

# تحلیل انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط در سرمایش پره های سوزنی

**حسین شکوهمند**

استاد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

**حمید رضا حسینی**

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۱/۷/۱۰ ، تاریخ تصویب ۱۷/۳/۸۲)

## چکیده

در این مقاله، فرآیند خنک سازی پره های سوزنی<sup>۱</sup> شکل به روش جابجایی مختلط<sup>۲</sup> مورد بررسی قرار گرفته شده است. به منظور افزایش انتقال حرارت از پره ها و نیز ازدیاد نیروی درافت سیال دودکش در بالای پایه نگهدارنده پره ها منظور شده است. مجموعه پره های سوزنی و صفحه متصل به آن بصورت یک محیط متخلخل<sup>۳</sup> با جریان Forchheimer مدل شده است. آنگاه وضعیت اپتیم آرایه این پره های سوزنی برای مقادیر معین گرمای اتلافی از سیستم بر حسب مقادیر بهینه قطر پره ها و ضربی تخلخل آنها برای جریان کاملاً توسعه یافته بددست آمده است. نتایج بدست آمده با داده های موجود توسط سایر محققین مقایسه گردیده و اثرات جریان جابجایی مختلط در مقایسه با جریان آزاد بحث شده است.

**واژه های کلیدی :** چاه حرارتی<sup>۴</sup>، پره های سوزنی، تخلخل<sup>۵</sup>، قطر هیدرولیکی<sup>۶</sup>، نفوذ پذیری<sup>۷</sup>

## مقدمه

آن باید افزایش یابد. معمولاً برای آنکه کارایی خنک کنندگی سیستم بطور قابل ملاحظه ای ازدیاد یابد در سطح قطعه الکترونیکی تعداد زیادی پره های سوزنی تعییه می شوند مجموعه این پره های سوزنی و پایه نگهدارنده به چاه حرارتی موسوم است، در واقع چاه حرارتی به ناحیه ای اطلاق می شود که انتقال حرارت در آن ناحیه صورت می گیرد.

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت جابجایی مختلط در گذر از یک سیستم آرایه پره های استوانه ای باریک موسوم به پره های سوزنی مورد مطالعه قرار گرفته است.

سرعت جریان سیال در جابجایی مختلط اندکی بیشتر از حالت جابجایی آزاد خالص است، با اینحال بدلیل کوچک بودن سرعت سیال در مقایسه با جابجایی اجرایی، مطالعه محدودیت میزان خنک شوندگی دستگاه، و در نتیجه طراحی سیستم بر مبنای این قبیل جریان ها صورت گرفته است.

گرمایش حاصل از دستگاههای الکتریکی با قدرت های بالا، باعث ازدیاد درجه حرارت دستگاه و نیز افزایش درجه حرارت سیال خنک کن آن می گردد. معمولاً در این دستگاهها، تجهیزات مختلف با وسایل مکانیکی مانند دمنده ها و یا وسایل مکانیکی دیگر خنک می شوند، لیکن در بسیاری از کاربردها، سرمایش فعل بدلیل مصرف انرژی، ایجاد سر و صدا و بویژه عدم اطمینان از تداوم کاربرد دستگاه مکانیکی، ناخوشایند است.

در برخی طرحها، میتوان از نیروی شناوری<sup>۸</sup> ناشی از گرمایش سیال و تغییرات دانسیته آن استفاده و از جابجایی آزاد برای خنک کردن دستگاه الکترونیکی استفاده نمود واضح است که در این حالت بدлیل وجود سرعتهای کوچک که ناشی از جابجایی آزاد هستند، ضربی انتقال حرارت کوچک تر بوده و درنتیجه کل گرمای تخلیه شده از دستگاه نسبت به حالت جابجایی اجرایی محدودتر خواهد بود. برای افزایش کارایی خنک سازی سطح تبادل حرارتی و نیز حرکت سیال در تماس با

از دیدار یابد. مسئله بعدی نیز این است که با بهینه شدن آنها، اختلاف می نیم مقاومت حرارتی که به این ترتیب بدست می آید با حالتی که پره ها بصورت پیوسته و دو بعدی منظور شده اند چقدر خواهد بود. در مطالعه حاضر پره ها پیوسته نیستند بلکه در جهت جریان کوتاه و منقطع می باشند. از طرف دیگر در کانالهای با عرض کوچک و بسیار بلند هنگامی که فاصله صفحات کمتر از دو برابر ضخامت لایه مرزی باشد جریان از نظر هیدرودینامیکی و حرارتی بصورت توسعه یافته در خواهد آمد [۵]. که در اینصورت جابجایی مختلط شکل واقعی تر حرکت سیال در کanal خواهد بود لذا در این تحقیق تأکید بر اثرات جابجایی مختلط بر انتقال حرارت از دسته پره های سوزنی بوده که به روش تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است.

### هندسه سیستم و تحلیل آن

شكل (۱) هندسه سیستم و نحوه آرایش پره های سوزنی را نشان می دهد. پره ها بر روی یک صفحه پایه به عرض  $W$  و به ارتفاع  $H_H$  تعییه شده اند. بعد عمود بر صفحه  $L$  می باشد. به علاوه همانطور در مقدمه اشاره شد در این مسئله از یک دودکش برای تقویت انتقال حرارت از دسته پره استفاده شده بطوريکه ارتفاع مجموعه سیستم پره-دودکش  $H$  می باشد و  $W \times H \times L$  بنابراین جریان سیال در فضایی به حجم  $W \times L$  جریان دارد. محور های مختصات به گونه ای انتخاب شد که جهت مثبت  $X$  در خلاف جهت شتاب ثقل  $g$  و جهت  $y$  در جهت عرض سیستم انتخاب شده است.

با فرض اینکه  $L$  به اندازه کافی بلند باشد، جریان سیال را در صفحه  $XY$  میتوان دو بعدی انگاشت. فرض کنیم که گرما توسط مدارهای انتگرالی تعییه شده در دستگاه الکترونیکی با شار حرارتی "  $q$  " تولید شده باشد. با از دیدار بخشیدن به قابلیت تخلیه حرارتی توسط دسته پره ها ، در واقع اختلاف دمای صفحه نگهدارنده پره ها  $T_w^9$  و درجه حرارت متوسط سیال  $T_f^{10}$  ، کمتر خواهد شد.

فرضیه مهم مسئله آنست که گرمای ایجاد شده در پایه نگهدارنده پره ها ، منحصرا از طریق پره های سوزنی تخلیه

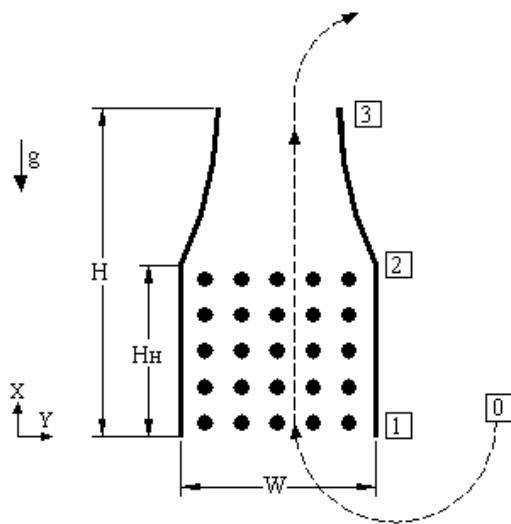
برای مطالعه پره های سوزنی Fisher [۱] [پیشنهاد نموده است تا از یک طرحواره پره سوزنی-دودکش استفاده گردد. دودکش باعث شود تا از ارتفاع صفحه پره های سوزنی کاسته ولی انتقال حرارت از پره ها تقویت خواهد نمود. بدون اینکه کارآیی حرارتی مجموعه در اثر این کاهش ارتفاع صفحه پره ( و در نتیجه کاهش تعداد آنها ) تغییر یابد . بعلاوه ارتفاع مجموعه دودکش و صفحه پره ها بیشتر از ارتفاع صفحه پره ها هنگامی که به تنهایی همان بار حرارتی را منتقل نماید تغییری نخواهد داشت [۱]. هدف از قرار دادن تعداد زیادی پره سوزنی رو بروی صفحه پایه ( سیلیکون ) افزایش تماس حرارتی بین پایه و جریان سیال است. مطالعه انتقال حرارت از مجموعه پره های سوزنی بوسیله محققین مختلفی انجام گرفته است .

Winstanley & Arcestrong [۲] انتقال حرارت از آرایه های پره های سوزنی که بصورت مثلثی قرار گرفته اند را برای اعداد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰۰ بازبینی کرده اند ( رینولدز برمبنای قطر پره ).

Morgan & Bejan [۳] انتقال حرارت بوسیله جابجایی اجباری آرام را از یک دسته پره سوزنی مورد مطالعه قرار داده اند. در این مطالعه، آرایه پره های سوزنی بصورت یک محیط متخلخل و با جریان دارسی مدل شده است که در آن اعداد رینولدز بسیار کوچک فرض شده اند. آنها با فرض اینکه پره ها کوچک و باریک هستند و همچنین تعداد آنها در واحد سطح به اندازه کافی زیاد باشد، استدلال کرده اند که عدد نوسلت برمبنای قطر هیدرولیکی مقدار ثابتی است و مرتبه بزرگی عدد نوسلت ۳ تا ۸ تغییر میکند.

Jurdan و همکاران [۴] نتایج تجربی پره های سوزنی را برای آرایه های مربعی و مثلثی برای محدوده اعداد رینولدز ۱۰۰۰ را ارائه نموده اند. ضریب تخلخل بهینه برای هر دو آرایه ۸.۸۷٪ گزارش شده است. نتایج تجربی مربوط به آرایه مربعی پره های سوزنی در مرجع [۴] در جریان جابجایی اجباری و برای سرعت های کم ارائه شده، محدود به اعداد رینولدز ۱۰۰ بوده است. این نتایج تجربی برای ضرایب تخلخل بهینه حدود ۹۲ درصد بدست آمده است.

هدف مطالعه حاضر آنست که یک آرایه سه بعدی پره های سوزنی را بهینه نماید تا انتقال حرارت از این دسته پره ها



شکل ۱: سیستم دو بعدی، مت Shankل از فینهای سوزنی داخل چاه حرارتی با دودکش و هندسه محلی فینهای سوزنی (خطی و مثلثی).

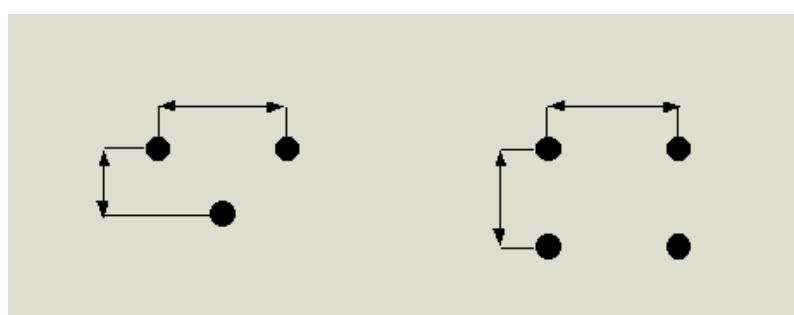
دما $T_w|_{x=H_H}$  را پایین تر از حد مجاز آن نگهدارد تا  
ایمنی دستگاه تضمین گردد.

به عبارت دیگر برای عملکرد مطمئن سیستم لازم است  
 $\frac{(T_w|_{X=H_H} - T_f|_{X=0})}{q''}$  مینیمم باشد.

### فرضیات مسئله

سیال خنک کن، هوا در حد فاصل ۰ و ۱، از  
وضعیت هوای ساکن به داخل سیستم مکیده شود  
(قطع ۱)، در حد فاصل ۱ و ۲، گرما به سیال و اگذار  
شود پس از خروج از قطع ۲ و عبور از درون دودکش  
نهایتاً از قطع ۳ خارج خواهد شد.

شود و بنابراین بخشی از سطح پایه نگهدارنده که دارای  
پره نیست، نقشی در واگذاری گرما به سیال ندارد.  
به علاوه ضریب هدایت حرارتی پره ها و نیز صفحه  
نگهدارنده بزرگ است و اینکه اتصال بین پره ها و پایه  
نگهدارنده بصورت کامل می باشد بنابراین با فرضیات فوق  
رفتار پره های سوزنی در یک X معین و در جهت y مشابه  
یکدیگر است و از اینرو درجه حرارت صفحه پایه نگدارنده  
پره ها و دما $T_w$  هر دو در حالت دائمی و توسعه یافته  
 فقط تابعی از X خواهد بود یعنی  $(T_f(x), T_w(x))$ . لذا  
بالاترین دمایی که در سیستم رخ دهد در نقطه خروج از  
پایه نگهدارنده پره  $T_w|_{x=H_H}$  و کمترین دما مربوط به  
سیال ورودی است که در نقطه  $X=0$  و در دمای محیط  
وارد سیستم می شود و از اینرو هدف طراح آنستکه تا



آنگاه سطحی کوچک به مساحت  $S$  و در فاصله  $x$  از محور  $y$  ها بر روی سطح نگهدارنده پره ها انتخاب می کنیم. اگر گرمای منتقله توسط هر پره  $q_1$  و تعداد پره های موجود در  $S$ ،  $N$  باشد آنگاه:

$$q'' = q_1 \frac{N}{S} \quad (4)$$

که با در نظر گرفتن معادله (۱) خواهیم داشت:

$$q'' = \frac{N}{S} h \pi d L (T_w - T_f) \eta \quad (5)$$

در مدل تحت بررسی،  $\frac{N}{S}$  بستگی به تخلخل محیط  $\phi$  و نیز قطر پره  $d$  خواهد داشت. قسمتی از ناحیه  $S$  که توسط پره ها پوشیده شده عبارتست از  $N \pi d^2 / 4$  و در نتیجه فضای خالی  $S$  پره ها اشغال نشده است،  $S - N \frac{\pi d^2}{4} = \phi S$

بنابراین می توان نسبت  $N/S$  بر حسب قطر پره های سوزنی و تخلخل بصورت زیر نشان دهیم:

$$\frac{N}{S} = \frac{4(1-\phi)}{\pi d^2} \quad (6)$$

با توجه به اینکه پره ها کوچک و استوانه ای و با تراکم کافی می باشند. زمانیکه جریان هیدرولیکی و حرارتی به طور کامل توسعه یافته شود، ضریب انتقال حرارت  $h$  مستقل از جهت حرکت سیال  $X$  میباشد به این ترتیب عدد نوسلت که بر حسب قطر هیدرولیکی بیان گردیده است مقدار ثابت خواهد بود که مقدار آن در جریان آرام در محدوده  $8-15$  قرار میگیرد [۵].

$$\frac{hD_h}{k_f} = Nu \quad (7)$$

ارتباط بین قطر هیدرولیکی با تخلخل و قطر پره سوزنی را به شکل زیر بیان می شود [۶] :

$$D_h = \frac{\phi}{(1-\phi)} d \quad (8)$$

### فرضیات مسئله :

۱- جریان در مجموعه دسته پره ها دو بعدی است.  
۲- ضریب هدایت حرارتی پره ها بزرگ هستند و در نتیجه درجه حرارت در طول پره های سوزنی تقریباً یکنواخت است همچنین ضریب جابجایی  $h$  در طول  $L$  ثابت فرض شده است.

۳- حرارت تولید شده منحصر از طریق دسته پره ها به سیال عادی انتقال می یابند و سایر قسمتهای صفحه نگهدارنده عایق فرض شده اند.

۴- از تشعشع حرارتی صرفنظر شده است.

۵- حرارت ایجاد شده از صفحه نگهدارنده به نسبت مساوی در هر یک از پره ها توزیع میشود.

۶- جریان سیال در حد فاصلهای  $0, 1, 2, 3, 4, 5$  (به استنسای حد فاصل ۱ و ۲) بصورت جریان ایده آل و بدون چسبندگی فرض شده است.

با فرضیات بالا و با استفاده از یک مدل جریان در محیط متخلخل با ضریب تخلخل مشابه مسئله مدل شده است. جریان سیال در این مدل متخلخل جریان Forchheimer فرض شده است.

### بهینه سازی قطر پره های سوزنی

اگر ضریب انتقال حرارت در طول پره  $L$  یکنواخت در نظر گرفته شود نرخ انتقال حرارت برای یک پره بصورت ذیل میتوان نوشت:

$$q_1 = h \pi d L (T_w - T_f) \eta \quad (1)$$

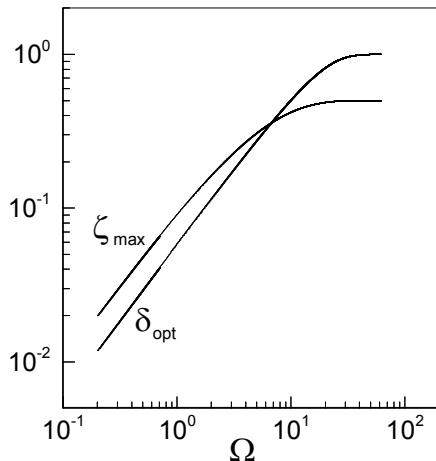
که  $T_f(x)$  و  $T_w$  در یک منطقه  $0 < x < L$  ثابت به ترتیب برابر درجه حرارت صفحه پایه و سیال محلی  $1^\circ$  می باشد. راندمان یک پره با نوک عایق پوشی شده عبارتست از:

$$\eta = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad (2)$$

که میتوان  $mL$  را بصورت زیر بیان کرد:

$$mL = \left( \frac{h \pi d}{k_w \pi d^2 / 4} \right)^{1/2} L = \left( \frac{4h}{k_w d} \right) L \quad (3)$$

نشان داده شده است. همانطور که از شکل (۲) مشاهده میشود، هر دو کمیت با افزایش معکوس قطر هیدرولیکی، بطور یکنواخت افزایش می‌یابند، در حقیقت زمانیکه معکوس قطر هیدرولیکی تقریباً از مقدار  $40\%$  بیشتر می‌شود،  $\delta_{opt}$  به مقدار  $1$  می‌رسد بدین معنی که:

$$\cdot \left( d_{opt} \rightarrow D_h \right)$$


شکل ۲: مقدار بهینه قطر فینهای سوزنی  $\delta_{opt}$  و ماکریم هدایت حرارتی محلی  
 $Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4$

### آنالیز جریان سیال

با در نظر گرفتن یک معادله انتگرالی ممتد، جریان در داخل چاه حرارتی آنالیز شده است. یک حل دقیق از معادله ناوبر استوکس در داخل چاه حرارتی غیر ممکن می‌باشد. اما، میتوان برای موازن نیروها در سرتاسر چاه حرارتی معادله زیر را در نظر بگیریم [۱]:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_d + \int_1^2 \rho g dx \quad (13)$$

سمت چپ معادله بالا بیانگر اختلاف فشار بین ورودی سیال به سیستم و خروجی از آن می‌باشد. اولین ترم از سمت راست معادله (۱۳)،  $\Delta p_d$ ، افت فشار سیال در چاه حرارتی مربوط به نیروی پسا<sup>۱۱</sup>، که در اثر سرعت سیال در یک سیستم متخلف به وجود می‌آید. و دومین ترم مربوط به نیروی شناوری که در اثر تغییرات درجه حرارت در سیستم متشكل از پره‌های سوزنی در چاه حرارتی به

با ترکیب معادلات (۱) و (۸) ضریب جابجایی حرارتی محلی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود [۳].

$$\frac{q''L}{k_w(T_w - T_f)} = \frac{\lambda \delta^{1/2}}{\delta + 1} \tanh\left(\frac{\lambda}{\delta^{1/2}}\right) \quad (9)$$

در معادله فوق:

$$\delta = d^* \Omega \quad \lambda = \Omega L^* (4Nuk)^{1/2} \quad (10)$$

$\Omega$ ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد می‌باشد:

$$\Omega = \frac{1}{D_h^*} \Omega$$

$$L^* = \frac{L}{H}, d^* = \frac{d}{H}, D_h^* = \frac{D_h}{H}, k = \frac{k_f}{k_w} \quad (11)$$

معادله (۹) بر فرض اینکه انتقال حرارت از ناحیه بین پره‌ها یعنی در ناحیه  $WH_H \phi$ ، ناچیز است، بدست آمده است. اگر فرض کنیم که قطر هیدرولیکی دارای یک مقدار معین باشد، طرف راست معادله (۹) فقط تابعی از متغیر  $\delta$ ، خواهد بود. بررسی بیشتر در معادله (۹) نتیجه می‌دهد که طرف راست معادله فوق با افزایش  $\delta^{1/2}$ ، زمانیکه  $\delta^{1/2}$  کوچکتر از  $\lambda$  باشد، افزایش می‌یابد و بر عکس به طور یکنواخت با  $\delta^{-1}$ ، هنگامیکه  $\delta^{1/2}$  بزرگتر از  $\lambda$  بشود، کاهش می‌یابد. بنابراین در طرف راست معادله (۹) جمله  $(\delta, \lambda)$  که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta(\delta, \lambda) = \frac{\delta^{1/2} \tanh\left(\frac{\lambda}{\delta^{1/2}}\right)}{\delta + 1} \quad (12)$$

که دارای یک ماکریم مقدار نسبت  $\delta$  خواهد داشت زمانیکه  $\lambda$  دارای یک مقدار ثابت باشد. به ترتیب بهینه مقدار قطر بی بعد پره‌های سوزنی ( $\Omega$ )  $\delta_{opt}$  و ماکریم هدایت حرارتی ( $\Omega$ )<sub>max</sub> بطور همزمان از روش‌های عددی محاسبه و برای مقادیر ثابت  $Nu = 6, k = 2.7 \times 10^{-3}, L^* = 0.4$  در شکل (۲)

با ترکیب سه معادله برنولی بالا و حذف  $P_0$  و  $P_3$  و با در نظر گرفتن اثرات انقباض اختلاف فشار بین حد فاصل ۱ و ۲ را می‌توان به شکل زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= \frac{-\rho_0 U^2 \Gamma^2}{2} + \rho_0 g H_H \\ &+ \rho_0 g \beta (H - H_H) (T_2 - T_o) \end{aligned} \quad (19)$$

که در معادله بالا  $\Gamma$  نسبت سطح مقطع عبور جریان ناحیه ۲ به ناحیه ۳ می‌باشد. تا این مرحله افت فشار در داخل چاه حرارتی، بوسیله دو روش زیر مورد بررسی قرار گرفت:  
 ۱- آنالیز جریان از طریق معادله انتگرالی ممنتم،  
 ۲- آنالیز جریان در خارج چاه حرارتی توسط معادلات تراکم ناپذیر برنولی.

این دو روش دو بیان متفاوت از افت فشار سیال در داخل چاه حرارتی را بازگو می‌کنند، با مساوی قرار دادن این دو بیان، یعنی از تساوی معادلات (۱۵) و (۱۹) یک معادله درفت به فرم زیر حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned} \rho_0 g \beta (H - H_H / 2) (T_2 - T_o) \\ = \Delta P_d + \frac{\rho_0 U^2 \Gamma^2}{2} \end{aligned} \quad (20)$$

در معادله فوق ترم  $\Delta P_d$ ، بیانگر افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در یک سیستم متخلخل می‌باشد که در قسمت بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### مدل سازی نیروهای پسا

برای جریان عبوری از روی ردیفهای پره‌های استوانه‌ای و کروی مدل‌های متفاوتی برای نیروی پسا پشنهاد شده است Ergun در سال ۱۹۵۲ [۸]، Sangani & Acrivos در سال ۱۹۸۲ [۹]، Nield در سال ۱۹۹۲ [۱۰]، و در سال ۱۹۹۳ Bejan & Bejan [۱۱] برای بهینه کردن سیستم متخلخل از پره‌های سوزنی آنرا با یک محیط متخلخل مدل کرده و قانون دارسی را برای بررسی افت فشار در یک محیط متخلخل مورد استفاده قرار دادند قابلیت نفوذ پذیری محیط متخلخل،  $K$ ، را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

وجود می‌آید. در جمله انتگرالی،  $\int_1^2 \rho g dx$ ، می‌توان چگالی  $\rho_x(T)$  را بر حسب ضریب انیساط حجمی سیال  $\beta$  بصورت زیر تعریف کرد:

$$\rho_x(T) = \rho_0 [1 - \beta(T_x - T_o)] \quad (14)$$

با در نظر گرفتن معادلات (۱۳)-(۱۴) و با توجه به اینکه تغییرات درجه حرارت در جهت  $x$  را تقریباً می‌توان بصورت خطی در نظر گرفت، بالا نیروی سیال را می‌توان به صورت زیر بیان نمود.

$$P_1 - P_2 = \Delta P_d + \rho_0 g H_H \left[ 1 - \frac{1}{2} \beta (T_2 - T_1) \right] \quad (15)$$

افت فشار  $p_2 - p_1$  را در مسائل دودکش دار، می‌توان توسط یک آنالیز جریان در خارج چاه حرارتی مورد بررسی قرار داد. Fisher در سال ۱۹۹۷ جریان سیال در دودکش با هوا اتمسفر ساکن را بوسیله یک سری از معادلات برنولی در فرآیندهای غیر قابل تراکم مورد بررسی قرار داده است. در این آنالیز، تلفات هد دینامیکی در ورودی به چاه حرارتی را به دلیل انقباض آرام در شکل جریان سیال ناچیز در نظر گرفته شده است. و نیز، کل هد دینامیکی سیال در خروجی از دودکش مقدار بسیار ناچیز می‌باشد [۷]. در آنالیز جریان در داخل دودکش، افت فشار سیال  $P_2 - P_1$  را همچنین می‌توان بوسیله هندسه سیستم و با فرضیات جریان غیرقابل تراکم و غیر لزج در خارج چاه حرارتی، مورد بررسی قرار داد. معادلات تراکم ناپذیر برنولی نسبت به فشار، سرعت و ارتفاع برای فرآیندهای خارج از چاه حرارتی عبارتند از:

$$P_1 = P_0 - \frac{\rho_0 U_1^2}{2} \quad (16)$$

$$P_3 = P_2 - \frac{\rho_2}{2} (U_3^2 - U_2^2) \quad (17)$$

$$-\rho_2 (U_3^2 - U_2^2) \quad (3-2) \quad (\text{جریان در دودکش})$$

$$P_3 = P_0 - \rho_0 g H \quad (\text{حد فاصل } ۳ \text{ و } ۰) \quad (18)$$

$$F = \frac{1.75}{\sqrt{150}} (1 + \delta)^{3/2} \quad (27)$$

معادلات (۲۳)، (۲۶) و (۲۷) معادلات پایه در بررسی افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در مدل متخلخل در این مطالعه بکار رفته اند.

### بررسی معادله انرژی

با توجه به اینکه تغییرات درجه حرارت سیال فقط در جهت  $X$  رخ می دهد لذا ماکزیمم افزایش درجه حرارت سیال خنک کن را در خروجی از چاه حرارتی زمانیکه  $X = H_H$  باشد، بدست خواهد آمد. نسبت افزایش اختلاف درجه حرارت بین سیال ورودی به سیستم حرارتی و خروجی از آن و سرعت سیال را می توان از معادله کلی انرژی به صورت زیر بیان نمود:

$$T_2 - T_0 = \frac{Q_{tot}}{m \& c_p} \quad (28)$$

که در آن  $T_2$  برابر ماکزیمم افزایش درجه حرارت سیال می باشد که در خروجی از چاه حرارتی حاصل می شود،  $T_f(\max) = T_{H_H} = T_2$  برابر مینیمم درجه حرارت سیال می باشد که در ورودی به چاه حرارتی خواهیم داشت،  $T_f(\min) = T_0$ .

و  $Q_{tot}$  نرخ کلی انتقال حرارت  $Q_{tot} = q'' W H_H$  و  $m \&$  برابر دبی جرمی سیال عبوری از سیستم می باشند  $m \& = \rho UWL$ . بالاترین درجه حرارت پایه نگهدارنده پره هادر انتهای چاه حرارتی می باشد  $\delta = \delta_{opt}$  ( $T_w(\max) = T_w(H_H) = T_b$ ) باشد از معادلات (۹) و (۱۲) نتیجه می شود.

$$T_b - T_2 = \frac{Q_{tot} D_h}{W H_H k_w \zeta_{max} (4 N u k)^{1/2}} \quad (29)$$

با حذف  $T_f(H_H) = T_2$  میان معادلات (۲۸) و (۲۹) و با در نظر گرفتن  $Re_{pore}^{11}$ ، می توان نسبت  $(T_b - T_0) / q'' L / k_w$  به شکل بی بعد زیر نشان داد:

$$K = \frac{\phi^3 d^2}{k_z (1 - \phi)^2} \quad (21)$$

$k_z$  یک مقدار ثابت و از مرتبه ۱۰۰ می باشد ( بین ۹۰ تا ۱۶۰ ) . که معمولاً با توجه به مدل Ergun با تقریب خوبی برابر ۱۵۰ قرار داده شود.

برای سرعتهای بالاتر، یعنی هنگامیکه  $1 \leq Re_k \leq 10$ ، Forchheimer پیشنهاد کرد که قانون دارسی با اضافه کردن ترم دوم دیگری که شامل مربع سرعت است تصحیح شود. با توجه به اینکه در مطالعه حاضر  $1 \leq Re_k \leq 10$  می باشد لذا برای افت فشار معادله Forchheimer بکار رفته است [۱۱]:

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\tilde{\beta} \mu (1 - \phi)^2 U}{d_p^2 \phi^3} - \frac{\tilde{\alpha} \rho_f (1 - \phi) U^2}{d_p \phi^3} \quad (22)$$

که در آن  $d_p$  قطر متوسط ذره یا قطر پره های سوزنی می باشد و  $\tilde{\beta}$  ضرایب شکل می باشند که از روش تجربی بدست می آیند. با در نظر گرفتن  $1.75 = \tilde{\alpha}$  و  $150 = \tilde{\beta}$  و با توجه به معادله (۲۱)، معادله (۲۲) به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\mu U}{K} - \frac{F \rho_f}{\sqrt{K}} U^2 \quad (23)$$

که در آن  $K$  و  $F$  از مدل ارگان به صورت زیر مشخص می شوند:

$$K = \frac{\phi^3 d^2}{150(1 - \phi)^2} \quad (24)$$

$$F = \frac{1.75}{\sqrt{150} \phi^{3/2}} \quad (25)$$

با در نظر گرفتن معادله (۱۰) می توان معادلات بالا را بر حسب قطر هیدرولیکی،  $D_h$ ، و پارامتر  $\delta$  به صورت زیر تعریف کرد:

$$K = \frac{D_h^2}{150(1 + \delta)} \quad (26)$$

هیدرولیکی ،  $\Omega$ ، و پارامتر  $\delta$  جایگزین نمود و معادله (۲۰) را به شکل بی بعد زیر بیان نمود:

$$\frac{\Theta(1-H_H^*/2)}{\Omega^3 L^* \Pr^2} = 150 H_H^* \Omega(1+\delta) \text{Re}_{pore}^2 + \left[ 1.75 H_H^* \Omega(1+\delta)^2 + \frac{1}{2} \Gamma^2 \right] \text{Re}_{pore}^3 \quad (33)$$

در معادله فوق :

$$W^* = \frac{W}{H} \quad \text{و} \quad \bar{\Theta} = \frac{\Theta}{W^*} \quad \text{و} \quad \Theta = \frac{g\beta Q_{tot} H^2}{\alpha k_f}$$

$$\text{نسبت } \frac{g\beta Q_{tot} H^2}{\alpha k_f} \text{ بیانگر میزان نرخ کلی انتقال}$$

حرارت در سیستم متخلخل از پره های سوزنی می باشد . برای مسائل انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط (ترکیبی از جابجایی آرام و اجباری ) ، نسبت عدد گراش夫 به مربع عدد رینولدز ، پارامتر مهمی در تعیین نوع انتقال حرارت جابجایی است . این نسبت به پارامتر شناوری  $K_b$  موسم است . در مطالعه حاضر که سیستم متخلخل از پره های سوزنی با یک محیط متخلخل مدل شده لازم است ، که پارامتر شناوری در یک محیط متخلخل مورد بررسی قرار گیرد . پارامتر شناوری در یک محیط متخلخل به صورت زیر تعریف می شود [۱۲].

$$\kappa_b = \frac{Gr_k^*}{\text{Re}^2} \quad (34)$$

$Gr_k^*$  ، عدد گراش夫 اصلاح شده برای محیط های متخلخل است .  $Gr_k^* = \frac{Ra_k^*}{\Pr}$

همچنین عدد ریلی اصلاح شده برای یک محیط متخلخل ،  $Ra_k^*$  ، به صورت زیر تعریف می شود [۱۳].

$$Ra_k^* = \frac{g\beta d K D_h q''}{\alpha v k_f} \quad (35)$$

با جایگذاری مقدار قابلیت نفوذ پذیری ،  $K$  ، از معادله (۲۶) در معادله (۳۵) نهایتاً پارامتر شناوری از معادله (۳۴) به شکل زیر نتیجه می شود :

$$\kappa_b = \frac{\bar{\Theta}}{150(1+\delta)\Omega^4 H_H^*} \frac{1}{\text{Re}_{pore}^2}$$

$$\frac{T_b - T_0}{q'' L/k_w} = \frac{1}{\zeta_{\max} L^* \Omega (4Nuk)^{1/2}} + \frac{H_H^*}{L^* k \Omega} \frac{1}{\Pr \text{Re}_{pore}} \quad (30)$$

در معادله فوق :

$$H_H^* = \frac{H_H}{H} \quad L^* = \frac{L}{H} \quad \Omega = \frac{H}{D_h} \quad (31)$$

و  $k$  نسبت هدایت حرارتی سیال به جامد می باشد . در معادله (۳۰) وابستگی نسبت مورد بحث به پارامترها را می توان به صورت زیر نشان داد .

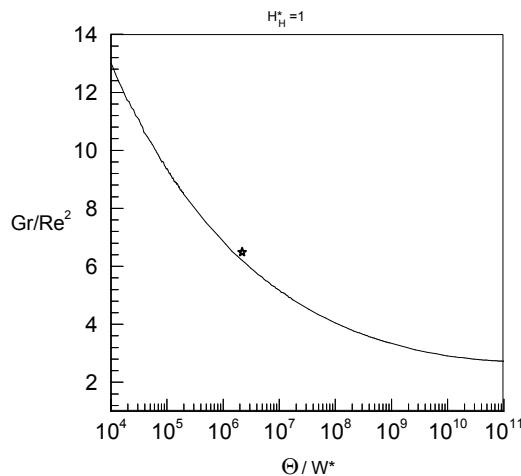
$$(T_b - T_0) / q'' = [\Omega, \zeta_{\max}, L^*, k, H_H^*, Nu, \Pr, \text{Re}_{pore}] \quad (32)$$

مطابق با معادله قبلی ، ماقزیم درجه حرارت پایه نگهدارنده ، به هشت پارامتر وابسته است . اما در بحث فعلی ما توجه خود را به سه پارامتر وابسته معطوف می داریم ، ارتفاع بی بعد چاه حرارتی  $H_H^*$  ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد  $\Omega$  و عدد رینولدز  $\text{Re}_{pore}$  . در بررسی معادله (۳۰) عدد ناسولت ،  $Nu$  ، مقدار ثابت بوده و پارامترهای عدد پرانتل ، نسبت هدایت حرارتی سیال به جامد و طول پره ها نیز ثابت در نظر گرفته می شوند . مقدار ماقزیم هدایت حرارتی محلی ،  $\zeta_{\max}$  در معادله (۱۲) نشان داده شده است و تابعی از معکوس قطر هیدرولیکی می باشد ، در معادله (۳۰) عدد رینولدز  $\text{Re}_{pore}$  به پارامترهای متغیر در معادلات پسا وابسته است لازم است تا معادلات انرژی و درافت بر حسب عدد رینولدز منفذ  $\text{Re}_{pore}$  حل شوند .

## معادله درفت

در طرف راست معادله درفت (۲۰) می توان ترم افت فشار سیال در اثر نیروی پسا در یک سیستم متخلخل را از معادله (۲۳) و مقادیر نفوذ پذیری ،  $K$  ، و  $\Delta P_d$  ضریب  $F$  را از معادله (۲۶) و (۲۷) بر حسب معکوس قطر

(۳۶)



شکل ۳: پارامتر شناوری  $K_b$  که تابعی از پارامتر  $\Theta$  و مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم می باشد  
 $Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$

همچنین شکل(۳) نشان می دهد که تغییرات پارامتر شناوری با افزایش پارامتر  $\bar{\Theta}$  کاهش می یابد. در حقیقت زمانیکه نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم متشكل از پره های سوزنی افزایش می یابد، اثرات انتقال حرارت به روش جابجایی اجباری نسبت به اثرات جابجایی آزاد در سیستم در حال افزایش می باشد.

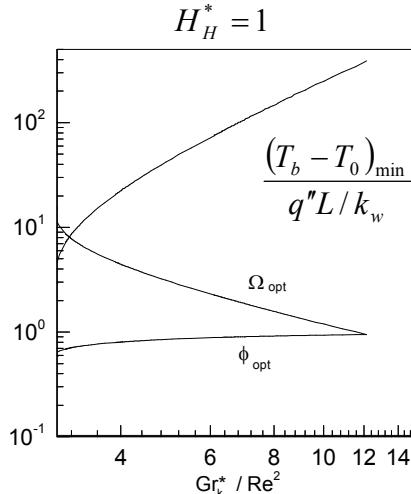
### بحث در مورد نتایج بدست آمده

شکل (۴) و (۵) تغییرات بهینه مقدار معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد،  $\Omega_{opt}$ ، متناظر با مینیمم مقدار نسبت بی بعد  $(T_b - T_o)k_w / q''L$  را بطور همزمان با تغییرات پارامتر شناوری برای دو حالت سیستم بدون دودکش و سیستم دودکش دار را نشان می دهد. همچنین شکلهای فوق بهینه مقدار تخلخل متناظر با معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد را نشان می دهند. منحنی بهینه مقدار تخلخل را از رابطه  $\phi_{opt} = 1 / (1 + \delta_{opt})$  محاسبه گردیده شده و مقدار پارامتر  $\delta_{opt}$  که در فرمول فوق ظاهر گردیده، در منحنی (۲) بر حسب معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد محاسبه شده است. در شکلهای (۴) و (۵) ملاحظه می شود که میزان تخلخل اپتیمم به

### روش بهینه سازی معادلات درفت و انرژی

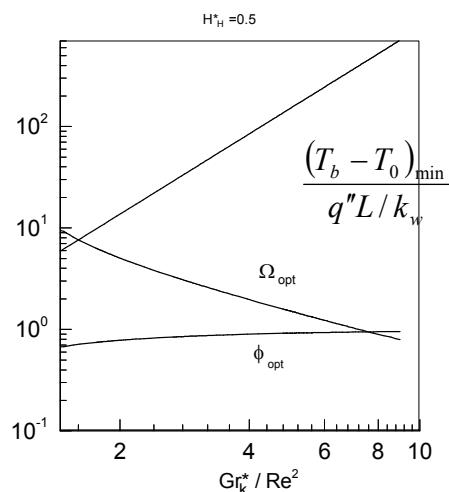
هدف این مقاله، مینیمم کردن نسبت  $(T_b - T_o) / q''$ ، یا مینیمم کردن طرف راست معادله (۳۰) می باشد. طرف راست این معادله وابسته به سه پارامتر  $\Omega$ ،  $Re_{pore}$ ،  $\kappa_{max}$  می باشد. مراحل زیر را جهت مینیمم کردن نسبت  $(T_b - T_o) / q''$  دنبال می کنیم

- از معادله درفت (۳۳) عدد  $Re_{pore}$  را بر حسب پارامتر  $\bar{\Theta}$  در مقادیر مختلف  $\Omega$  زمانیکه  $\delta = \delta_{opt}$  باشد بدست می آوریم
- به این ترتیب مقدار  $Re_{pore}$  بهینه شده بدست می آید  $Re_{pore}(\delta_{opt}, \bar{\Theta})$
- در هر مقدار پارامتر  $\bar{\Theta}$ ، طرف راست معادله (۳۰) دارای یک مقدار مینیمم بر حسب  $\Omega$  می باشد. شکل (۳) بیانگر نتیجه مینیمم کردن طرف راست معادله (۳۰) بطور عددی می باشد که تغییرات پارامتر شناوری  $K_b = Gr_k^* / Re^2$  با نسبت  $\bar{\Theta}$  برای یک سیستم بدون دودکش،  $H_H^* = 1$  نشان می دهد. دادهای منحنی در مقادیر ثابت  $k = 2.7 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Nu = 6$  and  $\Gamma = 1$  محاسبه شده اند. پارامتر شناوری پارامتر مهمی در بررسی انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط آرام می باشد.



مینیمم  $\Omega_{opt}$  شکل ۴: بهینه مقدار معکوس قطر هیدرولیکی اختلاف درجه حرارت کلی سیستم و مقدار بهینه تخلخل برای یک سیستم بدون دودکش.

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$$



شکل ۵: مقدار بهینه معکوس قطر هیدرولیکی و مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم و مقدار بهینه تخلخل متناظر برای یک سیستم دودکش دار.

$$Nu = 6, k = 2.6 \times 10^{-3}, L^* = 0.4, Pr = 0.7, \Gamma = 1$$

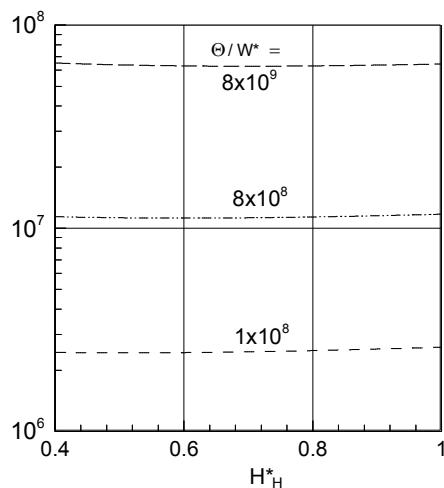
شدت به پارامتر شناوری وابسته بوده و مقدار این اپتیم شدوما از ۷۰ بزرگتر می باشد.

### الف - اثرات تغییرات پارامتر شناوری

با مشاهده شکلهای فوق شاهد هستیم که در مینیمم کردن نسبت  $(T_b - T_o)k_w / q''L$ ، معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد، و تخلخل شدیدا به یکدیگر جفت شده اند. چنانکه بزرگترین معکوس قطر هیدرولیکی، کوچکترین بهینه مقدار تخلخل را بوجود می آورد. این نتیجه را می توان با در نظر گرفتن پارامترهای وابسته به کل سطح انتقال حرارت پره های سوزنی،  $A_{fins} \approx H_H^* \Omega$  در داخل چاه حرارتی بیان نمود. همچنین شکل (۴) و (۵) به مقایسه میان سطح انتقال حرارت یک پره،  $A_{fin} = \pi d L$ ، و نرخ کلی انتقال حرارت محلی پره ها،  $h_{local}$ ، در چاه حرارتی اشاره می کند. که با کاهش پارامتر شناوری یا افزایش اثرات انتقال حرارت به روش جابجایی اجباری، توازن میان ضریب انتقال حرارت محلی و سطح انتقال حرارت یک پره به نفع ضریب انتقال حرارت محلی شیفت داده می شود. برای اطمینان بیشتر از نتایج بدست آمده در اعداد رینولدز کوچک به کتاب بژان در سال ۱۹۸۴ صفحه ۸۵ مراجعه می کنیم [۶]. بیان در این صفحه به این موضوع اشاره کرده است که برای جریانهای داخل کانال در همین مرتبه از عدد رینولدز، ضریب انتقال حرارت همیشه تابعی از  $h \approx \Omega k_f$  یا  $h \approx k_f / D_h$  می باشد. بنابراین با افزایش معکوس قطر هیدرولیکی شاهد افزایش ضریب انتقال حرارت خواهیم بود.

### ب- اثرات دودکش

ما نگاه خود را به شکلهای (۴) و (۵) معطوف می داریم. هدف از مطرح کردن این دو منحنی در اصل بررسی تاثیر دودکش در بهینه کردن پارامترهای تخلخل و معکوس قطر هیدرولیکی و تاثیرات آن بر نحوه انتقال حرارت در داخل چاه حرارتی می باشد. با مقایسه



شکل ۶: مقدار بهینه قطر فینهای سوزنی و تخلخل در مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم.

$$\text{Pr} = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

### حد بالایی انتقال حرارت

شکل (۷) تغییرات هم زمان  $\phi_{opt}$ ,  $d_{opt}^*$  و  $H_H^*$  در وضعیت سیستم بدون دودکش ۱ و با

دودکش  $H_H^* = 0.5$  نشان می‌دهد که با کاهش ارتفاع چاه حرارتی تخلخل و قطر پره‌های سوزنی افزایش می‌یابد این اثرات را می‌توان با در نظر گرفتن کل سطح انتقال حرارت در چاه حرارتی بیان نمود.

شکل (۷) محدوده تغییرات  $\phi_{opt}$ ,  $d_{opt}^*$  را نشان میدهد، این شکل ملاک اساسی برای طراحی این سیستم می‌باشد و از آن می‌توان برای حدس بالایی انتقال حرارت استفاده نمود.

### اثر آرایش پره‌ها سوزنی

در بررسیهای انجام گرفته در این مقاله آرایش ردیف پره‌های سوزنی مشخص نشده است. اما با نتایج بدست آمده برای تخلخل و قطر هیدرولیکی پره‌های سوزنی به شکل زیر می‌توان فاصله مرکز به مرکز میان دو پره سوزنی مجاور و تعداد ردیفهای پره‌های سوزنی را برای دو حالت آرایش ردیف پره‌ها به صورت خطی و مثلثی همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده، بدست

منحنیهای فوق شاهد هستیم که چنانچه قسمتی از چاه حرارتی به دودکش اختصاص داده می‌شود، باعث افزایش تخلخل در سیستم می‌گردد. این اثرات را می‌توان با در نظر گرفتن کل سطح انتقال حرارت  $\tilde{T}_\text{min}$  پره‌های سوزنی،  $A_{fins} \approx H_H^* \Omega \phi$ ، بیان نمود. چنانچه قسمتی از چاه حرارتی به دودکش اختصاص داده شود برای جبران ناحیه از دست رفته باید تخلخل افزایش یابد تغییرات مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم  $(T_b - T_o)_{\min}$  را با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی زمانیکه نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم مقداری ثابت باشد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. از معادله (۳۰) که تغییرات نسبت  $(T_b - T_o)/q''L/k_w$  را با تغییرات  $\Theta$  نشان می‌دهد، می‌توانیم نسبت تغییرات  $(T_b - T_o)$  را بر حسب تغییرات پارامتر  $\bar{\Theta}$  به شکل زیر بیان کنیم.

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{\Theta} \left[ \frac{1}{\Omega L^*} \frac{1}{\text{Pr} \text{Re}_{pore}} + \frac{k}{H_H^* \Omega \zeta_{\max} (4Nuk)^{1/2}} \right] \quad (37)$$

که در معادله فوق:

$$k = \frac{k_f}{k_w} \text{ و } \bar{\Theta} = \frac{\Theta}{W^*} = \frac{g\beta(T_b - T_o)H^3}{\alpha v}$$

تغییرات ماکریم اختلاف دما نسبت به ارتفاع چاه حرارتی  $H_H^*$  در شکل (۶) داده شده است.  $\tilde{T}_{\min}$  یعنی ماکریم اختلاف دمای بین سطح سیال، هنگامیکه قطر و تخلخل هر دو بهینه باشند به عبارت دیگر  $\tilde{T}_{\min}$  کوچکترین اندازه از بالاترین اختلاف دمایها را بین سطح و سیال مشخص می‌کند تغییرات  $\tilde{T}_{\min}$  بر حسب  $H_H^*$  حداقل ۵ درصد است بنابراین می‌توان گفت هنگامی که کل سیستم (چاه حرارتی و دودکش) ثابت مانده باشد. تغییرات  $H_H^*$  تاثیری بر  $\tilde{T}_{\min}$  ندارد به عبارت دیگر در سیستم‌های دودکش دار، کمبود بخشی از سطح حرارتی بوسیله دودکش جبران می‌گردد بطوریکه کارایی چاه حرارتی ثابت می‌ماند.

بنابراین با توجه به معادلات بدست آمده مقدار بهینه فاصله مرکز به مرکز فضای میان پره های سوزنی را برای دو نوع آرایش پره ها بصورت خطی و مثلثی بدست می آید.

### مقایسه با کارهای پیشین

تفییرات "بهینه" درجه حرارت برای پره های سوزنی در یک  $\overline{\Theta}$  ثابت با آرامی با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی تغییر می کند، شکل (۶). لذا ارتفاع چاه حرارتی برابر  $H_H^* = 0.5$  را برای مقایسه کار فعلی با کارهای قبلی انتخاب کرده و نیز بررسیها را با تغییرات پارامتر  $\overline{\Theta}$  مورد ارزیابی قرار می دهیم. مینیمم مقاومت حرارتی را به شکل ذیل می توان در نظر گرفت.

$$= \frac{\Delta T_{ave,opt} H k_f}{Q_{tot}} \quad R_{min} = \frac{\tilde{T}_{ave,opt}}{Gr_k^* \sqrt{\Theta}} \quad \frac{1}{Re^2} \quad (42)$$

که در معادله بالا  $\Delta T_{ave,opt}$  میانگین اختلاف درجه حرارت میان چاه حرارتی و جریان آزاد می باشد. برای پره های سوزنی  $\Delta T_{ave,opt}$  برابر درجه حرارت صفحه پایه در وسط چاه حرارتی می باشد. لذا  $R_{min}$  بصورت زیر بیان می گردد:

$$R_{min} = \frac{(\tilde{T}_b - T_o) k L^*}{q'' L / k_w H_H^*} \quad (43)$$

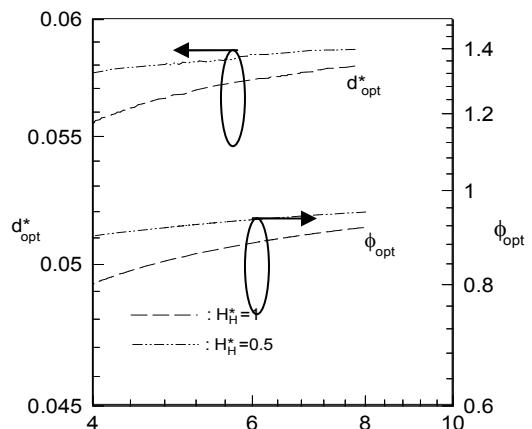
که در معادله فوق  $\tilde{T}_b$  درجه حرارت صفحه پایه در وسط چاه حرارتی میباشد.  $\tilde{T}_b = T_w(x = H_H / 2)$  تغییرات درجه حرارت در وسط چاه حرارتی به شکل زیر خواهیم داشت

$$\frac{(\tilde{T}_b - T_o)}{q'' L / k_w} = \frac{1}{2 \frac{H_H^*}{k \Omega L^{*2}} \text{Pr} \text{Re}_{pore}} + \frac{1}{L^* \Omega \zeta_{max} (4 N u k)^{1/2}} \quad (44)$$

تغییرات مینیمم مقاومت حرارتی برای پره های سوزنی حاصل از کار Bejan، ۱۹۹۳، در جابجایی اجباری آرام که آرایه پره های سوزنی بصورت یک محیط متخلخل با

آورد. فاصله مرکز به مرکز میان دو پره سوزنی در امتداد عمود بر جهت جریان را با  $S_T$  نشان میدهیم. عدد بی بعد  $X_T$  را بصورت زیر تعریف می کنیم.

$$X_T = \frac{S_T}{d} \quad (38)$$



شکل ۷: مینیمم اختلاف درجه حرارت کلی سیستم با تغییرات ارتفاع چاه حرارتی و نرخ کلی انتقال حرارت  $\overline{\Theta}$ .  $\text{Pr} = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$

همچنین  $X_L$  فاصله بی بعد مرکز به مرکز فضای میان ردیف پره ها در جهت جریان می باشد.

$$X_L = \frac{S_L}{d} \quad (39)$$

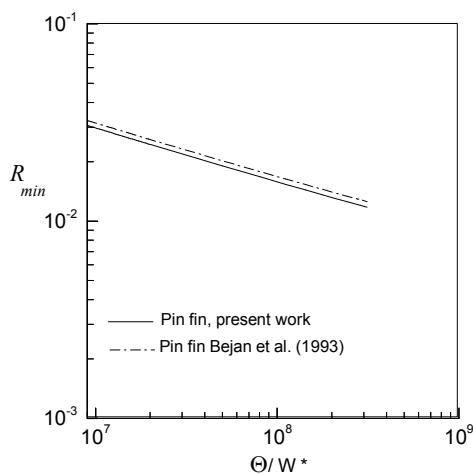
زمانیکه پره ها بصورتی قرار بگیرند که مراکزشان تشکیل یک مربع را بدeneند.  $X_L = X_T$

$$X_{T_{opt}} = \sqrt{\frac{\pi}{4(1 - \phi_{opt})}} \quad (40)$$

و چنانچه در آرایش پره ها بصورت مثلثی، پره ها به شکلی قرار بگیرند که با اتصال مراکزشان تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع را بدeneند.  $X_L = 0.866 X_T$

$$X_{T_{opt}} = \sqrt{\frac{\pi}{3.464(1 - \phi_{opt})}} \quad (41)$$

حرارتی یک سیستم کاملاً ایده آل، معادله (۴۶)، را نشان می‌دهد. شکل فوق نشان می‌دهد که مینیمم مقاومت حرارتی در انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط آرام در اعداد رینولدز  $Re_k$  در محدوده  $10^{-1} - 10^0$  (جريان Forchheimer) در سیستم مشکل از پره‌های سوزنی که بصورت محیط متخلخل مدل شده‌اند (کار فعلی) چهار برابر بزرگتر از مینیمم مقاومت حرارتی ایده آل می‌باشد. نتایج بدست آمده را می‌توان به طریق زیر در طراحی یک سیستم خنک کننده بکار گرفت. برای یک سیستم خنک کننده می‌توان  $R_{min,ideal}$  را براحتی از معادله (۴۶) بدست آورد و مینیمم مقاومت حرارتی را با در نظر گرفتن  $R_{min} = 4R_{min,ideal}$  در سیستم مشخص می‌کنیم و با مشخص شدن  $R_{min}$  می‌توان به این نتیجه رسید که در انتقال حرارت به روش جابجایی مختلط آرام در یک محیط متخلخل مورد نظر، آیا می‌توان به قدر کافی خنک کاری را فراهم نمود یا خیر.



شکل ۹: مینیمم مقاومت حرارتی با تغییرات نرخ کلی انتقال حرارت.

$$\Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

### نتیجه گیری

در این مطالعه شرایط بهینه عملکرد یک چاه حرارتی با پره‌های سوزنی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که برای دستگاههای الکترونیکی و بویژه جاسازی قطعات مختلف آنها، میزان

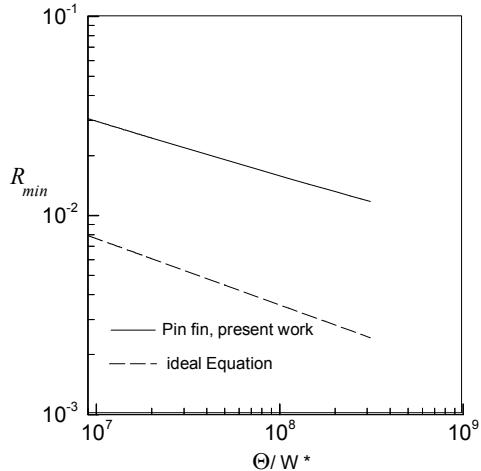
جريان دارسی مدل شده‌اند [۳] و کار فعلی در شکل (۸) نشان داده شده است. داده‌های منحنی در مقادیر ثابت  $\Pr = .7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1, H_H^* = .5$  اسبه شده‌اند. شکل فوق نشان می‌دهد که نتایج حاصله از پره‌های سوزنی در کار فعلی حدود ۱۰ درصد نسبت به مرجع [۳] بهبود یافته است.

یک معادله مشابه می‌توان برای انتقال حرارت ایده آل با جريان غیر لزج بدست آورد [۱]. یک چاه حرارتی را در نظر می‌گیریم که تمام انتقال حرارت آن در ورودی به چاه حرارتی انجام می‌گیرد. فضائی انتقال حرارت بین جامد و سیال به دلیل کوچک و باریک بودن چاه حرارتی،  $H_H = 0$  برابر صفر می‌باشد، و نسبت انقباض،  $\Gamma$ ، واحد در نظر گرفته و افت فشار در داخل چاه حرارتی را برابر صفر منظور شده است، از معادله (۱۹) :

$$0 = -\frac{1}{2}\rho_0 U^2 + \rho_0 g \beta H(T_2 - T_0) \quad (45)$$

با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده برای  $R_{min,ideal}$  و از معادله (۴۳)، می‌توان آنرا بشکل زیر بیان نمود :

$$R_{min,ideal} = \left( 2\Theta \Pr (L^* W^*)^2 \right)^{-1/3} \quad (46)$$



شکل ۸: مینیمم مقاومت حرارتی با تغییرات برح دلی انتقال حرارت.

$$\Pr = 0.7, k = 2.7 \times 10^{-3}, Nu = 6, L^* = 0.4, \Gamma = 1$$

شکل (۹) تغییرات مینیمم مقاومت حرارتی پره‌های سوزنی را با تغییرات پارامتر  $\Theta/W^*$  و مینیمم مقاومت

$H^*$	: ارتفاع چاه حرارتی بی بعد ( $H_H/H$ )
$H_H$	: ارتفاع چاه حرارتی (m)
$k$	: نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به جامد
$K$	: قابلیت نفوذ پذیری ( $m^2$ )
$k_f$	: ضریب هدایت حرارتی سیال ( $W/mk$ )
$K_w$	: ضریب هدایت حرارتی جامد ( $W/mk$ )
$K_z$	: عدد ثابت از مرتبه ۱۰۲
$L^*$	: طول فینهای سوزنی بی بعد ( $L/H$ )
$L$	: طول فینهای سوزنی (m)
$M$	: پارامتر فینهای ( $m^{-1}$ )
$\eta$	: دبی جریان (kg/s)
$N$	: تعداد فینهای سوزنی در داخل چاه حرارتی
$Nu$	: عدد ناسولت
$P$	: فشار سیال ( $N/m^2$ )
$\Delta p$	: افت فشار کلی سیستم ( $N/m^2$ )
$Pr$	: عدد پرانتل
$q''$	: شار حرارتی بر واحد سطح ( $W/m^2$ )
$Q_{tot}$	: نرخ کلی انتقال حرارت (W)
$R$	: مقاومت حرارتی بی بعد
$Re$	: عدد رینولدز ( $Ud/v$ )
$Re_k$	: عدد رینولدز بر پایه قطر ذرات ( $UK^{0.5}/v$ )
$Re_{pore}$	: عدد رینولدز پر ( $UD_h/v$ )
$S$	: ناحیه نمونه ( $m^2$ )
$\tilde{T}$	: میزان اختلاف درجه حرارت کلی سیستم
$g\beta(T_b - T_o)H^3/\alpha v$	
$T_0$	: درجه حرارت ورودی به چاه حرارتی (k)
$T_2$	: درجه حرارت سیال در انتهای چاه حرارتی
$T_b$	: ماکریزم درجه حرارت زیر لایه (k)
$T_f$	: درجه حرارت محلی سیال (k)
$T_w$	: درجه حرارت محلی زیر لایه (k)
$U$	: سرعت متوسط سیال (m/s)
$W$	: عرض چاه حرارتی (m)
$W^*$	: عرض چاه حرارتی بی بعد ( $W/H$ )
$X_L$	: سنجدشی از فضایی مرکز به مرکز میان فینهای
$X_T$	: سنجدشی از فضایی مرکز به مرکز میان ردیفها
$\alpha$	: ضریب پخش حرارتی ( $m^2/s$ )
$\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$	: ضریب شکل

تخلخل اپتیم عموماً بزرگتر از ۰/۷ است لیکن مقدار این اپتیم بشدت به معکوس قطر هیدرولیکی و نیز پارامتر شناوری بستگی دارد همچنین کار حاضر نشان می‌دهد که طراحی یک چاه حرارتی مشکل از پره‌های سوزنی را میتوان با انتخاب بهینه قطر پره‌های سوزنی و تخلخل آنها به وجه مناسبی بهینه سازی نمود. اثرات حضور دودکش مطالعه گردید و ملاحظه گردید میزان تخلخل بهینه در حالت بدون دودکش کمتر از حالت دودکش دار می‌باشد و نشان داده شد که تغییرات اختلاف دمای بهینه تقریباً با ارتفاع نسبی چاه حرارتی بدون تغییر می‌ماند و از این خاصیت میتوان برای طراحی چاه‌های حرارتی با حجم کوچکتر استفاده نمود بدون اینکه کارایی آن تغییرات عمده‌ای داشته باشد.

در مجموع نتایج حاصل از این تحقیق می‌تواند (هر چند مقدماتی) به طراحان و سازندگان چاه‌های حرارتی پره‌های سوزنی دیدگاه روش‌تری از چگونگی خنک کاری سیستم‌های الکترونیکی بوسیله جابجایی مختلط ارائه نماید

## تشکر و قدردانی

این پژوهش مستخرج از طرح شماره ۶۱۸/۲/۱۰۶۹ می‌باشد که با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه تهران انجام شده است. بدینوسیله از کلیه مسئولین امر بویژه معاونت محترم پژوهشی دانشکده فنی صمیمانه تشکر و قدردانی می‌شود.

## فهرست علائم

$A_{fins}$	: سطح موثر انتقال حرارت فینهای سوزنی
$A_s$	: سطح مقطع یک فین ( $m^2$ )
$C_p$	: گرمای ویژه در فشار ثابت (kJ/kg)
$d$	: قطر فینهای سوزنی (m)
$d^*$	: قطر فینهای سوزنی بی بعد ( $d/H$ )
$D_h$	: قطر هیدرولیکی (m)
$F$	: پارامتر بی بعد
$Gr$	: عدد گراش
$h$	: ضریب انتقال حرارت ( $W/m^2k$ )
$H$	: کل ارتفاع سیستم (m)

$\Theta$ :	میزان نرخ کلی انتقال حرارت در سیستم	$\beta$ :	ضریب انبساط حرارتی ( $1/k$ )
$g\beta Q_{tot} H^2 / \alpha v k_f$		$\delta$	: قطر بی بعد
$\Theta/W^*$ :	$\overline{\Theta}$	$\phi$	: تخلخل
$\rho$ :	دانسیته جریان ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	$\Gamma$	: نسبت انقباض دودکش
$(1/D_h^*)$	: معکوس قطر هیدرولیکی بی بعد (	$\eta$	: راندمان فیبنها
$\zeta$ :	تابع ، معادله (۳-۳۶)	$K_b$	: پارامتر شناوری
		$\mu$	: لزجت ( $\text{kg}/\text{m.s}$ )
		$\nu$	: لزجت سینماتیکی ( $\text{m}^2/\text{s}$ )

## مراجع

- 1 - Fisher, T. S. and Torrance, K. E. (1998). "Free convection limits for Pin-Fin cooling." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 120, PP. 633-640.
- 2 - Armstrong, G. and Winstanley, D. (1998). "A review of staggered array Pin Fin heat transfer for turbine cooling application." *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 110, PP. 94-103 .
- 3 - Bejan, A. and Morega, A. M. (1993). "Optimal arrays of Pin Fins and plate fins in laminar forced convection." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 75-81.
- 4 - Jurbran, B. A., Hamdan, M. A. and Abdualh, R. M. (1993). "Enhanced heat transfer, missing Pin, and optimization for cylindrical Pin Fin arrays." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 576-583.
- 5 - Bejan, A. (1993). *Heat transfer*, Wiley, New York, PP. 237-244.
- 6 - Bejan, A. (1984). *Convection heat transfer*, Wiley, New York , P.85 .
- 7 - Tukerman, D. B. and Pease, R. F. W. (1981). "High-performance heat sinking for VLSI." *IEEE Electron Device Letters*, Vol. EDL-2, No. 5, PP.126-129.
- 8 - Ergun, S. (1952). "Fluid flow through packed columns." *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, P. 93
- 9 - Sangani, A. S. and Acrivos, A. (1982). "Slow flow past periodic arrays of cylinders with application to heat transfer." *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 8, No. 3, PP. 193-206 .
- 10 - Jobran, B. A., Hamdan, M. A. and Abdualh, R. M. (1993). "Enhanced heat transfer, missing Pin, and optimization for cylindrical Pin Fin arrays." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, PP. 576-583.
- 11 - Zukauskas, A. (1987). "Convective heat transfer in cross flow." *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, Chapter 6.
- 12 - Incropera, F. P. and Dewitt, D. P. (1990). *Fundamental of heat and mass transfer*, 3rd ed., Wiley, New York, P.395.
- 13 - Lauriat, G. and Prasad, V. (1987). "Natural convection in vertical porous cavity; a numerical study for brinkman-extended darcy formulation." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 109, PP. 688-696.
- 14 - Incropera, F. P. (1988). "Convection heat transfer in electronic equipment cooling." *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 110, PP. 1097-1111.
- 15 - Fisher, T. S., Torrance, K. E. and Sikka, K. K. (1997). "Analysis and optimization of a natural draft heat sink system." *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology – Part A*, Vol. 20, No. 2, PP. 111-119.

## واژه‌ای انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                  |                      |                           |
|------------------|----------------------|---------------------------|
| 1 - Pin-Fin      | 2 - Mixed Convection | 3 - Porous medium         |
| 4 - Heat sink    | 5 - Porosity         | 6 - Buoyancy parameter    |
| 7 - Permeability | 8 - Buoyancy force   | 9 - Substrate             |
| 10 - Bulk fluid  | 11 - Drag force      | 12 - Pore Reynolds number |