

اندرکنش سازه‌های صلب حجیم و امواج دریا به روش المان مرزی

مهدی خراسانچی

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد سازه - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

mahdi_k@parsonline.net

خسرو برگی

دانشیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

محرّم دولتشاهی

استادیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۱/۱۲/۲۴، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۳/۸/۲۳، تاریخ تصویب ۸۳/۱۰/۲۶)

چکیده

در این تحقیق بر پایه روش المان مرزی، راه حل حوزه زمانی برای پدیده تفرق سه بعدی ارائه شده که به کمک آن اندرکنش غیر خطی امواج دریا و سازه‌های صلب حجیم با مقطع و شرایط دلخواه مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین ترتیب حل مسئله در هر گام زمانی به روش معادله انتگرالی و بر اساس تئوری گرین بدست می‌آید. شرایط مرزی سطح آزاد آب بسط داده می‌شود تا مرزهای متحرک حوزه سیال، به مرزهای ثابت در طول زمان کاهش یافته و در نتیجه بجای هر گام زمانی، تنها یکبار به حل دستگاه معادلات همزمان ناشی از مجزاسازی معادله انتگرالی نیاز خواهد بود. این تمهید باعث کاهش فوق العاده زمان حل خواهد شد. حل مسئله به دو بخش پتانسیل حتمی معلوم و پتانسیل پراکنده مجهول تقسیم می‌شود که بخش مجهول در زمان و مکان گسترش یافته و باید تعیین گردد. شرط تابش نیز که بر پتانسیل پراکنده اعمال می‌شود بگونه‌ای تغییر می‌یابد که سرعت وابسته به زمان در آن لحاظ شود. آنگاه بر مبنای این مباحث نظری، نرم‌افزاری بنام Diffraction نوشته شده و از آن برای بررسی تفرق امواج در برخورد با استوانه‌های مدور قائم استفاده شد. نیروها و تراز سطح آزاد آب مربوط به مراتب اول و دوم برای ابعاد و شرایط مختلف، ارائه شده و مقایسه نتایج با دیگر تحقیقات انجام شده سازگاری مطلوب را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: تفرق سه بعدی، نیروی موج، المان مرزی، حوزه زمان

مقدمه

آزمایش و تجربه تعیین شده‌اند. رابطه مورپسن فرض می‌کند که نیروی موج بر سازه، از دو مولفه اینرسی و درگ تشکیل شده که بصورت خطی با هم جمع می‌شوند. ضرایبی در دو نیروی اینرسی (یا جرم) و درگ وجود دارند که باید از طریق تجربه و آزمایش تعیین گردند. رابطه مورپسن بیشتر هنگامی کاربرد دارد که نیروی درگ اهمیّت دارد. این معمولاً هنگامی رخ می‌دهد که سازه در مقایسه با طول موج کوچک باشد. هنگامیکه نیروی درگ کوچک و مولفه اینرسی غالب است، ولیکن سازه هنوز نسبتاً کوچک می‌باشد، تئوری فرود-کرایلف را می‌توان بکار برد. در این روش از فشار ناشی از موج همجوار برای محاسبه نیرو استفاده می‌شود. مزیت این روش آنست که برای برخی موانع متقارن، نیروی موج را می‌توان بصورت بسته حساب کرد و ضرایب نیرو نیز عموماً

برخورد امواج با ساحل و موانع ساخت بشر، از دیر باز مورد توجه محققین بوده و هست. رفتار سازه و موج در برخورد آنها، متاثر از مشخصات فیزیکی هر دو می‌باشد. اصول اندرکنش موج دریا و سازه، به کمک تئوریها و روشهای مختلف از جمله آنالیز ابعادی استخراج شده و پارامترهای مجهول نیز بوسیله تحقیقات آزمایشگاهی تعیین می‌گردند. از آنجائیکه در طراحی سازه‌های دریایی، به نیروی موج وارد بر سازه و رفتار آن نیاز می‌باشد، بدین منظور روابط متنوعی با متغیرهای متفاوت ارائه شده‌اند که از جمله معروفترین آنها می‌توان به روابط مورپسن (Morison) برای سازه‌های لاغر، فرود-کرایلف (Froude - Krylov) برای سازه‌های متوسط و سین فلو (Sain Flou) برای دیوارها اشاره کرد. ضرایب ناشناخته هر یک نیز برای شرایط مختلف به کمک

زیر است. فرض می شود که جریان نوسانی، تراکم ناپذیر و غیر چرخشی باشد. آنگاه می توان سرعت جریان را بصورت گرادین تابع اسکالر پتانسیل، Φ ، نوشت. در تئوری پتانسیل، پتانسیل سرعت کل، Φ ، از جمع پتانسیل حتمی^۱ و پراکنده^۲ بدست می آید. این پتانسیل رابطه لاپلاس را در مختصات قائم کارترین (oxyzy) ارضا می کند:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

این رابطه در محدوده سیال صادق است که در آن $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$ و مختصات نقطه مورد نظر در حوزه سیال است که پتانسیل در لحظه t در آن محاسبه می شود. مرزهای مسئله نیز در شکل (۱) تعریف شده اند.

◀ شرط مرزی دینامیکی سطح آب:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad z = \eta \quad (2)$$

که در آن $\eta =$ تراز سطح آزاد آب و $g =$ شتاب ثقل است.

◀ شرط مرزی سینماتیکی سطح آب:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad z = \eta \quad (3)$$

◀ شرط مرزی کف:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -d \quad (4)$$

◀ شرط مرزی سطح جسم:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad -d \leq z \leq \eta \quad (5)$$

این شرایط مرزی (رابطه ۲ تا ۵) همه مرزهای سیال بجز شرط حاکم در دور دست سازه (بینهایت) را تعریف می کنند.

براحتی تعیین می گردند.

اگر اندازه سازه با طول موج قابل قیاس باشد، انتظار می رود که حضور سازه خصوصیات موج را در نزدیکی خود تغییر دهد. بویژه اگر سازه سهم قابل توجهی از طول موج را دربر گیرد، موج رسیده به سازه دچار تفرق یا پراکندگی حایز اهمیتی می شود. در این حالت، برای محاسبه نیروی موج باید تفرق امواج از سطح سازه را نیز در نظر گرفت که بطور کلی تحت عنوان تئوری تفرق شناخته می شود. اگرچه جواب بصورت بسته، برای محدود حالاتی وجود دارد، ولیکن بطور کلی حل معادله لاپلاس و شرایط مرزی مربوطه نیاز مبرم به تکنیکهای عددی دارند. نرم افزارهای عددی موجود محدودیتهای علمی یا کاربردی به شرح زیر دارند:

- ANSYS: تنها نیروی وارد بر سازه های استوانه ای را از روش مورین حساب کرده و بعنوان بارگذاری استفاده می کند. پدیده تفرق و اندرکنش سازه های حجیم و موج را شامل نمی شود.

- ABAQUS/AQU: سرعت و شتاب ذرات را از تئوری موج خطی ایری (Airy) یا استوکس مرتبه پنجم (Stokes V) حساب کرده و آنگاه مولفه درگ نیرو را از مورین و مولفه اینرسی را از روش جرم اضافه محاسبه می کند. در نتیجه تفرق را در بر نمی گیرد.

- NASTRAN: برنامه ای خاص سازه و تحلیل آن بوده که موج و پدیده های مربوط را شامل نمی شود.

- NISA: تنها سیال را مدل کرده و امکان تحلیل پدیده تفرق و شرایط مرزی حاکم را ندارد.

- MOSES: برنامه تجاری و دارای سه گزینه بمنظور بررسی هیدرودینامیک که عبارتند از روش معمول مورین، روش نواری برای تحلیل دو بعدی، روش پدیده تفرق تا مرتبه دو.

- SACS: برنامه تجاری که دو نسخه 5 و 5.1 از این نرم افزار، پدیده تفرق سه بعدی را تا مرتبه دوم بررسی می کند.

- WAMIT: نرم افزاری پژوهشی از دانشگاه MIT است که توانایی تحلیل هیدرودینامیکی مشابه برنامه MOSES دارد.

بسط تئوری پدیده تفرق

صورت عمومی مسئله مقدار مرزی تفرق بشرح

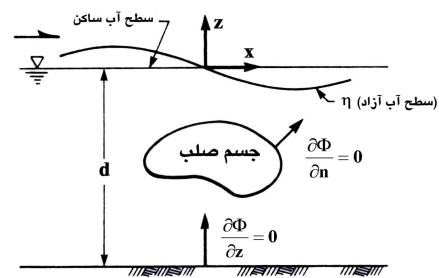
که در آن $k =$ عدد موج و $H =$ ارتفاع موج است. نیمرخ سطح آب نیز بشکل سری نوشته خواهد شد.

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \eta_n \quad (10)$$

که در آن $\eta_1 =$ نیمرخ موج مرتبه اول خواهد بود و ... با جایگذاری این سریها در مسئله مقدار مرزی فوق، مسايل مقدار مرزی برای هر مرتبه از Φ ، بدست می آید. معادله حاکم لاپلاس برای مرتبه های مختلف بصورت زیر در خواهد آمد:

$$\nabla^2 \Phi_k = 0 \quad (11)$$

بطور کلی، دو دسته راه حل برای این مسئله ارائه شده است. از آنجا که موج و ارتعاش سازه هر دو پدیده های تناوبی هستند، جمعی از پژوهشگران روش حوزه فرکانسی برای حل مرتبه دوم امواج منظم با استفاده از روش آشفتگی را پیشنهاد کرده اند که می توان به کارهای زیر اشاره کرد: تیلور و هانگ (Taylor & Hung) (۱۹۸۷)، ابوالعظم و ویلیامز (Abul - Azm & Williams) (۱۹۸۸)، کیم و یو (Kim & Yue) (۱۹۸۹)، تیلور و وو کریبل (Taylor & Wu) (۱۹۹۰)، نیومن (Newman) (۱۹۹۰). اخیراً با بهبود این روش، مدلسازی حرکت سازه نیز ممکن است، بطور مثال تحقیقات کیم و یو (۱۹۹۰). جمع دیگری از محققین راه حل کاملاً غیر خطی مبتنی بر حوزه زمان را ارائه کرده اند که در آن در هر گام زمانی شرایط مرزی سطح آزاد بر سطح آبی اعمال شده و دستگاه معادلات همزمان جدیدی تشکیل شده و حل می شود تا سطح آب گام زمانی بعد بدست آید. از این دسته می توان بکارهای زیر اشاره کرد: وینجه و برویگ (Vinge & Brevig) (۱۹۸۱)، ایزاکسون (Isaacson) (۱۹۸۲)، دمرموث و یو (Dommermuth & Yue) (۱۹۸۷)، گروسنباخ و یونگ (Grosenbaugh & Yeung) (۱۹۸۹). بعلاوه کاربرد وسیعتر و جامع بودن روش حوزه زمان، در این رساله نیز از آن استفاده شده و موج استوکس مرتبه دوم که برای آبهای عمیق و سکوهای دریایی کاربرد دارد اعمال شده است. در پدیده اندرکنش موج و سازه از دیدگاه سازه ای و طراحی آن، در مدلسازی حوزه سیال تنها به داشتن نتایج روی وجه مشترک سیال و سازه نیاز است تا



شکل ۱: مرزهای مسئله مقدار مرزی تفرق.

مسئله باید برای پتانسیل سرعت Φ ، حل شود. در یک نقطه دلخواه سیال در لحظه t ، پتانسیل سرعت از دو مولفه تشکیل شده است. یکی ناشی از موج حتمی Φ^w و دیگری ناشی از موج پراکنده شده (متفرق شده) از سطح سازه Φ^s می باشد. آنگاه:

$$\Phi = \Phi^w + \Phi^s \quad (6)$$

که در آن Φ و Φ^w و Φ^s همگی توابعی از X و Y و Z و t می باشند. شرط مرزی اضافه در بینهایت مربوط به پتانسیل پراکنده Φ^s ، می باشد. این شرط بیان می کند که پتانسیل پراکنده باید در فاصله دور از سازه ناپدید شود. عبارت دیگر، موج رفته باز نگردد. اگر R را بعنوان شعاع فاصله از مرکز سازه در تمام جهات تعریف کنیم، شرط تابش سامرفلد^۲ می گوید:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial}{\partial R} \pm i\lambda \right) \Phi^s = 0 \quad (7)$$

که در آن $\lambda =$ مقدار ویژه و $i = \sqrt{-1}$ است. مسئله ای که در پاراگرافهای قبل تعریف شد، یک مسئله کامل مقدار مرزی است. خصوصاً بخاطر شرایط مرزی سطح، مسئله کاملاً غیرخطی بوده و لهذا حل کلی و بسته بجز برای برخی حالات محدود ممکن نیست. بنابراین، برای راحتی حل فرض می شود که Φ شکل سری توانی با توجه به پارامتر آشفتگی^۴، ε ، داشته باشد:

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi_n \quad (8)$$

که در آن جمع تا اندیس n ، تئوری تا مرتبه n را نشان می دهد. پارامتر آشفتگی معمولاً بصورت زیر انتخاب می شود:

$$\varepsilon = \frac{kH}{2} \quad (9)$$

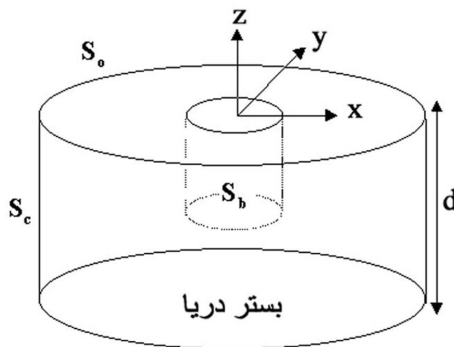
نسبت به کف دریا را شامل شود:

$$G(x, \xi) = \sum_{k=1}^2 \frac{1}{4\pi r_k} \quad (13)$$

که در آن r_k فاصله بین نقطه x و ξ_k می‌باشد. نقطه ξ_k بگونه‌ای تعریف می‌شود که $\xi_1 = (\xi, \psi, \zeta)$ نقطه‌ای روی مرز S بوده و $\xi_2 = (\xi, \psi, -(\zeta + 2d))$ نقطه ξ_1 نسبت به بستر دریا باشد. بنابراین r_k بصورت زیر خواهد بود:

$$r_1 = [(\xi - x)^2 + (\psi - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{0.5} \quad (14 \text{ الف})$$

$$r_2 = [(\xi - x)^2 + (\psi - y)^2 + (\zeta + 2d + z)^2]^{0.5} \quad (14 \text{ ب})$$



شکل ۲: نمایش مرزهای معادله لاپلاس تفرق.

با معلوم شدن پتانسیل پراکنده یا مشتق جهتی آن از شرایط مرزی در هر قسمتی از مرز، دیگر مجهولات باقیمانده معادله انتگرالی فوق (۱۲)، بکمک یک روند عددی بدست می‌آیند. در این روند، ابتدا مرزهای S_b و S_c و S_o را به تعداد محدودی سطح کوچک مثلثی تخت تجزیه می‌کنیم. آنگاه معادله انتگرالی شامل پتانسیل پراکنده Φ_k^s برای مرتبه k را بدون هیچ تقریبی می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{2} \Phi_k^s(x_i) = \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Delta S_j} G(x_i, \xi_j) \frac{\partial \Phi_k^s(\xi_j)}{\partial n} ds(\xi_j) - \int_{\Delta S_j} \Phi_k^s(\xi_j) \frac{\partial G(x_i, \xi_j)}{\partial n} ds(\xi_j) \right] \quad i = 1, \dots, N \quad (15)$$

که در آن $N =$ تعداد کل سطوح کوچک و $\Delta S_j =$ مساحت سطح j ام است.

با انتخاب «المان مثلثی ثابت»^۷، فرض می‌کنیم که مقادیر

بعنوان نیرو بر سازه اعمال شوند. دیگر شرایط مرزی سیال نیز در مرزهای سطح آب، سطح کنترل و کف دریا قابل ارضا هستند. در نتیجه لازم است که نتایج تحلیل حوزه سیال در هر گام زمانی را در مرزهای سیال داشته باشیم. این ویژگی ذاتی مسئله، «روش المان مرزی»^۵ (BEM) را به ذهن متبادر می‌کند.

همانطور که گفته شد، در روش حوزه زمان، «مرزها در هر لحظه متحرک بوده»^۶ و لهذا اعمال روش المانهای مرزی منجر به حل دستگاه معادلات جبری می‌شود که در هر گام زمانی، ماتریس ضرایب آن بخاطر هندسه متغیر مرزها تغییر کرده و هر بار باید مجدداً حساب شود که نهایتاً به افزایش زمان لازم می‌انجامد. برای همین در این برنامه، آخرین پیشنهاد محققین نیز بکار گرفته شده [۶] تا با تمهیداتی که بعداً به آن خواهیم پرداخت این معضل نیز حل گردد. در اینجا بطور خلاصه می‌توان گفت که با استفاده از روش آشفستگی، مسئله را به مرزهای ثابت در زمان تقلیل خواهیم داد تا تشکیل دستگاه معادلات ناشی از مجزاسازی رابطه انتگرالی روش المانهای مرزی، تنها یکبار بجای هر گام زمانی لازم شود.

حل معادله تفرق بکمک روش المان مرزی

مسئله مرتبه اول و دوم برای حوزه ثابت در زمان را می‌توان اینگونه تعریف کرد که بترتیب Φ_1^s و Φ_2^s ، معادله لاپلاس در داخل حوزه را ارضا کرده و همچنین مشروط به شرایط مرزی ناحیه نیز می‌باشند. تئوری گرین در روش المان مرزی، پتانسیل مرتبه k ام روی سطح حوزه را با معادله انتگرالی روی مرز که شامل تابع گرین، G ، می‌باشد بصورت زیر بیان می‌کند:

$$\frac{1}{2} \Phi_k^s(x) = \int_S \left[G(x, \xi) \frac{\partial \Phi_k^s(\xi)}{\partial n} - \Phi_k^s(\xi) \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial n} \right] ds(\xi) \quad (12)$$

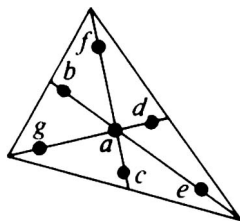
که در آن ξ نقطه‌ای با مختصات (ξ, ψ, ζ) بر روی مرز انتگرال گیری S بوده و n بردار عمود بر مرز بسمت خارج در نقطه ξ می‌باشد. در این بحث، سطح S مطابق شکل (۲) تشکیل شده است از: سطح جسم در زیر تراز آب ساکن S_b ، سطح آب ساکن S_o ، سطح کنترل S_c و بستر دریا.

البته با فرض بستر افقی دریا، می‌توان مرز بستر دریا را حذف کرده و تابع گرین را بصورتی در نظر گرفت که تقارن

انتگرال گیری بر روی آن انجام می شود. n_k بردار عمود بر سطح تصویر k ام المان j ام است، در حالیکه $(\xi_{km} - x_i)$ برابر برداری است که از مرکز المان i ام به m امین نقطه گوس در k امین تصویر المان j ام متصل شود. r_{km} نیز طول همین بردار می باشد. همچنین متغیر T_j ، انتگرال منفرد تابع گرین بر روی سطح المان j ام است و قتیکه $j = i$ و $k = 1$ باشد. لازم به ذکر است که انتگرال منفرد رابطه (۱۷)ب) و قتیکه $k = 1$ باشد بصورت تحلیلی صفر بدست می آید [۱۸] و لهذا k از ۲ شروع می شود.

برای انتگرال گیری عددی بر روی المان مثلثی، از هفت نقطه استفاده شد که دقت مرتبه پنج را داراست. بعبارت دیگر خطای آن از مرتبه ششم است. شکل کلی نقاط انتگرال گیری و توابع وزنی مربوطه در شکل (۳) ارائه شده است [۲].

به این نکته مهم باید توجه داشت که ضرایب دستگاه معادلات همزمان فوق با گذشت زمان تغییر نخواهند کرد. بنابراین، در مقایسه با دیگر روشهای مرسوم غیرخطی حوزه زمانی که در هر گام زمانی دستگاه معادلات جدیدی تشکیل شده و باید حل شود، در این روش، تنها یکبار به حل دستگاه معادلات همزمان نیازی باشد. چراکه ماتریس ضرایب، تنها تابعی از هندسه است که آنرا هم با تمهیدات آتی از زمان مستقل کرده ایم. بعلاوه، این ویژگی، استفاده از یک دستگاه معادلات برای امواج حتمی متفاوت را تنها با تغییر در بردار ورودی سمت راست رابطه (۱۶) ممکن می سازد. بردار ورودی سمت راست رابطه (۱۶) تشکیل شده است از مشتق جهتی پتانسیل پراکنده روی سطح جسم که بصورت صریح از پتانسیل حتمی بدست می آید و همچنین پتانسیل پراکنده روی سطح کنترل و سطح آب ساکن که باید بکمک شرایط مرزی حاکم، در طول گامهای زمانی حساب شوند.



نقطه	مختصات مثلثی			تابع وزنی
	α_1	β_1	β_1	
a	1/3	1/3	1/3	0.225
b	α_1	β_1	β_1	0.13239415

Φ_k^s و $\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n}$ متناظر هر المان، روی سطح آن ثابت بوده و در مرکز آن اعمال شود. بدین ترتیب دستگاه معادلات فوق بصورت مجموعه معادلات همزمان زیر ساده می شود:

$$\sum_{j=1}^{N_b} A_{ij} \Phi_{kj}^s + \sum_{j=N_b+1}^N B_{ij} \left(\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n} \right)_j = - \sum_{j=1}^{N_b} B_{ij} \left(\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n} \right)_j - \sum_{j=N_b+1}^N A_{ij} \Phi_{kj}^s \quad i = 1, \dots, N \quad (16)$$

که در آن N_b برابر تعداد المانهای روی S_b می باشد. باید توجه داشت که با افزایش j از ۱ تا N ، با سطوح، بترتیب S_0 ، S_e ، S_b سطح جسم، آنگاه المانهای سطح آب ساکن، المانهای سطح کنترل و در صورت وجود، المانهای بستر دریا.

ضرایب A_{ij} و B_{ij} بترتیب عبارتند از انتگرال تابع گرین و مشتق جهتی آن بر روی المان j ام و قتیکه نقطه منبع در مرکز المان i ام قرار دارد. اگر $i = j$ باشد انتگرالها در یک نقطه از سطح المان منفرد خواهند شد. کلیه انتگرال گیریها بر روی سطح المانهای مثلثی به روش عددی «گوس» انجام می شود. ضرایب A_{ij} و B_{ij} عبارت خواهند بود از:

$$A_{ij} = \int_{AS_j} \frac{\partial G(x_i, \xi_j)}{\partial n} ds(\xi) = \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^M A_j W_m \frac{(\xi_{km} - x_i) \cdot n_k}{4\pi r_{km}^3} \quad i \neq j \quad (17 \text{ الف})$$

$$A_{ij} = -\frac{1}{2} + \int_{AS_j} \frac{\partial G(x_i, \xi_j)}{\partial n} ds(\xi) = -\frac{1}{2} + \sum_{k=2}^2 \sum_{m=1}^M A_j W_m \frac{(\xi_{km} - x_i) \cdot n_k}{4\pi r_{km}^3} \quad i = j \quad (17 \text{ ب})$$

$$B_{ij} = \int_{AS_j} G(x_i, \xi_j) ds(\xi) = \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^M A_j W_m \frac{1}{4\pi r_{km}} \quad i \neq j \quad (17 \text{ ج})$$

$$B_{ij} = \int_{AS_j} G(x_i, \xi_j) ds(\xi) = T_j + \sum_{k=2}^2 \sum_{m=1}^M A_j W_m \frac{1}{4\pi r_{km}} \quad i = j \quad (17 \text{ د})$$

که در آن m ، اندیس نقطه انتگرال گیری گوس در k امین تصویر المان j ام است. M نیز تعداد نقاط انتگرال گیری گوس در یک المان مثلثی و W_m تابع وزنی در هر نقطه گوس می باشد. A_j مساحت المان j ام بوده که

$$\eta = \varepsilon(\eta_1^w + \eta_2^s) + \varepsilon^2(\eta_2^w + \eta_2^s) + \dots \quad (۱۹)$$

اگر رابطه (۱۸) را در شرط مرزی جسم یعنی معادله (۵) جایگذاری کنیم، برای مرتبه k ام حل خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_k^w}{\partial n} \quad \text{بر روی } S_b \quad (۲۰)$$

شرط مرزی سامرفلد در حوزه زمان برای پتانسیل پراکنده مرتبه k ام، بهمان صورت رابطه (۷) بیان می‌شود که باید در فاصله بینهایت دور از سازه ارضا شود. در رابطه (۷)، C سرعت موج پراکنده و Γ فاصله شعاعی از سازه می‌باشد. اورلسنکی در سال ۱۹۷۶ این شرط را بگونه‌ای اصلاح کرد که بتوان بر روی سطح کنترل S_c در فاصله محدود از سازه اعمال کرد. بدین ترتیب، دیگر به جمله $\sqrt{\Gamma}$ نیازی نبوده و این شرط در جهت عمود بر سطح کنترل اعمال می‌شود:

$$\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial t} + C_n \frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n} = 0 \quad \text{بر روی } S_c \quad (۲۱)$$

که در آن C_n سرعت وابسته به زمان موج پراکنده بر روی سطح کنترل S_c و در جهت قائم n می‌باشد. در پایان هر گام زمانی از رابطه فوق، مجهول $\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial t}$ حساب شده و بکمک برون‌یابی زمانی، Φ_k^s در گام زمانی بعد بدست می‌آید.

روابط غیرخطی (۲) و (۳) بترتیب مربوط به شرایط مرزی دینامیکی و سینماتیکی سطح آزاد آب (S_f) هستند. از جمله مشکلات مسئله تفرق، اعمال این دو شرط غیرخطی بر روی سطح آزاد آب است که خود تابعی از زمان بوده و از جمله مجهولات می‌باشد. این باعث می‌شود که در روش المانهای مرزی، بخشی از مرز را متغیر با زمان فرض کرده و از روش «مرزهای متحرک»^۶ استفاده کنیم. حال اگر بتوانیم با اعمال تمهیداتی، مرز متغیر با زمان سطح آزاد آب را به سطح ثابت آب ساکن کاهش دهیم، تنها یکبار نیاز به تشکیل ماتریسهای ضرایب و حل آنها خواهد بود که سبب تسهیل فوق‌العاده برنامه می‌شود.

اگر عمق آب در مقایسه با طول موج، کم نبوده و ارتفاع موج نیز در حد معمول و متوسط باشد، مطابق پیشنهاد پروفیسور چاکرابارتی [۶] برای حل تحلیلی مسئله تفرق حول استوانه قائم، این امکان وجود دارد که دو شرط

c	β_1	α_1	β_1	0.13239415
d	β_1	β_1	α_1	0.13239415
e	α_2	β_2	β_2	0.12593918
f	β_2	α_2	β_2	0.12593918
g	β_2	β_2	α_2	0.12593918
$\alpha_1 = 0.05971587$		$\alpha_2 = 0.79742699$		
$\beta_1 = 0.47014206$		$\beta_2 = 0.10128651$		

شکل ۳: مشخصات انتگرال‌گیری عددی بر روی المان مثلثی.

اگرچه شرایط مرزی را بعداً بررسی خواهیم کرد لکن در اینجا به اختصار می‌توان گفت که معلومات و مجهولات مسئله در هر قسمت از مرز بدین شرح است:

◀ در روی سطح جسم و بستر دریا: پتانسیل پراکنده، مجهول و مشتق جهتی آن از شرایط مرزی، معلوم می‌باشد.
 ▶ در سطح آب ساکن و سطح کنترل: مشتق جهتی پتانسیل پراکنده، مجهول و خود پتانسیل پراکنده از شرایط مرزی، معلوم می‌باشد.

با نگاه مجدد به رابطه اصلی (۱۶) می‌توان براحتی فهمید که سمت راست رابطه، بردار ورودی معلومات بوده و سمت چپ رابطه فوق، حاصل ضرب ماتریس ضرایب در بردار مجهولات است. برای درک راحت‌تر این مسئله، صورت ماتریسی این دستگاه معادلات را می‌توان در شکل (۴) مشاهده کرد.

بسط شرایط مرزی

چون هدف، بررسی تفرق امواج ناشی از موانع عریض در آبهای عمیق می‌باشد مانند سکوه‌های دریایی و نه در آبهای کم عمق مانند موج شکنها، امواج غیرخطی استوکس بعنوان موج حتمی و تابیده انتخاب شدند.

$$\begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ N_b \\ \vdots \\ N_b+1 \\ \vdots \\ N \end{matrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$$

شکل ۴: نمایش ماتریسی دستگاه معادلات.

در ادامه، برای هماهنگی با روش استوکس، مولفه مراتب مختلف را با تعریف بسط آشفته‌گی برای Φ و η و همچنین تعریف مولفه حتمی و پراکنده، جدا خواهیم کرد:

$$\Phi = \varepsilon(\Phi_1^w + \Phi_1^s) + \varepsilon^2(\Phi_2^w + \Phi_2^s) + \dots \quad (۱۸)$$

تلقی می‌شود. بهمین جهت، مجهول اصلی در حل اجزای مرزی مسئله تفرق، پتانسیل پراکنده Φ_k^s می‌باشد. لهذا، دو شرط مرزی فوق را در هر مرتبه با هم ترکیب می‌کنیم تا مجهول جنبی η_k^s حذف شود.

$$\frac{\partial^2 \Phi_k^s}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 \Phi_k^w}{\partial t^2} + f_k''' \quad (۲۶)$$

که در آن جملات نیرویی f_k''' برای هر مرتبه از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$f_1''' = -g \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \quad (الف ۲۷)$$

$$f_2''' = -\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial t} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y \partial t} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} - \eta_1 \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial z \partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + g \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \frac{\partial \eta_1}{\partial y} - \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right) \quad (ب ۲۷)$$

بدین ترتیب در هر گام زمانی، برای حل مرتبه k ام با معلوم بودن حل مراتب قبل، مجهول $\frac{\partial^2 \Phi_k^s}{\partial t^2}$ بر روی سطح آب ساکن مشخص شده و به کمک برون‌یابی زمانی، Φ_k^s در گام زمانی بعد تعیین می‌شود.

تعیین نیمرخ سطح آب

در یک گام زمانی و بعد از حل مرتبه k ام، با معلوم بودن Φ_k^s و $\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial n}$ در کلیه مرزها و از جمله سطح آب ساکن، مجدداً به شرط مرزی دینامیکی سطح آب (۲۵) مراجعه کرده و از آن نیمرخ موج پراکنده مربوط به مرتبه k ام یعنی η_k^s را استخراج می‌کنیم:

$$\eta_1^s = -\eta_1^w - \frac{1}{g} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \quad (الف ۲۸)$$

$$\eta_2^s = -\eta_2^w - \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi_1|^2 + \eta_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial t} \right] \quad (ب ۲۸)$$

تعیین فشار و نیروی وارد بر سازه

در هر گام زمانی، مسئله مقدار مرزی مرتبه اول و دوم و ... بترتیب برای Φ_1 و Φ_2 و ... حل می‌شود. آنگاه که Φ_1 و Φ_2 و ... و در نتیجه Φ معلوم شد،

غیرخطی سطح آزاد آب را به کمک «بسط سری تیلور»^۹ حول تراز آب ساکن به شرایطی بر روی سطح آب ساکن کاهش داد:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right)_{z=0} + \dots = 0 \quad (۲۲)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 \right)_{z=0} + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 \right)_{z=0} + \dots = 0 \quad (۲۳)$$

بدین ترتیب مسئله غیرخطی تفرق برای هندسه مستقل از زمان تعریف می‌شود که بجای سطح آزاد و لحظه‌ای آب (S_f)، شامل سطح آب ساکن (S_0) می‌باشد (شکل ۲).

مطابق توضیحات قبل، برای هماهنگی با روش استوکس، با تعریف بسط آشفتگی برای Φ و η و همچنین تعریف مولفه حتمی و پراکنده طبق روابط (۱۸) و (۱۹)، مولفه‌های مراتب مختلف را جدا خواهیم کرد. با جایگذاری سریهای توانی (۱۸) و (۱۹) بجای Φ و η در شرایط مرزی بسط داده شده (۲۲) و (۲۳) و جداکردن ضرایب توانهای مختلف ε مطابق روش آشفتگی، شرایط مرزی حاکم بر سطح آب ساکن برای هر مرتبه حل بدست خواهد آمد. به کمک نرم‌افزار Mathematica عملیات جبری بسط و جایگذاریهای فوق را انجام داده و خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial z} - \frac{\partial \eta_k^s}{\partial t} = f_k' \quad (۲۴)$$

$$\frac{\partial \Phi_k^s}{\partial t} + g\eta_k^s = f_k'' \quad (۲۵)$$

f_k' و f_k'' جملات نیرویی برای مراتب مختلف هستند که برای اختصار از ذکر آنها صرفنظر کرده و در ادامه نتیجه نهایی را بیان خواهیم کرد. تا اینجا مطابق روابط (۲۴) و (۲۵)، دو شرط مرزی سطح آب را برای هر مرتبه استخراج کرده‌ایم. لکن این روابط در برگزیده هر دو مجهول Φ_k^s و η_k^s می‌باشند. هدف از حل ارائه شده در این رساله برای تفرق و اندرکنش امواج با موانع، دیدگاه سازه‌ای و پیشنهاد روشی برای ارزیابی نیروی وارد بر سازه‌هاست و در نتیجه نیمرخ سطح آب بعد از تفرق، بعنوان یک خروجی جنبی

(۳۶ الف)

$$F_1 = -\rho \int_{s_b} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} n' ds$$

(۳۶ ب)

$$F_2 = -\rho \int_{s_b} \left[\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi_1|^2 \right] n' ds$$

(۳۶ ج)

باید به این نکته توجه داشت که در حل تحلیلی، محدوده‌های انتگرال‌گیری برای نیروی هر مرتبه متفاوت است. بطور مثال انتگرال‌گیری نیروی مرتبه اول تا تراز آب آزاد مرتبه صفر یعنی تراز آب ساکن انجام می‌شود، در حالیکه نیروی مرتبه دوم را برای بخش مستغرق سازه در زیر تراز آب مرتبه اول حساب می‌کنیم. برای اعمال اثر سطح آزاد آب در بالای تراز آب ساکن، از روش خطی استفاده کرده و لهندا در انتگرال‌گیریهای روابط (۳۶)، سطح انتگرال‌گیری به S_b تبدیل شده و نیروهای ناشی از اثر سطح آزاد آب را برای هر مرتبه حساب کرده و با نیروهای ناشی از روابط (۳۶) جمع می‌کنیم. لازم به ذکر است که اعمال اثر سطح آزاد آب هر مرتبه حل، منوط به شرط مثبت بودن نیمرخ سطح آب می‌باشد.

نرم‌افزار تفرق^{۱۰}

چارچوب کلی اجرای برنامه از سه قسمت تشکیل شده است: پیش پردازش، پردازش، پس پردازش. در بخش پیش‌پردازش، اطلاعات لازم مربوط به هر مسئله با ابعاد و شرایط خاص را جمع آوری کرده، هندسه مسئله را با نرم‌افزار ANSYS مدل‌سازی کرده (شکل ۵) و کلیه داده‌های مورد نیاز برنامه را با آرایش خاص لازم در نرم‌افزار، در یک فایل ورودی گردهم می‌آوریم. بدین ترتیب، ماحصل بخش پیش‌پردازش، یک فایل ورودی می‌باشد که برنامه، اطلاعات مربوط به هر مسئله را از آن می‌گیرد. نکته حایز اهمیت آنست که اگرچه بکمک نرم افزار ANSYS مشکل المان‌بندی حل شد لکن از آنجا که در حین کار با این نرم افزار مجبوریم مدل را تکه تکه المان‌بندی کنیم، ممکن است در نهایت برای مسایل متقارن، المان‌بندی متقارنی حاصل نشود و این طبعاً باعث خواهد شد که نتایج نیز دقیقاً متقارن نبوده و تا حدودی دچار تغییر شود که باید به علت آن توجه داشت.

می‌توان فشار را بر روی سطح جسم و یا در هر نقطه‌ای داخل حوزه سیال حساب کرد. فشار کلی سیال از دو بخش استاتیکی و دینامیکی تشکیل شده است که بخش استاتیکی ناشی از آب ساکن و فشار دینامیکی ناشی از وجود موج و حرکت ذرات آب است. بخش استاتیکی فشار سیال را که با P_0 نمایش می‌دهیم بصورت زیر می‌باشد:

$$P_0 = -\rho g z$$

(۲۹)

که در آن ρ چگالی جرمی آب و g شتاب جاذبه زمین است. علامت منها نیز ناشی از جهت محور Z می‌باشد که مطابق شکل (۲) قرار دارد. توزیع بخش دینامیکی فشار سیال را می‌توان از رابطه برنولی بدست آورد:

$$P = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi|^2$$

(۳۰)

فشار دینامیکی را نیز می‌توان مشابه Φ و η با توجه به پارامتر آشفتگی، ε ، بصورت سری توانی نوشت:

$$P = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n P_n$$

(۳۱)

با جایگذاری Φ از رابطه (۸) در رابطه (۳۰) و تساوی حاصل با رابطه (۳۱)، جملات مختلف فشار دینامیکی برای مراتب گوناگون بدست می‌آیند. به محض مشخص شدن فشار بر روی سطح جسم، نیرو و لنگرهای وارده از موج بر سازه با انتگرال‌گیری مولفه فشار در جهت موردنظر، بر روی ناحیه خیس شده از سطح جسم (S_w) بدست می‌آیند:

$$F = \int_{S_w} P \cdot n' ds$$

(۳۲)

که در آن:

$$F = (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)$$

(۳۳)

$$n' = (n_x, n_y, n_z, y n_z - z n_y, z n_x - x n_z, x n_y - y n_x)$$

(۳۴)

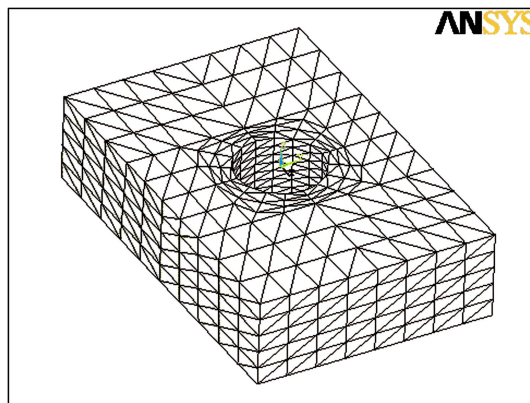
بدین ترتیب در مسئله تفرق، با توجه به روابط فوق، نیروی کل وارد بر مانع و در نتیجه هر یک از مولفه‌های آن، خود از جمع مولفه‌های مراتب مختلف تشکیل شده‌اند:

$$F = F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots$$

(۳۵)

که در آن:

$$F_0 = -\rho g \int_{s_b} z n' ds$$



شکل ۵: نمونه المان بندی مرزها با Ansys.

پردازشهای لازم را که نتیجه بخشهای تئوری مطالب قبل است انجام داده و نتایج بدست آمده را در فایل‌های خروجی دسته‌بندی کرده و با آرایش خاص خود درج می‌کند. بدین ترتیب، حاصل این بخش، فایل‌های خروجی نتایج می‌باشد. در ادامه خلاصه الگوریتم برنامه جهت آشنایی با نحوه عملکرد روابط تئوری ذکر شده ارائه می‌گردد. سپس برای تجزیه و تحلیل و همچنین نمایش گرافیکی نتایج، به بخش پس‌پردازش نیاز است.

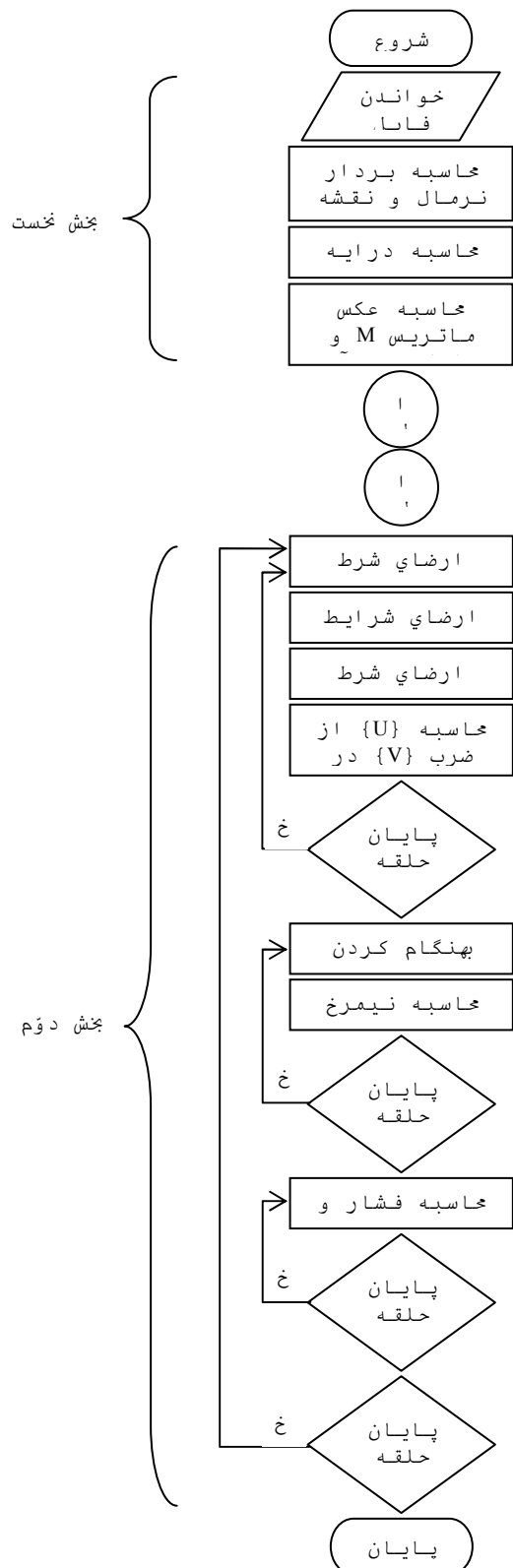
نتایج

نیروها و لنگرها

در این بخش به بررسی نتایج برنامه برای مدل‌های مختلف و تحلیل و تفسیر آنها خواهیم پرداخت. برای اطمینان از صحت نتایج، آنها را با دستاوردهای دیگر محققین نیز مقایسه خواهیم کرد. بهمین منظور، استوانه مدور قائمی را که از بستر دریا تا سطح آب امتداد یافته بعنوان معیار انتخاب کرده و در معرض امواج قرار می‌دهیم. برای چنین هندسه‌ای، همه نیروها و لنگرها بجز F_x و M_y صفر خواهند بود. محاسبات بر روی کامپیوتر Pentium II، 300HZ انجام شده و در سرتاسر برنامه از دقت مضاعف استفاده شده است. بمنظور ارزیابی بهتر حوزه صحت نتایج برنامه، مدل‌های متعددی از جمله دوازده استوانه قائم با نسبت ka متفاوت اجرا شده‌اند که در آن k عدد موج و a شعاع استوانه می‌باشد. تعداد المانها برای کلیه مدلها ثابت و برابر ۹۰۴ انتخاب شدند تا امکان مقایسه بهتر مدلها فراهم شده و بعلاوه از آنجا که افزایش تعداد المانها با افزایش مستقیم ابعاد ماتریسهای ضرایب و در نتیجه رشد تصاعدی زمان اجرای برنامه همراه است، انتخاب المانهای بیشتر موجب کندی روند ارزیابی و مانع بررسی مدل‌های متعدد می‌باشد.

با بررسی نمودارهای توسعه نیرو در طول زمان با تداوم حدود سه پریود موج، می‌توان دامنه پایدار نیروها و لنگرها را بدست آورد. با اجرای ۱۲ مدل برای شرایط موج و سازه متفاوت و البته با نسبت‌های پایه‌ای مانند H/L و d/a ثابت و تعداد المانهای برابر، می‌توان دامنه پایدار نیروها و لنگرها را براساس یک متغیر بدست آورد.

شکل (۶) دامنه حداکثر نیرو و لنگر تا مرتبه اول F_1 و M_1 و تا مرتبه دوم F_2 و M_2 را بعنوان تابعی از ka



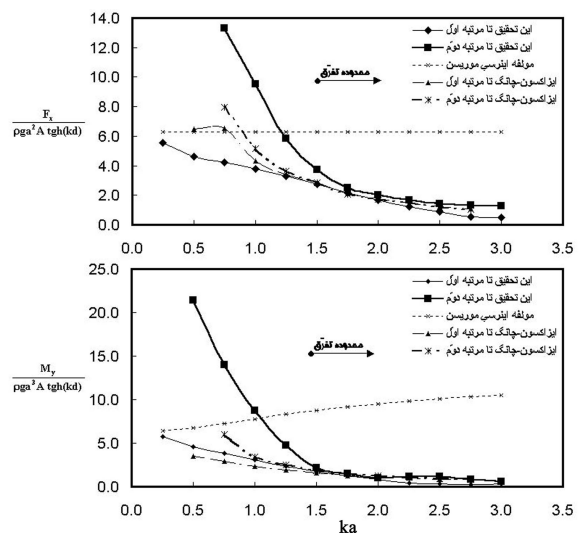
در بخش پردازش، برنامه تفرق با همه سابروتینها و توابع خود اجرا شده، اطلاعات را از فایل ورودی خوانده،

می‌شود. به بیان دیگر، اگرچه مولفه مرتبه دوم در هر دو محدوده سازه‌های لاغر و حجیم از اهمیت زیادی برخوردار است لکن هرچه از محدوده تفرق ($ka > 1.5$) یا ($D/L > 0.5$) بسمت محدوده سازه‌های لاغر و رابطه مورپس پیش می‌رویم بر نقش آن افزوده می‌شود.

مقایسه نتایج با کارهای ایزاکسون و چانگ، سازگاری خوبی را در محدوده تفرق ($ka > 1.5$) که هدف این رساله نیز هست نشان می‌دهد. بدین ترتیب می‌توان از صحت روش و الگوریتم و در نهایت، عملکرد برنامه مطمئن بود. بمنظور بررسی دقت برنامه در خارج از محدوده اولیه موردنظر، سازه‌های لاغری نیز مدل شدند که در طراحی عملی آنها از روابط مورپس استفاده می‌شود. با کاهش ka و لاغرتر شدن سازه‌ها، اختلافی بین نتایج و کارهای دیگران ظاهر می‌شود. علت اولیه این پدیده، حساس بودن راه حل به نحوه المان‌بندی است. وقتی سازه لاغر می‌شود، قطر آن کاهش یافته و در نتیجه سطح آن کم می‌شود. پس برای رعایت نسبت ابعاد المانها در کل حوزه، باید از تعداد المانهای بر روی سطح جسم کاسته شود. لیکن از آنجا که هدف این بررسیها محدوده تفرق می‌باشد، تعداد المانهای روی هر مرز و در نتیجه کل المانها ثابت گرفته شده تا اثر المان‌بندی بر مقایسه‌ها حذف شود. این باعث کوچک شدن ابعاد المانهای روی سطح سازه‌های لاغر شده و خطا را افزایش می‌دهد.

از بررسیهای انجام شده بدست آمد که برای یک استوانه، با کاهش عمق دریا از میزان همگرایی و دقت نتایج کاسته می‌شود. بعبارت دیگر در محدوده آبهای کم عمق که نسبت d/L کاهش می‌یابد، جوابها در گامهای زمانی متوالی واگرا خواهند بود. علت این امر، نقض فرض اولیه برای بسط تیلور شرایط مرزی سطح آب است که فرض شده بود عمق آب در مقایسه با طول موج، کوچک نبوده ($d/L \geq 1$) و ارتفاع موج متوسط باشد. از آنجا که طول موج برای همه مدل‌های استوانه ثابت گرفته شد، با توجه به ثابت بودن نسبت $d/a = 2$ برای مدلها، با کاهش ka ، عمق کاهش یافته و در نتیجه در محدوده سازه‌های لاغر، فرض اولیه شدیداً نقض می‌شود. بعلاوه، باید به این نکته توجه داشت که برای نسبت ثابت d/a ، kd با کاهش ka کم می‌شود و در نتیجه وقتی ka به سمت صفر میل می‌کند، روش «بسط آشفستگی»^{۱۱} به حد خود نزدیک شده و حل مرتبه دوم دیگر معتبر نخواهد بود. با این وجود،

برای $H/L = 0.1$ و $d/a = 2$ نشان می‌دهد. همه نیروها و لنگرها مشابه مولفه اینرسی مورپس که در آبهای عمیق غالب است بی بعد شده‌اند. همچنین برای اطمینان از صحت برنامه، نتایج تحقیقات ایزاکسون و چانگ (۱۹۹۲) نیز بعنوان معیار رسم شده‌اند که در ادبیات فنی، دقت خود این تحقیقات با مقایسه نتایج آزمایشگاهی تایید شده است. بعلاوه، اگرچه هدف از این رساله، پدیده تفرق و نیروهای وارد بر سازه‌های حجیم می‌باشد، لکن مدلهایی نیز از محدوده مورپس اجرا شده که بهمین دلیل، نتایج رابطه مورپس با موج خطی ایری نیز در این شکل رسم شده است. همانطور که از نمودارها مشخص است رابطه مورپس در محدوده تفرق کاربردی نبوده و لهذا از آن در طراحی سازه‌های حجیم نمی‌توان استفاده کرد که این حاکی از اهمیت دوچندان بررسی پدیده تفرق می‌باشد.

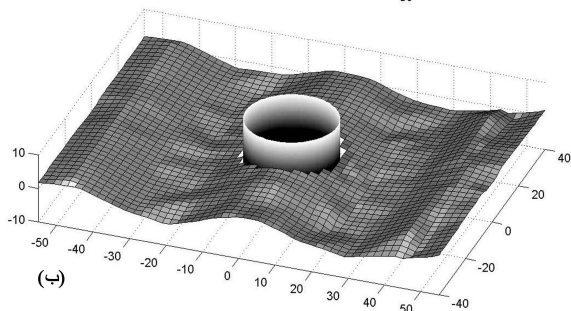
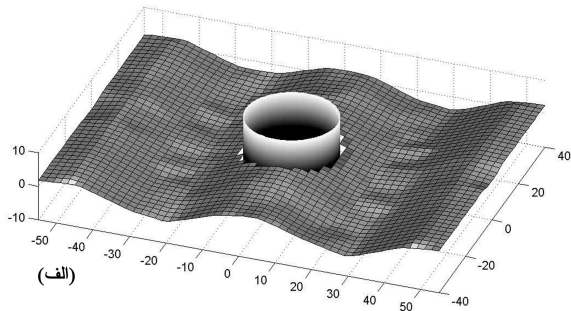


شکل ۶: نیرو و لنگر موج بصورت تابعی از ka برای $H/L = 0.1$ و $d/a = 2$.

برای مقادیر کوچک ka ، مولفه مرتبه دوم نیرو با مولفه مرتبه اول F_1 ، هم فاز بوده و در نتیجه با جمع آنها، مقادیر نسبتاً بزرگی برای نیرو و لنگر تا مرتبه دوم بدست می‌آید. از طرف دیگر، هر چه بسمت محدوده تفرق و بزرگ شدن ka پیش می‌رویم، مولفه‌های مرتبه اول و دوم اختلاف فاز پیدا می‌کنند و در نتیجه نیروی نهایی تا مرتبه دوم، کاهش پیدا می‌کند. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که مولفه مرتبه دوم نقش مهمی در تعیین دامنه و فاز نیروی نهایی تا مرتبه دوم دارد و البته با افزایش نسبت ka یا بعبارت دیگر نسبت قطر مانع به طول موج، از میزان آن کاسته

نیمرخ سطح آب

حال، به بررسی نیمرخ کلی سطح آب در حین تفرق می‌پردازیم. بعنوان نمونه، برای مدل $ka = 1.57$ و $kd = 3.14$ و $H/L = 0.04$ ، دو فایل خروجی برنامه تفرق که شامل مقادیر عددی تراز سطح آب در مرکز هر المان واقع روی سطح تا مرتبه اول و دوم می‌باشند بعنوان ورودی به برنامه MATLAB منتقل می‌شوند. هدف از این کار، درون یابی مقادیر برای نقاط واقع در یک شبکه و رسم نیمرخ سطح آب در هر گام زمانی می‌باشد. آنگاه با توالی تصاویر مربوط به چند پیرو، نمایش متحرک برخورد موج به سازه و تفرق آن بدست می‌آید. در شکل (۷)، دو تصویر انتخاب شده‌اند که برای وضوح بیشتر، مقیاس جهت افزایش یافته است. این شکل، نیمرخ سطح آب تا مرتبه اول و دوم را نشان می‌دهد. در تصاویر، موج حتمی از سمت چپ به راست و در جهت مثبت X منتشر می‌شود در حالیکه موج پراکنده، به صورت مرکزی از استوانه ساطع می‌شود و دامنه آن با افزایش فاصله از مانع، کاهش می‌یابد.



شکل ۷: نمایی از موج متفرق شده در لحظه $t/T = 2.0$

برای $H/L = 0.04$ ، $kd = 3.14$ ، $ka = 1.57$

(الف) تا مرتبه اول؛ (ب) تا مرتبه دوم.

در بالادست استوانه، موج پراکنده و حتمی در جهت مخالف هم حرکت می‌کنند و می‌توانند تا حدودی امواج ایستا را در جلوی مانع ایجاد کنند. در دو طرف استوانه، موج پراکنده، عمود بر موج حتمی منتشر شده که در

نتایج بدست آمده در نواحی مرز تفرق ($ka > 1.5$) که فرض اولیه هنوز نقض می‌شود ($d/L \geq 0.47$) دقیق و مطلوب بوده و این حاکی از توانایی بالای برنامه و الگوریتم قوی آن می‌باشد.

در بررسی‌های بعمل آمده، مشخص شد که حل مرتبه دوم نسبت به جمله $\partial^2 \Phi_k^s / \partial z^2$ در شرایط مرزی سطح آب حساس می‌باشد. این جمله که از بسط تیلور شرایط مرزی سطح آب حول تراز آب ساکن حاصل شده، باید بصورت عددی حساب شود. از آنجا که در نسخه فعلی برنامه، از روش تفاضل محدود در مشتق‌گیری مکانی استفاده شده است، می‌توان انتظار داشت که پایداری حل به نحوه المان‌بندی مربوط باشد. همچنین با تبدیل المان مثلثی ثابت به المان چهار ضلعی مرتبه دوم در نگارندهای آتی برنامه، اگرچه بر حجم عملیات و پیچیدگی روابط و محاسبات افزوده می‌شود، لکن با تغییر روش تفاضل محدود در مشتق‌گیری به روش مشتق‌گیری از توابع شکلی، انتظار می‌رود که بر دقت برنامه به نحو چشمگیری افزوده شود.

همانطور که ذکر شد، روش حل به طرق مختلفی به نحوه المان‌بندی حساس است. نخست بدلیل محدودیتهای سخت افزاری، مجبور به کاهش تعداد المانها خواهیم بود و در حالیکه تحقیقات مشابه بر روی ابر رایانه‌های دانشگاهها با بیش از ۱۸۰۰ المان تنها برای نصف سازه‌های متقارن بکار می‌رود، در این رساله با ۹۰۴ المان برای کل حوزه و در واقع $\frac{1}{4}$ المانهای بکار رفته در دیگر تحقیقات، به نتایج مطلوب رسیده‌ایم که از نقاط قوت این روش و برنامه به حساب می‌آید. بطور کلی باید گفت که تعداد المانهای واقع بر روی جسم در میزان دقت نیروها موثر خواهد بود. چرا که فشار در هر المان، ثابت و برابر مقدار آن در مرکز فرض می‌شود و در نتیجه هر چه المان کوچکتر باشد این فرض به واقعیت نزدیکتر خواهد بود. از طرف دیگر، اگر این المانها در مقایسه با دیگر المانها بیش از اندازه ریز باشند یا یک بعد آنها خیلی کوچکتر از دیگری باشد، مشابه آنچه در سازه‌های لاغر ممکن است رخ دهد، احتمال وقوع خطاهای عددی قوت می‌گیرد. چرا که تفاضل بزرگترین و کوچکترین عناصر ماتریسها بزرگ شده و یا مشتق‌گیری عددی دچار اختلال می‌شود.

می شود.

نتیجه گیری و پیشنهادها

در این رساله بر مبنای روش المان مرزی، راه حل حوزه زمانی برای تفرق سه بعدی ارائه شده که به کمک آن اندرکنش غیرخطی امواج دریا و سازه های صلب حجیم با مقطع دلخواه مورد بررسی قرار می گیرد. شرایط مرزی سطح آب، بسط داده شده و به همراه شرط تابش اصلاح شده ارضا می شوند. بدین ترتیب مرزهای حوزه سیال، به مرزهایی ثابت در زمان کاهش یافته و در نتیجه به جای هر گام زمانی، تنها یکبار به حل دستگاه معادلات همزمان ناشی از مجزاسازی معادله انتگرالی نیاز خواهد بود که این باعث کاهش فوق العاده زمان لازم می شود. حل مسئله به دو بخش تقسیم می شود. بخش اول معلوم و مربوط به پتانسیل حتمی ناشی از موج استوکس در حوزه سیال بوده و بخش دوم پتانسیل پراکنده مجهول می باشد که در زمان و مکان گسترش می یابد. شرط تابش اعمالی بر پتانسیل پراکنده، به گونه ای اصلاح می شود که سرعت وابسته به زمان در آن لحاظ شود. شرایط توسعه آغازین نیز با اعمال تدریجی شرط مرزی سطح جسم در طول یک پیروی صورت می گیرد.

از این روش برای بررسی تفرق امواج در برخورد با استوانه های مدور قائم استفاده شد. نیروها و تراز سطح آزاد آب مربوط به مراتب اول و دوم برای ابعاد مختلف استوانه و عمق ارائه شده و مقایسه نتایج با دیگر تحقیقات انجام شده، سازگاری مطلوب را در محدوده تفرق نشان می دهد. با توجه به فعالیت های صورت گرفته و تجربیات کسب شده، راهکارهای زیر به منظور بهبود هر چه بیشتر برنامه و آشنایی با توانایی های روش بکار رفته پیشنهاد می گردد:

« از نظر تحقیقاتی، با تبدیل المان مثلثی ثابت که در نسخه حاضر بکار رفته به المان چهار ضلعی مرتبه دوم، انتظار می رود که بر دقت برنامه خصوصاً در آبهای کم عمق و همچنین در محدوده سازه های لاغر افزوده شود.

« در حالت پیشرفته، می توان امکان حرکت جسم را نیز به برنامه افزود تا اندرکنش واقعی موج و سازه انعطاف پذیر، بدست آید. در چنین حالتی به پتانسیل و نیمرخ سطح آب یک جمله دیگر اضافه می شود که به خاطر امواج ناشی از حرکت جسم می باشد:

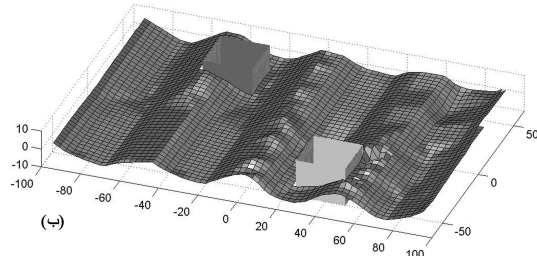
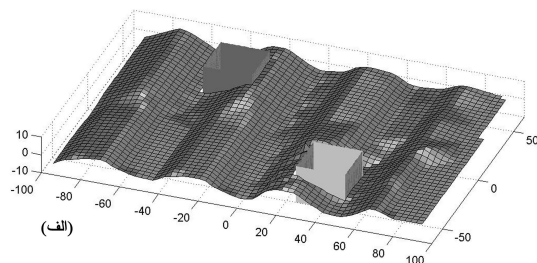
$$\Phi = \Phi^w + \Phi^s + \Phi^f$$

(۳۷)

نهایت امواج نسبتاً پیچیده ای را ایجاد می کنند.

در پایین دست، موج پراکنده با دامنه نزولی، در جهت موج حتمی انتشار می یابد.

بر خلاف جمع کثیری از روش های عددی و تحلیلی ارائه شده برای مسأله تفرق که تنها به بررسی سازه های متقارن می پردازند، این برنامه امکان مدلسازی هر مانع با مقطع دلخواه و وضعیت قرارگیری مایل یا قائم را داراست. بعلاوه می توان چند پایه متصل به یک عرشه را همزمان مدل کرده و اثر مجموع آنها بر تفرق را ملاحظه کرد. به منظور اثبات این ادعا و نمایش عملی توانایی های برنامه، یک مدل نامتقارن از دو پایه مرتعی شکل و با فاصله در راستای انتشار موج تهیه و اجرا شده که در شکل (۸) نیمرخ سطح آب متفرق شده در دو لحظه متفاوت دیده می شود.



شکل ۸: نمایی از موج متفرق شده تا مرتبه دوم برای مانعی با

$$\text{عرض } \frac{1}{4} \text{ طول موج، } kd = 3.14, H/L = 0.04$$

$$\text{(الف) } t/T = 1.5; \text{ (ب) } t/T = 2.0$$

همانطور که ملاحظه می شود بخشی از موج که در مقابل پایه اول قرار دارد بدلیل ممانعت پایه از انتشار آزادانه آن دچار تأخیر فازی نسبت به قطار موج می شود. این تأخیر فاز ادامه خواهد داشت تا موج با پایه دوم برخورد کرده و بخش دیگری از آن نیز دچار این تأخیر فاز شود. بعلاوه، مشابه آنچه در تفرق امواج حول استوانه قائم مشاهده شد، در عبور موج از موانع بدلیل حضور سازه و ممانعت آن از حرکت آزاد موج، سطح متفرق شده آب در کنار مانع بشکل شانه های انسان و بصورت بالآمدگی مضاعف آن ظاهر

شناورها و اندرکنش آنها با امواج را نیز در نظر گرفت. برای آشنایی بیشتر با این موضوع میتوان به مرجع [۱۷] اشاره کرد.

$$\eta = \eta^w + \eta^s + \eta^f$$

(۳۸)

در نتیجه با اندک تغییری در برنامه، می‌توان حرکت

مراجع

- ۱ - خراسانچی، م. "حل تفرق سه بعدی امواج و نیروهای وارد بر سازه به روش المان‌مرزی در حوزه زمان"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، (۱۳۸۱).
- 2 - Banerjee, and Butterfield, (1981). *Boundary element methods in engineering science*, McGraw-Hill, UK.
- 3 - Brebbia, and Aliabadi, (1993). *Adaptive finite & boundary element methods*, Elsevier, Amsterdam.
- 4 - Brebbia, and Domingues, (1989). *An introductory course to boundary elements*, Computational Mechanics Publications, Boston.
- 5 - Brebbia, and Wrobel, (1993). *Computational methods for free & moving boundary problems in heat & fluid flow*, PP. 67-93, Elsevier, Amsterdam.
- 6 - Chakrabarti, S. K. (1994). *Hydrodynamics of offshore structures*, Computational Mechanics Publications, Boston.
- 7 - Fenton, John D. (1985). "A fifth-order Stokes theory for steady waves." ASCE, *J. of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 111, PP. 216-234.
- 8 - Greaves, D. M., Borthwick, A. G. L., Wu, G. X. and Eatock Taylor, R. (1997). "A moving boundary finite element method for fully non-linear wave simulations." *Journal of Ship Research*, Vol. 4] Issue 3, PP. 181-194.
- 9 - Isaacson, M., (1982). "Nonlinear wave effects on fixed and floating bodies." ASCE, *J. of fluid Mechanics*, Vol. 120, PP. 267-281.
- 10 - Isaacson, M. and Cheung, (1990). "Time-domain solution for second-order wave diffraction." ASCE, *J. of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 116, PP. 191-210.
- 11 - Isaacson, M. and Cheung, (1992). "Time-domain second-order wave diffraction in three dimensions." ASCE, *J. of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 118, PP. 496-516.
- 12 - Koffman, and Elliot, (1993). *Fortran with engineering application*, Addison-Wesley.
- 13 - Ma, Q. W., Wu, G. X. and Eatock Taylor, R. (2001). "Finite element simulation of fully nonlinear interaction between vertical cylinders and steep waves - part1: methodology and numerical procedure." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 36, 265-285
- 14 - Mahrenholtz, O. and Markiewics, M. (1999). "Nonlinear water wave interaction." *Advances in Fluid Mechanics*, Vol. 24, PP. 272.
- 15 - Ohl, C. O. G., Eatock Taylor, R., Taylor, P. H. and Borthwick, A. G. L. (2001). "Diffraction by a cylinder array Part I: regular waves." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 442, PP. 1-32.
- 16 - Orlanski, I. (1976). "A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows." *J. Comp. Physics*, Vol. 21, PP. 251-269.
- 17 - Patel, Minoo H. (1989). *Dynamics of offshore structures*, Butterworth, London.
- 18 - Ramachandran, P. A. (1994). *Boundary elements methods in transport phenomena*, Computational Mechanics Publications, Boston.

-
- 19 - Wolfram, Stephen, (1996). *Mathematica book*, Wolfram, Cambridge.
- 20 - Wu, G. X. (1998). "Hydrodynamic force on a rigid body during impact with liquid." *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 12, PP. 549-559.
- 21 - Zhu, G., Borthwick, A. G. L. and Eatock Taylor, R. (2001). "A finite element model of interaction between viscous free surface waves and submerged cylinders." *Ocean Engineering*, Vol. 28, PP. 989-1008.
-

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Incident Potential
- 2 - Scattered Potential
- 3 - Sommerfeld Radiation Condition
- 4 - Perturbation Parameter
- 5 - Boundary Element Method (BEM)
- 6 - Moving Boundary
- 7 - Constant Triangular Element
- 8 - Moving Boundary
- 9 - Taylor Series Expansion
- 10 - Diffraction
- 11 - Perturbation Expansion