

# تخمین نظری منحنی R در فلزات بر اساس آزمایشات ساده مکانیکی و مقایسه نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی

ناصر سلطانی

دانشیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

عباس راستگو

استادیار گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

شاهین معتمدی محمدیان

دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۷۷/۳/۱۷، تاریخ تصویب ۷۸/۱/۱۹)

## چکیده

هدف از مقاله حاضر یافتن روشی برای تخمین نظری منحنی R است. در این مقاله ابتدا یک بررسی کیفی روی منحنی‌های R نظری انجام گرفت و ملاحظه شد که این منحنی‌ها تا حد زیادی خصوصیات تجربی منحنی R را از خود بروز می‌دهند. سپس بررسی کمی در یک مطالعه موردی روی مثال خاص آلایژ آلومینیم AA7075-T6 انجام گرفت. این بررسی از دو جنبه صورت پذیرفت. ابتدا، پیش بینی مقدار مطلق افزایش نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی لازم برای رشد پایدار ترک به اندازه  $\Delta a$  توسط منحنی R نظری با پیش بینی منحنی R تجربی مقایسه شد. معلوم شد که مقدار خطا در محدوده قابل قبولی (کمتر از ۲۰ درصد یا حتی در مورد منحنی  $k_{R}$  کمتر از ۱۵ درصد) قرار داشته و برای بعضی از مقادیر تنش اعمالی منحنی‌های نظری و تجربی تقریباً بر هم منطبق شدند. سپس پیش‌بینی نقاط ناپایداری توسط روش نظری با پیش بینی حاصل از منحنی R تجربی مقایسه گردید. تفاوت منحنی‌های نظری و تجربی در اینجا نیز زیاد نبوده و شکل اساسی و نحوه رفتار منحنی‌ها کاملاً مشابه بود. نتیجه گرفته شد که این روش تا حد زیادی با نتایج تجربی مطابقت داشته و لذا از عهده حل مسائل عملی بر خواهد آمد.

## واژه‌های کلیدی: منحنی R، مکانیک شکست، تخمین عمر

## مقدمه

پایه‌های علم مکانیک شکست توسط گریفیث<sup>۱</sup> [۱ و ۲] در سال ۱۹۲۴ بنا نهاده شد. انگلس<sup>۲</sup> یک حالت خاص مسئله تمرکز تنش برای سوراخ بیضی شکل را حل کرد [۳]. وی مشاهده کرد که وقتی بیضی به طرف یک ترک میل می‌کند، تنش حداکثر در نوک ترک به طرف بی‌نهایت میل می‌نماید. به عبارت دیگر، در اجسام ترکدار (به طور کلی در هر جسم با ناپیوستگی تیز) مقدار تنش حداکثر در نوک ترک بسیار بزرگ می‌باشد، به طوری که حتی در صورت اعمال بارهای بسیار کوچک  $\sigma$ ، معیارهای شکست در مقاومت مصالح حکم به شکست جسم خواهند داد! بنابراین در اجسام ترکدار معیارهای کلاسیک شکست و تسلیم در مقاومت مصالح مفهوم و کاربرد خود را از دست می‌دهند و باید از معیارهای دیگری استفاده کرد.

الاستیک در مقایسه با طول ترک و هر بعد مشخصه دیگر خیلی کوچک باشد، منطقاً باید بتوان از اثرات این ناحیه صرف نظر کرد. وسترگارد<sup>۳</sup> یک روش شبه - معکوس<sup>۴</sup> برای یک دسته از مسائل دو بعدی شامل ترک ارائه نمود [۴ و ۵]. او در این روش از توابع ایری مختلط استفاده کرد. اسندان<sup>۵</sup> [۶] اولین کسی بود که با استفاده از توابع تنش وسترگارد، میدان تنش را در نزدیکی نوک ترک ارائه داد. ویلیامز<sup>۶</sup> میدان تنش متقارن (مربوط به حالت I شکست) و پادمقارن<sup>۷</sup> (مربوط به حالت II شکست) در نوک ترک را با استفاده از روش بسط توابع ویژه به دست آورد [۷].

این نظریه‌های ارائه شده فقط وقتی اعتبار دارند که ناحیه پلاستیک باندازه کافی کوچک باشد که بتوان از اثر آن صرف نظر کرد. در مواد نرمتر که دارای چقرمگی<sup>۸</sup> بالاتر و استحکام کمتر هستند، برقرار سازی شرط کرنش منسطح همیشه ممکن نیست. اولین بار ایروین<sup>۹</sup> و دیگران [۸ و ۹]، در هنگام مطالعه شکست

در ابتدا جسم ترکدار کاملاً الاستیک فرض شد [۱ و ۲]، در صورتی که در واقعیت چنین نیست. لیکن چنانچه ابعاد ناحیه غیر

1 - Griffith 2 - Inglis 3 - Westergaard 4 - Semi-inverse 5 - Sneddon 6 - Williams 7 - Anti-symmetric

8 - Toughness 9 - Irwin

همراه با  $\gamma$  پارامتر معیار اصلی شکست در LEFM را ( $G_{Ic}$ ) تشکیل می‌دهند. بنابراین قبل از هر کاری برای حل مسئله لازم آمد که تفکیکی بین این دو جزء تشکیل دهنده  $\frac{\partial U^P}{\partial A}$  صورت پذیرد و فرضیاتی در رابطه با چگونگی محاسبه هر یک از این دو جزء به عمل آید. طبعاً کوشش شد که این فرضیات با سابقه تحقیقات انجام شده در مکانیک شکست سازگار باشد. در این راستا رابطه زیر در نظر گرفته شد.

$$\frac{\partial U^P}{\partial A} = \gamma \gamma_p + \frac{\partial U^P_R}{\partial A} \quad (1)$$

که  $\gamma_p$ ، در ایجاد  $G_{Ic}$  نقش داشته و  $\frac{\partial U^P_R}{\partial A}$ ، مولد منحنی R می‌باشد.

به طور کلی برای شکست دو حالت حدی می‌توان در نظر گرفت که عبارتند از شکست کاملاً ترد و کاملاً نرم. در نوع اول، شکست از طریق شکسته شدن پیوندهای اتمهایی که در سطوح مقابل هم قرار دارند صورت گرفته و عامل اصلی آن تنش‌های محوری موجود در جسم می‌باشند.

تحقیقات انجام شده توسط محققان در همان اوایل پیدایش مکانیک شکست [۱۹ و ۲۰] نشان داد که حتی برای شیشه نیز مقدار انرژی واقعی لازم برای شکست (که در نمادگذاری LEFM آنرا با  $G_{Ic}$  نمایش می‌دهند) حداقل ده برابر بزرگتر از  $\gamma$  است. از همان ابتدا روشن بود که علت این امر کار پلاستیک لازم برای فرآیندهای پلاستیک اتفاق افتاده در نوک ترک است. در تئوری پلاستیسیته یک حالت غایی شکست وقتی است که با افزایش بار، محدوده پلاستیک در جسم (باو بدون ترک) گسترش پیدا کند و این گسترش آن قدر ادامه یابد تا در سازه یک لولای پلاستیک<sup>۴</sup> ایجاد شود و لذا شکست به خاطر عمل این لولا صورت پذیرد. این حالت در مواد کاملاً نرم پیش می‌آید که مکانیزم شکست کاملاً از نوع نرم و چکش‌خوار<sup>۵</sup> (از لحاظ میکروسکوپی لغزش<sup>۶</sup>) می‌باشد. انرژی لازم برای شکست در این مورد کران بالای  $G_{Ic}$  را به دست می‌دهد.

ملاحظه می‌شود که برای  $G_{Ic}$  می‌توان کرانهای بالا و پایین را در نظر گرفت که شامل شکافت<sup>۷</sup> خالص و لغزش خالص است. اما در عمل، شکست فرآیند پیچیده‌ای است که در آن هم از لحاظ میکروسکوپی و هم از لحاظ میکروسکوپی ترکیبی از دو حالت حدی فوق را می‌توان یافت.

آورباک<sup>۸</sup> [۲۱] با ارائه یک مدل شامل ایجاد ترکهای ریز میکروسکوپی اولیه در اطراف نوک ترک و پیوستن آنها به همدیگر

ورقهای نازک ترکدار فلزی این پدیده را مشاهده کردند. آنها متوجه شدند که شکست همواره به صورت ناگهانی صورت نگرفته و با رشد پایدار ترک همراه نیست. این پژوهشگران برای توصیف مرحله پایدار شکست، مفهوم منحنی  $R$  را معرفی کردند. این منحنی دارای شکل کلی  $R = R_0 + F\Delta a^p$  می‌باشد. پژوهشهای بعدی محققان نشان داد که برای ضخامت، دما و نرخ کرنش معین این منحنی نیز از خواص ماده بوده و ثابت می‌باشد [۱۰].

منحنی R معمولاً با استفاده از آزمایشات استاندارد تعیین می‌گردد. روش‌های نیمه تجربی<sup>۲</sup> نیز برای تخمین تقریبی شکل این منحنی ارائه شده است [۱۱ و ۱۲]. پژوهشهای فراوانی نیز روی روشهای ساده‌تر آزمایشگاهی تعیین این منحنی پیشنهاد شده است تا از خسته‌کنندگی، تکراری بودن و وقت‌گیری آزمایشهای مربوطه کاسته شود. علاوه بر اینها تحقیقات جدیدتر نشان داده است که مفهوم منحنی R عام‌تر از آنچه که تا کنون تصور می‌شد بوده و قابل تعمیم به مواد دیگر نظیر سرامیک‌ها، سیمان و بتون و حتی مواد لایه‌ای هیبرید<sup>۳</sup> می‌باشد [۱۳، ۱۴، ۱۵ و ۱۶].

هدف از این مقاله تخمین و محاسبه نظری منحنی R در فلزات شبه ترد (که در آنها غالباً می‌توان تسلیم را به مقیاس محدود در نظر گرفت) بر اساس انتخاب مناسب یک مدل ساده با توانایی شبیه‌سازی پدیده‌های صورت گرفته در حوالی نوک ترک در هنگام رشد پایدار آن و با استفاده از خواص الاستیک - پلاستیک ماده می‌باشد. نتیجه این تحقیق امکان تخمین و ترسیم تقریبی منحنی R برای فلزات در محدوده خطای قابل قبول را فراهم می‌آورد.

## فرضیات اساسی در راه حل مسئله

برای حل مسئله فوق سه مرحله اساسی عمل شد. در مرحله اول یک سری فرضیات که برای حل مسئله ضروری بودند، انجام شدند. سپس نحوه برخوردی که حل مسئله را امکان‌پذیر کند به طور کاملاً کلی مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور از روش تحلیل ابعادی استفاده شد. در مرحله بعد مدلی که قادر به شبیه‌سازی پدیده‌های صورت گرفته در نوک ترک باشد، پیشنهاد شد و با استفاده از آن معادله‌ای که قادر به توصیف منحنی R باشد استخراج گشت. در مرحله نهایی روش پیشنهادی برای حالت‌های شکست I و III به کار رفته و نتایج مورد بحث و بررسی قرار گرفت. با مروری بر اطلاعات جمع‌آوری شده [۱۷ و ۱۸] مشخص شد که عامل مولد منحنی R عبارت  $\frac{\partial U^P}{\partial A}$  در معادله تعمیم یافته انرژی گریفیث می‌باشد. از طرف دیگر ملاحظه شد که در نظریه ایروین-اورووان همین عبارت عامل به وجود آورنده  $\gamma_p$  می‌باشد که

فرض برای حل مشکل استفاده شده است .

با مقایسه روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که عبارت  $2\gamma_p$  مولد  $G_{Ic}$  و معادل  $2\gamma_{mic}$  است و  $\frac{\partial U^P}{\partial A}$  مولد منحنی R و معادل  $2\gamma_{mac}$  می‌باشد.

برای محاسبهٔ تئوریک  $G_{Ic}$  باید عمدتاً به فرآیندهای میکروسکوپی در ناحیهٔ فرآیند متوسل شد و برای محاسبهٔ منحنی R فقط کافی است که  $\frac{\partial U^P}{\partial A}$  محاسبه شود و چون این عبارت ناشی از کار ماکروسکوپی می‌باشد، کافی است از اصول مکانیک محیط پیوسته (با فرض محیط پیوسته) و روشهای الاستیسیته و پلاستیسیته استفاده گردد. بنابراین، در ادامهٔ مقاله توجه معطوف ناحیهٔ ماکروسکوپی شده است .

### خطوط اساسی روش حل مسئله

عوامل مؤثر بر انرژی پلاستیک در یک جسم دارای ترک عبارتند از ضریب هندسی  $\beta$ ، ضریب پواسون  $\nu$ ، تنش در مرزهای بی‌نهایت  $\sigma$ ، تنش تسلیم ماده  $\sigma_Y$ ، مدول الاستیسیته E و طول ترک a. لذا می‌توان نوشت:

$$U^P = U^P(\beta, \sigma, \sigma_Y, E, \nu, a, 1) \quad (5)$$

که در آن ۱ معرف ضخامت جسم ترکدار است که طبق روش معمول در مکانیک شکست برابر واحد فرض می‌شود. با استفاده از تحلیل ابعادی می‌توان  $U^P$  را به صورت زیر نوشت.

$$U^P = U^P(\beta, \sigma, \sigma_Y, E, \nu) a^2 \quad (6)$$

با توجه به ثابت بودن ضخامت،  $A = 1 \times a$  می‌باشد و با مشتق‌گیری، رابطهٔ زیر حاصل می‌گردد.

$$\frac{\partial U^P}{\partial A} = U^P_r(\beta, \sigma, \sigma_Y, E, \nu) a \quad (7)$$

لذا رابطهٔ (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$G = 2\gamma + U^P_r(\beta, \sigma, \sigma_Y, E, \nu) a \quad (8)$$

هنوز جمله دوم رابطهٔ فوق نمی‌تواند بیانگر منحنی R باشد. چون طبق (۷)،  $\frac{\partial U^P}{\partial A}$  به  $\sigma$  نیز بستگی دارد. در حالی که می‌دانیم منحنی R و اصولاً مقاومت در برابر رشد ترک بستگی به بار اعمالی

برای توضیح فرآیندهای میکروسکوپی رخ داده در هنگام رشد ترک، مقدار تقریبی نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی بحرانی ( $G_{Ic}$ ) را به دست آورد. وی فرض کرد که کوچکترین ناحیهٔ پلاستیک ممکن به اندازهٔ یک دانه<sup>۱</sup> باشد. بررسی‌های جدیدتر که توسط استیوی<sup>۲</sup> [۲۲ و ۲۳] روی شکست مواد نرم تر انجام گرفت، مشخص کرد که کار پلاستیک لازم برای تشکیل ساختار حفره‌ای<sup>۳</sup> در ناحیهٔ فرآیند<sup>۴</sup> در جلوی نوک ترک را می‌توان از ارتفاع h حفره‌ها حساب کرد.

با استفاده از بحث مراجع فوق معادلهٔ تعادل انرژی تعمیم یافتهٔ گریفیت را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$G = 2(\gamma_e + \gamma_{mic}) + 2\gamma_{mac} \quad (2)$$

که در واقع  $\gamma_p$  به مؤلفه‌های میکروسکوپی و ماکروسکوپی مولدش تجزیه شده است. در LEFM (کرنش سطح) عبارت سوم رابطه (۲) خیلی کوچک و قابل اغماض است. پس

$$G = 2(\gamma_e + \gamma_{mic}) \quad (3)$$

که این مشابه رابطهٔ ایروین - اورووان می‌باشد. بنابراین به طور خلاصه عوامل زیر در شکست ماده مؤثرند.

۱-  $2\gamma_e$ : که معرف انرژی مخصوص لازم برای شکسته شدن پیوندهای بین اتمی در دو سطح در حال جدا شدن می‌باشد. وقتی که ماده کاملاً ترد باشد مقدار  $G_{Ic}$  با آن برابر می‌شود.

۲-  $2\gamma_{mic}$ : که برای در نظر گرفتن اثرات میکروسکوپی مربوط به جریان پلاستیک ماده در حوالی نوک ترک است. در اینجا  $\gamma_{mic}$  معادل  $\gamma_p$  بوده و بنا به ادعای محققان اندازهٔ آن چند درجه بزرگی بیشتر از  $\gamma_e$  می‌باشد.

۳-  $2\gamma_{mac}$ : این عبارت با در نظر گرفتن اثرات ماکروسکوپی پلاستیسیته در فرآیند شکست در خارج از ناحیهٔ فرآیند که قواعد محیط پیوسته حاکمند به دست می‌آید.

طبق اصول LEFM می‌توان نوشت:

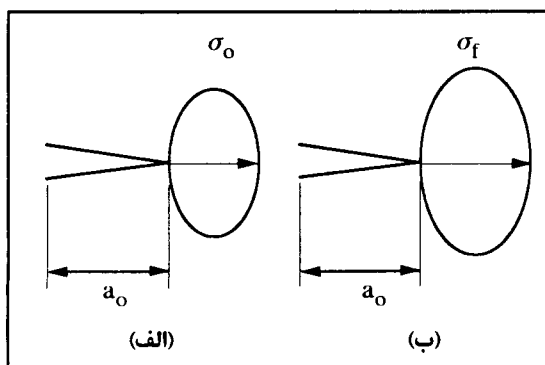
$$G = 2(\gamma_e + \gamma_{mic}) = 2(\gamma_e + \gamma_p) = G_{Ic} = c \quad (4)$$

از آنجایی که  $G_{Ic}$  کمیت ثابتی است، پس الزاماً باید  $2\gamma_{mic}$  کمیت ثابتی باشد و به شعاع کلی ناحیهٔ پلاستیک در خارج از ناحیهٔ فرآیند بستگی ندارد. کارهای استیوی [۲۲ و ۲۳] در مورد اینکه  $2\gamma_p$  در ناحیهٔ فرآیند تولید می‌شود و شعاع این ناحیه نیز تقریباً مستقل از شعاع ناحیهٔ پلاستیک محیط پیوسته است، مؤید همین نکته و ثابت بودن  $2\gamma_p$  می‌باشد. در برخی مراجع مثلاً مرجع [۲۴] از همین

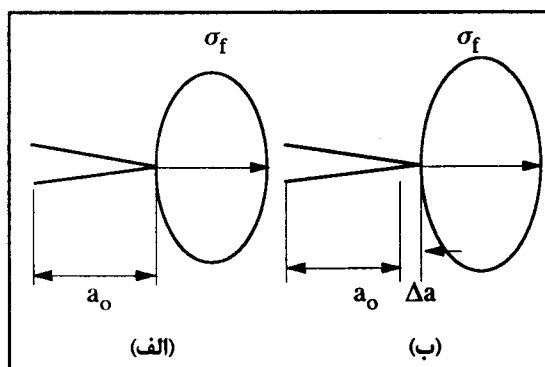
مقابل، تمام افزایش بار اعمالی در همین مرحله بر جسم اعمال می‌گردد.

۲- مرحله حرکت: در این مرحله ترک به آهستگی رشد کرده ولی بار اعمالی بر جسم ثابت و برابر مقداری است که در مرحله قبل اعمال شده بود.

اشکال (۱ و ۲) مراحل رشد ترک را در مدل پیشنهادی نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، در مرحله سکون، با افزایش بار اعمالی، بر ابعاد ناحیه پلاستیک افزوده می‌شود و این طریقی است که ناحیه پلاستیک سبب ایجاد مقاومت در برابر رشد ترک می‌گردد.



شکل ۱: مدل ساده شده رشد پایدار ترک (مرحله سکون).



شکل ۲: مدل ساده شده رشد پایدار ترک (مرحله حرکت).

در حرکت دو عامل سبب ایجاد مقاومت در برابر رشد ترک می‌گردند: افزایش ابعاد ناحیه پلاستیک بر اثر افزایش طول ترک و حرکت ناحیه پلاستیک همراه با نوک ترک که در نتیجه آن باید در محدوده وسیعی در جلوی ترک، کار پلاستیک صرف شود تا جریان پلاستیک لازم برای حرکت ناحیه پلاستیک و ایجاد ناحیه پلاستیک جدید به وجود آید. این را می‌توان در واقع کار پلاستیک

ندارد.  $\sigma$  را می‌توان بر حسب سایر پارامترها به صورت زیر نوشت.

$$\sigma = \sigma(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, a) \quad (9)$$

حال اگر به جای  $\sigma$  در رابطه (۸) جایگذاری شود می‌توان به رابطه نهایی معرف مقاومت در برابر رشد ترک رسید.

$$G = 2\gamma + U_{\sigma}^P(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, a) \quad (10)$$

با شروع رشد ترک،  $a = a_0 + \Delta a$  خواهد بود و عبارت فوق به شکل زیر خواهد شد.

$$G = 2\gamma + U_{\sigma}^P(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, a_0 + \Delta a) \quad (11)$$

تئوری منحنی  $R$  بیان می‌کند که این منحنی فقط تابعی از  $\Delta a$  بوده و به  $a_0$  بستگی ندارد. این به معنای این است که می‌توان رابطه (۱۱) را به صورت زیر نوشت.

$$G = 2\gamma + U_{\sigma}^P(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, a_0) + U_{\Delta}^P(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, \Delta a) \quad (12)$$

$U_{\sigma}^P$ ، معرف کار پلاستیک استاتیکی می‌باشد و  $U_{\Delta}^P$  معرف کار پلاستیک مصرفی برای رشد ترک بوده که همان منحنی  $R$  مطلوب است. بر این اساس

$$\frac{\partial U_R^P}{\partial \Delta a} = U_{\Delta}^P(\beta, \sigma_Y, E, \nu, \gamma, \Delta a) = R(\Delta a) \quad (13)$$

در نمادگذاری متداول مکانیک شکست:

$$G = G_c + R(\Delta a) \quad (14)$$

## مدلسازی و الگوریتم حل مسئله

پس از شروع رشد ترک بار اعمالی بر جسم نیز به طور همزمان باید افزایش یابد. از طرف دیگر با توجه به رابطه (۵) معلوم می‌شود که کار پلاستیک مصرفی به دو عامل طول ترک و بار اعمالی بستگی دارد. به منظور ایجاد امکان ارزیابی تأثیر آنها بر روی ناحیه پلاستیک، رشد ترک از دو مرحله در نظر گرفته شده است.

۱- مرحله سکون: در این مرحله ترک هیچگونه رشد ندارد. در

انرژی تعمیم یافته گریفیث برقرار باشد.

$$G_{s1} = \gamma + \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_s = \gamma + U^P_{\gamma}(\beta, \sigma_0, \sigma_Y, E, \nu) a_0 \quad (19)$$

در واقع در این هنگام مقداری افزایش در نرخ آزادسازی انرژی کرنشی طبق رابطه (۱۸-ج) به وجود می‌آید. اگر این افزایش از کار پلاستیک بر واحد سطح لازم برای افزایش شعاع میدان پلاستیک کمتر یا مساوی آن باشد، دیگر قادر به تأمین انرژی پلاستیک مصروفه در مرحله حرکت نخواهد بود و در این حالت ترک رشد نخواهد کرد. این وضعیت غالباً برقرار نیست و در واقع این انرژی کرنشی الاستیک آزاد شده، از کار پلاستیک صرف شده در مرحله سکون بیشتر است. لذا معادله گریفیث به صورت یک نامعادله در می‌آید.

$$G_{sr} > \gamma + \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_{sr} \quad (20)$$

به عبارت دیگر:

$$G_{sr} > \left( \gamma + \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_{s1} \right) + \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_{sr} - \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_{s1}$$

و طبق رابطه (۱۹):

$$G_{sr} > G_{s1} + \Delta U^P_s \quad (21)$$

و در نتیجه:

$$\Delta G_s > \Delta U^P_s \quad (21)$$

### مرحله حرکت

همان طور که در شکل (۲-الف) ملاحظه می‌شود، در آغاز مرحله حرکت طول ترک  $a_0$  است. اما در پایان آن [شکل (۲-ب)] این طول باندازه  $\Delta a$  افزایش یافته است. در تمام این مدت تنش اعمالی ثابت و برابر  $\sigma_f$  می‌باشد. در آغاز مرحله حرکت نامساوی تعادل انرژی (۲۱) برقرار است. اگر معادله تعادل انرژی را دوباره بنویسیم:

$$G = \gamma + \frac{\partial U^P}{\partial A} \quad (22)$$

چنانچه تابع اولیه  $G$  نسبت به  $A$  با علامت  $H$  نشان داده شود، رابطه فوق به صورت زیر در می‌آید.

لازم برای هل دادن ناحیه پلاستیک به جلو در نظر گرفت.

### مرحله سکون

در این مرحله کار پلاستیک مصروفی ناشی از افزایش ابعاد در اثر اعمال بار می‌باشد. از طرف دیگر سایر عبارتهای معادله تعادل انرژی، انرژی سطحی مخصوص ترک و نرخ آزادسازی انرژی کرنشی می‌باشند. بر طبق رابطه (۷) که از تحلیل ابعادی مسئله شکست به دست آمد، می‌توان کار پلاستیک بر واحد سطح را به صورت کلی زیر نوشت.

$$\frac{\partial U^P}{\partial A} = U^P_{\gamma}(\beta, \sigma, \sigma_Y, E, \nu) a_0 \quad (15)$$

انرژی پلاستیک بر واحد سطح صرف شده در این مرحله (برای افزایش شعاع ناحیه پلاستیک) برابر است با:

$$\Delta U^P_s \frac{\partial U^P}{\partial A} = \Big|_{sr} - \frac{\partial U^P}{\partial A} \Big|_{s1} = [U^P_{\gamma}(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) - U^P_{\gamma}(\beta, \sigma_0, \sigma_Y, E, \nu)] a_0 \quad (16)$$

که در آن "s" معرف حالت سکون است.

نرخ انرژی کرنشی آزاد شده ( $G$ ) به صورت رابطه زیر قابل بیان است.

$$G = g_{\gamma}(k, E, \nu) \quad (17)$$

برای ابتدا و انتهای مرحله سکون می‌توان روابط زیر را نوشت.

$$G_{s1} = g_{\gamma}(\beta, \sigma_0, E, \nu, a_0) \quad (18-الف)$$

$$G_{sr} = g_{\gamma}(\beta, \sigma_f, E, \nu, a_0) \quad (18-ب)$$

به عبارت دیگر، در این فاصله مقدار نرخ انرژی کرنشی آزاد شده که برابر است با:

$$\Delta G_s = G_{sr} - G_{s1} = g_{\gamma}(\beta, \sigma_f, E, \nu, a_0) - g_{\gamma}(\beta, \sigma_0, E, \nu, a_0) \quad (18-ج)$$

### تعادل انرژی در مرحله سکون

در ابتدای مرحله سکون [شکل (۱-الف)] باید معادله تعادل

$$\Delta U_d^P = \frac{U_d^P(a_0 + \Delta a) - U_d^P(a_0)}{\Delta a} \quad (29)$$

پس از جایگذاری از روابط (۲۷) و (۲۸):

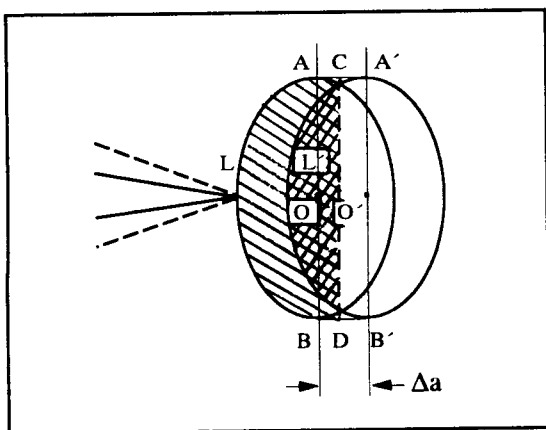
$$\Delta U_d^P = U_d^P(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) \frac{(a_0 + \Delta a)^2 - a_0^2}{\Delta a} \quad (30)$$

انرژی پلاستیک لازم برای حرکت ناحیه پلاستیک اولیه به جلو

شکل (۳)، طرح شماتیک یک ناحیه پلاستیک به صورت دلخواه را در آغاز و پایان مرحله حرکت نشان می‌دهد. در هنگام رشد پایدار ترک ابعاد ناحیه پلاستیک ثابت می‌ماند. در نتیجه ناحیه پلاستیک اولیه (در آغاز رشد ترک) و ثانویه (در پایان رشد ترک) دارای شکل یکسانی است.

نقاط A و A' و B و B' به ترتیب معرف بالاترین و پایین‌ترین نقاط (نسبت به محور ترک) در ناحیه پلاستیک اولیه و ثانویه می‌باشند. C ، D نقاط تلاقی دو ناحیه می‌باشند. فرض می‌کنیم نوک ترک به اندازه  $\Delta a$  جلو برود در این صورت فاصله مراکز O و O' دو ناحیه برابر خواهد شد با:

$$OO' = \Delta a \quad (31)$$



شکل ۳: محاسبه انرژی پلاستیک لازم برای تغییر مکان ناحیه پلاستیک در اثر رشد ترک پایدار.

در اثر حرکت ترک ناحیه SCLDL (ناحیه هاشور روشن) از محدوده پلاستیک خارج می‌شود. اما چون ناحیه پلاستیک در هر دو مرحله یکسان است، پس دقیقاً به اندازه همین مساحت باید ناحیه پلاستیک جدید ایجاد شود. بنابراین مساحت ناحیه پلاستیک جدید که باید در هنگام حرکت ترک ایجاد شود برابر است

$$\frac{\partial H}{\partial A} = \gamma + \frac{\partial U^P}{\partial A} \quad (23)$$

رابطه (۲۳) را با استفاده از تعریف مشتق می‌توان به صورت زیر دوباره نویسی کرد.

$$\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{H(a_0 + \Delta a) - H(a_0)}{\Delta a} = \gamma + \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{U^P(a_0 + \Delta a) - U^P(a_0)}{\Delta a} \quad (24)$$

در مرحله رشد ترک همان طور که در بالا بیان شد، دیگر  $\Delta a$  به طرف صفر میل نمی‌کند. در نتیجه نمی‌توان حدگیری‌های فوق را انجام داد و رابطه دیفرانسیلی (۲۴) به یک رابطه تفاضلی بدل می‌شود.

$$\frac{H(a_n + \Delta a) - H(a_n)}{\Delta a} = \gamma + \frac{U^P(a_0 + \Delta a) - U^P(a_0)}{\Delta a} \quad (25)$$

عبارت سمت چپ رابطه معرف افزایش نرخ آزادسازی انرژی کرنشی در اثر افزایش طول و عبارت دوم سمت راست بیانگر افزایش انرژی پلاستیک در ناحیه پلاستیک طی مرحله حرکت است. این شکل اصلاح شده معادله تعادل انرژی باید در پایان رشد ترک در مرحله حرکت [شکل (۲-ب)] ارضا شود.

انرژی پلاستیک صرف شده در ناحیه پلاستیک توسط رابطه کلی (۶) داده شده است. در مرحله حرکت بار اعمالی ثابت و برابر  $\sigma_f$  می‌باشد. پس:

$$U_d^P = U_d^P(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) a^2 \quad (26)$$

که در آن حرف d معرف مرحله حرکت است.

انرژی پلاستیک صرف شده در ابتدای رشد ترک برابر است با:

$$U_d^P(a_0) = U_d^P(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) a_0^2 \quad (27)$$

در پایان رشد ترک با افزایش ابعاد ناحیه پلاستیک، انرژی پلاستیک صرف شده نیز افزایش می‌یابد.

$$U_d^P(a_0 + \Delta a) = U_d^P(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) (a_0 + \Delta a)^2 \quad (28)$$

طبق رابطه تفاضلی (۲۵) (عبارت دوم از سمت راست) کار پلاستیک بر واحد سطح لازم برای افزایش ابعاد ناحیه پلاستیک در اثر رشد ترک برابر می‌شود با:

آزاد شده در این مرحله عبارت است از:

$$\Delta G_d = \frac{H(a_0 + \Delta a) - H(a_0)}{\Delta a} \quad (40)$$

نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی (G) عبارت است از:

$$G = \frac{\alpha \beta^2 s_f^2 \pi a}{\kappa} \quad (41)$$

که  $\kappa$  مقداری ثابت و از خواص ماده است و  $s_f$  تنش اعمالی در انتهای مرحله سکون بوده و در تمام مرحله حرکت ثابت است. لذا تابع اولیه  $H$  برابر است با:

$$H = \frac{\alpha \beta^2 s_f^2 \pi a^2}{2\kappa} + H_0 \quad (42)$$

با جایگذاری این مقدار  $H$  در رابطه (۴۰) عبارت زیر حاصل شد:

$$\Delta G_d = \frac{\alpha \beta^2 s_f^2 \pi a_0}{\kappa} + \frac{\alpha \beta^2 s_f^2 \pi \Delta a}{2\kappa} \quad (43)$$

### استخراج رابطه برگشتی نهایی

در پایان مرحله حرکت، رابطه تفاضلی تعادل انرژی برقرار است. با جایگذاری پارامترهای لازم در رابطه (۲۵) و ساده سازی آن، رابطه برگشتی برای  $n$  مرحله رشد ترک به صورت زیر حاصل می‌گردد.

$$\Delta G_s - \Delta U_s^p + \frac{\alpha \beta^2 s_f^2 \pi n \Delta a}{2\kappa} = [RHS(n) + 2D_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) h_{\nu}(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) \Delta a] + U_r^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) \frac{n \Delta a}{2} \quad (44-الف)$$

$$RHS(n) = RHS(n-1) + 2D_{\nu}^p(\beta, \sigma_{fn-1}, \sigma_Y, E, \nu) h(\beta, \sigma_{fn-1}, \sigma_Y, E, \nu) \quad (44-ب)$$

$$RHS(1) = RHS(0) = 0 \quad (44-ج)$$

در رابطه برگشتی (۴۴)،  $\Delta a$  یک مقدار باندازه کافی کوچک است.  $\sigma_{fn}$  تنش نهایی مرحله  $n$ ام حرکت، یعنی وقتی که ترک باندازه  $n \Delta a$  رشد کرده باشد و عبارت داخل کروشه در سمت راست معادله (۴۴)، شکل اصلاح شده  $\Delta U_{pf}^p$  می‌باشد. از روی مقدار  $\sigma_{fn}$  محاسبه شده برای هر مرحله از رشد ترک به راحتی می‌توان  $G$  متناظر با این مرحله از رشد ترک را به دست

با:

$$S_d^p = S_{CLDL} \quad (32)$$

اما در هنگام حرکت، ناحیه پلاستیک (ناحیه هاشور تیره) نیز جاروب می‌شود. پس مساحت کل ناحیه پلاستیک جدید به قرار زیر است:

$$S_d^p |_t = S_{ABDC} + S_{A'CDB'} + S_{ACA'} + S_{BDB'} \quad (33)$$

این نیز مستطیلی است به ارتفاع  $AB$  (یا  $A'B'$ ) و عرض  $OO'$ :

$$S_d^p |_t = AB \cdot OO' \quad (34)$$

از آنجا که ارتفاع نقطه  $A$  برابر  $h$  فرض شده است و با توجه به رابطه (۳۱) به رابطه نهایی زیر می‌رسیم:

$$S_d^p |_t = 2h(\Delta a) \quad (35)$$

کار پلاستیک صرف شده در این ناحیه برابر می‌شود با:

$$U_d^p |_{pf} = D_d^p S_d^p |_t = D_d^p 2h(\Delta a) \quad (36)$$

$D_d^p$  چگالی انرژی پلاستیک متوسط می‌باشد که طبق تعریف عبارت است از:

$$D_d^p = \frac{U_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu)}{S_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu)} = D_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) \quad (37)$$

حال با جایگذاری (۳۷) در رابطه (۳۶) رابطه زیر حاصل می‌گردد.

$$U_d^p |_{pf} = D_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) [2h(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) a(\Delta a)] \quad (38)$$

نرخ انرژی پلاستیک (بر واحد سطح) مصروفه برای «هل داده شدن» میدان پلاستیک طبق رابطه تفاضلی، پس از ساده سازی‌های لازم به صورت زیر خواهد شد.

$$\Delta U_{pf}^p = 2D_{\nu}^p(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) h(\beta, \sigma_f, \sigma_Y, E, \nu) \Delta a \quad (39)$$

نرخ انرژی کرنشی آزاد شده در مرحله حرکت

طبق عبارت سمت چپ رابطه تفاضلی (۲۵) نرخ انرژی کرنشی

به دست می‌آید. در یکی از این مراحل مشاهده می‌شود که

$$\sigma_{fn} < \sigma_{fn-1} \quad (49)$$

به عبارت دیگر، از این لحظه به بعد برای رشد ترک نیاز به افزایش بار اعمالی نیست و این همان لحظه ناپایداری است.  $\Delta a_n$  متناظر با این  $\sigma_{fn}$  در واقع معرف  $\Delta a_c$  می‌باشد و در اینجا دو شرط معیار شکست بر اساس منحنی  $R$  برقرارند.

### الگوریتم حل مسئله

رابطه برگشتی (۴۴) همراه با تصحیحات لازم برای اثر طول مؤثر، محور حل مسئله را در این مقاله تشکیل می‌دهد. حال دیگر می‌توان با نوشتن یک برنامه عددی این مسئله را به سهولت حل کرد. الگوریتم حل مسئله در شکل (۵) نشان داده شده است. مرحله پردازش اطلاعات را می‌توان تا حد زیادی به صورت تحلیلی انجام داد. به این ترتیب معادله برگشتی (۴۴) و به تبع آن برنامه حل آن تا حد زیادی ساده خواهد شد.

با حل مجموعه روابط برگشتی (۴۹) از طریق الگوریتم ارائه شده منحنی  $R$  به صورت مجموعه زیر محاسبه شده و قابل ترسیم است:

$$R = \{(G_{\text{eff}}, \Delta a), (G_{\text{eff}}, 2\Delta a), \dots, (G_{\text{eff}}, n\Delta a)\} \quad (50)$$

### ارائه و بررسی نتایج برای یک مثال خاص

آلیاژ آلومینیم AA 7075-T6 برای این مطالعه موردی انتخاب شد. زیرا ویژگیهای آن هم از نظر منحنی  $R$  و هم از لحاظ منحنی مشخصه تنش - کرنش در دست بود. جداول (۱) و (۲) این خصوصیات را نشان می‌دهد.

جدول ۱: مشخصات آلومینیم T6 - 7075 از لحاظ مکانیک شکست [۲۵].

پارامتر	$G_{Ic}$ (kJ/m <sup>2</sup> )	$R_o$ (kJ/m <sup>2</sup> )	$f$ (kJ/m <sup>2</sup> )	$p$
مقدار	۱۸/۸	۲۷/۸	۱۰/۵	۰/۶۶

جدول ۲: مشخصات مقاومت مصالحی آلومینیم T6 - 7075 [۲۶].

پارامتر	$\sigma_f$ (Mpa)	$\epsilon_f$ (%)	H (Mpa)	n	E (Gpa)
مقدار	۴۸۳/۴	۲۲/۷	۷۱۸/۷	۰/۰۸	۷۳/۷

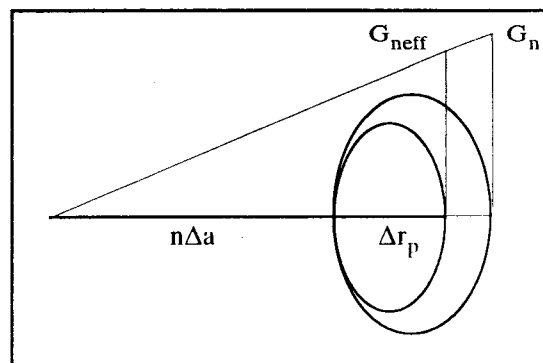
آورد.

$$G_n = \frac{\alpha \beta^2 \pi \sigma_{fn}^2 (a_0 + n\Delta a)}{\kappa} \quad (45)$$

از مجموعه مقادیر  $G_n$ ، نقاط منحنی  $R$  به دست می‌آید و می‌توان منحنی را رسم کرد.

$$R = \{(G_1, \Delta a), (G_2, 2\Delta a), \dots\} \quad (46)$$

معمولاً هنگام آزمایش به جای طول واقعی ترک طول مؤثر آن را در نظر می‌گیرند. اما در هنگام رشد ترک، ابعاد ناحیه پلاستیک بزرگ می‌شود، یعنی در هنگام رشد ترک به اندازه واقعی  $\Delta a$ ، طول مؤثر آن بیشتر از این مقدار و به اندازه  $\Delta a + \Delta r_p$  افزایش می‌یابد (شکل ۴). چون مبنای ترسیم منحنی  $R$  در آزمایش طول مؤثر است، پس باید در رابطه (۴۶) نیز به جای  $\Delta a$ ،  $\Delta a_{\text{eff}}$  را قرار داد و لذا طبق شکل (۴) از مقدار  $G_n$  باندازه یک نسبت هندسی کاسته می‌شود.



شکل ۴: نمایش ترسیمی نحوه اثر طول مؤثر بر کمیت‌های محاسبه شده.

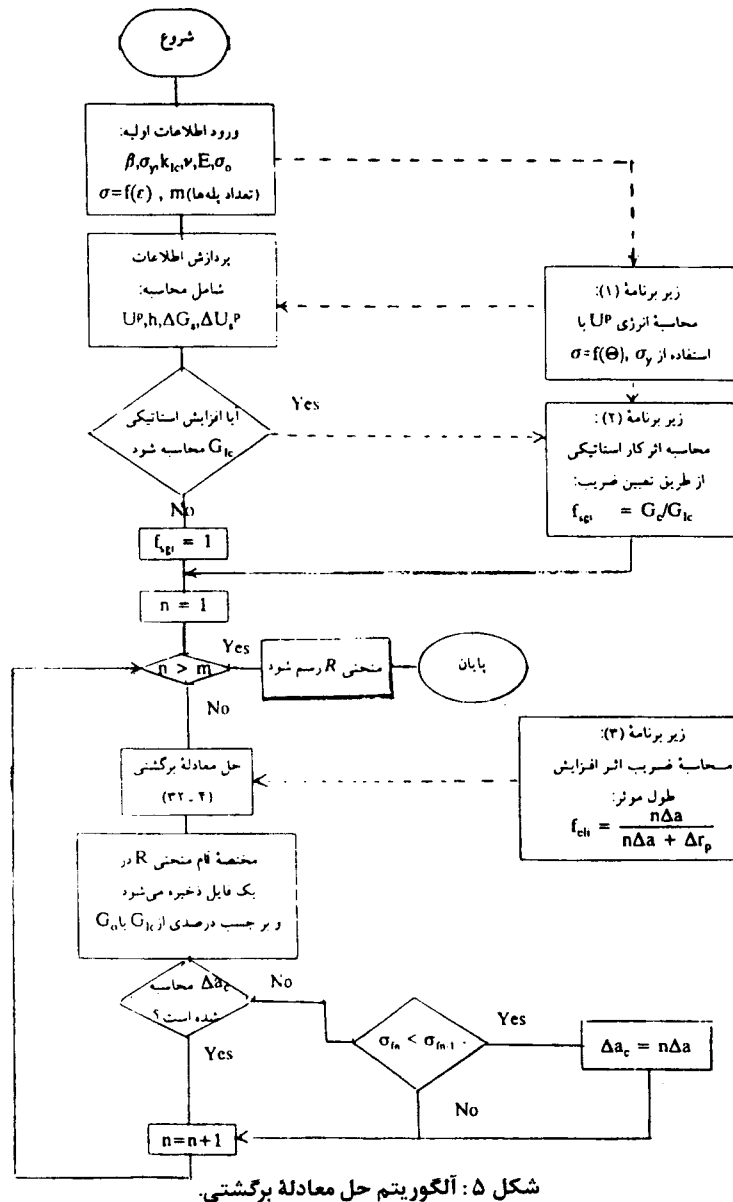
$$G_{\text{eff.}} = \frac{n\Delta a}{n\Delta a + \Delta r_p} G_n = f_{\text{eli}} \cdot G_n \quad (47)$$

که در آن  $f_{\text{eli}}$ ، ضریب اثر افزایش طول مؤثر است. همین تصحیح باید در مورد هر کمیت دیگر محاسبه شده برای هر مرحله نیز انجام داده شود. بنابراین در معادله برگشتی نهایی (۴۴)، در هر مرحله  $RHS(n)$  نیز باید تصحیح گردد.

$$RHS(n)_{\text{eff.}} = f_{\text{eli}} \cdot RHS(n) \quad (48)$$

از معادله برگشتی (۴۵) برای هر طول  $a_n$  می‌توان افزایش طول بحرانی  $\Delta a_c$  که در آن ناپایداری رخ می‌دهد، را نیز به راحتی یافت. همان طور که گفته شد از رابطه برگشتی فوق‌الذکر یک مجموعه  $\sigma_{fn}$





شکل ۵: الگوریتم حل معادله برگشتی.

شد که شامل محدوده کاری وسیعی از مکانیک شکست بوده و تغییر طول ترک اولیه‌ای به میزان چهار برابر را دربر می‌گیرد (یعنی از  $a_0$  در مورد  $\sigma_0 = 0.5\sigma_p$  تا  $4a_0$  در مورد  $\sigma_0 = 0.25\sigma_p$ ). مشاهده می‌شود که مقدار خطای نسبی در هیچ حالتی از حدود ۲۰ درصد و خطای مطلق از حداکثر ۱۰ درصد  $G_0$  بیشتر نمی‌باشد. شکل کلی تمامی منحنی‌های R نظری تطابق جالبی با منحنی R تجربی دارند. گرچه در اینجا منحنی‌های R به طول اولیه ترک بستگی دارند، اما این وابستگی از حساسیت زیادی برخوردار نبوده و فقط درصد خطا را اندکی تغییر می‌دهد. این امر همانطور که در فوق توضیح داده شد تا حد زیادی بخاطر اشکالات و ساده‌سازیهای مدل پیشنهادی می‌باشد. ولی با توجه به اینکه این پدیده هنوز یک فرض است، ممکن است مقداری از این خطاها هم به منحنی

به منظور اینکه بتوان منحنی‌های R در حالات مختلف را در یک دستگاه واحد مقایسه کرد، باید در هنگام رسم آنها برای تمام این منحنی‌ها افزایش طول  $\Delta a$  را برحسب یک مقدار مرجع یکسان انجام داد. یعنی لازم است  $\Delta a$  برحسب درصدی از یک طول مرجع  $a_{ref}$  بیان شود و نه خود  $a_0$ . این کار در شکل (۶) انجام شده است. در این شکل در روی محور افقی  $\Delta a$ ، بر حسب درصدی از یک طول مرجع واحد و در روی محور عمودی  $\Delta G$  بر حسب درصدی از  $G_0$  (و نه  $G_{IC}$ ) آورده شده است. چون در این حال  $\Delta G$  بر حسب درصدی از  $G_0$  بیان می‌شود، بنابراین اثر افزایش  $G_{IC}$  در اثر کار پلاستیک استاتیکی تا مقدار  $G_0$  بطور خودبخود در این روش ملحوظ خواهد شد. در این شکل منحنی تجربی با چهار منحنی نظری برای چهار مقدار مختلف  $\sigma_0$  از  $0.25\sigma_p$  تا  $0.5\sigma_p$  مقایسه

### نتیجه گیری

هدف از تحقیق حاضر یافتن روشی برای تخمین نظری منحنی R بود. این منحنی یکی از مهمترین معیارهای شکست شبه ترد در مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک بوده و می توان آن را بعنوان تعمیمی از معیارهای شکست الاستیک خطی در نظر گرفت. مقایسه منحنی های R نظری برای یک محدوده نسبتاً وسیع از طولهای اولیه ترک مختلف که از لحاظ عملی کاربرد بیشتری در مکانیک شکست دارند، نشان داد که میزان خطا در محدوده قابل قبولی (کمتر از ۲۰ درصد یا حتی در مورد منحنی  $k_{R}$  کمتر از ۱۵ درصد) قرار داشته و برای بعضی از مقادیر تنش اعمالی منحنی های نظری و تجربی بر هم تقریباً منطبق شدند. دوم، پیش بینی نقاط ناپایداری توسط روش نظری با پیش بینی حاصل از منحنی R تجربی مقایسه شد. این نیز در طراحی های الاستیک - پلاستیک در مکانیک شکست می تواند حائز اهمیت باشد. تفاوت منحنی های نظری و تجربی در اینجا نیز زیاد نبوده و شکل اساسی و نحوه رفتار منحنی ها نیز کاملاً مشابه بود.

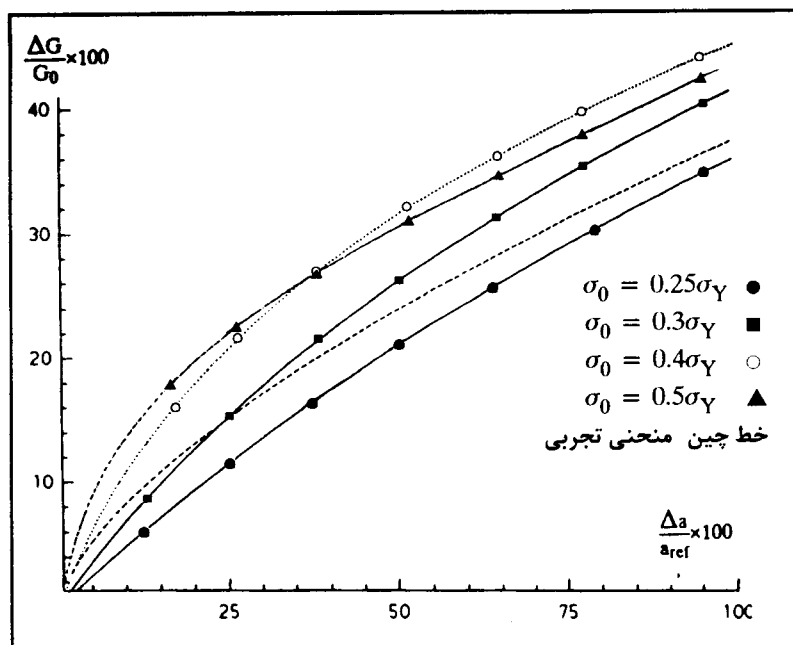
### تشکر و قدردانی

از معاونت پژوهشی دانشگاه تهران برای پشتیبانی از این تحقیق تشکر می گردد.

تجربی ربط داشته باشد. لذا تعیین درصد و نقش عوامل مختلف، گذشته از بررسی های نظری، محتاج انجام آزمایشهای تجربی نیز خواهد بود. باکمک رابطه موجود بین G و K و از روی نتایج منحنی R (یا در واقع منحنی  $\Delta G - \Delta a$ ) منحنی  $k_{R}$  (منحنی  $\Delta k - \Delta a$ ) در شکل (۷) ترسیم شده است که این منحنی معادل منحنی R بوده و غالباً در طراحی بجای منحنی R از آن استفاده می شود. در این شکل مشاهده می شود که خطای نسبی باز هم کاهش یافته و به کمتر از ۱۵ درصد در بدترین حالت رسیده است. در ضمن تطابق منحنی ها از نظر شکل باز هم مساعدتر شده است.

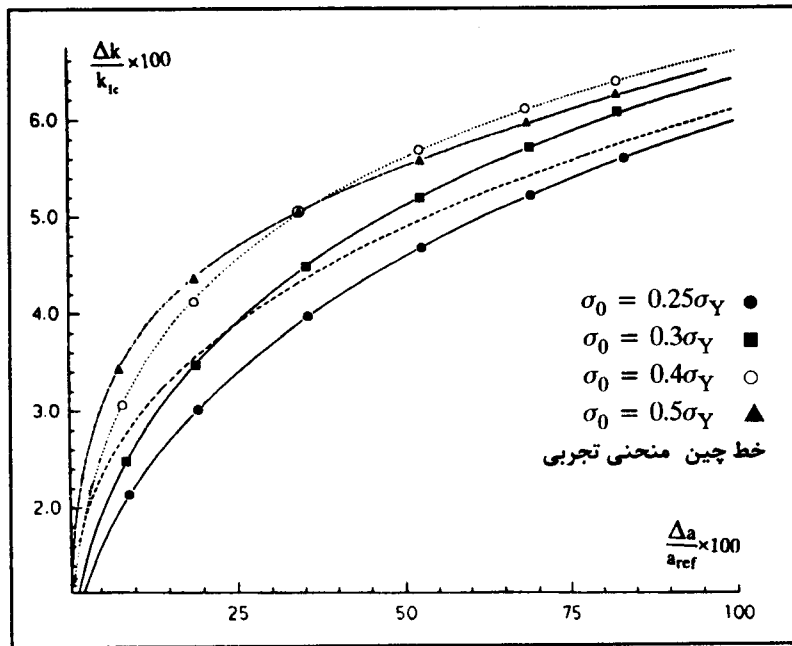
سؤالی که در اینجا ممکن است پیش بیاید، این است که تأثیر خطاها یا اختلافات موجود در نقاط ناپایداری محاسبه شده، چقدر است. چون گذشته از محاسبه مقدار افزایش نرخ آزادسازی انرژی کرنشی مورد نیاز برای ادامه رشد پایدار ترک، محاسبه لحظه شروع ناپایداری نیز به عنوان یک معیار مهم در طراحی عملی براساس مفهوم منحنی R در مکانیک شکست حائز اهمیت است.

برای این منظور نقاط ناپایداری نظری با استفاده از شرط (۴۹) و نقاط ناپایداری تجربی از طریق اعمال شرط ناپایداری روی منحنی R تجربی محاسبه شده و بصورت دو منحنی جداگانه در شکل (۸) ترسیم شده اند.

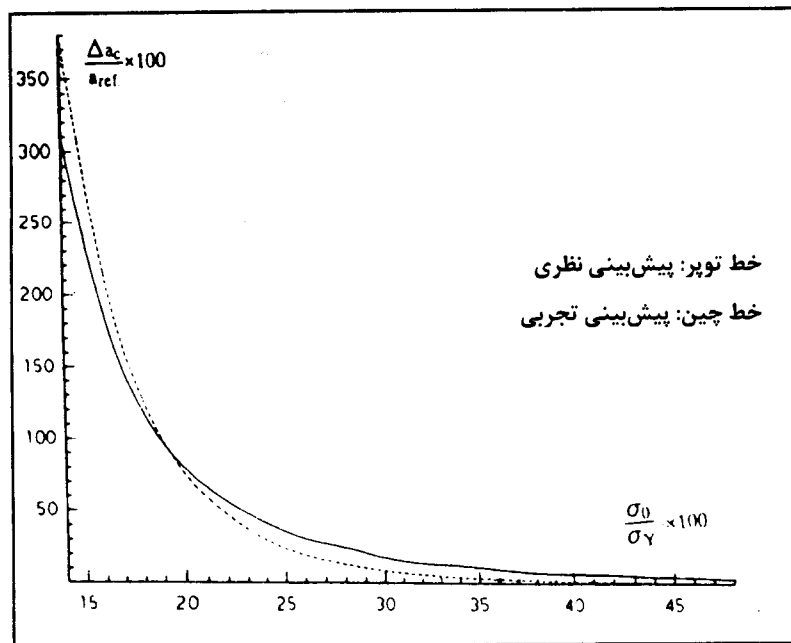


شکل ۶: مقایسه منحنی R تجربی برای آلیاژ آلومینیم 7075-T6 با منحنی های R نظری برای حالات مختلف بارگذاری و طولهای اولیه ترک گوناگون.

(طول مرجع  $a_{ref}$  طوری انتخاب شده که به ازای آن در هنگام شروع رشد ترک  $\sigma_0 = 0.4\sigma_Y$  باشد).



شکل ۷: مقایسه منحنی  $k_R$  تجربی برای آلیاژ آلومینیم 7075-T6 با منحنی‌های R نظری برای حالات مختلف بارگذاری (طولهای ترک اولیه گوناگون). توضیحات طبق شکل (۶).



شکل ۸: مقایسه نقاط ناپایداری نظری با نقاط حاصل از تجربه در مورد یک آلیاژ آلومینیم 7075-T6 (طول مرجع  $a_{ref}$  طوری انتخاب شده که در هنگام شروع رشد ترک  $\sigma_0 = 0.4\sigma_Y$  باشد).

## مراجع

- 1 - Griffith, A. A. (1921). "The phenomena of rupture and flow in solids." *Philosophical Transactions of the Royal Society in London*. A221.
- 2 - Griffith, A. A. (1924). "The theory of rupture." *Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics*, Delft, PP. 55-63.
- 3 - Inglis, C. E. (1913). "Stresses in a Plate due to the presence of cracks and sharp corners." *Transactions of the Institute of Naval Architects*, Vol. 55, PP. 219-241.
- 4 - Westergaard, H. M. (1934). "Stresses at a crack, size of the crack and the bending of reinforced concrete." *Proceedings of the American Concrete Institute*, Vol. 30, PP. 93-102.
- 5 - Westergaard, H. M. (1937). "Bearing pressures and cracks." *J. of Applied Mech. Trans. ASME*, Vol. 6, PP. A 49- A53.
- 6 - Sneddon, I. N. (1946). "The distribution of stress in the neighborhood of a crack in an elastic solid." *Proceedings of the Royal Society in London*, Vol. 187A, PP. 229-260.
- 7 - Williams, M. L. (1957). "On the stress distribution at the base of a stationary crack." *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 24, PP. 109-114.
- 8 - Irwin, G. R. (1957). "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate." *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 24, PP. 361-364.
- 9 - Sih, G. C. (1965). "Stress distribution near internal crack tips for longitudinal shear problems." *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, Vol. 32, PP. 51-58.
- 10 - Wang, D. Y. and McCabe, D. E. (1974). *In proceedings of 8th nat. symp. providence*, Rhode Island, Brown University.
- 11 - (1973). *Fracture toughness evaluation by R- Curve methods ASTM STP 527*, PP. 1-112.
- 12 - (1981). "Standard practice for R-curve determination." *ASTM Annual Book of Standards*, Part 10, E561- 81, PP. 680-699.
- 13 - Romanoski, G. R. and Burchell, T. D. (1991). "Effects of specimen geometry and size on the fracture toughness of nuclear graphites." *International Atomic Energy Agency Specialists Meeting on Status of Graphite Development for Gas Cooled Reactors*, Tokai, Japan, PP. 9-12.
- 14 - Lawn, B. R., Alpert, C. J. and Bennison, S. J. (1989). "Strength and Microstructure of Ceramics - Final technical report 87-89." *Nat. Inst. of Standards and Technology (IMSE) Gaithersburg, MD, Ceramic Div.*, Rept. No. AFOSR- TR- 90 - 0013.
- 15 - Quinn, G. D., Salem, J., Baron, I., Cho, K. and foley, M. (1992). "Fracture toughness of advanced ceramics at room temprature." *J. of Research of the Nat. Inst. of Standards and Technology*, Vol. 97, PP. 579-607.
- 16 - Macheret, J. and Bucci, R. (1993). "A crack growth resistance curve approach to fiber/ metal laminate fracture toughness evaluation." *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 45, PP. 729-739.
- 17 - Jenkin, M. G., Ghosh, A. and okura, A. (1990). "Micromechanical modeling of crack growth resistance in a carbon / carbon composite." *Int. Conf. on Micromechanics of Failure of Quasi-Brittle Materials.*, Albuquerque, NM (USA), PP. 7-8.

- 18 - Wecharatana, M. and Shah, S. P. (1983). "Prediction of nonlinear fracture process zone in concrete." *ASCE J. of Eng. Mech.*, Vol. 109, PP. 1231-1246.
- 19 - Clarke, F. J. P., Tattersall, H. G. and Tapin, G. (1966). *In proc. brit. ceram. society*, Vol. 6, P. 163.
- 20 - Congelton, J. (1965). *In int. J. of fract. mech.*, Vol. 1, P. 14.
- 21 - Averbawch, B. L. (1968). "Some physical aspects of fracture." *In Fracture - an advanced treatise (ed. H. Liebowitz) Academic Press*, Vol. I, PP. 441-472.
- 22 - Stuewe, H. P. (1980). *Engineering fracture mechanics*. Vol. 13, PP. 231-236.
- 23 - Stuewe, H. P. (1981). *In thrce dimensional constitutive relation and ductile fracture.* (ed. S. Nemat - Nasser), Northholand, Amesterdam, PP. 213-227.
- 24 - Kolednik, O. (1993). "A simple model to explain the geometry dependence of J -  $\Delta a$  - curves." *Int. J. of Fract.*, Vol. 63, PP. 263-274.
- 25 - Atkins A. G. and Mai, Y. W. (1988). *Elastic and plastic fracture*. Ellis Horwood Lmd., P. 659.
- 26 - Gerberich, W. W. (1964). "Plastic strains and energy density in cracked plates. Part I - Experimental technique and results." *Exp. Mech.*, PP. 335-344.

## واژه نامه :

1 - Semi-inverse	روش شبه - معکوس
2 - Anti-symmetric	پاد متقارن
3 - Toughness	دارای چغرمگی
4 - Semi-emperical	نیمه تجربی
5 - Hybrid laminates	لایه ای هیبرید
6 - Plastic hinge	لولای پلاستیک
7 - Ductile	چکش خوار
8 - Slipage	لغزش
9 - Cleavage	شکافت
10 - Dimple structure	ساختار حفره‌ای
11 - Process zone	ناحیه فرایند

