

## تعیین میدان متقارن معادل با میدان‌های نامتقارن ایکس مگاولتاژ از طریق بسط تیلور

دلارام پاکروان<sup>۱\*</sup>، محمدجواد طهماسبی بیرگانی<sup>۲</sup>، سید مجتبی کربلایی<sup>۳</sup>

### چکیده

زمینه و هدف: یکی از کارهای مهم در رادیوتراپی، تعیین میدان متقارن معادل میدان‌های نامتقارن است که تاکنون برای تعیین آن روشی مبتنی بر منطق فیزیکی پیشنهاد نشده و فرمول‌های تجربی یا نیمه‌تجربی دارند. در این تحقیق رابطه‌ای ارائه شده که بر پایه منطق و اصول فیزیکی است.

روش بررسی: درصد دز عمقی در عمق ثابت تابعی از ابعاد میدان می‌باشد  $PDD = f(x, y)$ . این تابع با یک تغییر متغیر مناسب  $(u = 1/x, v = 1/y)$  به تابع  $g(u, v)$  تبدیل می‌شود. این تابع حول یک میدان مرجع با ابعاد  $(10 \times 10)$  بسط تیلور داده می‌شود. ضرایب بسط در نقطه  $(10 \times 10)$  مقادیر ثابت به حساب می‌آیند. با دزیمتری چند میدان و با توجه به تقارن میدان‌ها، ثابت‌های مربوط به فرمول  $PDD$  به دست آمد. با استفاده از فرمول به دست آمده، درصد دز عمقی برای سایر میدان‌ها پیش‌گویی شد و نتایج با اندازه‌گیری‌های مستقیم، مقایسه گردید. همچنین با فرمول به دست آمده، ضلع میدان مربعی معادل میدان‌های مستطیلی محاسبه و با نتایج تجربی موجود مقایسه شد.

یافته‌ها: نتایج حاصله از فرمول برای میدان‌های مربعی بزرگتر از  $(5 \times 5)$  سانتی‌متر مربع با نتایج اندازه‌گیری مستقیم این میدان‌ها در انرژی‌های  $6\text{Mv}$  و  $18\text{Mv}$  با خطای کمتر از یک درصد قابل مقایسه می‌باشند.

نتیجه‌گیری: در میدان‌های کوچک، به علت بزرگ بودن ابعاد اتاقک یونیزاسیون نسبت به اندازه کلیماتورهای اولیه، نتیجه محاسباتی با اندازه‌گیری مستقیم پرتو، اختلاف بیشتری دارد. از آنجا که میدان‌های کوچک معمولاً کاربرد درمانی کمتری دارند، لذا به‌کارگیری فرمول حاصله برای مقاصد کاربردی در رادیوتراپی مناسب است. م ع پ ۱۳۹۰؛ ۱۰(۶): ۶۷۵-۶۸۳

کلید واژگان: بسط تیلور، مربع معادل، میدان، درصد دوز عمقی.

۱- مربی گروه فیزیک.

۲- دانشیار گروه فیزیک پزشکی.

۳- دانشجوی دکتری فیزیک پزشکی.

۱- دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک،

دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهواز، ایران.

۲- دانشکده پزشکی، گروه فیزیک پزشکی،

دانشگاه علوم پزشکی جندی‌شاپور

اهواز، ایران.

۳- دانشکده پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی

اصفهان، ایران.

\* نویسنده مسئول:

دلارام پاکروان؛ گروه فیزیک، دانشگاه آزاد

اسلامی واحد اهواز، ایران.

تلفن: ۰۰۹۸۹۱۶۳۰۶۹۰۱۶

Email: [pakravan@iauhvaz.ac.ir](mailto:pakravan@iauhvaz.ac.ir)

## مقدمه

پیش‌گویی می‌کند. در دهه اخیر برای محاسبه فاکتورهای مهم در رادیوتراپی روش‌هایی تئوریک مبتنی بر قوانین فیزیکی حاکم انجام شده است (۷ و ۶).

در این تحقیق نیز سعی بر آن بود تا یک فرمول دقیق ریاضی برای محاسبه درصد دز عمقی بر پایه اصول فیزیکی ارائه شود. اهمیت این روش مستدل بودن جواب‌های به‌دست آمده و همچنین قابلیت تبدیل آن به الگوریتم مناسب جهت برنامه‌های طراحی درمان می‌باشد.

## روش بررسی

بسط تیلور تقریباً جامع‌ترین بسط توابع حقیقی و دارای بهترین شعاع همگرایی (متناظر با وقایع فیزیکی) می‌باشد و در کلیه پدیده‌های نامشخص فیزیکی، تقریب توسط بسط تیلور صورت می‌گیرد.

برای محاسبه درصد دز عمقی برای پرتو فوتونی که به صورت نسبت دز در هر عمق به دز در عمق ماکزیمم دز تعریف می‌شود، از بسط تیلور استفاده می‌کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم که تابعی مانند  $f(x, y) = PDD$  درصد دز عمقی را برای تمام میدان‌ها در یک عمق مشخص پیش‌گویی می‌کند که  $(x, y)$  ابعاد میدان می‌باشند. با یک تغییر متغیر مناسب  $(u = 1/x, v = 1/y)$  تابع  $f(x, y)$  به تابع دیگر  $g(u, v)$  تبدیل می‌شود.

چون میدان مرجع ما  $(10 \times 10)$  سانتی‌متر مربع در نظر گرفته شده، تابع  $g(u, v)$  را حول نقطه  $(10 \times 10)$  بسط دو جمله‌ای تیلور می‌دهیم (از جملات با وان‌های بالاتر از ۳ به علت اثر ناچیز آن چشم‌پوشی شده است).

با بسط تیلور تابع  $g(u, v)$  حول نقطه  $(10 \times 10)$  رابطه بالا به رابطه (۳) تبدیل می‌شود.

محاسبه تغییرات تابع  $g$  نسبت به  $v, u$  و تغییرات مرتبه دوم آن  $\frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v}, \frac{\partial^2 g}{\partial v^2}, \frac{\partial^2 g}{\partial u^2}, \frac{\partial g}{\partial v}, \frac{\partial g}{\partial u}$  در نقطه  $u = \frac{1}{10}, v = \frac{1}{10}$  مقادیر ثابت  $(p, d, c, b, a)$  به

مدل‌های ریاضی برای پیش‌گویی درصد دز عمقی برای پرتوهای فوتونی از چند دهه قبل به کمک روش‌ها و شیوه‌های تجربی و نیمه‌تجربی شروع شده است. در سال ۱۹۴۱ فرمولی بر اساس  $TAR$  توسط کلارکسون ارائه شد. در این روش  $TAR$  از طریق  $SAR$  محاسبه می‌گردد. خطای این فرمول ۳ درصد بوده است (۱ و ۲). سپس در سال ۱۹۶۳ فرمولی دیگر که تابعی از مساحت و محیط میدان و عمق درمان بود، توسط استرلینگ و همکارانش ارائه شد و با استفاده از آن نشان دادند که میدان‌هایی که نسبت مساحت به محیط آن‌ها برابر باشند، معادلند و از این نتیجه گرفتند میدان مستطیلی به اضلاع  $a, b$ ، معادل مربعی به ضلع  $\frac{2ab}{a+b}$  می‌باشد که با دقت بالایی با نتایج تجربی سازگار بود (۳).

در سال ۱۹۷۹ یک فرمول دیگر برای محاسبه درصد دز عمقی میدان‌های نامنظم پرتوهای گامای کبالت ۶۰ و پرتوهای ایکس  $10\text{Mv}$  توسط رد و همکارانش ارائه شد. در این روش  $TAR$  با استفاده از نسبت مساحت به محیط میدان درمانی محاسبه می‌شد و سپس درصد دز عمقی به‌دست می‌آمد که این روش درصد دز عمقی را برای کبالت ۶۰ با دقت ۲ درصد و برای پرتوهای ایکس  $10\text{Mv}$  با دقت کمتر از ۱ درصد پیش‌گویی می‌کرد و با نتایج حاصله از روش کلارکسون مقایسه شد و اختلاف آن‌ها ۰/۵ درصد بود (۴). در سال ۱۹۹۵ توسط آنجلومونتی روشی برای پیدا کردن درصد دز عمقی میدان‌های نامنظم ارائه گردید. برای دستگاه درمانی کبالت ۶۰ نتایج به‌دست آمده از این روش با نتایج حاصله از روش کلارکسون مقایسه شد و اختلاف آن‌ها ۳/۶ درصد بود و برای پرتوهای ایکس  $6\text{Mv}$  و  $18\text{Mv}$ ، نتایج با اندازه‌گیری‌های مستقیم مقایسه شد و خطای آن‌ها به ترتیب ۳ و ۲/۷ درصد بود (۵). در این موارد هیچ‌گونه تحلیل منطقی منطبق بر قوانین فیزیکی برای شکل و فرم رابطه عنوان نشده است و صرفاً یک رابطه نیمه‌تجربی ارائه شده که درصد دز عمقی را برای میدان‌های منظم و نامنظم

رابطه (۶) همان رابطه استرلینگ می‌باشد که در سال ۱۹۶۳ به‌طور تجربی به‌دست آمد. اگر تا تقریب دوم، بسط تیلور را بنویسیم با استفاده از رابطه (۵) داریم:

با قرار دادن  $a, c, d$  و ابعاد میدان مستطیلی در رابطه (۷) می‌توان ضلع مربع معادل را با دقت بیشتری پیدا نمود. با نوشتن جملات بسط تیلور با توان‌های بالاتر می‌توان  $l$  دقیق‌تری پیدا کرد که این مستلزم کارهای محاسباتی بیشتری است که در عمل اهمیت چندانی ندارد.

درصد دز عمقی

با قرار دادن درصد دز عمقی میدان‌های  $(10 \times 10)$ ،  $(12 \times 12)$ ،  $(15 \times 15)$  و  $(22 \times 5)$  در رابطه (۵) و حل سه معادله سه مجهولی به کمک نرم‌افزار *Mathematheca* برای هر پرتو  $a, d, c$  به‌دست می‌آید. بدین ترتیب معادله درصد دز عمقی برای پرتوهای ایکس  $6Mv$  و  $18Mv$  به صورت روابط (۸) و (۹) می‌باشد.

دست می‌آیند. بنابراین تابع  $f(x, y) = PDD$  به این صورت در می‌آید:

در میدان پرتوهای فوتونی با چرخش  $90^\circ$  درجه کولیماتور دستگاه و تغییر ابعاد میدان، درصد دوز عمقی تغییر نمی‌کند. یعنی  $PDD(x, y) = PDD(y, x)$ ، این تساوی نتیجه می‌دهد که  $a = b, p = c$  بنابراین درصد دوز عمقی برای پرتوهای فوتونی به صورت رابطه (۵) در می‌آید.

میدان معادل مربعی

برای پیدا کردن ابعاد مربع معادل هر میدان مستطیلی می‌توان نوشت:  $PDD(x, y) = PDD(l, l)$  که  $l$  ضلع مربع معادل است. اگر تقریب اول بسط تیلور را بنویسیم با استفاده از رابطه (۵) داریم:

$$f(x, y) = f\left(\frac{1}{1/x}, \frac{1}{1/y}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{u}, \frac{1}{v}\right) = g(u, v) \quad (1)$$

$$g(u, v) = g(u_0, v_0) + (u - u_0) \frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{v=v_0}^{u=u_0} + (v - v_0) \frac{\partial g}{\partial v} \Big|_{v=v_0}^{u=u_0} + \frac{1}{2!} \left[ (u - u_0)^2 \frac{\partial^2 g}{\partial u^2} \Big|_{v=v_0}^{u=u_0} + (v - v_0)^2 \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} \Big|_{v=v_0}^{u=u_0} + 2(u - u_0)(v - v_0) \frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v} \Big|_{v=v_0}^{u=u_0} \right] + \frac{1}{3!} [\dots] \quad (2)$$

$$g(u, v) = g\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}\right) + \left(u - \frac{1}{10}\right) \frac{\partial g}{\partial u} \Big|_{v=\frac{1}{10}}^{u=\frac{1}{10}} + \left(v - \frac{1}{10}\right) \frac{\partial g}{\partial v} \Big|_{v=\frac{1}{10}}^{u=\frac{1}{10}} + \frac{1}{2!} \left[ \left(u - \frac{1}{10}\right)^2 \frac{\partial^2 g}{\partial u^2} \Big|_{v=\frac{1}{10}}^{u=\frac{1}{10}} + \left(v - \frac{1}{10}\right)^2 \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} \Big|_{v=\frac{1}{10}}^{u=\frac{1}{10}} + 2\left(u - \frac{1}{10}\right)\left(v - \frac{1}{10}\right) \frac{\partial^2 g}{\partial u \partial v} \Big|_{v=\frac{1}{10}}^{u=\frac{1}{10}} \right] + \frac{1}{3!} [\dots] \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 PDD(x, y) = PDD(10, 10) + a \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) + b \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right) + c \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right)^2 \\
 + d \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right) + p \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)^2
 \end{aligned}$$

(۴)

$$\begin{aligned}
 PDD(x, y) = PDD(10, 10) + a \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} + \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right) + c \left[ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)^2 \right] \\
 + d \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)
 \end{aligned}$$

(۵)

$$\begin{aligned}
 PDD(10, 10) + a \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{10} \right) = PDD(10, 10) + a \left( \frac{2}{l} - \frac{2}{10} \right) \\
 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{10} = \frac{2}{l} - \frac{2}{10} \Rightarrow l = \frac{2xy}{x+y}
 \end{aligned}$$

(۶)

$$\begin{aligned}
 a \left( \frac{2}{l} - \frac{2}{10} \right) + (2c + d) \left( \frac{1}{l} - \frac{1}{10} \right)^2 = a \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{10} \right) + c \left[ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)^2 \right] \\
 + d \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)
 \end{aligned}$$

(۷)

$$\begin{aligned}
 PDD(x, y) = PDD(10, 10) - 23.7 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} + \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right) + 80.43 \left[ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)^2 \right] \\
 + 199.15 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)
 \end{aligned}$$

(۸)

$$\begin{aligned}
 PDD(x, y) = PDD(10, 10) - 10.8 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} + \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right) - 230.69 \left[ \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right)^2 + \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)^2 \right] \\
 - 618.61 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{10} \right) \left( \frac{1}{y} - \frac{1}{10} \right)
 \end{aligned}$$

(۹)

#### یافته‌ها

همچنین نمودارهای ۱ تا ۴ تغییرات درصد دز عمقی (با فرمول و اندازه‌گیری مستقیم) را نسبت به عمق برای دو میدان از هر انرژی، نشان می‌دهد.

نتایج حاصل از پیش‌گویی فرمول‌های (۷)، (۸) و (۹) برای میدان‌های دیگر و در عمق‌های متفاوت، با نتایج اندازه‌گیری شده، در جداول ۱، ۲، ۳ و ۴ ثبت گردید.

جدول ۱: نتایج محاسبه مربع معادل با رابطه (۷)

	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
۷	۶/۴															
۸	۶/۸	۷/۵														
۹	۷/۱	۷/۹	۸/۵													
۱۰	۷/۴	۸/۲	۸/۹	۹/۵												
۱۱	۷/۶	۸/۵	۹/۲	۹/۹	۱۰/۵											
۱۲	۷/۹	۸/۸	۹/۶	۱۰/۳	۱۰/۹	۱۱/۵										
۱۳	۸	۹	۹/۹	۱۰/۶	۱۱/۳	۱۱/۹	۱۲/۵									
۱۴	۸/۲	۹/۲	۱۰	۱۰/۹	۱۱/۶	۱۲/۳	۱۲/۹	۱۳/۵								
۱۵	۸/۴	۹/۴	۱۰/۴	۱۱/۲	۱۲	۱۲/۷	۱۳/۳	۱۳/۹	۱۴/۵							
۱۶	۸/۵	۹/۶	۱۰/۶	۱۱/۵	۱۲/۳	۱۳	۱۳/۷	۱۴/۳	۱۴/۹	۱۵/۵						
۱۷	۸/۶	۹/۸	۱۰/۸	۱۱/۷	۱۲/۵	۱۳/۳	۱۴/۱	۱۴/۷	۱۵/۴	۱۵/۹	۱۶/۴					
۱۸	۸/۸	۹/۹	۱۱	۱۱/۹	۱۲/۸	۱۳/۶	۱۴/۴	۱۵/۱	۱۵/۷	۱۶/۴	۱۶/۹	۱۷/۵				
۱۹	۸/۹	۱۰/۱	۱۱/۱	۱۲/۱	۱۳	۱۳/۹	۱۴/۷	۱۵/۴	۱۶/۱	۱۶/۸	۱۷/۴	۱۷/۹	۱۸/۵			
۲۰	۹	۱۰/۲	۱۱/۳	۱۲/۳	۱۳/۳	۱۴/۴۲	۱۵	۱۵/۷	۱۶/۵	۱۷/۱	۱۷/۸	۱۸/۴	۱۸/۹	۱۹/۵		
۲۲	۹/۱	۱۰/۴	۱۱/۶	۱۲/۷	۱۳/۷	۱۴/۶	۱۵/۵	۱۶/۳	۱۷/۱	۱۷/۸	۱۸/۵	۱۹/۲	۱۹/۸	۲۰/۴	۲۰/۹	

جدول ۲: نتایج تجربی مربع معادل

	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
۷	۶/۵															
۸	۶/۹	۷/۵														
۹	۷/۲	۷/۹	۸/۵													
۱۰	۷/۵	۸/۲	۸/۹	۹/۵												
۱۱	۷/۸	۸/۶	۹/۳	۹/۹	۱۰/۵											
۱۲	۸	۸/۸	۹/۶	۱۰/۳	۱۰/۹	۱۱/۵										
۱۳	۸/۲	۹/۱	۹/۹	۱۰/۶	۱۱/۳	۱۱/۹	۱۲/۵									
۱۴	۸/۴	۹/۳	۱۰/۱	۱۰/۹	۱۱/۶	۱۲/۳	۱۲/۹	۱۳/۵								
۱۵	۸/۵	۹/۵	۱۰/۳	۱۱/۲	۱۱/۹	۱۲/۶	۱۳/۳	۱۳/۹	۱۴/۵							
۱۶	۸/۶	۹/۶	۱۰/۵	۱۱/۴	۱۲/۲	۱۳	۱۳/۷	۱۴/۳	۱۴/۹	۱۵/۵						
۱۷	۸/۸	۹/۸	۱۰/۷	۱۱/۶	۱۲/۴	۱۳/۲	۱۴	۱۴/۷	۱۵/۳	۱۵/۹	۱۶/۵					
۱۸	۸/۹	۹/۹	۱۰/۸	۱۱/۸	۱۲/۷	۱۳/۵	۱۴/۳	۱۵	۱۵/۷	۱۶/۳	۱۶/۹	۱۷/۵				
۱۹	۸/۹	۱۰	۱۱	۱۱/۹	۱۲/۸	۱۳/۷	۱۴/۵	۱۵/۳	۱۶	۱۶/۷	۱۷/۳	۱۷/۹	۱۸/۵			
۲۰	۹	۱۰/۱	۱۱/۱	۱۲/۱	۱۳	۱۳/۹	۱۴/۷	۱۵/۵	۱۶/۳	۱۷	۱۷/۷	۱۸/۳	۱۸/۹	۱۹/۵		
۲۲	۹/۱	۱۰/۳	۱۱/۳	۱۲/۳	۱۳/۳	۱۴/۲	۱۵/۱	۱۶	۱۶/۸	۱۷/۶	۱۸/۳	۱۹	۱۹/۷	۲۰/۳	۲۰/۹	

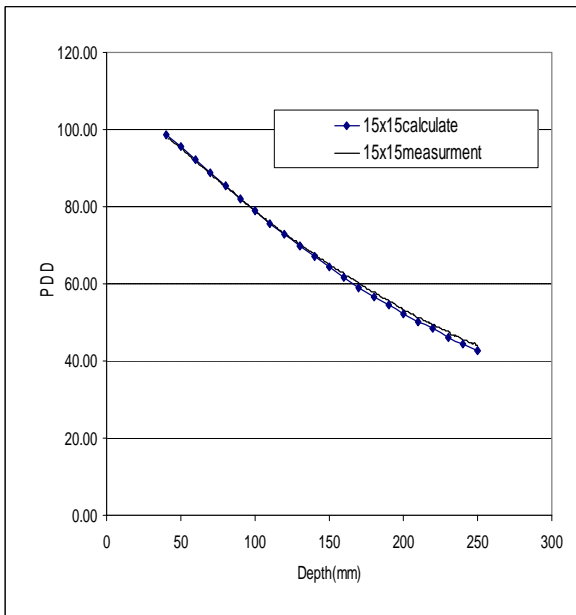
جدول ۳: درصد دوز عمقی محاسبه شده با فرمول (۷) برای پرتوهای ایکس 6MV

ابعاد میدان	۵×۵		۲۰×۲۰		۱۵×۱۵		۲۵×۲۵	
	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی
۴	۸۸/۹۸۰۱	۸۹/۰۳	۹۳/۳۹۰۰۳	۹۰/۹۳	۹۲/۱۰۰۰۱	۹۰/۴۴	۹۴/۲۶۰۰۴	۹۱/۴۹
۵	۸۴/۶۵۰۱	۸۴/۲۸	۸۹/۰۶۰۰۳	۸۶/۹۵	۸۷/۷۷۰۰۱	۸۶/۲۴	۸۹/۹۳۰۰۴۱	۸۷/۷۱
۶	۸۰/۶۶۰۱	۷۹/۶۱	۸۵/۰۷۰۰۳	۸۳/۰۶	۸۳/۷۸۰۰۱	۸۲/۳۷	۸۵/۹۴۰۰۴	۸۳/۹۴
۷	۷۶/۵۰۰۱	۷۵/۰۷	۸۰/۹۱۰۰۳	۷۹/۲۷	۷۹/۶۲۰۰۱	۷۸/۳۸	۸۱/۷۸۰۰۴	۸۰/۴۵
۸	۷۲/۵۷۰۱	۷۰/۷۵	۷۶/۹۸۰۰۳	۷۵/۶۲	۷۵/۶۹۰۰۱	۷۴/۴۵	۷۷/۸۵۰۰۴	۷۷/۱۴
۹	۶۸/۷۳۰۱	۶۶/۶۵	۷۳/۱۴۰۰۳	۷۱/۸۸	۷۱/۸۵۰۰۱	۷۰/۸۶	۷۴/۰۱۰۰۴	۷۳/۶۶
۱۰	۶۵/۱۱۰۱	۶۲/۶۳	۶۹/۵۲۰۰۳	۶۸/۲۳	۶۸/۲۳۰۰۱	۶۷/۱۴	۷۰/۳۹۰۰۴	۷۰/۱۴
۱۱	۶۱/۶۳۰۱	۵۸/۷۹	۶۶/۰۴۰۰۳	۶۵/۰۵	۶۴/۷۵۰۰۱	۶۳/۸۱	۶۶/۹۱۰۰۴	۶۷/۱۲
۱۲	۵۸/۳۲۰۱	۵۵/۵۸	۶۲/۷۳۰۰۳	۶۱/۸۳	۶۱/۴۴۰۰۱	۶۰/۷۵	۶۳/۶۰۰۰۴	۶۴/۳۸
۱۳	۵۵/۲۰۰۱	۵۲/۵۳	۵۹/۶۱۰۰۳	۵۸/۸۴	۵۸/۳۲۰۰۱	۵۷/۳۷	۶۰/۴۸۰۰۴	۶۱/۱
۱۴	۵۲/۱۸۰۱	۴۹/۳۴	۵۶/۵۹۰۰۳	۵۵/۹۱	۵۵/۳۰۰۰۱	۵۴/۳۸	۵۷/۴۶۰۰۴	۵۸/۴۶
۱۵	۴۹/۰۲۰۱	۴۶/۵	۵۳/۴۳۰۰۳	۵۲/۸۸	۵۲/۱۴۰۰۱	۵۱/۵۱	۵۴/۳۰۰۰۴	۵۵/۶۱

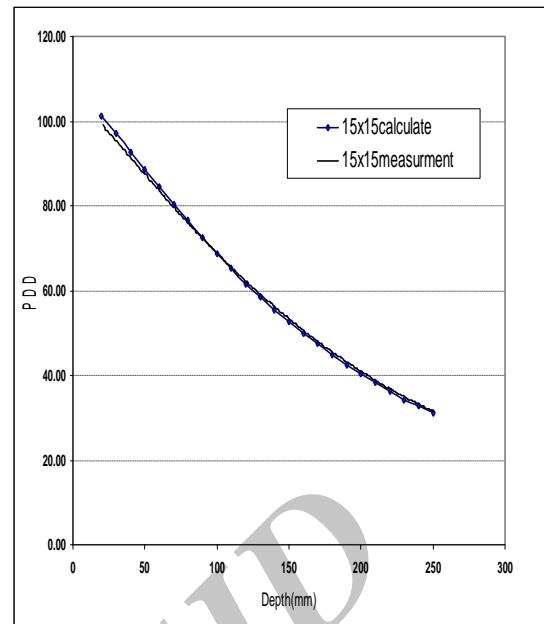
جدول ۴: درصد دوز عمقی محاسبه شده با فرمول (۸) برای پرتوهای ایکس 18MV

ابعاد میدان	۵×۵		۲۰×۲۰		۱۵×۱۵		۲۵×۲۵	
	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی	محاسبه شده	تجربی
۴	۸۸/۳۹۸	۹۹/۴۷	۹۸/۰۰۶۷۵	۹۸/۷	۹۸/۸۲۶۳۳	۹۸/۹۲	۹۷/۲۸۸۵۲	۹۸/۵۲
۵	۸۵/۵۲۷	۹۶/۷۸	۹۵/۱۳۶۷۵	۹۵/۱۸	۹۵/۹۵۶۳۳	۹۶/۰۷	۹۴/۴۱۸۵۲	۹۵/۱۶
۶	۸۲/۱۳۷	۹۳/۲۹	۹۱/۷۴۶۷۵	۹۱/۹۳	۹۲/۵۶۶۳۳	۹۲/۶۶	۹۱/۰۲۸۵۲	۹۱/۹۴
۷	۷۸/۶۱۷	۸۹/۸۳	۸۸/۲۲۶۷۵	۸۸/۶۶۷	۸۹/۰۴۶۳۳	۸۹/۳۲	۸۷/۵۰۸۵۲	۸۸/۶۵
۸	۷۵/۳۴۷	۸۶/۱۹	۸۴/۹۵۶۷۵	۸۵/۴۴	۸۵/۷۷۶۳۳	۸۵/۹۳	۸۴/۲۳۸۵۲	۸۵/۶۶
۹	۷۱/۹۶۷	۸۲/۴	۸۱/۵۷۶۷۵	۸۲/۱۸	۸۲/۳۹۶۳۳	۸۲/۴۵	۸۰/۸۵۸۵۲	۸۲/۴۸
۱۰	۶۸/۶۶۷	۷۸/۷۷	۷۸/۲۷۶۷۵	۷۹/۱۶	۷۹/۰۹۶۳۳	۷۹/۲۶	۷۷/۵۵۸۵۲	۷۹/۵۶
۱۱	۶۵/۴۰۷	۷۵/۴۲	۷۵/۰۱۶۷۵	۷۶/۲۱	۷۵/۸۳۶۳۳	۷۶/۱۶	۷۴/۲۹۸۵۲	۷۶/۹۵
۱۲	۶۲/۵۹۷	۷۲/۴۵	۷۲/۰۶۷۵	۷۳/۴	۷۳/۰۲۶۳۳	۷۳/۳۹	۷۱/۴۸۸۵۲	۷۴/۰۵
۱۳	۵۹/۶۷۷	۶۹/۲۳	۶۹/۲۸۶۷۵	۷۰/۶۳	۷۰/۱۰۶۳۳	۷۲/۰۱	۶۸/۵۶۸۵۲	۷۱/۴۴
۱۴	۵۷/۰۵۷	۶۶/۳۷	۶۶/۶۶۶۷۵	۶۷/۸۹	۶۷/۴۸۶۳۳	۶۷/۸۳	۶۵/۹۴۸۵۲	۶۸/۸۳
۱۵	۵۴/۱۰۷	۶۳/۴۶	۶۳/۷۱۶۷۵	۶۵/۲۱	۶۴/۵۳۶۳۳	۶۴/۹۸	۶۲/۹۹۸۵۲	۶۶/۲۳

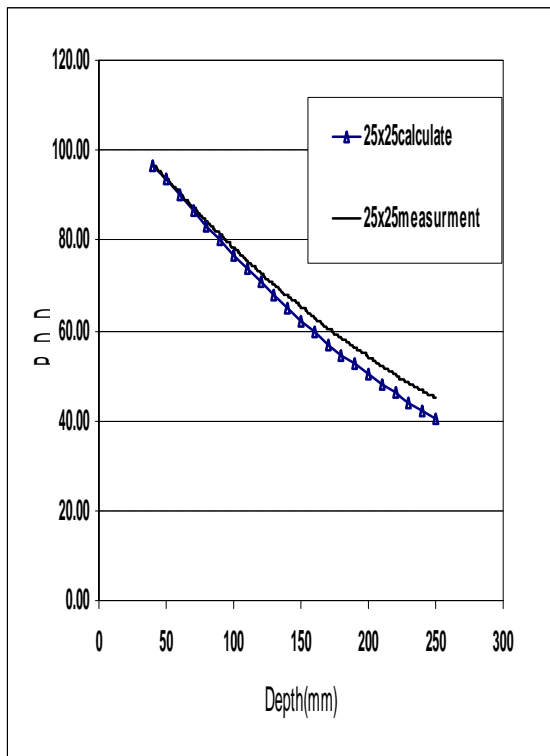
عمقی برای میدان (۲۰×۲۰) پرتوهای ایکس 18MV



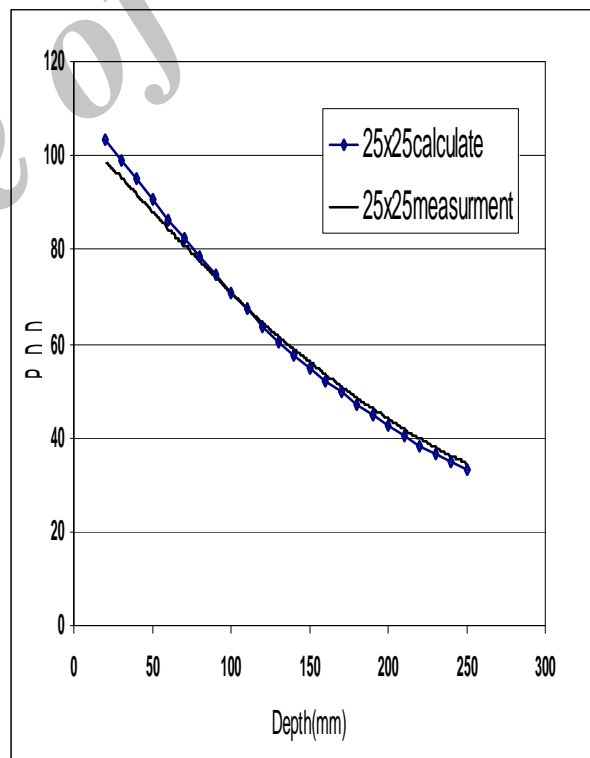
نمودار ۲: درصد دوز عمقی برای میدان (۱۵×۱۵) پرتو ایکس ۱۸ MV



نمودار ۱: درصد دوز عمقی برای میدان (۱۵×۱۵) پرتو ایکس ۶ MV



نمودار ۴: درصد دوز عمقی برای میدان (۲۵×۲۵) پرتو ایکس ۱۸ MV



نمودار ۳: درصد دوز عمقی برای میدان (۲۵×۲۵) پرتو ایکس ۶ MV

## بحث

به کارگیری این فرمول در رادیوتراپی مناسب است. لازم به ذکر است که دقت این فرمول با آزمون نیکویی برازش، برآورد شده است.

## قدردانی

از معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهواز که حمایت مالی از این طرح پژوهشی نمودند تقدیر و تشکر به عمل می‌آید.

در میدان‌های کوچک، به علت بزرگ بودن ابعاد اتاقک یونیزاسیون نسبت به اندازه کلیماتورهای اولیه، نتیجه محاسبات با اندازه‌گیری مستقیم پرتو، اختلاف بیشتری دارد. چون میدان‌های کوچک معمولاً کاربرد درمانی کمتری دارند، بنابراین با توجه به این که فرمول به دست آمده، می‌تواند درصد دز عمقی را برای میدان‌های بزرگتر از (۵×۵) سانتی‌متر مربع در انرژی‌های ۶MV و ۱۸MV، به‌طور میانگین با دقتی کمتر از یک درصد پیش‌گویی کند.

## منابع

- 1-Clarkson JR. A note on depth doses in fields of irregular shape. Br J Radiol. 1941; 14: 265-8.
- 2-Faiz MK. The Physics of radiation therapy. 1994; P.219.
- 3-Sterling TD, Perry H, Katz L. Automation of radiation treatment planning. IV. Derivation of a mathematical expression for the per cent depth dose surface of cobalt-60 beams and visualisation of multiple field dose distribution. Br J Radiol. 1964; 37: 544-50.
- 4-Wrede TF, Edwards MSC. An intercomparison between two methods of obtaining percentage depth doses for irregular shaped field and comparison of each method with experimental data for co-60 and 10MV X rays. Br J Radiol. 1979; 52(39): 40-8.
- 5-Angelo F, Monti AO, Milena F, Stefania G. Anequivalent square method for irregular photon field. Medical Dosimetry. 1995; 20(4): 275-7.
- 6-Tahmasebi MJ, Ghorbani M, Mehdizadeh A. New formula for calculation of cobalt60 percent depth dose. Biomedizinische Technik. 2005; 50 (1): 5-6.
- 7-Tahmasebi MJ, Behrooz MA, Shahbazian H, Hamzian N, Karbalaee M. Determination of the equivalent field size of asymmetric fields in photon beam therapy analytically based on physical theories. Scientific Medical Journal. 2009; 8(1): 38-55.



## Derivation of Equivalent Square Field from Antisymmetric Field Mega Voltage Photon Beams by Taylor Expansion

Delaram Pakravan<sup>1\*</sup>, Mohammad Javad Tahmasebi Beargani<sup>2</sup>, Seyed Mojtaba Karbalai<sup>3</sup>

1-Junior Lecturer of Medical Physics.

2-Associate Professor of Medical Physics.

3-MSc in Medical Physics.

1-Department of Physics, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran.

2-Department of Medical Physics Ahvaz, Jundishapur University of Medical Sciences, Ahvaz, Iran.

3-Department of Medical Physics, Isfahan University of Medical Sciences, Iran.

\*Corresponding author:

Delaram Pakravan; Department of Physics, Ahvaz Branch, Islamic Azad University, Ahvaz, Iran.

Tel: +989163069016

Email: [pakravan@iauahvaz.ac.ir](mailto:pakravan@iauahvaz.ac.ir)

### Abstract

**Background and Objective:** Determining the symmetric fields equivalent to antisymmetric fields ones is an important task in radiotherapy. There are many semiempirical methods based on experimental data. In this study, attempts have been made to give a formula on the basis of logical and physics principles.

**Subjects and methods:** Percentage of depth dose is a function of dimensions of the radiation field (x,y) in constant depth. This means that  $PDD=f(x,y)$ . It has been changed the variables ( $u = 1/x, v = 1/y$ ) and expanded PDD in Taylor's series around the reference field ( $10 \times 10$ ). It was ignored degrees higher than two. The coefficient of expansion can be derived from the dosimetry by four experimental measurements. By applying this formula, the PDD for any radiation field is determined.

**Results:** The calculated PDD data of radiation fields larger than  $5 \times 5 \text{ cm}^2$  have been compared with the experimental data of radiation energies 6 and 18 MV.

**Conclusion:** The difference between the calculated and experimental data of the small radiation fields is more than that of the large fields because dimension of ionization chamber is larger in comparison with the field size. This error is not important since the usual field sizes in radiotherapy are not small. Therefore, this formula is applicable in radiotherapy.

*Sci Med J 2012;10(6):675-683*

**Keywords:** Percent depth dose, Square field, Taylor expansion.

Received: Feb 24, 2010

Revised: Oct 22, 2011

Accepted: Oct 25, 2011