زمینه تحلیل بارهای تماسی انجام شده است که به شکل ایستا یا ضربه به سازه ساندویچی اعمال می شوند [۹-۵]. نحوه توزيع نيروي حاصل از برخورد كشسان بين دو جسم همسانگرد با یکدیگر بهطور متداول از قانون تماس هرتز محاسبه می شود. این قانون براساس ناحیه تماس، مدول کشسانی دو جسم و مقدار نفوذ، توزیع نیرو و تنش بین دو جسم را تخمین میزند [۱۰]. از سال ۱۸۸۲ که قانون تماس هرتز ارائه شد تاکنون، پژوهشگران بسیاری برای بهدست آوردن و معرفی روش های دقیق تر تلاش کردهاند و موفقیتهای چشمگیری نیز در این راه بهدست آمده است، اما به دلیل سادگی و سهولت استفاده، قانون هرتز هنوز در حل مسائل مهندسی کاربردهای بسیاری دارد [۱۴–۱۱]. از مشکلات اصلى قانون هرتز نداشتن قابليت مدلسازى مواد ناهمسانگرد، مواد چندلایه و تغییرات مدول کشسانی در ضخامت نمونه است. هر چند تخمینهایی برای استفاده از قانون هرتز در این موارد ارائه شده است، اما بررسی ها نشان دادهاند، در سازه های ساندویچی با هسته انعطاف پذیر اختلاف چشمگیری بین نتایج تجربی و نتایج حاصل از قانون تماس هرتز مشاهده می شود [۶]. از این رو، پژوهشگران به اصلاح قانون هرتز یا ارائه روش حل های جایگزین برای قانون تماس

بین جسم صلب و سازه ساندویچی پرداختند [۱۷–۱۵] که در ادامه به برخی از آنها اشاره میشود.

Abot و همکاران [۱۸] با روش تجربی و تحلیلی رفتار تماسی تیرهای ساندویچی را با هسته اسفنج PVC بررسی کردند. تمام اجزای سازه ساندویچی شامل رویههای کامپوزیتی به تنهایی، رویه متصل به اسفنج و سازه ساندویچی کامل شامل دو رویه بالایی و پایینی و هسته، مورد آزمون شناسایی و خواص مکانیکی قرار گرفتند و نتایج این آزمونها در روابط تحلیلی استفاده شد. در بخش تحلیلی در قسمت کشسان خطی از نظریه وینکلر و در بخش غیرخطی از نتایج آزمونها برای پیشبینی رفتار تماسی استفاده شد.

Sburlati [۱۹] نفوذ ضربهزن صلبی را مطالعه کرد که روی ورق ساندویچی سقوط کرده و با آن برخورد میکند. ضربهزنها به دو شکل استوانهای و سرتخت بودند و شرایط مرزی ورقهای ساندویچی دایرهای به شکل تکیهگاه ساده و گیردار تعیین شده بود. با درنظرگرفتن چگونگی توزیع فشار ناشی از تماس سمبه روی محیط نیمه بینهایت و تلفیق آن با نظریه کلاسیک ورقهای ساندویچی، رابطه نیرو-نفوذ بهدست آمده است.

سعادتی و صدیقی [۲۰،۲۱] نفوذ روی تیر و ورقهای ساندویچی را با استفاده از نظریه مرتبه بالای سازه ساندویچی بررسی کردند. آنها با مدلسازی رویهها با استفاده از نظریه کلاسیک و درنظر گرفتن هسته بهعنوان جسم کشسان سهبعدی، روابط نیرو-جابهجایی را استخراج کردند. قانون تماس برای دو حالت تکیهگاه صلب و ساده بهدست آمده و نتایج تحلیلی با نتایج آزمونهایی مقایسه شدند که روی تیر و ورقهای ساندویچی با رویه شیشه-اپوکسی و هسته اسفنج پلییورتانی الجام شده است.

Pitarresi و Amorim [۲۲] روشی را برای تحلیل نفوذ در تیر ساندویچی تحت بار متمرکز ارائه کردند. در این روش، تحلیلی که براساس نظریه وینکلر یا همان تیر (رویه) را روی بستر کشسان (هسته) بنا شده است، با فرض رفتار کشسان-کاملاً پلاستیک، دوخطی یا دوخطی-کاملاً پلاستیک برای هسته، نتایج استخراج شد. مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی نشان داد، فرض رفتار دوخطی برای هستههای اسفنجی دقت مدل را به طور چشمگیری افزایش می دهد.

Xie و همکاران [۲۳] رفتار محلی نفوذ سمبه کروی و سرتخت را در تیرهای ساندویچی با هسته اسفنج فلزی بررسی کردند. آنها با استفاده از اصل کمترین انرژی پتانسیل، معادلههای مربوط به نیرو و جابهجایی نوک سمبه را محاسبه کردند. برای بررسی صحت نتایج تحلیلی بهدست آمده، شبیهسازی نرمافزاری با استفاده از نرمافزار Abaqus انجام شد. همخوانی مناسب نتایج مربوط به رابطه نیرو-

جابهجایی و نیز شکل محل نفوذ، صحت نتایج بهدست آمده را تأیید کرده است.

Olsson و McManus [۶] نفوذ سمبهای متقارن محوری را در سازه ساندویچی با رویه کشسان و هسته کشسان-کاملاً پلاستیک روی تکیهگاه صلب تحلیل کردند. نتایج برای رویههای ناهمسانگرد گسترش داده و با نتایج تجربی مقایسه شدند که همخوانی مناسبی را نشان دادند.

Ferri و Ferri و Sankar [۲۴] در پژوهشی به این نتیجه دست یافتند که رابطه نیرو-نفوذ برای آزمون شبه ایستا و آزمون ضربه سرعت کم تا حد زیادی یکسان است. در نتیجه به جای مطالعه رفتار ضربه می توان رفتار مشابه آن را در حالت شبه ایستا بررسی کرد. در این مطالعه، آزمون نفوذ شبه ایستا با استفاده از سمبه فولادی با قطر Tan و ۲۵/۴ س سرعت Tan و Tan شد. افزون بر این، Tan و Sun [۲۵] نشان دادند، نتایج به دست آمده از نفوذ سمبه صلب کروی در صفحه ساخته شده از جنس مواد مرکب، برای بررسی رفتار ضربه سرعت کم روی نیز قابل استفاده است. در این بررسی، آزمون ضربه سرعت کم روی ورقهای کامپوزیتی گرافیت – اپوکسی به وسیله ضربه زن کروی با دو اندازه با قطرهای ۱۲/۷ و ۱۹/۱ انجام شده است.

در این مقاله، قانون تماس بین سمبه نیم کروی صلب و سازه ساندویچی با رویه هایی از جنس کامپوزیت شیشه-اپوکسی و هسته اسفنجی با استفاده از روش تحلیلی-تجربی بررسی شده است. استفاده از بار نقطه ای در تحلیل های ایستا و به کار گرفتن قانون تماس هرتز در تحلیل های ضربه موضوعی مرسوم به شمار می رود، در حالی که در هردو حالت بیان شده به دلیل عدم تطابق توزیع نیروی واقعی و جابه جایی زیر سمبه یا ضربهزن، خطای قابل توجهی به مسئله وارد می شود [۲۰،۲۰،۲۷]. استفاده از سایر روش های تحلیلی که تاکنون توسط پژوه شگران ارائه شده است نیز به دلیل پیچیدگی و حجم زیاد محاسبات، عملاً بسیار دشوار است. اما، در روش حاضر فقط با انجام آزمون نفوذ و به کارگیری معادلات ساده و مشخص، می توان توزیع مناسبی از بار را در محل تماس ارائه کرد.

#### مدل تحليلي

در سازه های ساندویچی با هسته انعطاف پذیر رابطه بین تغییر شکل و بار وارد شده به سازه، قانون تماس یا نفوذ نامیده می شود [۸۸]. البته در این حالت لازم است، رویه پایینی روی تکیه گاهای صلب قرار گیرد. به طور کلی رابطه بین نیروی تماسی و نفوذ سمبه یا ضربهزن در ورق ساندویچی را می توان به شکل رابطه توانی به شکل معادله (۱) نوشت [۱۰]:

$$F(t) = K(\alpha(t))^{n}$$
<sup>(1)</sup>

سهیل دا*ر*یوشی، مجتبی صدیقر

در این معادله، K ضریب سفتی تماس و α مقدار نفوذ ضربهزن در لحظه t است. در قانون تماس هرتز توان n برابر با ۱/۵ فرض شده و ضریب K برای تماس سمبه کروی صلب با جسم چندلایه از معادله (۲) بهدست میآید:

$$K = \frac{4}{3}E\sqrt{R}, \ \frac{1}{E} = \frac{1 - v_t^2}{E_t} + \frac{1 - v_t^2}{E_p}$$
(7)

در این معادله، R شعاع سمبه یا ضربهزن،  $E_t e_1 v_1 e_2 v_1$  مدول کشسانی و ضریب پواسون لایه بالایی و  $e_p e_2 e_1 v_2$  مدول کشسانی و ضریب پواسون سمبه یا ضربهزن هستند. از آنجا که  $E_p e_2$  بهطور معمول بسیار بزرگتر از  $E_1$  است، معمولاً از پارامتر مربوط به سمبه صرفنظر می شود [۱۰]. بهطور کلی، قانون تماس هرتز در حالت ایستا و بدون درنظر گرفتن اثر سرعت کرنش استخراج شده است. این قانون برای موادی که رفتار آنها به سرعت کرنش وابستگی زیادی ندارد در بارگذاری ضربه هم قابل استفاده است.

در قانون تماس هرتز هنگامی که سمبه یا ضربهزن کروی با صفحه برخورد می کند، نیرو با فرض توزیع سهمی محاسبه شده و در نقطه تماس وارد می شود. در واقع در قانون تماس هرتز، کل بار به طور متمرکز در اولین نقطه تماس یا همان نقطه مرکز ناحیه تماس اعمال می شود. در حالی که در عمل مانند آنچه در شکل ۱ نشان داده شده، تمام نقاط ضربهزن که در تماس با نمونه هستند، توزیع گستردهای از بار را به وجود می آورند.

با انجام آزمون فشاری روی سازه مطالعه شده، در حالی که کل سازه روی تکیهگاه صلب قرار گرفته است، می توان رابطه بین نیروی وارد شده و نفوذ سمبه را بهطور تجربی بهدست آورد. با استفاده از معادله (۱) و رسم نمودار لگاریتمی F برحسب α می توان ضریب K و توان n را با کمک نتایج تجربی به دست آورد:

 $Ln(F(t)) = nLn(\alpha(t)) + Ln(K)$ 

همان طور که در معادله (۳) نشان داده شده، نمودار (En(F(t)) برحسب Ln(α(t)) دارای رابطه خطی بوده که شیب آن برابر با n و عرض از مبدأ آن برابر با Ln(K) است. با عبوردادن خطی از مجموعه نقاط بهدست آمده از نتایج تجربی، می توان این ثابتها را برای هر نمونه دلخواهی تعیین کرد.

(٣)

هنگامی که طول ناحیه تماس نسبت به اندازه ورق کوچک باشد،



$$q(x,y,t) = P_0(t) \left[ 1 - \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{a(t)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(\*)

در این معادله، x و y نقاط واقع در ناحیه تماس،  $x_0$  و  $y_0$  مختصات مرکز ناحیه تماس، (t) شعاع ناحیه تماس در لحظه t و  $P_0(t)$  نیروی بیشینه ای است که در لحظه t در مرکز ناحیه تماس وارد می شود. با توجه به شکل ۲ می توان مقدار شعاع تماس را بر حسب شعاع سمبه (R) و مقدار نفوذ بیشینه ( $\alpha_0$ ) به شکل معادله (۵) محاسبه کرد:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_0 (2R - \alpha_0)} \tag{(a)}$$

با توجه به اینکه مجموع نیروهای وارد شده بر جسم در ناحیه تماس باید با بار خارجی وارد شده، برابر باشد، در نتیجه با انتگرالگیری از معادله (۴) در ناحیه تماس و برابر قراردادن آن با معادله تجربی بهدست آمده از معادلههای (۱) و (۳) می توان مقدار نیروی بیشینه (P<sub>0</sub>) را بهدست آورد:

$$\int_0^{\alpha} \int_0^{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} q(x, y, t) \, dy dx = F(t) \tag{9}$$

$$\frac{2\pi\alpha^2}{3}P_0(t) = F(t) \Longrightarrow P_0(t) = \frac{2}{2\pi\alpha^2}K\alpha_0^n \tag{V}$$

www.SID.ir

حال می توان معادله (۴) را که توزیع بار در نقاط مختلف ناحیه تماس نشان می دهد، به شکل معادله (۸) بر حسب مقدار نفوذ بیشینه (<sub>α</sub>) نوشت:

$$q(x, y, t) = \frac{3}{2\pi} K \alpha_0^n \left[ 1 - \frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}{\alpha_0 (2R - \alpha_0)} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{\alpha_0 (2R - \alpha_0)} \right]$$
(A)

از آنجا که مقدار نفوذ بیشینه برای سازه ساندویچی، در هر لحظه برابر با اختلاف جابهجایی سمبه (<sub>q</sub>W) و جابهجایی رویه بالایی (<sub>4</sub>W) در زیر نقطه تماس سمبه و سازه ساندویچی است. مقدار نفوذ برحسب این متغیرها به شکل معادله (۹) بهدست میآید:

$$\alpha_{0}(t) = w_{p}(t) - w_{t}(x_{0}, y_{0}, t)$$
(9)

برای بهدست آوردن کار حاصل از نیروی خارجی باید نیروی وارد بر هر نقطه از ناحیه تماس در مقدار نفوذ ضربهزن در همان نقطه ضرب شود. با توجه به هندسه مسئله (شکل ۲) مقدار نفوذ در هر نقطه از ناحیه تماس به شکل معادله (۱۰) محاسبه می شود:

$$\alpha(x,y,t) = \alpha_0(t) - R + \sqrt{R^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2}$$
(1.)  
W = 
$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} q(x,y,t)\alpha(x,y,t)dydx$$
(1.1)

انرژی پتانسیل کل (II) از دو بخش انرژی کرنشی (U) و کار نیروهای خارجی (W) تشکیل می شود. همان طور که مشاهده می شود، به راحتی می توان کار حاصل از نیروی خارجی را از معادله (۱۱) محاسبه



سہیل داریوشی، مجتبی صدیقی

کرد. برای محاسبه انرژی کرنشی سازه ساندویچی که از مجموع انرژی رویه بالایی و پایینی و هسته تشکیل می شود، نیز می توان از معادله (۱۲) استفاده کرد. در این مدل از لایه چسب، که موجب اتصال رویهها به هسته می شود، صرف نظر شده است:

$$\begin{split} U &= \int_{v_{t}} \left( \frac{1}{2} \sigma_{xx}^{t} \varepsilon_{xx}^{t} + \frac{1}{2} \sigma_{yy}^{t} \varepsilon_{yy}^{t} + \tau_{xy}^{t} \gamma_{xy}^{t} \right) dv_{t} + \int_{v_{c}} \left( \frac{1}{2} \sigma_{zz}^{c} \varepsilon_{zz}^{c} + \frac{1}{2} \tau_{yz}^{c} \gamma_{yz}^{c} + \tau_{xz}^{c} \varepsilon_{xz}^{c} \right) dv_{c} \\ &+ \int_{v_{b}} \left( \frac{1}{2} \sigma_{xx}^{b} \varepsilon_{xx}^{b} + \frac{1}{2} \sigma_{yy}^{b} \varepsilon_{yy}^{b} + \tau_{xy}^{b} \gamma_{xy}^{b} \right) dv_{b} \end{split}$$
 (17)

در معادله (۱۲)، σ و ع به ترتیب نشاندهنده تنش و کرنش عمودی، τ و γ به ترتیب معرف تنش و کرنش برشی و بالانویس t و dنشاندهنده رویه بالایی و پایینی است. برای محاسبه انرژی کرنشی برحسب جابهجاییها، جابهجایی در رویه بالایی و پایینی براساس فرضهای نظریه مرتبه اول برشی به شکل معادلات زیر درنظر گرفته می شود:

$$u^{t,b}(x,y,z) = u_0^{t,b}(x,y) + z\phi_0^{t,b}(x,y)$$
(17)

$$\mathbf{v}^{t,b}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \mathbf{v}_0^{t,b}(\mathbf{x},\mathbf{y}) + \mathbf{z}\Psi_0^{t,b}(\mathbf{x},\mathbf{y})$$
(14)

$$\mathbf{w}^{t,b}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \mathbf{w}_0^{t,b}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \tag{10}$$

 $v_0 v_0 v_0 v_0 v_0 v_0$  به ترتیب جابهجایی نقاط صفحه میانی در جهتهای x،  $v_0 v_0 v_0 v_0$  x و x و x هستند و  $\phi_0 v_0 v_0$  نیزبه ترتیب دوران حول محورهای y و x هستند. در نتیجه، روابط سینماتیکی رویهها به شکل معادله (۱۶) است:

$$\varepsilon_{xx}^{t,b} = u_{0,x}^{t,b} + z\varphi_{0,x}^{t,b}$$
(19)

$$\epsilon_{yy}^{t,b} = v_{0,y}^{t,b} + z \Psi_{0,y}^{t,b}$$
(1V)

$$\gamma_{xy}^{t,b} = \frac{1}{2} \left( u_{0,y}^{t,b} + v_{0,x}^{t,b} \right) + \frac{1}{2} \left( \phi_{0,y}^{t,b} + \Psi_{0,x}^{t,b} \right)$$
(1A)

رابطه بین کرنش و تنش برای رویههای کامپوزیتی از معادلات زیر بهدست میآید:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^{t,b} \\ \sigma_{yy}^{t,b} \\ \sigma_{xy}^{t,b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{t,b} & Q_{12}^{t,b} & Q_{16}^{t,b} \\ \overline{Q}_{12}^{t,b} & \overline{Q}_{22}^{t,b} & \overline{Q}_{26}^{t,b} \\ \overline{Q}_{22}^{t,b} & \overline{Q}_{26}^{t,b} & \overline{Q}_{66}^{t,b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^{t,b} \\ \varepsilon_{yy}^{t,b} \\ \varepsilon_{xy}^{t,b} \end{bmatrix}$$
(14)

در معادله (۱۹)، <sub>او</sub>Qها مؤلفههای ماتریس سفتی هستند که با توجه به معادلههای که در کتابهای مرجع کامپوزیت (برای مثال مرجع ۳۰)

موجود است، به خواص مکانیکی لایههای تشکیلدهنده رویه مربوط می شوند. مؤلفههای تغییر مکان عمودی و صفحهای در هسته، به ترتیب چندجملهای هایی از مرتبه دو و سه به شکل زیر فرض می شوند [۳۱]:

$$w^{c}(x, y, z) = w^{c}_{0}(x, y) + w^{c}_{1}(x, y)z_{c} + w^{c}_{2}(x, y)z^{2}_{c} \qquad (\gamma \cdot)$$

$$u^{c}(x, y, z) = u^{c}_{0}(x, y) + \phi^{c}_{0}(x, y)z_{c} + u^{c}_{2}(x, y)z^{2}_{c} + u^{c}_{3}(x, y)z^{3}_{c} \quad (\Upsilon )$$

$$v^{c}(x, y, z) = v_{0}^{c}(x, y) + \psi_{0}^{c}(x, y)z_{c} + v_{2}^{c}(x, y)z_{c}^{2} + v_{3}^{c}(x, y)z_{c}^{3} \quad (\Upsilon\Upsilon)$$

در این معادله ها، بالانویس c نشان دهنده هسته و  $W_0 u_0 u_0 v_0$  و  $V_0 v_0$  م ترتیب جابه جایی عمودی و داخل صفحه ای در جهت x و y هستند.  $\phi_0 e_0 \psi$  شیب صفحه میانی در جهتهای x و y است. سایر ضرایب ( $W_0 v_2 w_1 v_2 u_1 v_2 v_2 v_2 v_3$ )، ضرایب مجهولی هستند که با استفاده از سازگاری تغییر مکان ها در فصل مشترک رویه بالایی و پایینی با هسته محاسبه می شوند. روابط سینماتیکی هسته نیز از معادله های زیر به دست می آید. با جایگزینی معادله های (۲۰) تا (۲۲) در روابط سینماتیکی هسته، کرنش ها بر حسب متغیر های مستقل (تغییر مکان ها و دوران ها) محاسبه می شوند:

$$\varepsilon_{zz}^{c} = W_{,z}^{c}$$
(17)

$$\gamma_{xz}^{c} = \frac{1}{2} \left( u_{,z}^{c} + w_{,x}^{c} \right) \tag{(TF)}$$

$$\gamma_{yz}^{c} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{v}_{,z}^{c} + \mathbf{w}_{,y}^{c} \right) \tag{7}$$

رابطه بین کرنش و تنش برای هستههای اسفنجی همسانگرد از معادلات زیر بهدست میآید:

$$\sigma_{zz}^{c} = E \epsilon_{zz}^{c} \qquad \tau_{xz}^{c} = G \gamma_{xz}^{c} \qquad \tau_{yz}^{c} = G \gamma_{yz}^{c} \qquad (\Upsilon \mathfrak{S})$$

در نتیجه، با استفاده از معادلههای بالا می توان کلیه مقادیر تنش ها و کرنش های موجود در معادله انرژی کرنشی (۱۲) را بر حسب تغییر مکان ها و دوران ها محاسبه کرد. حال با جاگذاری معادله های (۱۱) و (۱۲) در معادله (۱۳) انرژی پتانسیل کل سازه محاسبه می شود.

$$\Pi = U + W \tag{(YV)}$$

هسته اسفنجی با شکلپذیری و مقاومت در برابر خرابی بسیار زیاد نوع Core-cell A-1200 بود و از نظر پایداری در برابر عوامل محیطی، مقاومت زیادی در برابر گرما و مواد شیمیایی نشان داد. به دلیل کوچکبودن اندازه سلولها، جذب رزین حین ساخت سازههای ساندویچی بسیار کم است که این موضوع باعث کاهش وزن و قیمت سازه ساخته شده می شود. از نظر سازگاری با سایر مواد، برای استفاده با انواع رزینهای پلی استر، وینیل استر و اپوکسی مناسب بوده و همین مسئله کاربرد این اسفنج را در ساخت سازههای ساندویچی به شدت افزایش داده است. این اسفنج سلول بسته، پیش از شکست می تواند تا یا موزه ای برشی افزایش طول داشته باشد که این موضوع تا حد زیادی از پارگی برشی هسته در سازه ساندویچی جلوگیری می کند. آزمونهای تجربی نشان می دهد، رفتار آن در مقایسه با CP معمولی و چوب بالسا در بارگذاریهای پویا بسیار بهتر است. خواص مکانیکی هریک از مواد به کار گرفته شده، در جدول ۱ آمده است.

#### روشها

برای ساخت نمونه های ساندویچی و انجام آزمون های عملی، ابتدا ورق ساندویچی اصلی ساخته شد. سپس، نمونه ها به شکل ورق برای انجام آزمون ها، با ابعاد ۲۱۲ ×۲۱۲ به وسیله اره ویژه ای بریده شدند. برای ساخت ورق ساندویچی، ابتدا رویه های کامپوزیتی تهیه شدند. سپس، این رویه ها با استفاده از لایه چسبی روی هسته چسبانده شدند. برای این کار از لایه های شیشه – اپوکسی پیش آغشته استفاده شد. لایه ها طبق لایه چینی از پیش طراحی شده به شکل [۰/۹۰/۹۰/۹۰/۹۰/۹۰] روی یکدیگر چیده شدند. پس از لایه چینی، مجموعه در زیر پارچه داکرون و بریدر قرار گرفت. سپس کل مجموعه به طور کامل در زیر کیسه خلأ قرار داده شد و با فشار خلأ حدود مای ۵°۲۰ و فشار زیر کیسه خلأ تخلیه شد. نمونه به مدت h ۳ در دمای ۵°۲۰ و فشار زیر کیسه خلا اتو کلاو قرار گرفت. لایه کامپوزیتی به دست آمده دارای

جدول ۱- خواص مكانيكي مواد اوليه.

لايەھاي كامپوزيتى پيش أغشته	هسته اسفنجى
$E_1 = 4/4 \wedge GPa$	
$E_2 = E_3 = \Delta/\Delta GPa$	
$G_{12} = G_{13} = \Delta\Delta/\Delta GPa$	Е=тим МРа
G <sub>23</sub> = △ GPa	G=∀۶ MPa
$v_{12} = v_{13} = v_{17} + $	
v <sub>23</sub> = • ٣٧1/•	

برای کمینهکردن انرژی پتانسیل کل (Π) نسبت به متغیرهای مستقل یعنی جابهجاییها، از معادله (۲۸) استفاده می شود:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W}{\partial q_i} = 0 \tag{(YA)}$$

در این حالت به منظور اجرای روش ریتز، جابهجاییها را میتوان با فرض شرایط مرزی تکیهگاه ساده به صورت توابع مثلثاتی که شرایط مرزی هندسی را برآورده میکند، به شکل زیر درنظر گرفت:

$$\left\{ u_0^{t,b,c}(x,y), \phi_0^{t,b,c}(x,y) \right\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ U_{mn}^{t,b,c}, \Phi_{mn}^{t,b,c} \right\} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$
(Y9)

$$\left\{ \mathbf{v}_{0}^{t,b,c}(\mathbf{x},\mathbf{y}), \mathbf{w}_{0}^{t,b,c}(\mathbf{x},\mathbf{y}), \boldsymbol{\psi}_{0}^{t,b,c}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \right\} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \mathbf{V}_{mn}^{t,b}, \mathbf{W}_{mn}^{t,b}, \boldsymbol{\psi}_{mn}^{t,b} \right\} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$
(\mathcal{\vec{r}}\cdot)

در این حالت، دستگاه معادلات نهایی بهدست آمده از معادله (۲۸) خطی بوده و به راحتی قابل حل است:

$$[K]{q_i} - [F] = 0$$
 (71)

در این معادله، [K] ماتریس ضرایب خطی بوده که فقط شامل ضرایب عددی است و می توان آن را معکوس کرد. در نتیجه، حل معادله به شکل معادله (۳۲) انجام شود:

$${q_i} = [K]^{-1}[F]$$
 (77)

در این معادله، <sup>۱</sup>[K] ماتریس معکوس ماتریس ضرایب [K] است. این معادله مقادیر تمام متغیرهای مستقل <sub>i</sub>qها را بهدست میدهد. سپس، با جاگذاری مقادیر محاسبه شده و انجام عملیات ریاضی جابهجاییها، تنشها و کرنشها در هر نقطه بهدست میآیند.

## تجربى

#### مواد

مواد به کار رفته برای ساخت نمونه ها شامل لایه های کامپوزیتی پیش آغشته تکجهتی نوع S2-glass/FM94 Epoxy و نوعی هسته اسفنجی استیرن-آکریلونیتریل (SAN) به ضخامت mm ۱۰ بود.

www.SID.ir

سهیل داریوشی، مجتبی صدیقر

ضخامت نهایی ۱/۲ mm بود.

برای اتصال رویه به هسته اسفنجی از چسب اپوکسی 3M برای اتصال رویه به هسته اسفنجی از چسب که ویژه چسباندن رویه به هسته در سازه های ساندویچی بود، در برابر بارهای برشی بسیار مقاوم است و در دمای محیط و زیر فشار bar ۱ پخت می شود. در استفاده از چسب مایع باید به این نکته دقت کرد که پخش یکنواخت چسب در بین رویه و هسته اهمیت بسیار زیادی دارد، زیرا تجمع یا کمبود چسب در نقطهای موجب ایجاد خطا در





(ب)



شکل ۳- ورق ساندویچی زیر بارگذاری ایستا: (الف) آزمون نفوذ، (ب) آزمون خمش و (ج) ورق فولادی سوراخدار (تکیه گاه).

نتایج می شود. برای تأمین فشار لازم، نمونه بهمدت ۲۴ h در دمای محیط و زیر فشار ۱ bar داخل اتوکلاو قرار گرفت. پس از انجام مراحل پخت، ورق ساندویچی ساخته شده به شکل صفحههای با ابعاد ۲۱۲×۲۱ به وسیله اره ویژه ای برش داده شد.

#### آزمونها

ابتدا، آزمون نفوذ و سپس آزمون خمش روی نمونه انجام شد. در آزمون نفوذ، نمونه ها با قرار گرفتن روی تکیه گاه صلب، تحت بارگذاری قرار گرفتند تا سازه تغییر شکل کلی نداشته باشد و بتوان مقدار جابه جایی نوک سمبه را برابر با مقدار نفوذ در نظر گرفت. شکل ۳-الف بارگذاری آزمون نفوذ را روی یکی از نمونه ها نشان می دهد. در آزمون خمش، شرایط مرزی تکیه گاه ساده با قرار گرفتن نمونه روی ورق فولادی ایجاد شد که دارای سوراخی مربع شکل با ابعاد شبه ایستا با سرعت ۵mm/mi ۹ به وسیله سمبه فولادی با سر نیم کروی به قطر ۱۹۳۳ با سرعت ۵mm/mi ۹ بود و نتایج آزمون به شکل نمودارهای نیرو – جابه جایی رسم شد. همچنین، برای هر آزمون، سه نمونه ساخته و بررسی شدند تا تکرار پذیری نتایج نیز ارزیابی شده باشد.

# نتايج و بحث

نتایج مربوط به آزمون نفوذ روی ورقهای ساندویچی با تکیهگاه صلب و نیز آزمون خمش روی ورق های با تکیه گاه ساده به شکل نمودار نیرو-تغییرشکل تا حد شکست نهایی در شکل ۴ رسم شده است. همانطور که اشاره شد، هر آزمون حداقل روی سه نمونه مشابه انجام شد. نتایج مربوط به هریک از نمونهها در بخش کشسان کاملاً مشابه و منطبق بر یکدیگر بود. اما در بخش شکست، تفاوتهایی با یکدیگر نشان میداد که در این بخش یکی از نمودارها انتخاب و در مقاله ارائه شد. همانطور که مشاهده می شود، در آزمون نفوذ به دلیل نبود تغییرشکل کلی، سفتی سازه افزایش یافته است و به دلیل محلی شدن تمرکز بار شکست اولین لایه در تغییر شکل کوچکتری اتفاق میافتد. همان طور که در بخش تحلیلی توضیح داده شد، می توان از نتایج بهدست آمده در آزمون ایستا روی ورقهای ساندویچی با تکیهگاه صلب برای محاسبه رابطه نفوذ استفاده کرد. اگر نمودار نیرو برحسب مقدار نفوذ سمبه در نمونه یا همان تغییرشکل ورق در زیر محل بارگذاری در دستگاه لگاریتمی رسم شود، نمودار خطی بهدست می آید که شیب آن برابر با n و عرض از مبدأ آن برابر با Ln(K) است.

سہیل داریوشی، مجتبی صدیقی



شکل ۴– نمودار نیرو-جابهجایی برای ورق ساندویچی در آزمون نفوذ و خمش.

بخش کشسان نمودار نفوذ موجود در شکل ۴ در نمودار جداگانهای با مقیاس لگاریتمی رسم شد و معادله خط راستی بهدست آمد که به بهترین نحو و با کمترین ضریب تعیین (R<sup>2</sup>) از میان این نقاط عبور میکند. تصویر خط، معادله آن و ضریب تعیین دادهها در شکل ۵ نشان داده شده است. بدین ترتیب، ضریب و توان قانون نفوذ با استفاده از روش تجربی استخراج شد. مراحل انجام شده برای تعیین توزیع بار در محل تماس به اختصار به شرح زیر است: 1- فرض رابطه توانی بین نیرو و نفوذ به شکل معادله (۱) [۱۰]، ۲- انجام آزمون نفوذ و محاسبه ضرایب n و K در معادله (۱)، ۳- محاسبه مقدار نفوذ بیشینه در هر لحظه از معادله (۵)، ۳- محاسبه نیروی معادله در هر لحظه از معادله (۵)، ۴- محاسبه توزیع نیرو در هر لحظه از معادله (۵)، ۵- محاسبه توزیع نیرو در هر لحظه از معادله (۲) و (x,y) از معادله (۴).

سیس با استفاده از معادلههای ارائه شده در بخش تحلیلی، نمودار



شکل ۵- نتایج تجربی نیرو-جابهجایی در آزمون نفوذ در دستگاه مختصات لگاریتمی.

رسی تحلیلی-تجربی رفتار نفوذ بر صفحه ساندویچی با هسته اسفنجی و ورقهای کامپوزیتی

نيرو-جابهجايي براي حالت كشسان با استفاده از نيروي گسترده و جابهجایی متناسب با نیرو در هر نقطه که از روش پیشنهادی گفته شده بهدست آمده، محاسبه و بهعنوان روش تحلیلی A1 در شکل ۶ نشان داده شده است. این نمودار برای حالت معمول در اغلب روش های تحلیلی در آنها که کل نیرو در یک نقطه در وسط صفحه متمرکز فرض می شود، نیز محاسبه و در شکل ۶ به عنوان روش تحلیلی A2 ارائه شده است. در روش تحلیلی A2 نیروی خارجی به شکل متمرکز در وسط ورق فرض می شود که مقدار آن برابر با  $F = K(\alpha)^n$  است. البته مقادیر K و n با توجه به روش تجربی ارائه شده بهدست آمده و همان مقادیر موجود در شکل ۵ استفاده شده است. مقدار خطای روش تحلیلی A1، ٪۷ و مقدار خطای روش تحلیلی A2، ٪۱۴ است. خطای هر یک از روش ها به شکل بیشینه اختلاف بین نیروی تجریی و نیروی بهدست آمده از روش تحلیلی تقسیم بر نیروی تجربی در آن نقطه محاسبه شده است. همانطور که مشاهده می شود، استفاده از توزيع گسترده دقت پيش بيني نتايج را بهطور قابل ملاحظهاي افزايش داده است. در شکل ۷ نمونهها پس از آزمونهای نفوذ و خمش نشان داده شدهاند. با مقایسه شکلهای ۷ و ۴ می توان نتیجه گرفت، اولین شيوه خرابي در هر دو نمونه لهيدگي هسته در زير سمبه است که موجب بروز رفتار غیرخطی در نمودار شده است. طبق مشاهدات انجام شده اولین افت مربوط به لهشدگی کامل هسته و سیس شکست تعدادي از لايه هاي كاميوزيتي رويه است (خطوط بر شي كه در شكل ۷ ديده می شود). ناحیه سفیدشدگی که در اطراف محل بارگذاری وجود دارد، مربوط به جدایش لایه های کامپوزیتی رویه بالایی از یکدیگر (لایه لايەشدگى ياورقەاىشدن) است [۲۴]. ھمان طور كە در شكل ۴ بەوضوح مشخص است، تعداد افتهای موجود در نمودار (شکست لایهها) در آزمون نفوذ بسيار بيشتر بوده و اين موضوع موجب پارگي كامل رويه





www.SID.ir

مجله علمی ـ پژوهشی، علوم و تکنولوژی پلیمر، سال سیام، شماره ۳، مرداد – شهریور ۱۳۹۶





ت ان

شکل ۷- رویه بالایی ورق ساندویچی پس از انجام آزمون: (الف) نفوذ و (ب) خمش.

شده است که در شکل ۷ دیده می شود. در آزمون نفوذ به دلیل وجود

تکیهگاه صلب در زیر نمونه، امکان تغییر شکل کلی نمونه وجود ندارد و کل جابه جایی مربوط به نفوذ سمبه است [۲۹]، اما در آزمون خمش به دلیل خالی بودن زیر نمونه، قابلیت تغییر شکل کلی نمونه وجود دارد. از این رو، جابه جایی سمبه به دو بخش نفوذ در نمونه و تغییر شکل کلی نمونه تقسیم می شود، در نتیجه خرابی به وجود آمده در نمونه کمتر است.

## **نتیجه گیری**

در این مقاله، روش تحلیلی-تجربی برای محاسبه توزیع نیروی حاصل از نفوذ سمبه صلب کروی در ورق ساندویچی با رویه کامیوزیتی ارائه شد. در این نوع مسائل، استفاده از بار نقطهای در تحلیل های ایستا و بهکارگرفتن قانون تماس هرتز در تحلیلهای ضربه روشی مرسوم بهشمار می آید، در حالی که در هردو حالت بیان شده به دلیل عدم تطابق توزيع نيروي واقعي و جابهجايي زير سمبه يا ضربهزن، خطاي قابل توجهی به مسئله وارد می شود. این روش به نسبت روش های عددی سادهتر است که نیازمند حل معادلات و برنامهنویسی پیچیده و زمانبری هستند. در روش حاضر فقط با انجام آزمون نفوذ و بهکارگیری معادلههای ساده و مشخص، میتوان توزیع مناسبی از بار را در محل تماس ارائه کرد. در روش ارائه شده در این مقاله افزون بر درنظرگرفتن توزیع گسترده نیرو در ناحیه تماس سمبه و ورق، رابطه نيرو-نفوذ برای ورق،های ساندویچی به روش تجربی بهدست آمد. نتایج بهدست آمده نشان داد، استفاده از فرض نیروی نقطهای در محل بارگذاری که استفاده از آن در اغلب محاسبات تحلیلی مرسوم است، برای تخمین نیروی تماسی بین سمبه صلب و سازه ساندویچی دارای خطای زیادی است، در حالی که با انجام چند آزمون ایستای ساده و استفاده از معادلههای ارائه شده در این مقاله می توان با دقت مناسبی توزيع نيرو را محاسبه كرد و دقت محاسبات را افزايش داد.

مراجع

- Zenkert D., An Introduction to Sandwich Construction, Chameleon, USA, 1-12, 1995.
- Hu H., Belouettar S., Potier-Ferry M., and Daya E.M., Review and Assessment of Various Theories for Modeling Sandwich Composites, *Compos. Struct.*, 84, 282-292, 2008.
- 3. Dariushi S. and Sadighi M., A study on Flexural Properties of

Sandwich Structures with Fiber/Metal Laminate Face Sheets, *Appl. Compos. Mater.*, **20**, 839-855, 2013.

- Carlsson L.A. and Kardomateas G.A., *Structural and Failure* Mechanics of Sandwich Composites, Springer, USA, 21-32, 2011.
- 5. Li Z., Chen X., Jiang B., and Lu F., Local Indentation

of Aluminum Foam Core Sandwich Beams at Elevated Temperatures, *Compos. Struct.*,**145**,142-148, 2016.

- Olsson R. and McManus H., Improved Theory for Contact Indentation of Sandwich Panels, *AIAA J.*, 34, 1238-1244, 1996.
- Rajaneesh A., Sridhar I., and Akisanya A., Indentation Failure of Circular Composite Sandwich Plates, *Mater. Des.*, **89**, 439-447, 2016.
- Xiao D., Mu L., and Zhao G., Indentation Response of Sandwich Panels with Positive Gradient Metallic Cellular Core, *Sandw. Struct. Mater.*, 17, 597-612, 2015.
- Saleh M., Luzin V., Toppler K., and Kabir K. Response of Thin-Skinned Sandwich Panels to Contact Loading with Flat-Ended Cylindrical Punches: Experiments, Numerical Simulations and Neutron Diffraction, *Compos. Part B: Eng.*, 78, 415-430, 2015.
- Abrate S., *Impact on Composite Structures*, Cambridge University, USA, Chapt. 2, 1998.
- Yang P., Shams S., Slay A., Brokate B., and Elhajjar R., Evaluation of Temperature Effects on Low Velocity Impact Damage in Composite Sandwich Panels with Polymeric Foam Cores, *Compos. Struct.*, **129**, 213-223, 2015.
- Zhu S. and Chai G., Damage and Failure Mode Maps of Composite Sandwich Panel Subjected to Quasi-Static Indentation and Low Velocity Impact, *Compos. Struct.*, 101, 204-214, 2013.
- Park H. and Kong C., Study on Impact Damage Behavior of Sandwich Composite Structure for Aircraft, *Compos. Res.*, 26, 36-41, 2013.
- Zhu S. and Chai G., Low-velocity Impact Response of Composite Sandwich Panels, *Proc. Inst. Mech.*, 230, 388-399, 2016.
- Zaidi M., Javed M., and Kumari S., Simulation Study of Stiffeners on Composite Plate, *Recent Res.*, 6, 176-179, 2014.
- Shariyat M. and Jafari R., Nonlinear Low-Velocity Impact Response Analysis of a Radially Preloaded Two-Directional-Functionally Graded Circular Plate: A Refined Contact Stiffness Approach, *Compos. Part B: Eng.*, 6, 176-179, 2013.
- Chai G.B. and Manikandan P., Low Velocity Impact Response of Fibre-Metal Laminates - A Review, *Compos. Struct.*, 107, 363-381, 2014.
- Abot J.L., Daniel I.M., and Gdoutos E.E., Contact Law for Composite Sandwich Beams, *J. Sandw. Struct. Mater.*, 4,157-169, 2002.

- Sburlati R., The Contact Behavior Between a Foam Core Sandwich Plate and a Rigid Indentor, *Compos, Part B: Eng.*, 33, 325-332, 2002.
- Saadati M. and Sadighi M., Indentation in Lightweight Composite Sandwich Beams, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng.*, 223, 825-835, 2009.
- Sadighi M. and Saadati M., Non-linear Indentation Law for Lightweight Sandwich Beam, Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng., 224,1163-1176, 2010.
- Pitarresi G. and Amorim J., Indentation of Rigidly Supported Sandwich Beams with Foam Cores Exhibiting Non-Linear Compressive Behaviour, J. Sandw. Struct., 13, 605-638, 2011.
- Xie Z., Zheng Z., and Yu J., Localized Indentation of Sandwich Beam With Metallic Foam Core, *J. Sandw. Struct. Mater.*, 14, 197-210, 2012.
- Ferri R. and Sankar B.V., Static Indentation and Low Velocity Impact Tests on Sandwich Plates, *Proc ASME Aerospace Div*, 55, 485-490, 1997.
- 25. Tan T. and Sun C., Use of Statical Indentation Laws in the Impact Analysis of Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech.*,
  52, 6-12, 1985.
- Yu Z. and Gao S., Increase of Contact Radius due to Deflection In Low Velocity Impact of Composite Laminates and Prediction of Delamination Threshold Load, *Compos. Struct.*, 147, 286-293, 2016.
- 27. Shariyat M. and Jafari R., Nonlinear Low-Velocity Impact Response Analysis of a Radially PreloadedTwo-Directional-Functionally Graded Circular Plate: A Refined Contact Stiffness Approach, *Compos. Part B: Eng.*, 2013.
- Yang M. and Qiao P., Impact and Damage Prediction of Sandwich Beams with Flexible Core Considering Arbitrary Boundary Effects, J. Sandw. Struct. Mater., 9, 411-444, 2007.
- Yalamanchili V.K. and Sankar B.V., Indentation of Functionally Graded Beams and Its Application to Low-Velocity Impact Response, *Compos. Sci. Technol.*, 72, 1989-1994, 2012.
- Jones R.M. and Robert M., *Mechanics of Composite Materials*, Taylor and Francis, USA, Chapt. 2, 1999.
- Li R. and Kardomateas G., Nonlinear High-Order Core Theory for Sandwich Plates with Orthotropic Phases, *AIAA J.*, 46, 2926-2934, 2008.

محتبى