

# تحلیل دقیق موجبر تک شکاف به روش ممان با توابع پایه سینوسی فراگیر

جلیل راشد محصل

دانشیار گروه مهندسی برق و کامپیوتر - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

علی باستانی

دانشجوی دوره دکترای مخابرات - دانشگاه کلمبیا

(تاریخ دریافت ۷۸/۷/۱۲، تاریخ تصویب ۸۰/۸/۱۹)

## چکیده

در این مقاله شکاف باریک در دیواره پهن موجبر مستطیلی به کمک روش ممان تحلیل شده است. در این روش اثر القای مجدد روی دیواره ها و ضخامت دیواره موجبر لحاظ شده است. در واقع روش ممان برای حل یک جفت معادله انتگرالی - حاصل از شرایط مرزی و بکمک توابع گرین- بکار رفته است. در نتیجه حل این دو معادله، مولفه مماسی میدان الکتریکی روی سطوح بالایی و پایینی شکاف بدست آمده است. این میدان ها با یک سری تابع سینوسی بسط داده شده و نشان داده شده است که برخلاف سایر توابع پایه تنها چند جمله برای همگرایی پاسخ ها کافی است. در نتیجه ابعاد ماتریس حاصل کاهش یافته است. سپس نتایج بدست آمده از تحلیل پارامتر های مختلف شکاف با نتایج آزمایشی موجود مقایسه شده است.

**واژه های کلیدی:** موجبر تک شکاف، روش ممان، تابش الکترومغناطیسی

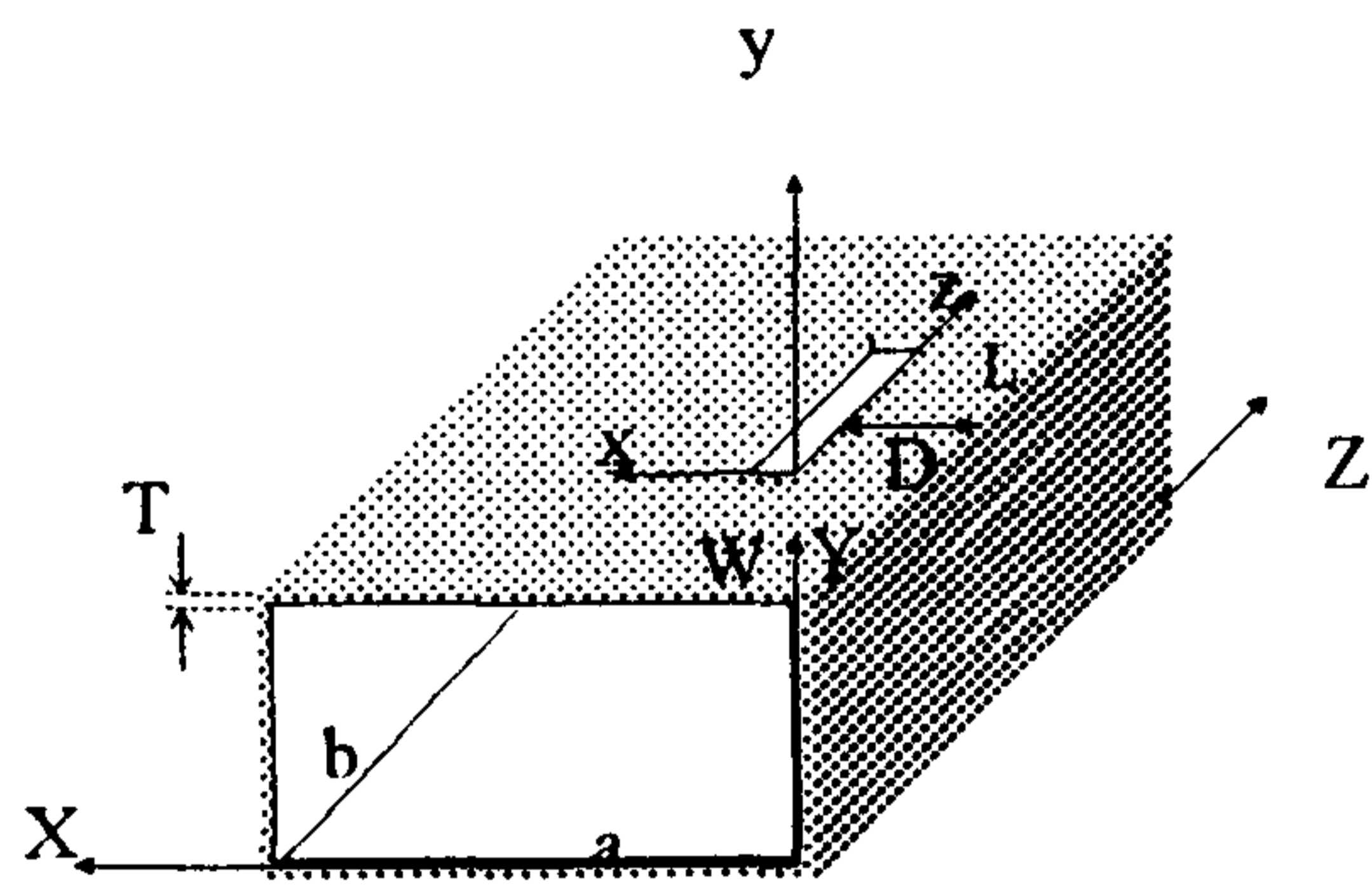
## مقدمه

القای مجدد روی دیواره ها<sup>۱</sup> و تزویج مدهای مرتبه بالا رانمیتوان بسادگی در تحلیل منظور کرد. برای رفع این محدودیتها، تحلیل آنتن های موجبری شکافدار به روش ممان برای اولین مرتبه توسط Carson و Vu Khac [۵] انجام شد. نتایج حاصل از تحلیل آنها با آزمایش مطابقت دارد. ولی استفاده از توابع پایه پالسی کار و آرون کردن ماتریس بزرگ حاصل را- که دارای سری های نامتناهی است - مشکل میسازد. پس از این کار، روشهای مشابهی نیز بکار گرفته شدند [۶-۱۱]. در این روشها از توابع پایه سینوسی - که توجیه فیزیکی مناسبی نیز دارند- استفاده شده است.

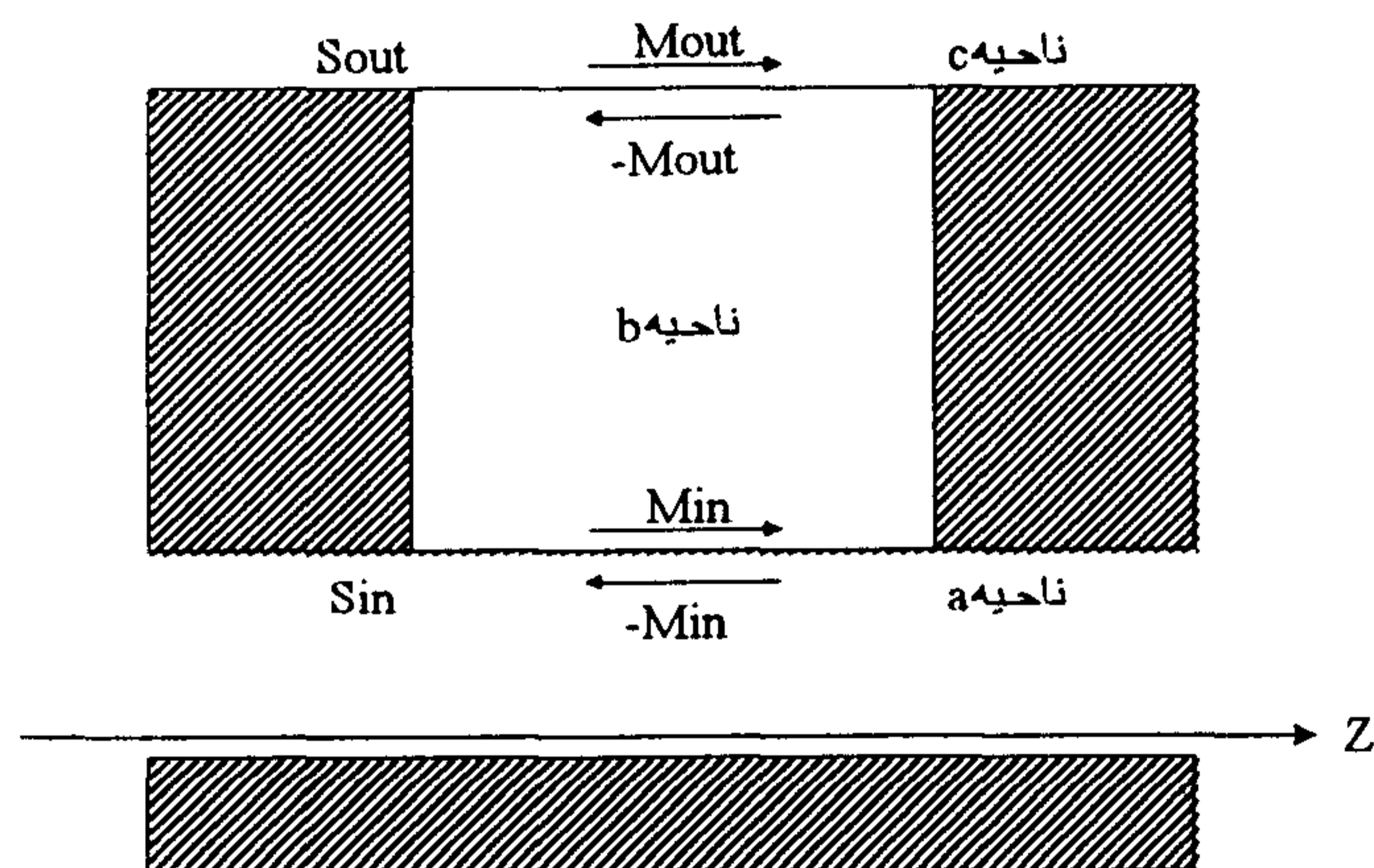
در این مقاله، روش ممان به نحو متفاوتی از کارهای پیشین برای تک شکاف در دیواره ضخیم موجبر عرضه شده است. از آنجا که شکافهای طولی بیشترین استفاده

هر چند که استفاده از آنتن های موجبری شکافدار چندین دهه سابقه دارد [۴-۱]، اما تنها در دو دهه اخیر به علت افزایش سرعت رایانه ها حل تحلیلی آنها ممکن شده است. یکی از اولین مقالاتی که در مورد آنتن های موجبری شکافدار تشدید و غیر تشدید نگاشته شده است از مدارهای معادل شکافهای سری و موازی استفاده می کند که بوسیله فرمولبندی امواج ایستا برای مدهای مختلف موجبر بدست می آیند [۳]. امیدانس های مدار معادل به روش Variational و با استفاده از توابع آزمون سینوسی بدست می آیند (بافرض اینکه ضخامت نیز لحاظ گردد). پس از این مقاله، روش Variational برای شکافهای مایل و شکاف در موجبرهای دنداندار نیز مورد استفاده قرار گرفت [۳]. یکی از ضعفهای ذاتی روش Variational این است که اثر ضخامت دیواره ها،

مشخصات هر ناحیه (موجبر، حفره و نیم فضا) معلوم است و هر یک از این سه ناحیه با جریانهای در سطح شکاف تحریک می گردند. این جریانها سبب پیوستگی مولفه مماسی میدان الکتریکی در این روی سطوح شکاف می گردند. این وضعیت در شکل (۲) نشان داده شده است. چنانچه تابع دایادی گرین را با معادله:



شکل ۱: نمای موجبر شکافدار و محورهای مختصات مورد استفاده.



شکل ۲: مقطع طولی موجبر شکافدار.

$$\nabla \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r} | \vec{r}_0) - k^2 \vec{G}(\vec{r} | \vec{r}_0) = -\vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (3)$$

$$\hat{n} \times \nabla \times \vec{G}(\vec{r} | \vec{r}_0) = 0 \quad (4)$$

روی سطوح رسانای کامل تعریف نماییم، آنگاه میدان مغناطیسی در هر ناحیه با استفاده از رابطه زیر به دست می آید [۵]:

عملی را دارند، لذا تحلیل خود را بر این شکافها متمرکز می نماییم. در روش آرایه شده معادلات را می توان با کمی تغییر برای شکافهای عرضی و مایل نیز بدست آورد. این روش اثرات القای مجدد روی دیواره ها و تزویج مدهای مرتبه بالا را نیز شامل می گردد. توابع سینوسی بعنوان توابع پایه انتخاب شده اند. به کمک این توابع خواهیم دید که می توان حل دقیقی را به کمک بسط جریانهای معادل تنها با چند جمله بدست آورد. در نتیجه در محاسبات با ماتریس های نسبتا کوچکی سروکار خواهیم داشت و زمان صرف شده برای محاسبات کاهش می یابد.

### فرمولبندی روش ممان

میدانهای الکتریکی و مغناطیسی حاصل از روش ممان برای تحلیل مسئله موجبر شکافدار باید سه شرط را برآورده کنند: (الف) در معادلات ماکسول صدق کنند. (ب) شرط تابش را برآورده سازند و (پ) در شرایط پیوستگی روی سطوح بالایی و پایینی روزنه صدق کنند. در شکل (۱)، ساختار هندسی مورد بررسی نشان داده شده است. برای سادگی، داخل موجبر را ناحیه 'a'، شکاف را ناحیه 'b' و نیم فضا را ناحیه 'c' می نامیم. میدانهای ناحیه های 'a'، 'b' و 'c' بترتیب عبارتند از:  $(E_a + E_i, H_a + H_i)$  و  $(E_c, H_c)$  و  $(E_b, H_b)$ . در این روابط  $(E_i, H_i)$  میدانهای تابشی در موجبر، وقتی که روزنه اتصال کوتاه باشد، فرض می شوند. برای برقراری شرایط مرزی، باید روی سطوح بالایی و پائینی  $(S_{out}, S_{in})$  داشته باشیم:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_a - \vec{E}_b) = 0 \quad \text{روی Sin} \quad (1)$$

$$\hat{n}' \times (\vec{E}_c - \vec{E}_b) = 0 \quad \text{روی Sout} \quad (2)$$

با استفاده از اصل تعادل میدانها می توان روزنه را با یک اتصال کوتاه مغناطیسی (دیواره مغناطیسی) جایگزین نمود. بردار جریان مغناطیسی معادل برای سطوح بالایی و پائینی شکاف بترتیب  $(\hat{n} \times \vec{E})$  و  $(\hat{n} \times \vec{E}) -$  خواهد بود [۷]. به کمک این اصل می توان مساله موجبر شکافدار را به مساله ای شامل سه ناحیه متصل به هم تبدیل کرد که

$$M_s(z_0) = \sin(\alpha_s z_0); \quad \alpha_s = \frac{s\pi}{L}; \quad s = 1, 2, 3, \dots, N \quad (10)$$

برای روش ممان به انتخاب توابع آزمون نیز نیاز داریم .  
توابع آزمون را نیز از نوع سینوسی انتخاب می نمائیم :

$$M_t(z) = \sin(\alpha_t z); \quad \alpha_t = \frac{t\pi}{L}; \quad t = 1, 2, 3, \dots, N \quad (11)$$

در واقع روش Galerkin را انتخاب می نمائیم . نهایتاً معادلات انتگرالی به شکل ماتریسی زیر در می آیند :

$$\begin{bmatrix} A \\ C \\ D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

سایر عناصر ماتریس با روابط ذیل تعریف می شوند:

$$A_{ts} = -j\omega\epsilon \iint_{\text{Sin}} M_t(z) \hat{x} \cdot \{ \hat{n} \times \iint_{\text{Sin}} [\overline{G}a(\vec{r} | \vec{r}_0) + \overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0)] \cdot [M_s(z) \hat{z}] ds_0 \} ds = WT(t,s) - CT(t,s) \quad (13)$$

$$B_{ts} = -j\omega\epsilon \iint_{\text{Sout}} M_t(z) \hat{x} \cdot \{ \hat{n}' \times \iint_{\text{Sout}} [\overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0) + \overline{G}c(\vec{r} | \vec{r}_0)] \cdot [M_s(z) \hat{z}] ds_0 \} ds = CT(t,s) + HS T(t,s) \quad (14)$$

$$C_{ts} = j\omega\epsilon \iint_{\text{Sin}} M_t(z) \hat{x} \cdot \{ \hat{n} \times \iint_{\text{Sout}} [\overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0)] \cdot [M_s(z) \hat{z}] ds_0 \} ds = CT(t,s) \quad (15)$$

$$D_{ts} = j\omega\epsilon \iint_{\text{Sout}} M_t(z) \hat{x} \cdot \{ \hat{n}' \times \iint_{\text{Sin}} [\overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0)] \cdot [M_s(z) \hat{z}] ds_0 \} ds = -CT(t,s) \quad (16)$$

$$h_t = - \iint_{\text{Sin}} M_t(z) \hat{x} \cdot \{ \hat{n} \times \vec{H}_i(\vec{r}) \} ds = IFT(t) \quad (17)$$

که در این معادلات  $WT(t,s)$  جمله موج بر،  $CT(t,s)$  جمله کاواک ،  $HTS(t,s)$  جمله مربوط به نیم فضا و  $IFT(t)$  جمله مربوط به موج تابش است . با حل انتگرالهای فوق و محاسبه المانهای ماتریس ، پارامترهای پراکندگی شکاف محاسبه می گردند ( $[a],[b]$ ) .

$$\vec{H}(\vec{r}) = j\omega\epsilon \iint_S \overline{G}(\vec{r} | \vec{r}_0) \cdot \vec{M}(\vec{r}_0) ds_0 \quad (5)$$

در این رابطه،  $\vec{M}(\vec{r}_0)$  بردارچگالی جریان سطحی مغناطیسی می باشد. با اعمال شرایط مرزی روی میدانهای مغناطیسی مماسی ، یک جفت معادله انتگرالی برای  $(\hat{n} \times \vec{E})$  و  $(\hat{n}' \times \vec{E}')$  بدست می آید:

$$\hat{n} \times \vec{H}_i(\vec{r}) = j\omega\epsilon \hat{n} \times \iint_{\text{Sin}} \{ \overline{G}a(\vec{r} | \vec{r}_0) + \overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0) \} \cdot \{ \hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}_0) \} ds_0 + j\omega\epsilon \hat{n} \times \iint_{\text{Sout}} \overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0) \cdot \{ \hat{n}' \times \vec{E}'(\vec{r}_0) \} ds_0 \quad (6) \text{ روی } \vec{r} \text{ Sin}$$

$$0 = j\omega\epsilon \hat{n}' \times \iint_{\text{Sout}} \{ \overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0) + \overline{G}c(\vec{r} | \vec{r}_0) \} \cdot \{ \hat{n}' \times \vec{E}'(\vec{r}_0) \} ds_0 + j\omega\epsilon \hat{n}' \times \iint_{\text{Sin}} \overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0) \cdot \{ \hat{n} \times \vec{E}(\vec{r}_0) \} ds_0 \quad (7) \text{ روی } \vec{r} \text{ Sout}$$

در این معادلات  $\overline{G}a(\vec{r} | \vec{r}_0)$  ،  $\overline{G}b(\vec{r} | \vec{r}_0)$  و  $\overline{G}c(\vec{r} | \vec{r}_0)$  بترتیب توابع دایادی گرین برای نواحی  $a$  ،  $b$  و  $c$  می باشند. زوج معادله انتگرالی بالا، اساس تحلیل ما می باشند.

از ظاهر پیچیده معادلات (۶) و (۷) و روشن است که نمی توان آنها را مستقیماً حل نمود و به یک روش عددی نیازمندیم . مناسب ترین روش، روش ممان است [۱۲] ، که مزیت آن ، قابلیت اعمال مستقیم به معادلات انتگرالی ، بدون نیاز به باز آرای معادلات می باشد. یکی از نکات مهم در فرمولبندی معادلات ، انتخاب مناسب توابع پایه می باشد. در واقع بهترین توابع پایه برای شکافهای مستطیلی ، توابع سینوسی می باشند [۷] . همچنین  $Vu$  Khac با بکارگیری توابع پایه پالسی، نشان داد که درحوالی فرکانس تشدید مد اصلی ، میدانهای شکاف اساساً سینوسی هستند [۵] . لذا در این مقاله نیز از توابع پایه سینوسی فراگیر استفاده می شود. در دستگاه مختصات شکاف:

$$\vec{M}_{in}(\vec{r}_0) = \hat{n} \times \vec{E} = \hat{n} \times \sum_{s=1}^N a_s M_s(z_0) \hat{x} \quad ; \text{ روی } \vec{r} \text{ Sin} \quad (8)$$

$$\vec{M}_{out}(\vec{r}_0) = \hat{n}' \times \vec{E}' = \hat{n}' \times \sum_{s=1}^N b_s M_s(z_0) \hat{x} \quad \text{ روی } \vec{r} \text{ Sout} \quad (9)$$

### اثر نیم فضا

جمله مربوط به نیم فضا،  $HST(t,s)$  در معادلات

مورد نظر، به شکل زیر می باشد:

$$HST(t,s) = -j\omega\epsilon \iint_{S_{out}} M_t(z) \iint_{S_{out}} G_{ZZ}^c(x,z;x_0,z_0) M_s(z_0) ds_0 ds$$

$$ds_0 = dx_0 dz_0 ; ds = dx dz$$

(۱۸)

تابع دایادی گرین برای نیم فضا برابر است با [۲]:

$$\overline{\overline{G^c}}(\vec{r}|\vec{r}_0) = -\left(I + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla\right) \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{2\pi|\vec{r}-\vec{r}_0|}$$

(۱۹)

بکمک انتگرالگیری جزء به جزء و با تغییر

متغیر  $u = z - z_0, u_0 = z + z_0 - L$

و  $v = x - x_0, v_0 = x + x_0$  خواهیم داشت:

$$HST(t,s) = \frac{j\omega\epsilon}{2\pi k^2} [1 + (-1)^{s+t}]$$

$$\left\{ \int_{u=0}^L \int_{v=0}^W \frac{e^{-jk\sqrt{u^2+v^2}}}{\sqrt{u^2+v^2}} F(u,v) dv du \right\}$$

(۲۰)

در رابطه فوق  $F(u,v)$  با رابطه زیر تعریف می گردد:

$$F(u,v) = \begin{cases} (W-v) \left\{ \frac{1}{\alpha_t} (k^2 + \alpha_t^2) \sin(\alpha_t u) \right\} ; t=s \\ \frac{2(W-v)}{\alpha_t^2 - \alpha_s^2} \left\{ \alpha_t (k^2 - \alpha_s^2) \sin(\alpha_s u) - \alpha_s (k^2 - \alpha_t^2) \sin(\alpha_t u) \right\} ; t \neq s \end{cases}$$

(۲۱)

نکته ای که در پایان بحث باید یادآور شد این است که در

معادله (۲۰)، انتگرالده در مبداء تکین است. برای رفع این

تکینی مختصات دکارتی را به قطبی تبدیل می کنیم.

### اثر حفرة تشدید (کاواک)

جمله مربوط به حفرة،  $CT(t,s)$ ، در معادلات

مورد نظر به شکل زیر می باشد:

$$CT(t,s) = -j\omega\epsilon \iint_{S1} M_t(z) \iint_{S2} G_{ZZ}^b(x,z;x_0,z_0) M_s(z_0) ds_0 ds$$

(۲۲)

در این معادله  $S1$  و  $S2$  می توانند هر یک از سطوح بالایی (در ناحیه نیم فضا) و پایینی حفرة (در ناحیه موجبر) باشند.  $G_{ZZ}^b$  نیز مولفه  $\hat{z}\hat{z}$  تابع دایادی گرین مربوط به کاواک می باشد [۷]:

$$G_{ZZ}^b = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{n0} \epsilon_{m0}}{WL} \cos\left(\frac{n\pi}{W}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{W}x_0\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}z\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}z_0\right) \times \frac{1 - \left(\frac{m\pi}{kL}\right)^2}{k_g \sin(k_g T)}$$

$$\begin{cases} \cos(k_g y) \cos(k_g (y_0 + T)) ; y > y_0 \\ \cos(k_g (y + T)) \cos(k_g y_0) ; y \leq y_0 \end{cases}$$

(۲۳)

در این عبارت  $k_g = \sqrt{k^2 - (m\pi/L)^2}$  و  $\epsilon_{j0}$  همان تابع نویمان می باشد. بسادگی خواهیم داشت:

$$CT(t,s) = \begin{cases} -j \frac{WLk_g \cot(k_g T)}{2kZ_0} \delta_{ts} ; S1 = S2 \\ -j \frac{WLk_g \operatorname{cosec}(k_g T)}{2kZ_0} \delta_{ts} ; S1 \neq S2 \end{cases}$$

(۲۴)

که در آن  $\delta_{ts}$  تابع دلتای کرونکر و  $Z_0$  امپدانس ذاتی حفرة است.

### اثر موجبر

جمله مربوط به اثر موجبر،  $WT(t,s)$ ، در

معادلات اصلی بصورت زیر است:

$$WT(t,s) = -j\omega\epsilon \iint_{S1} M_t(z) \iint_{S2} G_{ZZ}^a(x,z;x_0,z_0) M_s(z_0) ds_0 ds$$

(۲۵)

$$WT(t,s) = \iint_{Sin} M_t(z) \hat{x} \cdot (-\hat{y}) \times \vec{H}(\vec{r}) ds \quad (32)$$

در معادله فوق  $\vec{H}$  از رابطه (۲۸) بدست می آید.  $F$  نیز به صورت زیر بیان می گردد:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \epsilon \iint_{Sin} M_t(z) \hat{z} \cdot \vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0) ds_0 \quad (33)$$

در این رابطه  $M$  همان چگالی جریان مغناطیسی فرضی روی سطح داخلی موجبر است. از حل معادله (۲۹) با شرایط مرزی (۳۰) و (۳۱) می توان  $\vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0)$  را پیدا کرد. روشن است که در معادله (۳۳) تنها به مولفه  $\hat{z}\hat{z}$  دایاد مغناطیسی احتیاج داریم. این مولفه برابر است با [۱۶،۲۱]:

$$G_{zz}^a = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{n0} \epsilon_{m0}}{2ab} \times$$

$$\frac{\cos\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{a}x_0\right)\cos\left(\frac{m\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{m\pi}{b}y_0\right)}{\Gamma_{nm} (1 - R_{nm}^< R_{nm}^> e^{-2\Gamma_{nm}(z_2 - z_1)})} \times$$

$$\left\{ \begin{aligned} & e^{-\Gamma_{nm}|z-z_0|} - R_{nm}^< e^{2\Gamma_{nm}z_1} e^{-\Gamma_{nm}(z+z_0)} \\ & - R_{nm}^> e^{-2\Gamma_{nm}z_2} e^{\Gamma_{nm}(z+z_0)} + R_{nm}^< R_{nm}^> \\ & e^{-2\Gamma_{nm}(z_2-z_1)} e^{\Gamma_{nm}|z-z_0|} \end{aligned} \right\}$$

(۳۴)

$R_{nm}^>$  و  $R_{nm}^<$  ضرایب بازتاب دو انتهای موجبر (واقع در  $z_1$  و  $z_2$ ) هستند (برای بار تطبیق شده برابر صفر و برای مدار باز برابر یک) و  $\Gamma_{nm}$  برابر است با:

$$\Gamma_{nm} = \sqrt{(n\pi/a)^2 + (m\pi/b)^2 - k^2} \quad (34)$$

بنابراین خواهیم داشت:

در این رابطه  $G_{zz}^a$  مولفه  $\hat{z}\hat{z}$  تابع دایادی گرین از نوع الکتریکی مربوط به موجبر مستطیلی است. این تابع شامل یک ضربه در محل منبع می باشد [۱۹-۱۴]. در واقع وجود چنین جمله ای در تابع دایادی گرین برای صدق میدانهای حاصل از آن در معادلات ماکسول لازم است. چنانچه از این دایاد برای یافتن میدان مغناطیسی استفاده نماییم، آنگاه در حاصل جمع مدهای مختلف میدان مغناطیسی، جمله ای از مرتبه  $\Gamma^{-1}$  ظاهر می گردد و لذا حاصل جمع مذکور واگرا میشود. در نتیجه استفاده از دایاد الکتریکی دارای مشکلات محاسباتی است و باید به دنبال روش جایگزین بود. بهترین روش جایگزین، استفاده از تابع دایادی گرین از نوع مغناطیسی،  $G_m$  می باشد. می دانیم:

$$\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (26)$$

و با اعمال معادلات ماکسول خواهیم داشت:

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad (27)$$

از روی  $\vec{F}$  و با رابطه زیر می توان  $\vec{H}$  را پیدا کرد:

$$\vec{H} = -j\omega \vec{F} - j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \nabla \nabla \cdot \vec{F} \quad (28)$$

دایاد گرین مورد نظر برای حل معادله (۲۵) در معادله ذیل صادق است:

$$\nabla^2 \vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0) + k^2 \vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0) = -\vec{I} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (29)$$

$$\hat{n} \times \nabla \times \vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0) = 0 \quad (30)$$

$$\hat{n} \cdot \vec{G}_m(\vec{r} | \vec{r}_0) = 0 \quad (31)$$

بدین ترتیب انتگرال (۲۵) را می توان به صورت زیر باز نویسی نمود:

عبارت  $G_{ZZ}^a(x, y, z; x_0, y_0, z_0)$  دارای دو مجموعه نامحدود است. بدیهی است که در هنگام محاسبه عددی  $G_{ZZ}^a(x, y, z; x_0, y_0, z_0)$  باید بی نهایت را با عددی متناهی جایگزین نماییم. در این مورد می توان نشان داد که با محاسبه مجموع تعداد ۲۵۰۰ مد، تابع دایادی گرین همگرا می گردد [۷].

### اثر موج تابشی

تأثیر موج تابشی درون موجبر (میدان تغذیه موجبر)،  $IFT(t)$ ، با معادله زیر بیان می گردد:

$$IFT(t) = \iint_{Sin} M_t(z) H_z^+(x, z) ds \quad (41)$$

که در آن (با فرض انتشار مد اصلی در موجبر) [۲۰]:

$$H_z^+(x, z) = -j \frac{A_{10}}{\omega \mu \epsilon} (\pi/a)^2 \cos(\pi x/a) e^{-j\beta_g z} \quad (42)$$

$$\beta_g = \sqrt{\beta^2 - (\pi/a)^2} \quad (43)$$

در رابطه (۴۲)،  $A_{10}$  ضریب ثابتی است که می توان آن را از ولتاژ شکست دی الکتریک درون موجبر بدست آورد. اگر دی الکتریک درون موجبر در میدان  $E_{max}$  تخلیه الکتریکی شود [۲۰]؛ به سادگی خواهیم داشت:

$$IFT(t) = \frac{-jE_{max}}{\omega \mu} \frac{(t\pi/L) \left[ 1 - (-1)^t e^{-jL\beta_g} \right]}{(t\pi/L)^2 - \beta_g^2} \times$$

$$\left[ \sin\left(\frac{\pi(W+D)}{a}\right) - \sin\left(\frac{\pi D}{a}\right) \right] \quad (44)$$

### محاسبه ضرایب باز تاب و انتقال

معادلات لازم برای محاسبه ضرایب باز تاب و انتقال شکاف (در مد غالب و درون موجبر)، بترتیب به

$$WT(t, s) = -\frac{j\omega\epsilon}{2abk^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W; n=0 \\ (a/n\pi) \left[ \sin\left(\frac{n\pi(W+D)}{a}\right) - \sin\left(\frac{n\pi D}{a}\right) \right]; n \neq 0 \end{array} \right\}^2$$

$$\times \frac{\epsilon_{n0} \epsilon_{m0}}{1 - R_{nm}^< R_{nm}^> e^{-2\Gamma_{nm}(z_2-z_1)}} \times$$

$$\left[ I_1(n, m) - I_2(n, m) - I_3(n, m) + I_4(n, m) \right]$$

(۳۶)

که در این رابطه داریم:

$$I_1(n, m) = \frac{\alpha_s \alpha_t [\Gamma_{nm}^2 + k^2]}{\Gamma_{nm} [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_s^2] [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_t^2]} \left[ 1 + (-1)^{s+t} \right]$$

$$\left[ 1 - (-1)^t e^{-\Gamma_{nm} L} \right] + \frac{[k^2 - \alpha_s^2]}{[\Gamma_{nm}^2 + \alpha_s^2]} L \delta_{ts}$$

(۳۷)

$$I_2(n, m) = \frac{R_{nm}^< \alpha_s \alpha_t [\Gamma_{nm}^2 + k^2]}{\Gamma_{nm} [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_s^2] [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_t^2]} \times$$

$$e^{+2\Gamma_{nm} z_1} \left[ 1 - (-1)^s e^{-\Gamma_{nm} L} \right] \left[ 1 - (-1)^t e^{-\Gamma_{nm} L} \right]$$

(۳۸)

$$I_3(n, m) = \frac{R_{nm}^> \alpha_s \alpha_t [\Gamma_{nm}^2 + k^2]}{\Gamma_{nm} [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_s^2] [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_t^2]} \times$$

$$e^{-2\Gamma_{nm} z_2} \left[ 1 - (-1)^s e^{+\Gamma_{nm} L} \right] \left[ 1 - (-1)^t e^{+\Gamma_{nm} L} \right]$$

(۳۹)

$$I_4(n, m) = \frac{R_{nm}^< R_{nm}^> \alpha_s \alpha_t [\Gamma_{nm}^2 + k^2]}{\Gamma_{nm} [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_s^2] [\Gamma_{nm}^2 + \alpha_t^2]} \times$$

$$e^{-2\Gamma_{nm}(z_2-z_1)} \left[ 1 + (-1)^{s+t} \right] \left[ 1 - (-1)^t e^{+\Gamma_{nm} L} \right]$$

(۴۰)

ابتدا نتایج عددی مربوط به شکاف مستطیلی را بررسی می‌نماییم. در واقع به خاطر محدودیت‌های مکانیکی ساخت آنتنهای موجبری شکافدار، معمولاً شکافها را با سوراخ کردن (مته کردن) روی موجبر ایجاد می‌کنند. در نتیجه دو انتهای شکاف به حالت گرد در می‌آیند. در نمونه‌های مورد استناد در این بخش، با بکارگیری روشهای ساخت دقیق، شکافهایی با شکل کاملاً مستطیلی (بدون گوشه‌های گرد) روی موجبر ایجاد گشته‌اند. دقت ماشینکاری نیز حدود ۰/۰۰۱ اینچ می‌باشد [۹-۷]. در شکل‌های (۳) و (۴)، بترتیب مقدارهای محاسبه شده اندازه ضرایب انعکاس و انتقال حاصل از روش آرایه شده در این مقاله با مقادیر نظیر آنها که توسط Vu Khac و با کمک توابع پایه پالسی محاسبه شده‌اند [۵]، مقایسه گشته‌اند. برای شکافهایی که در عمل مورد توجه هستند (یعنی شکافهایی که طول آنها بین  $\lambda/8$  تا  $\lambda/2$  می‌باشد) و در حوالی نقطه تشدید، یک تابع پایه در بسط مولفه مماسی میدان الکتریکی شکاف برای داشتن جوابی دقیق کافی است. این مطلب از آنجا ناشی می‌گردد که در حوالی نقطه تشدید، میدان الکتریکی شکاف اساساً سینوسی می‌باشد [۵-۹]. در شکل‌های (۳) و (۴) چون محاسبات برای محدوده وسیعی از طول شکاف صورت گرفته است، لذا از دو تابع پایه در بسط مولفه مماسی میدان الکتریکی شکاف استفاده شده است. ملاحظه می‌گردد که در حوالی نقطه تشدید انطباق کاملی بین دو روش وجود دارد. در کل نیز نتایج محاسبه شده از دو روش مطابقت خوبی با هم دارند با این تفاوت که با توجه به ماهیت تناوبی توابع انتخاب شده، در روش حاضر یک یا دو تابع پایه برای حل مساله کافی است که نسبت به توابع دیگر انتخاب شده زمان بسیار کمتری لازم دارد. و وقتی حل آرایه‌ها مورد نظر باشد، کاهش زمان اهمیت خاصی پیدا می‌کند.

پیش از ادامه دادن این بخش لازم است که معیاری را تعریف نماییم تا بحث روی نتایج عددی حالتی عملی‌تر به خود بگیرد. این معیار "طول تشدید" نام دارد و بنا بر تعریف عبارت است از: "طولی از شکاف که به ازای آن ادمیتانس نرمالیزه شکاف حقیقی خالص بشود." برای این منظور ادمیتانس نرمالیزه شکاف را می‌توان اینگونه تعریف

کمک دو معادله زیر تعریف می‌گردد [۵]:

$$R_{10} = -\frac{1}{2 \sin} \iint \vec{H}_{10}^+(x, z) \cdot \vec{M}(z) dx dz \quad (45)$$

$$T_{10} = 1 - \frac{1}{2 \sin} \iint \vec{H}_{10}^-(x, z) \cdot \vec{M}(z) dx dz \quad (46)$$

با توجه به معادلات (۴۵) و (۴۶) و معادله (۴۲) برای  $R_{10}$  خواهیم داشت:

$$R_{10} = j \frac{E_{\max}}{2 \omega \mu} \sum_{s=1}^N a_s \frac{(s\pi/L) \left[ 1 - (-1)^s e^{-jL\beta_g} \right]}{(s\pi/L)^2 - \beta_g^2} \times \left[ \sin\left(\frac{\pi}{a}(W+D)\right) - \sin\left(\frac{\pi}{a}D\right) \right] \quad (47)$$

به صورت مشابه برای  $T_{10}$  نیز داریم:

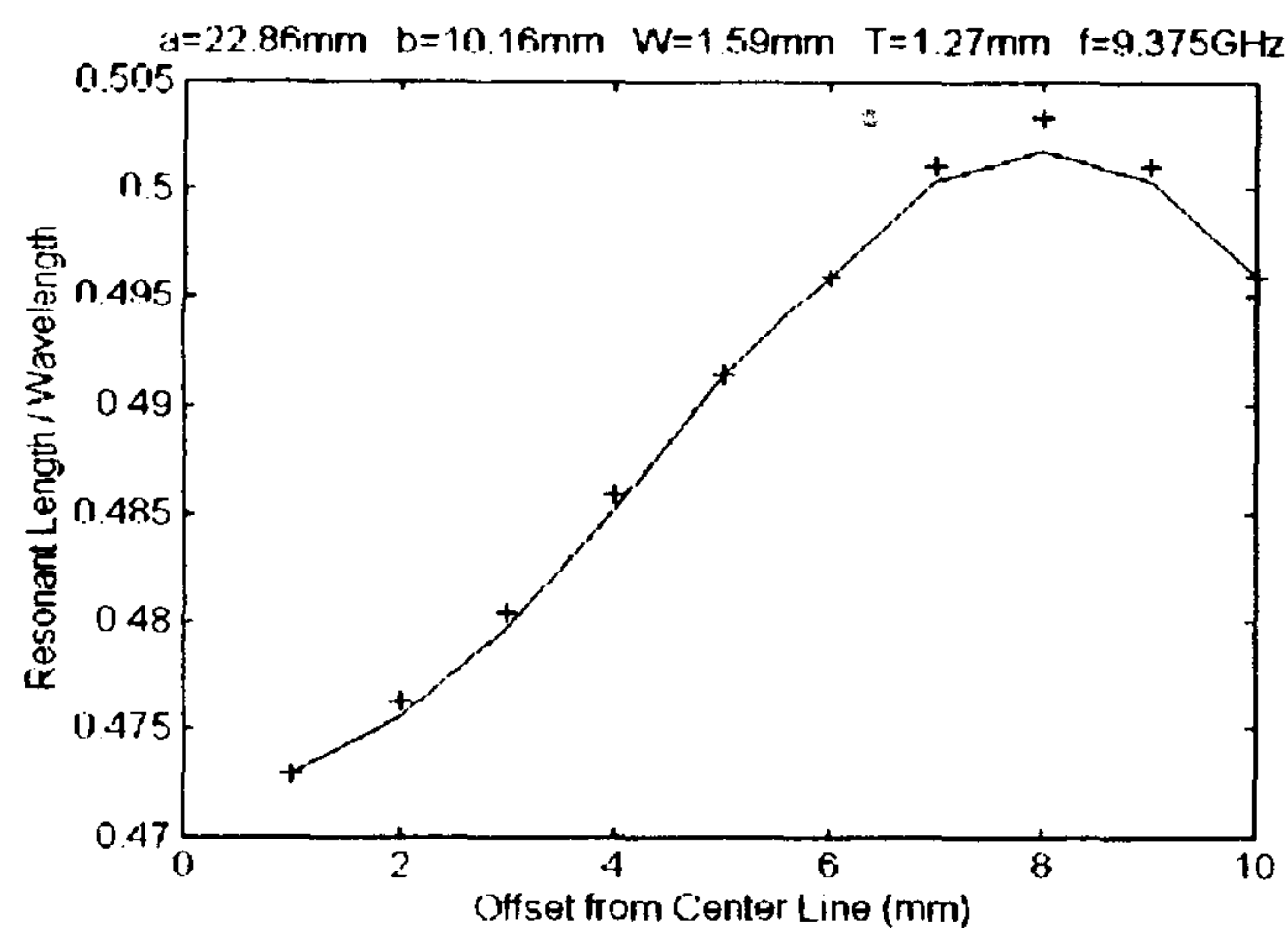
$$T_{10} = 1 + j \frac{E_{\max}}{2 \omega \mu} \sum_{s=1}^N a_s \frac{(s\pi/L) \left[ 1 - (-1)^s e^{+jL\beta_g} \right]}{(s\pi/L)^2 - \beta_g^2} \times \left[ \sin\left(\frac{\pi}{a}(W+D)\right) - \sin\left(\frac{\pi}{a}D\right) \right] \quad (48)$$

اکنون بکمک این روابط می‌توانیم دقت روابط بدست آمده در قسمت‌های قبل را با نتایج حاصل از اندازه‌گیری و روشهایی که در گذشته آرایه گشته‌اند، مقایسه نماییم.

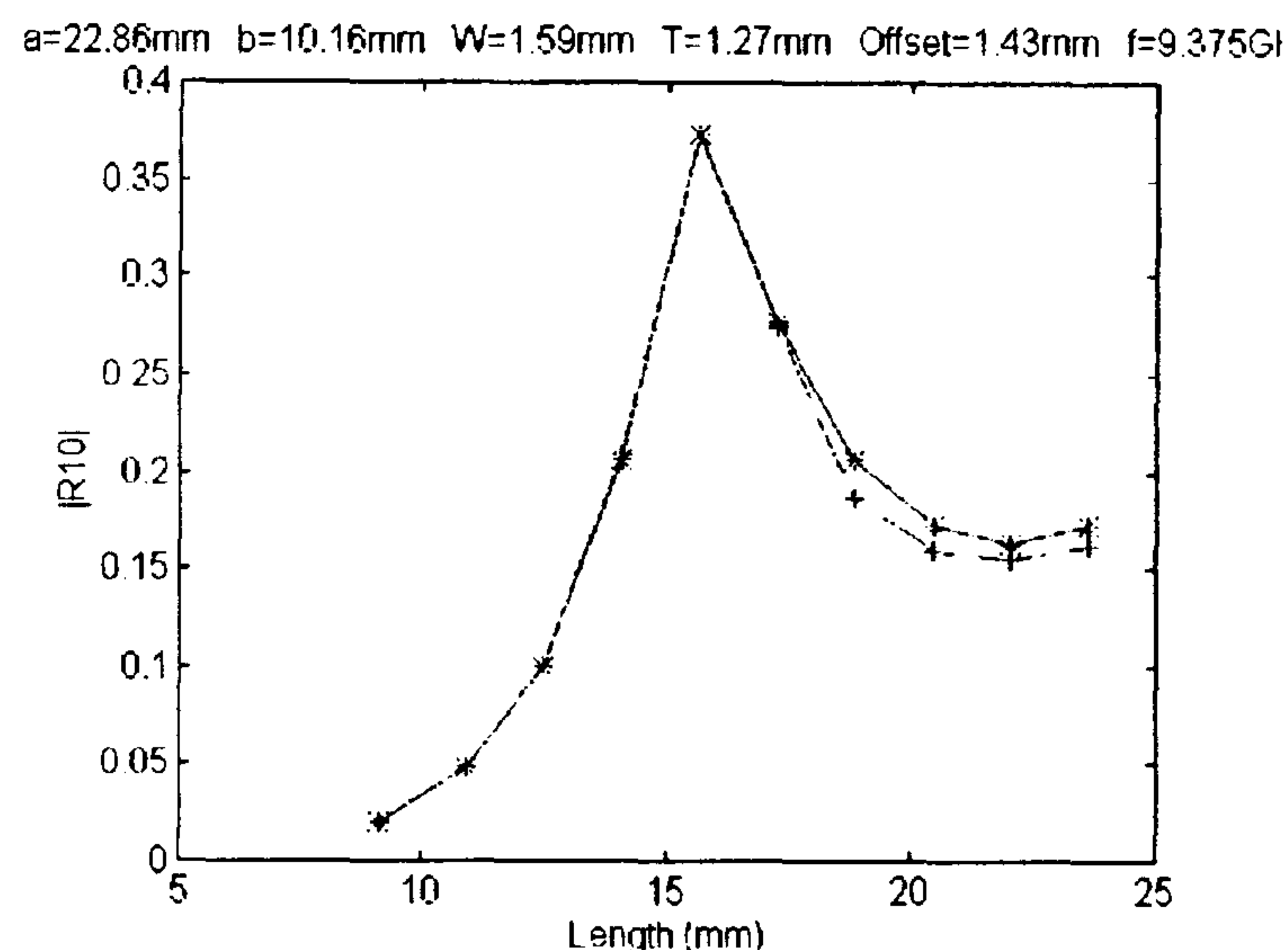
## نتایج عددی

در این بخش نتایج عددی مبتنی بر معادلات ارائه شده در بخشهای قبل را بررسی می‌نماییم. هدف آن است که نشان دهیم معادلات به دست آمده در قبل از دو جهت قابل اطمینان هستند: اول؛ از جهت تطابق با نتایج محاسباتی روشهای پیشین؛ و دوم؛ از جهت انطباق با نتایج اندازه‌گیری‌ها عملی.

کرد [۹]:



شکل ۶: مقایسه طول تشدید (برحسب  $\lambda$ ) در روش حاضر و محاسبه Vu Khac [۵] (-\*-)

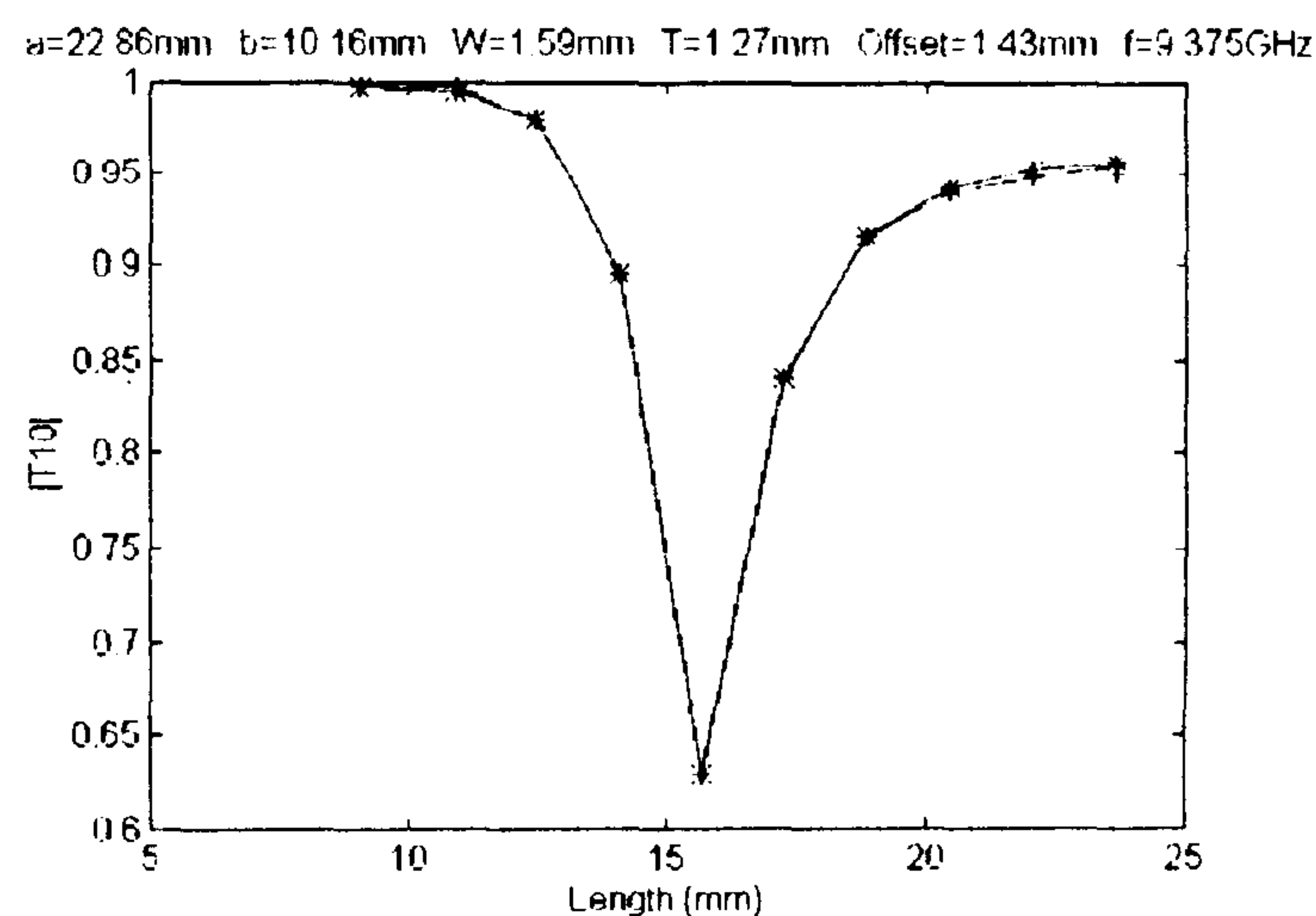


شکل ۳: مقایسه ضریب انعکاس محاسبه شده (-\*-) و محاسبه Vu Khac [۵] (-\*-)

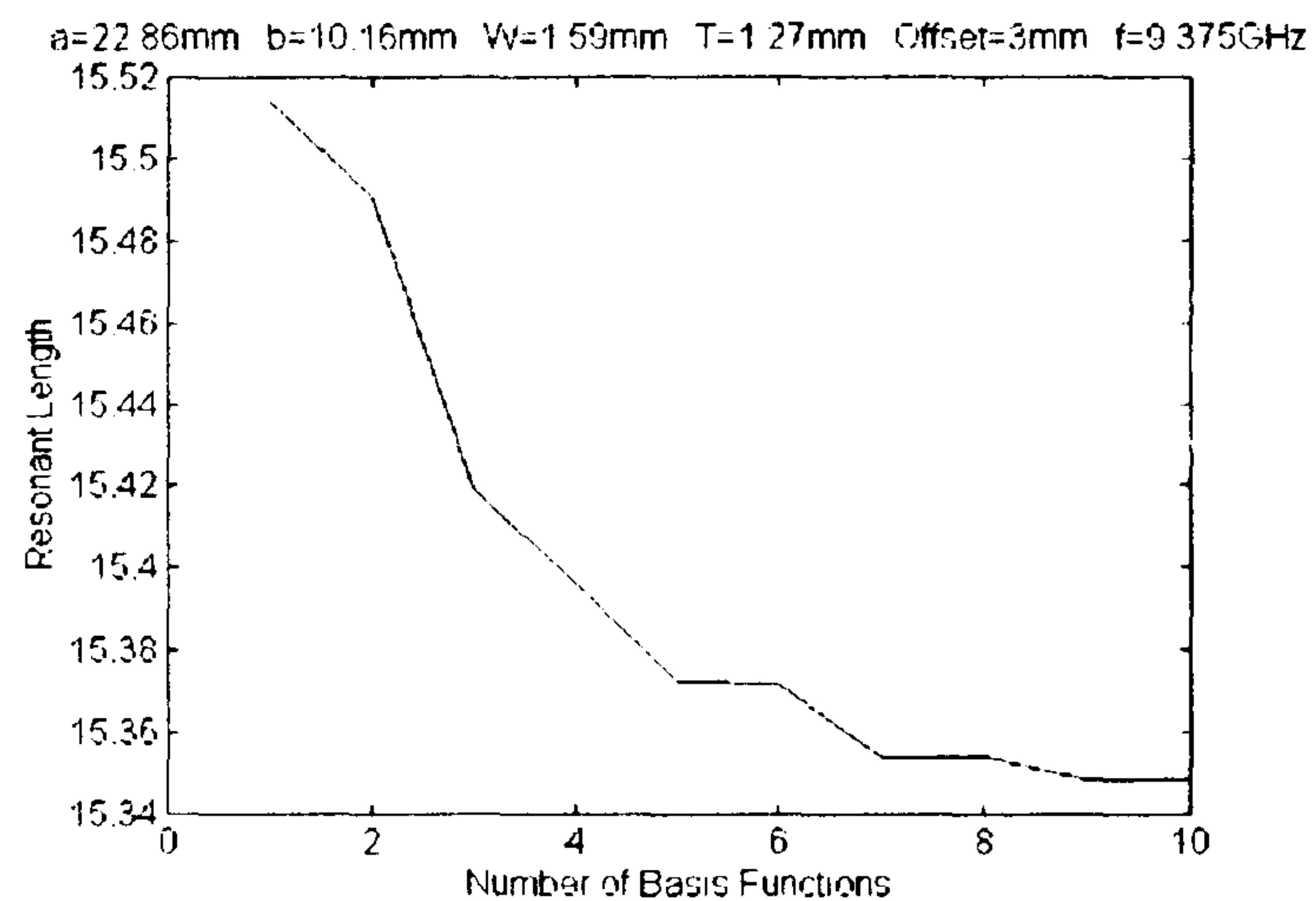
$$\frac{Y}{Y_0} = \frac{-2R_{10}}{1+R_{10}}$$

(۴۹)

اکنون می خواهیم بدانیم که چه تعداد تابع پایه در بسط مولفه مماسی میدان الکتریکی شکاف، همگرایی طول تشدید را تضمین میکند؟ این مطلب در شکل (۵) آمده است. در این شکل وابستگی طول تشدید به تعداد توابع پایه به خوبی نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه میگردد با تعداد ۱۰ تابع پایه، مقدار محاسبه شده برای طول تشدید کاملاً همگرا می گردد. البته اگر دقت زیادی را لازم نداشته باشیم، می توانیم از تعداد کمتری تابع پایه استفاده نماییم و در عوض در زمان لازم برای محاسبات صرفه جویی کنیم (زمان لازم برای محاسبه هر طول تشدید زیاد و قابل توجه است). در شکل (۶)، طول تشدید برای موجبر استاندارد باند X محاسبه شده است (بر حسب آفست مقدار جابجایی شکاف از میانه موجبر). این نتایج با مقادیر محاسبه شده توسط Vu Khac مقایسه گشته است [۵]. در مرجع اخیر از توابع پایه پالسی و روش Point Matching استفاده شده است. از روی شکل (۶) به خوبی می توان دید که نتایج عددی دو روش انطباق بسیار خوبی با هم دارند. در واقع حداکثر اختلاف حدود  $0.003\lambda_0$  است. در این محاسبات از ۱۰ تابع پایه استفاده شده است. در شکل (۷)، طول تشدید برای موجبر



شکل ۴: مقایسه ضریب انتقال محاسبه شده (-\*-) و محاسبه Vu Khac [۵] (-\*-)



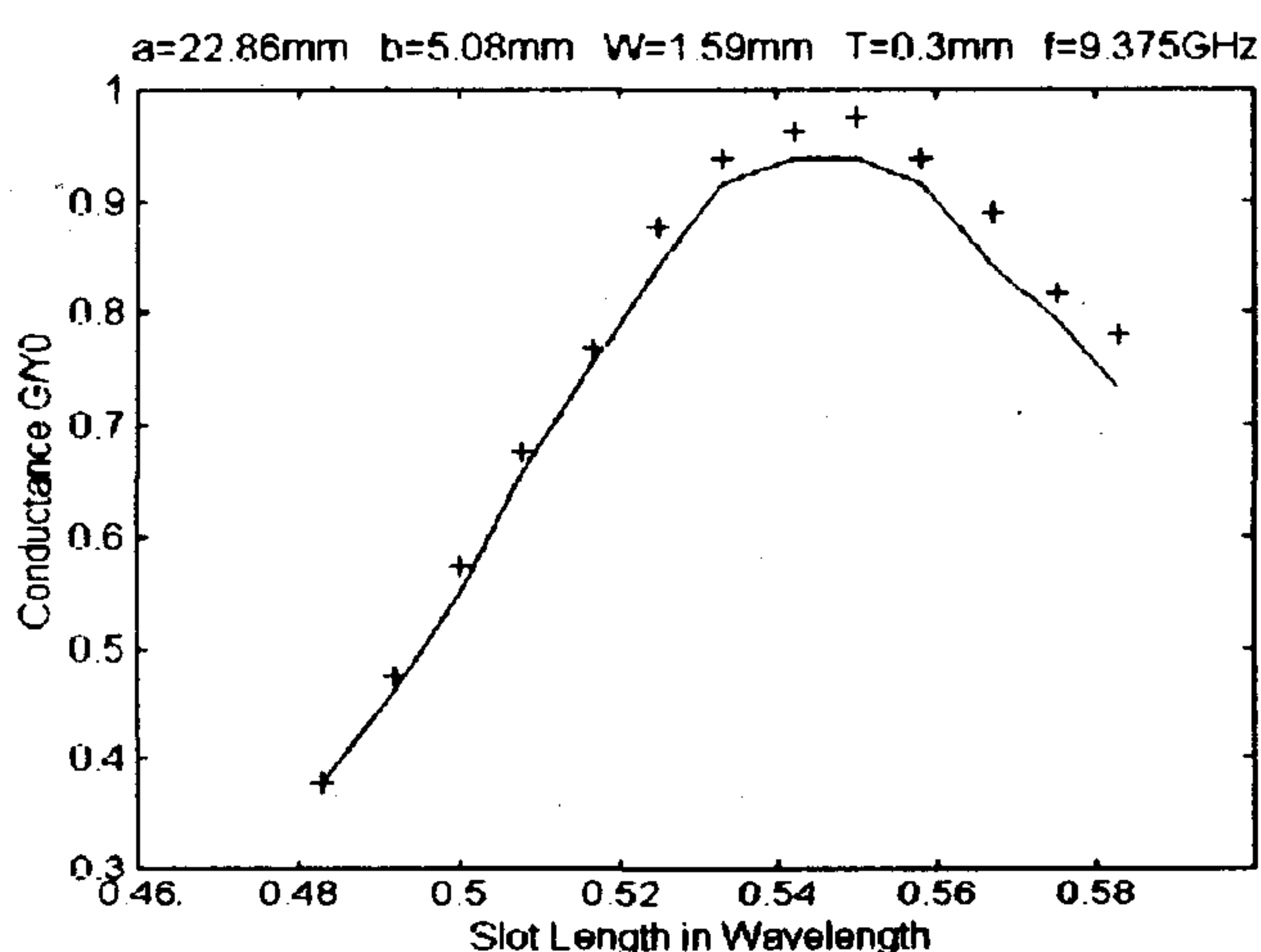
شکل ۵: همگرایی طول تشدید بر حسب تعداد توابع پایه.



بسیار زیادی می باشد. لذا به ناچار باید از شکافهایی با گوشه های گرد استفاده کنیم. زیرا این شکافها با مته کاری به راحتی ایجاد می گردند. هر چند که تحلیل این نوع شکافها ناممکن نیست، اما پیچیدگی تحلیل را افزایش می دهد، در نتیجه در این بخش به بررسی تاثیر این شکافها بر نتایج حاصل از اندازه گیری ها می پردازیم. به کمک نتایج این مقایسه می توانیم اصلاحات لازم را در تحلیل خود به عمل آوریم. برای تصحیح این خطا می توان از رابطه زیر استفاده کرد [۳،۶،۹]:

$$L_{\text{Round-ended}} - L_{\text{Square-ended}} = \Delta \cdot W \quad (50)$$

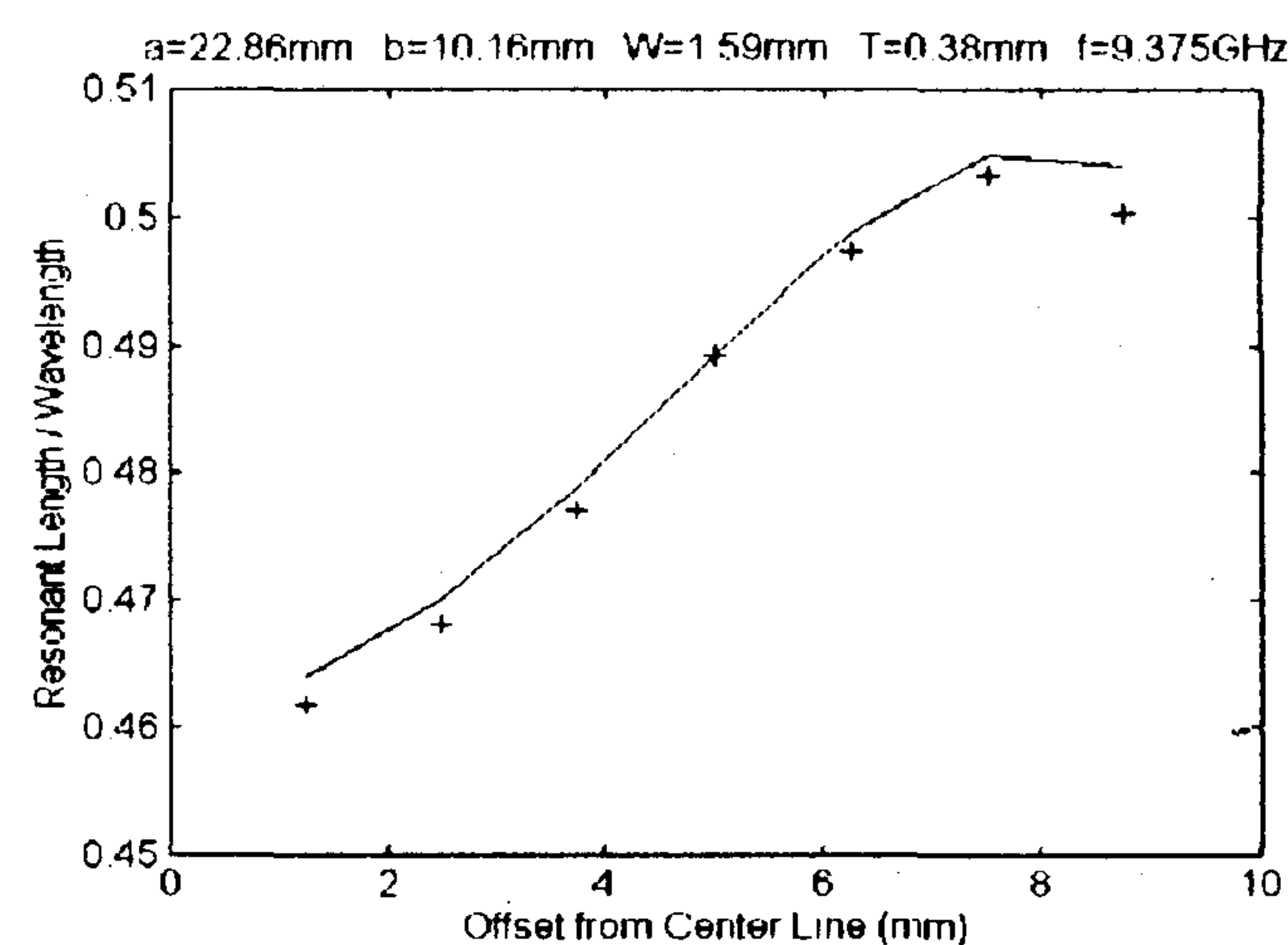
در رابطه فوق  $L_{\text{Round-ended}}$  و  $L_{\text{Square-ended}}$  به ترتیب طول تشدید برای شکاف با گوشه های قائمه و با گوشه های گرد می باشند.  $W$  عرض شکاف و  $\Delta$  نیز ضریب تصحیحی است که از مقایسه نتایج تحلیل شکاف کاملاً مستطیلی با نتایج اندازه گیری روی شکافی با گوشه های گرد بدست می آید.



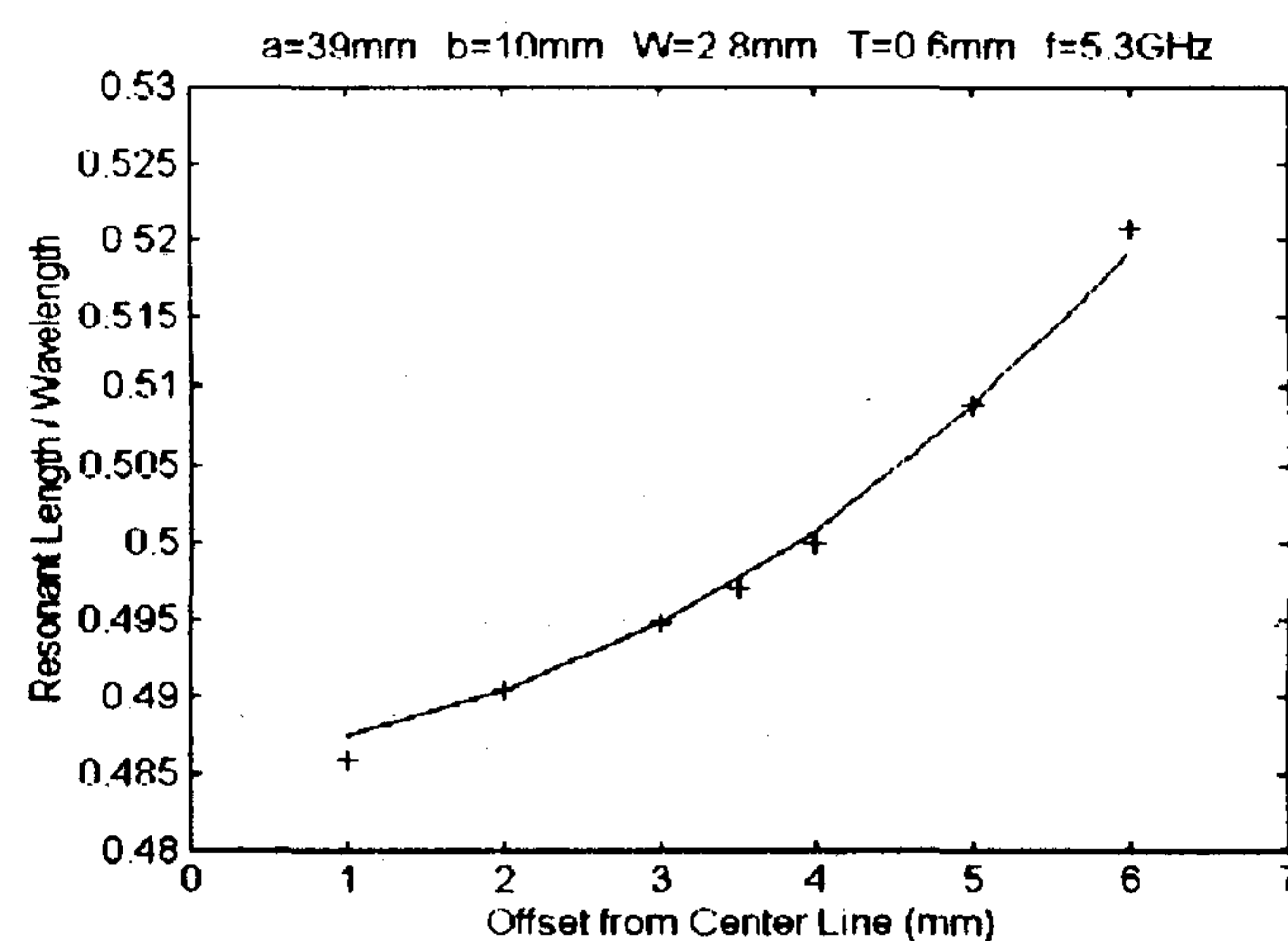
شکل ۹: مقایسه رسانایی نرمالیزه محاسبه شده روش حاضر (---) و مقادیر آزمایشی Josefsson (+) [۹].

در شکل (۸) طول تشدید برای یک موجبر شکافدار باند C با گوشه های گرد محاسبه شده است (با ۱۰ تابع پایه). این نتایج عددی با نتایج اندازه گیری شده توسط Josefsson مقایسه شده اند [۹]. در این قسمت  $\Delta = 0.215$  به عنوان آخرین نمونه، در شکل‌های (۹) و (۱۰) بترتیب رسانایی و سوسپتانس موجبر شکافدار باند X با نصف ارتفاع استاندارد بر حسب طول شیار

استاندارد باند X و به ازای ضخامتی متفاوت با شکل (۶) محاسبه شده است (بر حسب آفست مقدار جابجایی شکاف از میانه موجبر). در این محاسبات از ۹ تابع پایه استفاده شده است. این نتایج با مقادیر- اندازه گیری شده از تابش کننده عملی توسط Josefsson مقایسه شده اند [۹]. در این مورد تفاوت تئوری و آزمایش حداکثر حدود  $0.002\lambda_0$  و به عبارت دیگر ۰/۴ درصد است (بجز برای جابجایی حداکثر شکاف از مرکز موجبر که تفاوت دو برابر می باشد).



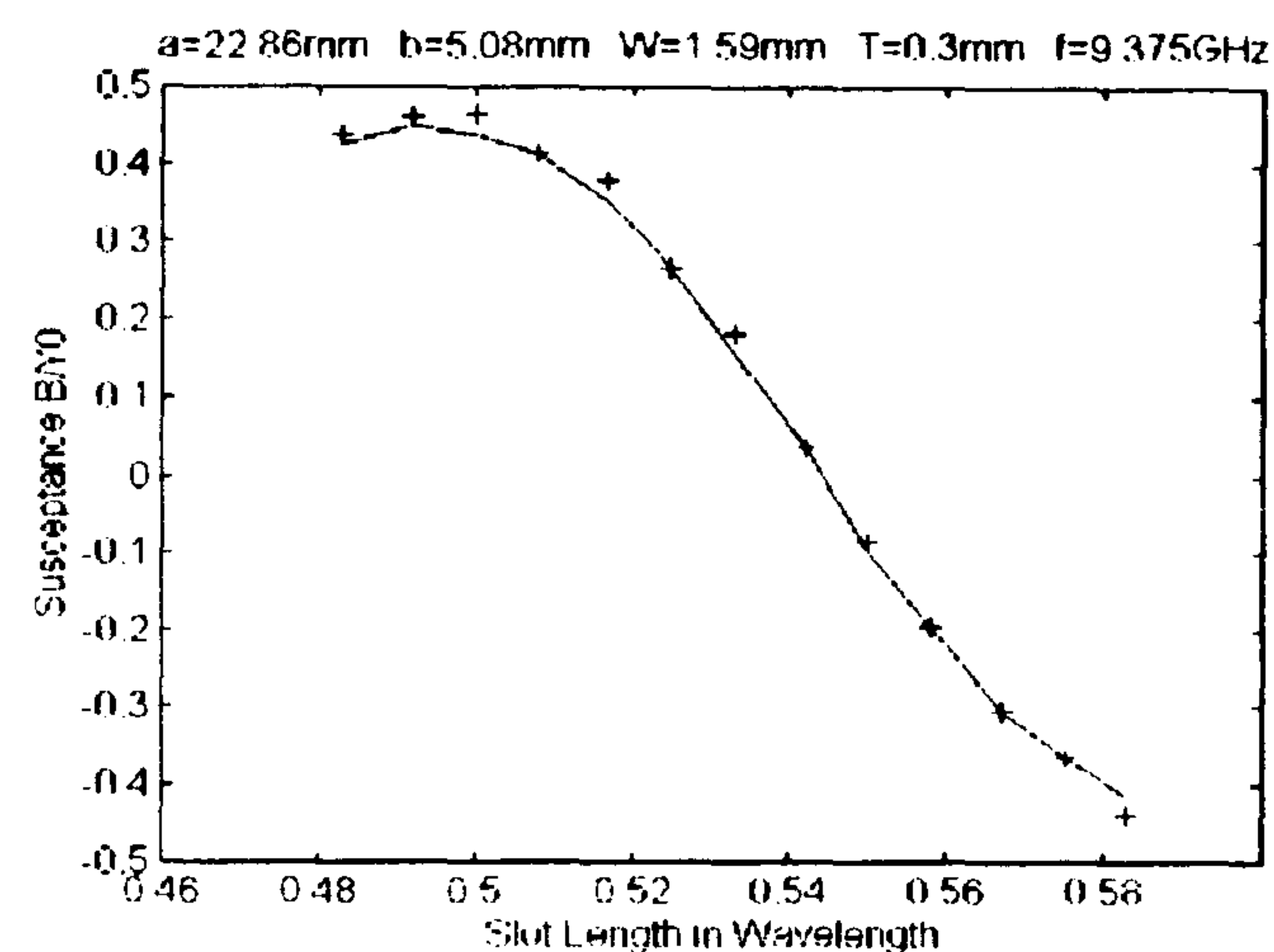
شکل ۷: مقایسه طول تشدید (برحسب  $\lambda$ ) در روش حاضر (---) و اندازه گیری شده (+) [۹].



شکل ۸: مقایسه طول تشدید (برحسب  $\lambda$ ) در روش حاضر (---) و اندازه گیری شده (+) [۹].

در بسیاری از کاربردهای عملی که تعداد شکافهای لازم زیاد است، ایجاد شکافهایی که کاملاً مستطیل شکل باشند ممکن نیست. چرا که این کار مستلزم صرف هزینه و زمان

کارهای پیشین برای تک شکاف در دیواره ضخیم موجبر عرضه شد. این روش اثرات القای مجدد روی دیواره ها و تزویج مدهای مرتبه بالا را شامل می گردد. توابع سینوسی بعنوان توابع پایه انتخاب شده اند. به کمک این توابع می توان حل دقیقی را به کمک بسط جریانهای معادل و تنها با چند جمله بدست آورد. در نتیجه در محاسبات با ماتریس های نسبتا کوچکی سروکار داریم و زمان صرف شده برای محاسبات کاهش می یابد. در تمام شکلهای عرضه شده در قبل، انطباق نتایج نظری و آزمایشی پیشین را با دقت زیاد می توان مشاهده کرد. در واقع در اکثر نمودارهای فوق تفاوت تحلیل نظری و نتایج عملی موجود کمتر از یک درصد است و از آنجا که در بهترین حالت به سختی می توان خطاهای اندازه گیری را در حد یک درصد کاهش داد، لذا می توان دریافت که خطای محاسباتی روش بکار رفته قابل صرف نظر کردن است.



شکل ۱۰: مقایسه سوسپتانس نرمالیزه محاسبه شده روش حاضر (---) و مقادیر آزمایشی Joseffsson (+) [۹].

محاسبه شده اند. این نتایج با مقادیر اندازه گیری شده در عمل (شکاف با گوشه های گرد) مقایسه گشته اند [۹]. در این قسمت نیز  $\Delta = 0.215$  اعمال شد.

### نتیجه گیری

در این مقاله، روش ممان به نحو متفاوتی از

### مراجع

- 1 - Elliott, R. S. (1984). *Antenna theory and design*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- 2 - Collin, R. E. and Zucker, F. J. (1969). *Antenna theory, Part 1*, McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.
- 3 - Johnson R. C. and Jasik H. (Editors), (1993). *Antenna engineering handbook (3<sup>rd</sup> ed.)*, McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.
- 4 - Hansen, R. C. (1966). *Microwave scanning antennas, vol. 1*, Academic Press, New York, N.Y.
- 5 - Khac, T. V. and Carson, C. T. (1973). "Impedance properties of a longitudinal slot antenna in the broad face of rectangular waveguide." *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 21, No. 5, PP. 708-710.
- 6 - Yee, H. Y. (1974). "Impedance of a narrow longitudinal shunt slot in a slotted waveguide array." *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 22, No. 4, PP. 589-592.
- 7 - Lyon, R. W. and Sangster, A. J. (1981). "Efficient moment method analysis of radiating slots in thick-walled rectangular waveguide." *IEE, H-I*, Vol. 28, PP. 197-205.
- 8 - Stern, G. J. and Elliott, R. S. (1985). "Resonant length of longitudinal slots and validity of circuit representation : Theory and experiment." *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 33, No. 11, PP. 1264-1271.
- 9 - Joseffsson, L. G. (1987). "Analysis of a longitudinal slot in rectangular waveguide." *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 35, No. 12, PP. 1351-1357.

- 10 – Rengarajan, S. R. (1989). “Compound radiating slots in a broad wall of a rectangular waveguide.” *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 37, No. 9, PP. 1116-1123.
- 11 – Katehi, P. B. (1990). “Dielectric-covered waveguide longitudinal slots with finite wall thickness.” *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 38, No. 7, PP. 1039-1045.
- 12 – Harrington, R. F. (1968). *Field computation by moment methods*. Macmillan, New York, NY.
- 13 – Collin, R. E. (1960). *Field theory of guided waves*, McGraw-Hill Inc., New York, NY .
- 14 – Collin, R. E. (1973). “On the incompleteness of E and H modes in waveguides.” *Can. Journal of Physics*, Vol. 51, No. 1, PP. 1135-1140.
- 15 – Tai, C. T. (1976). “Different representations of dyadic Green’s functions for a rectangular cavity.” *IEEE Trans. Microwave Theory & Technique*, Vol. 24, No. 9, PP. 597-601.
- 16 – Rahmat-Samii, Y. (1975). “On the question of computation of the dyadic Green’s function at the source region in waveguides and cavities.” *IEEE Trans. Microwave Theory & Technique*, Vol. 23, No. 9, PP. 762-765.
- 17 – Yaghjian, A. D. (1980). “Electric dyadic Green’s functions in the source region.” *Proc. IEEE*, Vol. 68, No. 2, PP. 248-263.
- 18 – Tai, C. T. (1981). “Comments on “Electric dyadic Green’s functions in the source region.” *Proc. IEEE* Vol. 69, No. 2, PP. 282-283.
- 19 – Yaghjian, R. A. (1981). “Reply to C. T. Tai.” *Proc. IEEE*, Vol. 69, No. 2, PP. 283-285.
- 20 – Balanis, C. A. (1998). *Antenna theory, analysis and design (2<sup>nd</sup> ed.)*. John-Wiley and Sons, Inc. New York, NY.
- 21 – Tai, C. T. (1991). *Dyadic Green’s Functions*. IEEE Press, Piscataway, NJ.

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 – Sidewall Proximity