

# ارزیابی خسارت خراباهای مستوی با روش اجزای محدود

محمد رضایی پزند

استاد گروه عمران - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

مهدی سالیانی

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد گروه عمران - دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت ۷۸/۷/۱۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۲/۱۱/۲۷، تاریخ تصویب ۸۳/۱/۲۹)

## چکیده

چند روش تخمین خسارت سازه‌های خرابایی مورد بحث قرار می‌گیرد. نویسندگان با گسترش یکی از این فن‌ها، آن را مناسب ارزیابی خراباها با داده‌های تغییرمکان و نیز کرنش می‌کنند. این داده‌ها می‌توانند به صورت تحلیلی و یا تجربی وارد تحلیل شوند. همچنین، این شیوه توانایی به کارگیری زیر سازه‌ها را دارد. باید افزود، هنگامی که خسارت در قسمت محدودی از خرپا وارد شود یا بخش مشخصی از سازه در اختیار نباشد و یا وسیله‌های اندازه‌گیری به میزان کافی در دسترس قرار نگیرد، می‌توان از زیرسازه‌ها بهره جست. نویسندگان، برنامه‌های رایانه‌ای برای این شیوه تحلیل نوشته‌اند و تواناییهای آن را با انجام تحلیلهای تخمین خسارت خراباهای مستوی مشخص نموده‌اند. نتیجه‌های بدست آمده به نظر خوانندگان می‌رسد.

**واژه‌های کلیدی:** ارزیابی خراباها، زیرسازه‌ها، برآورد عاملها، تخمین خسارت، ویژگیهای ساختاری، تابع خطا، داده‌های تغییرمکان و کرنش

## مقدمه

گستره به دو شاخه اصلی دینامیکی و ایستایی تقسیم می‌شود. هر دو شاخه مزبور بر پایه روش اجزای محدود بوده و هدف هر دو، محاسبه عاملهای الگوی اجزای محدود و مقایسه آن با داده‌های اندازه‌گیری شده است. در این مقاله، چون هدف ارزیابی ایستایی خسارت است، تاریخچه این روشها در ادامه به نظر خوانندگان می‌رسد.

در آزمونهای ایستایی که در سازه‌هایی مانند: خرپاهای سقفی، دکلهای کشتی و نیز سازه‌های هوا فضا قابل انجام است، از داده‌های تغییرمکان، نیرو و کرنش استفاده می‌شود. یکی از نخستین پژوهشهای انجام شده در این زمینه، کارهای صنایعی و نلسون در سال ۱۹۸۶ می‌باشد. آنها یک روش ایستایی برآورد عاملها با استفاده از اندازه‌گیری نیروها و تغییرمکانها در درجه‌های آزادی مشابه پیشنهاد نمودند [۱] سپس، بر اساس همین راهکار، صنایعی و اسکامپولی، برنامه‌ای رایانه‌ای برای برآورد عاملهای سازه ارائه کردند. آنها با انجام آزمونهای ایستایی، سختی عضوهای یک پل بتنی با مقیاس یک‌سوم را تخمین زدند. این شیوه به اندازه‌گیری نیروها و

خسارت در سازه‌ها برابر با از دست دادن مقداری از ویژگیهای ساختاری عضوهای سازه می‌باشد. به مرور زمان، سازه‌ها در اثر عاملهای گوناگون، دچار خسارت می‌شوند. در نتیجه، برای آگاهی از ایمنی و عملکرد درست آنها باید بررسیهایی صورت گیرد. این کارها می‌تواند به دو شیوه کیفی و کمی انجام پذیرد. در روشهای کیفی که با سرعت و سهولت زیاد ولی با دقت کم صورت می‌گیرد، با توجه به پیکربندی سازه، چگونگی اتصالها، شرایط خاک و پی، نوع و علت آسیبها، درباره شیوه‌بازسازی سازه تصمیم‌گیری می‌شود. از سوی دیگر، در روشهای کمی، با استفاده از تحلیلهای ایستایی و یا دینامیکی و نیز بهره‌گیری از آزمایشهای تجربی بر روی الگوهای سازه، ارزیابی خسارت با دقت خوبی انجام می‌پذیرد.

شایان توجه است، ارزیابی کمی خسارت در سازه‌ها سابقه زیادی ندارد. در واقع، از سالهای اولیه دهه ۱۹۸۰ میلادی، پژوهشهایی در زمینه بهنگام‌نمودن عاملهای ساختاری سازه‌ها انجام شد. باید دانست، این

تحلیل از روش اجزای محدود بهره‌جویی می‌شود. در آغاز باید یک نگاهت بین کرنشها و تغییرمکانها ایجاد شود. این نگاهت از رابطه بین تغییرمکانهای گرهی و کرنشهای عضوها به دست می‌آید. اگر  $\{B_n\}$  بردار نگاهت هر عضو در محورهای کلی باشد، برای دستگاهی با  $n$  عضو، ماتریس نگاهت کلی،  $[B]$  خواهد بود. با استفاده از رابطه‌های اساسی اجزای محدود، می‌توان نوشت:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \quad (1)$$

در اینجا،  $\{\varepsilon\}$  بردار کرنش عضوها با  $NEL$  سطر،  $\{U\}$  بردار تغییرمکانهای گرهی با  $NDOF$  سطر و  $[B]$  ماتریس نگاهت با  $NEL$  سطر و  $NDOF$  ستون می‌باشد. باید دانست،  $NEL$  تعداد عضوها و  $NDOF$  تعداد درجه‌های آزادی است. رابطه اصلی روش اجزای محدود، برای یک سازه به صورت زیر می‌باشد:

$$\{F\} = [K(P)]\{U\} \quad (2)$$

در رابطه کنونی،  $[K(P)]$  ماتریس سختی با  $NDOF$  سطر و ستون و  $\{F\}$  بردار نیروهای گرهی با  $NDOF$  سطر می‌باشد. با جایگزینی رابطه (۲) در رابطه (۱) نتیجه زیر به دست می‌آید:

$$\{\varepsilon\} = [B][K(P)]^{-1}\{F\} \quad (3)$$

عاملهای سختی عضو به وسیله ماتریس سختی  $[K(P)]$  وارد معادله (۳) می‌شود. اینک، اگر از  $NSF$  حالت بارگذاری برای برآورد عاملهای مجهول استفاده شود، رابطه (۳) به صورت زیر درمی‌آید:

$$[\varepsilon] = [B][K(P)]^{-1}(\{F\}) \quad (4)$$

در اینجا،  $[\varepsilon]$  ماتریس کرنش با  $NEL$  سطر و  $NSF$  ستون و  $\{F\}$  ماتریس نیرو با  $NDOF$  سطر و  $NSF$  ستون می‌باشد. چون نیاز به اندازه‌گیری کلیه کرنشهای دستگاه نیست، بنابراین، رابطه کنونی به دو دسته کرنشهای اندازه‌گیری شده  $a$  و اندازه‌گیری نشده  $b$  تفکیک می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_a \\ \varepsilon_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} [k(P)]^{-1}(\{F\}) \quad (5)$$

تغییرمکانها در درجه‌های آزادی مشابه محدود بود [۲] در سال ۱۹۹۱، محدودیت مزبور به وسیله صناعی و انیپد برداشته شد و از این پس نیروها و تغییرمکانها می‌توانستند در درجه‌های آزادی گوناگونی نیز وارد و اندازه‌گیری شوند [۳] تا سال ۱۹۹۱، بیشتر از داده تغییرمکان برای انجام برآورد استفاده می‌شد. اما در این سال، رابسون از داده کرنش استفاده نمود و ارزیابی خسارت بر روی یک پل بزرگراه را انجام داد [۴]. همچنین، در سال ۱۹۹۴، بنان و هالمشتاد، پژوهشهای گسترده‌ای در زمینه برآورد عاملهای مجهول سازه‌ها با استفاده از داده‌های آزمون ایستایی ارائه کردند. آنها از زیرمجموعه ناقصی از تغییرمکانها و نیروهای وارد شده ایستا برای تخمین سختی عضوها بهره‌جستند [۵، ۶]. از دیگر کارهای انجام شده در زمینه برآورد عاملها، می‌توان از فنهای ارائه شده توسط برونو، در سال ۱۹۹۴، برای خراباهای فضایی و توسط لیو برای خراباهای مستوی در سال ۱۹۹۷ نام برد [۷، ۸].

در این مقاله، از میان پژوهشهای انجام شده در زمینه آزمونهای ایستایی، کارهای صناعی، بنان و هالمشتاد و نیز لیو انتخاب شده و مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. سپس، در ادامه، روش لیو گسترش داده می‌شود تا به جای استفاده از کرنش، از داده تغییرمکان نیز استفاده کند. همچنین، از شیوه تحلیل زیرسازه‌ها بهره‌جویی خواهد شد. نویسندگان برنامه‌های رایانه‌ای برای ارزیابی خسارت نوشته و با آنها چندخرپا مورد تخمین خسارت قرار می‌گیرد. در نتیجه، تواناییهای روش، سنجش و نتیجه به نظر خوانندگان می‌رسد.

## روش صناعی

یکی از معتبرترین روشهای برآورد عاملها و تخمین خسارت خراباها را صناعی به همراه افرادی نظیر نلسون، اسکامپولی، انیپد، سالتنیک و ایمبارو در فاصله سالهای ۱۹۸۶ تا ۱۹۹۷ پیشنهاد کرد و بتدریج آن راهکار را کامل نمود [۱، ۲، ۳، ۹، ۱۰]. وی با کمینه‌کردن اختلاف بین پاسخهای تحلیلی و داده‌های آزمونهای غیرمخرب، عاملهای ساختاری سازه در شرایط موجود را به دست آورد. بر این اساس، تفاوت بین عاملهای تخمینی و عاملهای موردانتظار، می‌تواند به عنوان خسارت عضوهای سازه در نظر گرفته شود. باید دانست، در این شیوه‌های

مشتق تابع خطای  $[e(P)]$  نسبت به عاملهای مجهول حساب شود. پس از محاسبه تابعهای خطا، اینک می توان کمینه سازی این تابعها را انجام داد. در آغاز، باید نرم تابع خطا را به صورت زیر به دست آورد:

$$J(P) = \{e(P) + \Delta P\}^T \{e(P + \Delta P)\} \quad (11)$$

برای کمینه ساختن تابع خطای مربوط به عاملهای مجهول  $\{P\}$  باید  $\frac{\partial J}{\partial \Delta P}$  مساوی صفر قرار گیرد. نتیجه این کار به صورت زیر خواهد بود:

$$[S]^T [S] \{\Delta P\} = -[S]^T \{e(P)\} \quad (12)$$

با حل این معادله و با استفاده از روش تکراری، بردار  $\{\Delta P\}$  که همان تغییر در عاملهای مجهول است، به دست می آید. برای هر تکرار  $K$  رابطه زیر برقرار می باشد:

$$\{P\}_{K+1} = \{P\}_K + \{\Delta P\}_K \quad (13)$$

شمار تکرارها بستگی به نقطه آغاز تکرار دارد و تا رسیدن به پاسخهای دقیق، این تکرارها ادامه می یابد. در معادله (۱۲) شرط لازم برای وجود پاسخ یگانه این است که شمار اندازه گیریها بزرگتر یا مساوی تعداد عاملهای مجهول باشد.

### روش بنان و هالمشتاد

یکی دیگر از روشهای معتبر برآورد عاملها و تخمین خسارت سازه، روش پیشنهادی هالمشتاد و بنان می باشد. در این شیوه، نخست یک چارچوب کلی برای مسأله برآورد ایستایی عاملها با عنوان «کمینه سازی قیددار غیرخطی از اختلاف بین پاسخهای سازه حقیقی و نتیجه های الگوی ریاضی سازه» ارائه می گردد. در ادامه آن، دو الگوریتم برای برآورد ویژگیهای تشکیل دهنده یک الگوی اجزای محدود با هندسه و بارگذاری ایستایی معین و با بهره گیری از تغییر مکانهای اندازه گیری شده، به نظر خوانندگان می رسد. الگوریتم اول که برآوردگر خطای نیروها (FEE) نام دارد، تفاوت بین نیروهای برآورد شده و مقدارهای اندازه گیری شده را کمینه می سازد. همچنین، در الگوریتم دوم که برآوردگر خطای تغییر مکانها (DEE)

چون به کرنشهای اندازه گیری نشده نیازی نیست، این رابطه، به شکل زیر ساده خواهد شد:

$$[\varepsilon_a] = [B_a][K(P)]^{-1}\{F\} \quad (6)$$

در رابطه کنونی،  $[\varepsilon_a]$  ماتریس کرنشهای اندازه گیری شده (با NMS سطر و NSF ستون)،  $[B_a]$  ماتریس نگاشت اندازه گیری شده (با NMS سطر و NDOF ستون) و  $\{F\}$  شمار کرنشهای اندازه گیری شده می باشد. رابطه کنونی، پیوندی بین کرنشها، نیروها و عاملهای مجهول را برقرار می سازد و برای یافتن NUP عامل مجهول در بردار  $\{P\}$  به کار می رود. حال، برای یافتن مجهولهای بردار  $\{P\}$  باید تابع خطا معرفی شود. یکی از انواع توابع خطا، تابع خطای ستاده کرنش می باشد که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$[e(P)] = [\varepsilon_a]^a - [\varepsilon_a]^m \quad (7)$$

در این رابطه، بالانویس  $a$  برای مقدارهای تحلیلی و بالانویس  $m$  برای مقدارهای اندازه گیری شده به کار رفته اند. با جایگزینی رابطه کنونی در رابطه (۲-۶) نتیجه زیر به دست می آید:

$$[e(P)] = [B_a][K(P)]^{-1}\{F\} - [\varepsilon_a]^m \quad (8)$$

آشکار است، تابع خطای  $[e(P)]$  دارای NMS سطر و NSF ستون بوده و یک تابع غیرخطی از عاملهای مجهول  $\{P\}$  می باشد که با وارون سازی  $[K(P)]$  حاصل می شود. برای خطی نمودن این تابع، با استفاده از گسترش دنباله تیلور می توان نوشت:

$$\{e(P + \Delta P)\}_{NM \times 1} = \{e(P)\}_{NM \times 1} + \left[ \frac{\partial \{e(P)\}}{\partial \{P\}} \right]_{NM \times NUP} \{\Delta P\}_{NUP \times 1} \quad (9)$$

با استفاده از این رابطه، می توان ماتریس حساسیت را به شکل رابطه زیر نوشت:

$$[S(P)] = \left[ \frac{\partial \{e(P)\}}{\partial \{P\}} \right] \quad (10)$$

بنابراین، برای تشکیل ماتریس حساسیت باید

$$\nabla J(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \nabla^T e_i(x, y) e_i(x, y) \quad (17)$$

$$H(x, y) = \sum_{i=1}^n a_i \nabla^T e_i(x, y) \nabla e_i(x, y) \quad (18)$$

یادآوری می‌کند، ماتریس هسین، همان مشتق دوم تابع خطا می‌باشد و رابطه تقریبی آن به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد. این رابطه تقریبی، در صورت کم بودن خطاها، پاسخهای مناسبی ارائه می‌کند. اینک به معادله الگو پرداخته خواهد شد. نخست، یک الگوی اجزای محدود از سازه در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌گردد  $n_d$  شمار درجه‌های آزادی و  $n_{lc}$  تعداد حالت‌های بارگذاری باشد. تغییرمکانهای سازه برای بارگذاری  $i$ ام از معادله تعادل زیر به دست می‌آید:

$$[K(x)] \{u_i\} = \{f_i\} \quad (19)$$

در این رابطه،  $[K(x)]$  ماتریس سختی با  $n_d$  سطر و ستون و وابسته به عاملهای مجهول  $x$  می‌باشد. همچنین،  $\{u_i\}$  پاسخ تغییرمکانی سازه و  $\{f_i\}$  بردار بارهای وارده است. خاطر نشان می‌سازد، چون اندازه‌گیری در کلیه درجه‌های آزادی مشکل و یا حتی غیرممکن است، تنها در درجه‌های آزادی محدودی پاسخها اندازه‌گیری می‌گردند. بنابراین، تغییرمکانهای  $\{u_i\}$  به دو بخش  $\{\hat{u}_i\}$  (پاسخهای اندازه‌گیری شده) و  $\{\bar{u}_i\}$  (پاسخهای اندازه‌گیری نشده) تقسیم می‌شود. همچنین، بر اساس تقسیم‌بندی پاسخهای سازه، ماتریس سختی آن به دو بخش وابسته به پاسخهای اندازه‌گیری شده  $([\hat{K}(x)])$  و وابسته به پاسخهای اندازه‌گیری نشده  $([\bar{K}(x)])$  تقسیم می‌گردد. اینک، می‌توان با کمینه‌سازی تابع خطا در دوبر آوردگر FEE و DEE، به ترتیب، به رابطه‌های زیر دست یافت:

$$Min J_r(x, \bar{u}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{lc}} \alpha_i \left\| [\hat{K}(x)] \{\hat{u}_i\} + [\bar{K}(x)] \{\bar{u}_i\} - \{f_i\} \right\|^2 \quad (20)$$

نامیده می‌شود، اختلاف بین تغییرمکانهای برآورده شده و مقدارهای اندازه‌گیری شده در محلهای مشخص کمینه می‌گردد.

هر دو الگوریتم برآورد عاملها، بر اساس کمینه‌سازی وزنی حداقل مربعات تابع خطا می‌باشد. باید افزود، تابع خطا در هر دوبر آوردگر به شکل کلی زیر می‌باشد:

$$Min J(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \alpha_i \|e_i(x, y)\|^2 \quad (14)$$

در اینجا،  $x$  متغیری در داخل گستره  $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$  و  $y$  نامحدود است. همچنین،  $e_i(x, y)$  اختلاف یک مشاهده و مقدار محاسباتی آن برای آزمون  $i$ ام،  $n$  شمار آزمونها،  $\alpha_i$  اطمینان نسبی در آزمون  $i$ ام،  $\bar{x}$  کران بالا و  $\underline{x}$  کران پایین عاملها می‌باشد. خاطر نشان می‌سازد، بسیاری از ویژگیهای هر دو برآوردگر یکسان بوه و تفاوت اساسی آنها در تعیین تابع خطا می‌باشد. از سوی دیگر، تابع لاگرانژی در مسأله بهینه‌سازی قیددار به صورت زیر است:

$$L(x, y, \lambda, \gamma) = J(x, y) + \lambda^T (x - \underline{x}) + \gamma^T (\underline{x} - x) \quad (15)$$

در رابطه کنونی،  $\lambda$  و  $\gamma$  بردار ضریبهای لاگرانژی می‌باشد. شرط وجود فرین (اکسترمم) در این رابطه، به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\nabla L(x, y, \lambda, \gamma) = \nabla J(x, y) + \lambda^T I - \gamma^T t \quad (16)$$

در اینجا،  $I$  ماتریس یکه است. خاطر نشان می‌سازد، برای وجود فرین، افزون بر شرط مزبور، باید ضریبهای لاگرانژ مثبت بوده و هسین تابع لاگرانژی در نقطه‌های کمینه، معین مثبت باشد.

برای حل مسأله بهینه‌سازی قیددار خطی، می‌توان از شیوه‌های گوناگون و از آن میان، روش برنامه‌ریزی درجه دوم تکراری (RQP) استفاده کرد. این راهکار، نیاز به گرادیان و هسین تابع خسارت بر حسب متغیرهای مجهول  $x, y$  دارد که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$[A_e] = \frac{1}{h_e} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \quad (۲۴)$$

در رابطه کنونی،  $h_e$  طول جزء،  $C = \cos \theta$ ،  $S = \sin \theta$  و زاویه قرارگیری محور عضو با افق می‌باشد. پس از رویهم‌گذاری معادله‌های تعادل و وارد کردن شرطهای مرزی، معادله حاکم زیر برای سازه خرابی به دست می‌آید:

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (۲۵)$$

در اینجا،  $[K]$ ،  $\{U\}$  و  $\{F\}$ ، به ترتیب، ماتریس سختی، بردار تغییرمکانهای گرهی و بردار بارهای گرهی خرپا در محورهای کلی می‌باشند. اگر خرپا دارای  $m$  عضو و  $n$  درجه آزادی باشد، می‌توان ماتریس سختی را به صورت رابطه زیر نوشت:

$$[K] = \sum_{e=1}^m \alpha_e [L_e][A_e][L_e]^T \quad (۲۶)$$

در این رابطه،  $[L_e] (n \times 4)$  ماتریس پیوستگی است که درجه‌های آزادی در محورهای محلی را به درجه‌های آزادی کلی وابسته می‌سازد. آشکار است، ماتریسهای  $[L_e]$  و  $[A_e]$  مستقل از عاملهای مجهول ( $\alpha_e$ ) می‌باشند. می‌توان نشان داد که این رابطه‌ها نیز برقرار است:

$$[K]\{U\} = \sum_{e=1}^m \alpha_e [L_e][A_e][L_e]^T \{U\} = [P]\{S\} \quad (۲۷)$$

$$[P] = [[L_1][A_1][L_1]^T \dots [L_m][A_m][L_m]^T] \{U\} \quad (۲۸)$$

$$\{S\} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_m]^T \quad (۲۹)$$

$$\{P\} = [\varepsilon_1 I_1 \quad \varepsilon_2 I_2 \quad \dots \quad \varepsilon_m I_m]^T \quad (۳۰)$$

در این رابطه‌ها،  $\varepsilon_e$  کرنش محوری جزء و

$$Min J_d(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nlc} \alpha_i \left\| [Q][K^{-1}(x)]\{f_i\} - \{\hat{u}_i\} \right\|^2 \quad (۲۱)$$

در این دو رابطه،  $\alpha_i$  درجه اطمینان در  $i$  امین دسته از برداشته‌ها،  $\bar{x}$ ،  $\underline{x}$ ، به ترتیب، کرانه‌های بالا و پایین عاملهای ساختاری مجهول و  $[Q]$  ماتریس بولین می‌باشد. برای هر دو برآوردگر، معیار انجام برآورد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$nlc \times \hat{n}_d \geq n_p \quad (۲۲)$$

در این رابطه،  $n_p$  تعداد عاملهای مجهول و  $\hat{n}_d$  تعداد درجه‌های آزادی اندازه‌گیری شده است. افزون بر این، در برآورد سختیها باید عاملهای دی گری نیز در نظر گرفته شوند. قابلیت اعتماد روش در حضور اغتشاش، مقدار اولیه داده‌ها، شرطهای مرزی و مانند اینها از این دسته عاملها می‌باشند.

## روش لیو

این راهکار، در سال ۱۹۹۷ میلادی، توسط لیو برای خرپاهای مستوی ارائه شد. وی با بهره‌گیری از کرنشهای ایستایی، دو خرپای مستوی را تخمین خسارت کرد. در این روش، مشابه شیوه‌های پیشین، فرض می‌گردد که مصالح دارای رفتار کشسان خطی و همگن بوده و تغییرشکلها، کوچک باشد. اینک، یک خرپای مستوی با میله‌های منشوری در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش اجزای محدود، معادله تعادل یک عضو سازه به صورت زیر می‌باشد:

$$[K_e]\{u_e\} = \{f_e\} \quad (۲۳)$$

در این رابطه،  $[K_e]$ ،  $\{u_e\}$  و  $\{f_e\}$ ، به ترتیب، ماتریس سختی، بردار تغییرمکان و بردار نیروی عضو می‌باشند. با فرض رفتار خطی، رابطه  $[K_e] = \alpha_e [A_e]$  برقرار است. در اینجا، عامل  $\alpha_e$  صلبیت محوری و  $[A_e]$  ماتریس وابسته به هندسه عضو می‌باشد و برای جزء خرپای دوبعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

می‌باشد با این تفاوت که در آنها، تعادل گره‌های داخلی زیرسازه را در نظر می‌گیرند. تابع خطای زیرسازه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Min}[E_s] = \sum_{K=1}^T \left| [P_K] \{S\}^s - \{F_K\} \right|^2 \quad (34)$$

در این تابع خطا، نیروها فقط به درجه‌های آزادی زیرسازه وارد می‌شود. رونویس  $i$  نشان‌دهنده ردیفهای متناظر با گره‌های داخلی و رونویس  $s$  معرف ستونهای متناظر با عضوهای داخلی زیرسازه است. باید دانست، ویژگیهای عضوهای بیرون از زیرسازه در این رابطه وارد نخواهد شد.

### ارزیابی خسارت خرپاها

اینک به سنجش تواناییهای روش پرداخته می‌شود. برای این کار، برنامه‌های رایانه‌ای گسترده‌ای بر اساس رابطه‌های مورد بحث نوشته می‌شود تا بتوان پاسخها را به دست آورد. افزون بر اینها، فن لیو به گونه‌ای گسترش داده شده است که بتوان داده‌های تغییرمکانها را وارد تحلیل کرد. در واقع، در این روش می‌توان از هر دو نوع داده کرنش و تغییرمکان، تحلیلی و تجربی، بهره جست. همچنین در روش مورد بحث هر جا که نیاز باشد از زیرسازه‌ها استفاده خواهد شد. به دنبال اینها، مسأله‌های مختلفی تحلیل می‌شود. پاره‌ای از نتیجه‌های به دست آمده در این مقاله درج می‌شوند، در پایان، مشخص خواهد شد که با انجام تدابیر ویژه‌ای می‌توان به پاسخهای خوبی دست یافت. برنامه رایانه‌ای داده تغییرمکان، DATD و برنامه رایانه‌ای کرنش، DATS نام دارد.

در آغاز تحلیل، ویژگیهای سازه از نظر هندسی، شماره گره‌ها، تعداد عضوها و درجه‌های آزادی و نیز سطح مقطع مشخص می‌گردد. سپس، چند نوع بارگذاری برای انجام برآورد در نظر گرفته می‌شود و آزمونهای گوناگونی برای تخمین خسارت عضوها صورت می‌گیرد. در هر آزمون با توجه به وجود یا عدم وجود اغتشاش، شمار و محل بارگذاریها و فرضهای مختلف دیگر به حل آن پرداخته می‌شود. سرانجام، نتیجه‌های آزمونها تشریح و رهنمودهایی برای تخمین خسارتهای مؤثر در سازه‌ها ارائه می‌گردد. خاطر نشان می‌سازد، برای پرهیز از طولانی شدن

یک بردار  $n$  سطری است که عامل  $n$  تعداد درجه‌های آزادی می‌باشد. خاطر نشان می‌سازد، برای محاسبه  $[P]$  می‌توان از یکی از دو رابطه (۲۸) و یا (۳۰) بر حسب نوع داده (تغییرمکان و یا کرنش) استفاده کرد. از سوی دیگر، می‌توان نوشت:

$$[P]\{S\} = \alpha_1 \varepsilon_1 I_1 + \dots + \alpha_m \varepsilon_m I_m = \{F\} \quad (31)$$

اینک مشخصه‌های خرپا به صورت مسأله بهینه‌سازی زیر رابطه‌سازی می‌شود:

$$\text{Min}[E] = \sum_{K=1}^T \left| [P_K]\{S\} - \{F_K\} \right|^2 \quad (32)$$

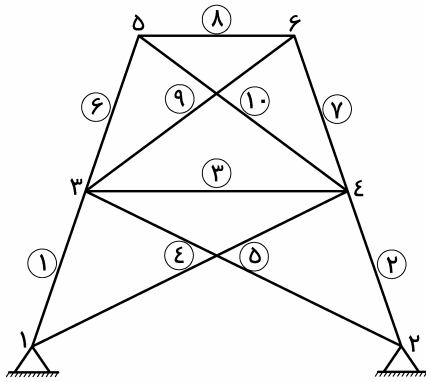
در اینجا،  $T$  شمار آزمایشهای انجام شده،  $[E]$  تابع خطا و  $[P_K]$  و  $\{F_K\}$ ، به ترتیب، ماتریس کرنش و بردار نیرو در آزمون  $K$  ام می‌باشد. یادآوری می‌کند، تابع خطا نامنفی و در بهترین حالت مقدار آن در حدود صفر است. باید افزود، کمترین مقدار  $[E]$  از قرارداد  $\frac{\partial E}{\partial S} = 0$  به دست می‌آید. در این حالت، رابطه زیر برقرار می‌باشد:

$$\sum_{K=1}^T [P_K]^T [P_K]\{S\} = \sum_{K=1}^T [P_K]^T \{F_K\} \quad (33)$$

در رابطه کنونی،  $\{S\}$  بردار مجهولها و یا همان عاملهای سختی است. در این معادله، وجود یک هسین ناویژه از تابع خطا، نه تنها یک حل یگانه را تضمین می‌کند، بلکه دارای کمترین خطا نیز می‌باشد.

### تخمین خسارت زیرسازه‌ها

تاکنون، روش ارزیابی یک خرپای کلی معرفی شد. باید دانست، حالتی وجود دارد که بررسی زیرسازه‌ها مناسبتر است. به عنوان نمونه، هنگامی که یک خرپا دچار صدمه می‌شود، محاسبه سختی عضوها نزدیک محل خسارت دیده ضرورت پیدا می‌کند. همچنین، هنگامی که به اندازه کافی وسیله‌های اندازه‌گیری مانند: کرنش سنج و تغییرمکان سنج وجود نداشته باشد، روش زیرسازه‌ها مفید خواهد بود. رابطه‌سازی زیر سازه‌ها مشابه خرپاهای کلی



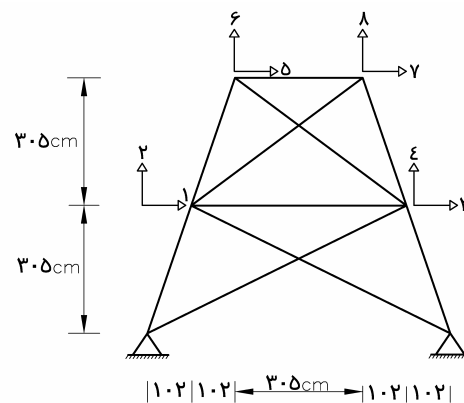
شکل ۲: شماره گره ها عضوهای خرابی ۱۰ عضوی .

پس از معرفی هندسه سازه، اینک بارگذاری آن مشخص خواهد شد. مطابق جدول (۱)، هشت حالت بارگذاری برای این خرپا در نظر گرفته می شود. در هر حالت، بارهای متمرکزی به مقدار ۴۴۵ نیوتون در درجه های آزادی انتخاب شده وارد می گردند. برای هر یک از این بارگذاریها، مقدار مکانهای گرهی و همچنین کرنشهای عضوها محاسبه می شود. این مقادیر، به عنوان داده هایی برای برنامه های رایانه ای تخمین خسارت DATD و DATS مورد استفاده قرار می گیرد. یادآوری می کند، این سازه را صناعی نیز تحلیل نموده است که در ادامه، مقایسه پاسخها انجام می پذیرد.

بحث، به جای درج سختیهای تخمین زده شده، عاملهایی چون خطای بیشینه و کمینه و نیز یک شاخص آماری به نام RMS مورد استفاده قرار می گیرد. عامل RMS که ریشه میانگین مربعات درصد خطاهای تخمین می باشد، از این پس به نام شاخص خطاها خوانده می شود.

### خرپای مستوی ۱۰ عضوی

یک خرپای دوبعدی با ۱۰ عضو و ۸ درجه آزادی انتقالی برای نگهداری یک منبع آبوهوایی طرح شده است. عاملهای مجهول در این خرپا، سختی محوری کلیه عضوهای آن می باشد. سطح مقطع و ضریب کشسانی عضوهای خرپا، به ترتیب، ۱۹/۳۵ سانتی مترمربع و ۲۰۶/۸ گیگاپاسکال است. شکلهای (۱) و (۲) نمایانگر ویژگیهای هندسی، درجه های آزادی، شماره گره ها و شماره عضوهای این خرپا می باشد.



شکل ۱: خرپای ۱۰ عضوی و درجه های آزادی.

جدول ۱: مقدار کل بارهای وارد به خرپای ۱۰ عضوی.

مقدار بار بر حسب نیوتون	درجه آزادی بار	حالت بارگذاری
-۴۴۵	۱	۱
۴۴۵	۲	۲
۴۴۵	۳	۳
-۴۴۵	۴	۴
۴۴۵	۵	۵
۴۴۵	۶	۶
-۴۴۵	۷	۷
-۴۴۵	۸	۸

اینک، با آزمونهای گوناگون معرفی شده در جدول (۲) به تخمین خسارت این خرپا پرداخته خواهد شد.

جدول ۲: آزمونهای انجام شده برای تخمین خسارت خرابی ۱۰ عضوی.

شماره آزمون	حالت‌های بارگذاری	درصد اغتشاش در نیروها	درصد اغتشاش در تغییرمکانها	درصد اغتشاش در کرنشها
۱	۸ تا ۱	-	-	-
۲	۷ و ۱	-	-	-
۳	۳ و ۱	-	-	-
۴	۸ و ۲	-	-	-
۵	۸ و ۲	-	۱	-
۶	۸ و ۲	۱	-	-
۷	۸ و ۲	-	۵	-
۸	۸ و ۲	۵	-	-
۹	۸ و ۲	-	۱۰	-
۱۰	۸ و ۲	۱۰	-	-
۱۱	۸ و ۲	-	۲۰	-
۱۲	۸ و ۲	۲۰	-	-
۱۳	۸ و ۲	۵	۵	-
۱۴	۸ تا ۱	-	-	-
۱۵	۴ تا ۱	-	-	-
۱۶	۸ تا ۵	-	-	-
۱۷	۸ و ۷	-	-	-
۱۸	۴ و ۱	-	-	-
۱۹	۶ و ۱	-	-	-
۲۰	۷ و ۱	-	-	-
۲۱	۶ و ۴	-	-	-
۲۲	۷ و ۴	-	-	-
۲۳	۷ و ۶	-	-	-
۲۴	۶ و ۴ و ۱	-	-	-
۲۵	۷ و ۴ و ۱	-	-	-
۲۶	۷ و ۶ و ۴	-	-	-
۲۷	۷ و ۶ و ۴ و ۱	-	-	-
۲۸	۸ تا ۵	-	۱	۱

به دست می‌آید. البته انتخاب این سه حالت بارگذاری نیز نباید به صورت تصادفی باشد و لازم است بارگذاریهای مناسبی اختیار گردد.

۲- در آزمون ۳، در حالت داده‌های بدون اغتشاش، از حالت‌های بارگذاری ۳ و ۱، ۲ استفاده شده است. نتیجه برآورد با استفاده از داده‌های تغییرمکان، شاخص خطایی معادل ۸۵/۵۶ درصد می‌باشد. علت این خطای زیاد را باید در پخش تنش نامناسب شماری از عضوهای خراب جستجو کرد. بررسیها نشان می‌دهد که در این سه حالت

پس از معرفی ۲۸ آزمون صورت گرفته برای این خرابی، تخمین خسارت کلیه عضوهای آن انجام و نتیجه‌ها به صورت زیر درج می‌شود:

۱- آزمونهای ۲ و ۱ برای مقایسه نتیجه‌های به دست آمده از ۸ و یا ۳ حالت بارگذاری انجام شده است. نتیجه این آزمونها نشان می‌دهد که شاخص خطا برای این دو آزمون، به ترتیب،  $0.33 \times 10^{-4}$  و  $0.97 \times 10^{-4}$  می‌باشد.

به سخن دیگر، از سه حالت بارگذاری ۷ و ۵، ۱ همان نتیجه‌ای را می‌توان گرفت که از کلیه ۸ حالت بارگذاری



۳-۱- رابطه بین خطاهای وارد شده در نیروها و خطای ستاده‌ها به صورت خطی است. در صورتی که این رابطه برای تغییرمکانها، غیرخطی است. تحلیلهای ریاضی بر روی رابطه سختی، تأییدکننده این ویژگی و در نتیجه درستی روش و برنامه رایانه‌ای است.

۳-۲- خطای ستاده ناشی از وارد شدن اغتشاش در نیروها، بیشتر از تغییرمکانهاست و با افزایش خطای داده‌ها از ۱ تا ۲۰ درصد، این اختلاف از ۰/۰۱ تا ۳/۳۴ درصد تغییر می‌کند.

۳-۳- خطای نسبی همزمان وارد شده به نیروها و تغییرمکانها یکدیگر را خنثی کرده و پاسخهای دقیق به دست می‌دهند.

۳-۴ - آزمونهای ۱۴ تا ۱۷ برای مقایسه نتیجه‌های این روش با پاسخهای دیگر پژوهشگران انجام شده است. باید دانست، پژوهشگران دیگر، این آزمونها را تنها برای داده کرنش انجام داده‌اند [۹]. اما در این مقاله، آزمونها با هر دو داده تغییرمکان و کرنش انجام شده است. نتیجه‌های برآورد سختی عضوهای خرپا در این آزمونها در جدول (۴) درج شده‌اند.

بارگذاری، نیروی محوری عضوهای ۶ تا ۱۰ نسبت به سایر عضوهای خرپا بسیار کم است و این پخش نامناسب تنش، سبب ایجاد خطای زیاد در تخمین سختیهای محوری می‌گردد. برای پرهیز از بروز چنین خطاهای بزرگی، باید هنگام انجام بارگذاریها دقت شود تا کلیه عضوها زیر اثر تنش مناسبی قرار گیرند. به عنوان نمونه، اگر به جای انجام آزمون ۳ (بارگذاریها ۲، ۱ و ۳) از آزمون ۴ (بارگذاریهای ۵، ۲ و ۸) استفاده گردد، شاخص خطا از ۸۵/۵۶ درصد به  $0.87 \times 10^{-4}$  درصد خواهد رسید. علت این کاهش محسوس، پخش مناسب تنش آزمون ۴ در عضوهای ۶ تا ۱۰ خرپا می‌شود.

۳- در آزمونهای ۱۳ تا ۱۴، اثر خطاهای نسبی داده‌ها و تأثیر آنها بر خطای ستاده‌ها بررسی می‌شود. نتیجه این آزمونها در جدول (۳) درج می‌گردد. در این جدول،  $\Delta$  درصد اختلاف بین ستاده‌های دو آزمون با مقدار یکسان خطا اما با داده‌های مختلف نیرو و تغییرمکان است. نتیجه‌های به دست آمده از جدول (۳) را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

جدول ۳: بررسی تأثیر خطاهای نسبی در پاسخهای تخمین.

شماره آزمون	درصد شاخص خطاها	( $\Delta$ )
۵	۰/۹۹	۰/۰۱
۶	۱	
۷	۴/۷۶	۰/۲۴
۸	۵	
۹	۹/۰۹	۰/۹۱
۱۰	۱۰	
۱۱	۱۶/۶۶	۳/۳۴
۱۲	۲۰	
۱۳	$0.87 \times 10^{-4}$	

جدول ۴: مقایسه درصد شاخص خطاها.

شماره آزمون	روش پیشنهادی DATS	روش پیشنهادی DATS	مرجع [9]
۱۴	$0.33 \times 10^{-4}$	$0.47 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-4}$
۱۵	—	—	—
۱۶	$0.63 \times 10^{-4}$	$0.58 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-4}$
۱۷	$0.104 \times 10^{-3}$	$0.101 \times 10^{-3}$	$1 \times 10^{-4}$

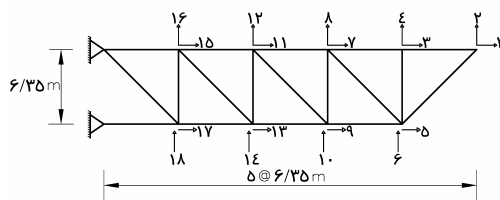
است که در آن، با استفاده از حالت‌های بارگذاری ۷و۴،۶ و ۴-  
شاخص خطاها برابر  $۰/۸۶ \times ۱۰$  درصد است.  
۳-۵- آزمون با چهار حالت بارگذاری نیز به پاسخهای بسیار دقیق منتهی می‌شود. نکته‌ای که به چشم می‌خورد این است که آزمون ۲۳ با دوحالت بارگذاری، خطای کمتری نسبت به آزمون ۲۶، با چهارحالت بارگذاری می‌دهد.

جدول ۵: بررسی اثر تعداد بارگذاریها در آزمونهای ۱۸ تا ۲۷.

شماره آزمون	درصد شاخص خطاها
۱۸	۷۲/۷۷
۱۹	<sup>-۳</sup> $۰/۳۲ \times ۱۰$
۲۰	<sup>-۳</sup> $۰/۱۲ \times ۱۰$
۲۱	<sup>-۳</sup> $۰/۵۱ \times ۱۰$
۲۲	<sup>-۳</sup> $۰/۴۲ \times ۱۰$
۲۳	<sup>-۴</sup> $۰/۷۶ \times ۱۰$
۲۴	<sup>-۳</sup> $۰/۳۶ \times ۱۰$
۲۵	<sup>-۳</sup> $۰/۱۲ \times ۱۰$
۲۶	<sup>-۴</sup> $۰/۸۶ \times ۱۰$
۲۷	<sup>-۴</sup> $۰/۸ \times ۱۰$

### خرپای مستوی ۱۸ عضوی

یک خرپای طره ۱۸ عضوی با ۱۸ درجه آزادی انتقالی در اینجا مورد بررسی قرار می‌گیرد. هندسه این خرپا و شماره درجه‌های آزادی آن در شکل (۳) آمده است.



شکل ۳: خرپای ۱۸ عضوی و درجه‌های آزادی.

همچنین، شماره‌گره‌ها و عضوهای این خرپا در شکل (۴) درج شده‌اند.

با توجه به جدول (۴) می‌توان به نتیجه‌های زیر دست یافت:

۱-۴- در هر سه روش، سختیها با دقت زیاد به دست می‌آیند.

۲-۴- چون شیوه حل دستگاه معادلات، در روش پیشنهادی به صورت مستقیم است، سختیها بطور مستقیم به دست می‌آیند. از سوی دیگر، در مرجع [۹] از روش تکراری استفاده می‌شود و پاسخهای به دست آمده در جدول (۴-۶) پس از ۵ تکرار می‌باشد. خاطرنشان می‌کند، استفاده از روش تکراری، افزون بر زمان‌بری بیشتر، ممکن است به دلیل انتخاب نقطه آغاز تکرار نامناسب، به پاسخهای غلط منتهی شود.

۳-۴- آزمون ۱۵ در هر سه روش، پاسخهای مناسب می‌دهد. در واقع، در هر سه شیوه، ماتریس ضریبها ویژه شده و جوابی به دست نمی‌آید. بنابراین، باید از چنین حالت‌های بارگذاری پرهیز کرد.

۴-۴- تحلیل پیشنهادی، با استفاده از هر دو داده تغییر مکان و کرنش، بطور تقریب پاسخهای یکسانی می‌دهد.

۵- در آزمونهای ۱۸ تا ۲۷، با استفاده از داده‌کرنش، بر روی اثر تعداد بارگذاریها بر کیفیت تخمینها بررسی انجام گرفته است. بر اساس جدول (۱)، در این آزمونها از حالت‌های بارگذاری ۷و۴،۶ به صورت دوتایی در آزمونهای ۱۸ تا ۲۳، سه‌تایی در آزمونهای ۲۴ تا ۲۶ و یا چهارتایی در آزمون ۲۷، استفاده شده است. نتیجه حاصل از این آزمونها در جدول (۵) خلاصه می‌شود:

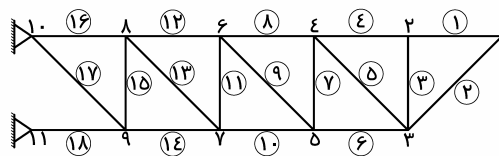
با توجه به جدول (۵) می‌توان به نتیجه‌های زیر دست یافت:

۱-۵- در کلیه آزمونهای با دوحالت بارگذاری بجز آزمون ۱۸، پاسخهای مناسب و دقیق به دست می‌آید. علت خطاهای زیاد در آزمون ۱۸، پخش تنش نامناسب در حالت‌های بارگذاری ۴ و در عضوهای ۶ تا ۱۰ است. مناسبترین آزمون برای انجام برآورد با دوحالت بارگذاری،

آزمون ۲۳ با شاخص خطایی معادل  $۰/۷۶ \times ۱۰$  درصد می‌باشد.

۲-۵- برای آزمونهای با سه حالت بارگذاری، هر سه آزمون پاسخهای مناسب می‌دهند. اما بهترین آنها، آزمون ۲۶

بر اساس جدول (۶) آشکار می‌شود که در آغاز، کلیه عضوها دارای سختی محوری  $۲۰۶/۸۵$  مگانیوتون می‌باشد. پنداشته می‌شود که در اثر بروز خسارت، عضوهای قائم  $\frac{۱}{۳}$  و عضوهای افقی  $\frac{۱}{۶}$  از سختی خود را از دست داده و صلبیتهای محوری آنها، به ترتیب، به  $۱۳۷/۹$  و  $۱۷۲/۳۷۵$  مگانیوتون کاهش یافته است. بنابراین، هدف، تخمین خسارت عضوهای صدمه‌دیده قائم، افقی و مورب می‌باشد. باید افزود، بارگذاری سازه بر اساس جدول (۷) خواهد بود.



شکل ۴: شماره گره‌ها و عضوهای خرابی‌یافته ۱۸ عضوی.

ضریب کشسانی برای کلیه عضوهای این سازه  $۶/۸۹۵ \times ۱۰^{۱۰}$  نیوتون بر میلی‌مترمربع و سطح مقطع و صلبیت محوری آنها مانند جدول (۶) می‌باشد.

جدول ۷: بارگذاری خرابی ۱۸ عضوی.

حالت بارگذاری	درجه آزادی باردار	مقدار بار بر حسب کیلونیوتون
۱	۴	-۵۰
۲	۲	۵۰
۳	۱	۵۰

جدول ۶: ویژگیهای عضوهای خرابی ۱۸ عضوی.

نوع عضو	سطح مقطع ( $m^2$ )	صلبیت محوری (MN)
قائم	۰/۰۰۲	۱۳۷/۹۰۰
افقی	۰/۰۰۲۵	۱۷۲/۳۷۵
مورب	۰/۰۰۳	۲۰۶/۸۵۰

جدول ۸: آزمونهای تخمین خسارت برای خرابی ۱۸ عضوی.

شماره آزمون	حالت‌های بارگذاری	اغتشاش در نیروها	اغتشاش در تغییر مکانها	اغتشاش در کرنشها
۱	۱ و ۲	-	-	-
۲	۱ و ۲ (همزمان)	-	-	-
۳	۱ و ۲ و ۳	-	-	-
۴	۱ و ۲	۰/۱KN	-	-
۵	۱ و ۲	۰/۳KN	-	-
۶	۱ و ۲	۰/۵KN	-	-
۷	۱ و ۲	۰/۷KN	-	-
۸	۱ و ۲	۱KN	-	-
۹	۱ و ۲	۱/۵KN	-	-
۱۰	۱ و ۲	۲KN	-	-
۱۱	۱ و ۲	-	-	-۶ ۱۰
۱۲	۱ و ۲	-	-	-۶ ۳×۱۰
۱۳	۱ و ۲	-	-	-۶ ۵×۱۰
۱۴	۱ و ۲	-	-	-۶ ۷×۱۰
۱۵	۱ و ۲	-	-	-۵ ۱۰
۱۶	۱ و ۲	-	-	-

پاسخهای بسیار نامناسب تخمین سختی می‌باشد. دلیل این ویژگی آن است که اگر بار ۵۰ کیلونیوتن در درجه‌های آزادی ۴ و ۲ بطور همزمان وارد شود از ۱۸ عضو این خرپا، ۷ عضو آن (۵، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۹، ۷ و ۱۷) دارای نیروی صفر می‌باشند و نمی‌توان از برنامه‌های تخمین خسارت، انتظار پاسخهای درست را داشت. البته اگر هدف از انجام برآورد، تخمین خسارت ۱۱ عضو دیگر باشد، می‌توان از این آزمون نیز استفاده نمود. زیرا، بیشترین خطا در آنها  $0.62 \times 10^{-4}$  درصد است که برای عضو شماره ۲ وجود دارد.

۳- بارگذاری در پاره‌ای از درجه‌های آزادی برخی سازه‌ها، هیچ تأثیری بر روی نتیجه‌های نهایی ندارد. به عنوان نمونه، در این خرپا، با انجام آزمون شماره ۳، که تفاوت آن نسبت به آزمون شماره ۱ افزوده شدن بارگذاری در درجه آزادی ۱ است، هیچ تفاوتی در پاسخهای نهایی حاصل نمی‌شود. بنابراین، افزون بر نبودن توجه اقتصادی در آزمون ۳، افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها از ۳۸ به ۵۷، تأثیر مثبتی در پاسخهای نهایی ندارد.

۴- آزمونهای ۴ تا ۱۰ برای بررسی اثر خطای مطلق نیروها و آزمونهای ۱۱ تا ۱۵ برای بررسی اثر خطای مطلق کرنشها بر نتیجه تخمین و با استفاده از داده کرنش صورت گرفته است. خطای این آزمونها در جدول (۹) درج شده‌اند.

باید دانست، در این سازه تنها می‌توان در درجه‌های آزادی خاصی نیرو وارد کرد تا پخش تنش در کلیه اعضا صورت گیرد. به عنوان نمونه، در حالت بارگذاری ۱، عضوهای ۲، ۴ و در حالت بارگذاری ۲، عضو ۳ بدون نیرو می‌باشد. بنابراین، ترکیب این دو حالت بارگذاری با هم می‌تواند به یک تخمین خسارت درست منتهی شود. برای این خرپا هم از داده تعیین‌مکان و هم از داده کرنش برای برآورد سختی اعضا و تخمین خسارت آنها استفاده می‌گردد. در ضمن، برای این خرپا یک بررسی جدید با استفاده از زیرسازه انجام گرفته است. در ادامه، آزمونهای مختلف برای برآورد خسارت همانند جدول (۸) ارائه می‌گردد.

اینک، پس از معرفی چگونگی انجام آزمونها به نتیجه‌های آنها پرداخته می‌شود:

۱- ترکیب حالت بارگذاری ۲ در آزمون ۱ می‌تواند به یک برآورد مناسب منتهی شود. علت این ویژگی آن است که در ترکیب این دو بارگذاری، کلیه اعضا کم‌وبیش دارای تنش می‌باشند. نتیجه این آزمون، خطای بیشینه  $0.15$  درصد، خطای کمینه  $0.53 \times 10^{-9}$  درصد و شاخص خطایی معادل  $0.37$  درصد است.

۲- در آزمون ۲، همان دونیروی آزمون ۱ بطور همزمان وارد می‌شود. بنابراین، به جای ۳۸ اندازه‌گیری در آزمون ۱، بیست اندازه‌گیری صورت می‌گیرد. نتیجه این آزمون،

جدول ۹: بررسی اثر خطای مطلق نیروها و کرنشها.

شماره آزمون	درصد خطای بیشینه	درصد خطای کمینه	درصد شاخص خطاها
۴	۰/۲۰۰	۰/۰۴۲	۰/۱۹۴
۵	۰/۶۰۰	۰/۴۴۱	۰/۵۹۲
۶	۱/۰۰۰	۰/۸۴۰	۰/۹۹۱
۷	۱/۴۰۰	۱/۲۴۰	۱/۳۹۱
۸	۲/۰۰۰	۱/۸۳۹	۱/۹۹۱
۹	۳/۰۰۰	۲/۸۳۷	۲/۹۹۱
۱۰	۴/۰۰۰	۳/۸۳۶	۳/۹۹۱
۱۱	۰/۴۵۳	۰/۰۷۱	۰/۲۸۷
۱۲	۱/۳۷۷	۰/۲۳۹	۰/۸۶۱
۱۳	۲/۳۲۸	۰/۴۴۴	۱/۴۶۰
۱۴	۳/۲۹۴	۰/۸۱۱	۲/۱۵۶
۱۵	۴/۴۹۹	۱/۱۳۱	۲/۹۰۰

با استفاده از برنامه DATS و به کارگیری داده کرنش و نیز بارگذاری در درجه آزادی ۲ و ۴، سختی محوری تخمینی برای عضوهای زیرسازه به شرح زیر به دست می‌آید:

این جدول آشکار می‌سازد که کلیه عضوهای زیرسازه با دقت بالا تخمین زده می‌شود. بنابراین، روش ارزیابی خسارت مورد بحث، هم برای کل سازه و هم برای زیرسازه‌ها قابل استفاده است.

### خرپای مستوی ۲۵ عضوی

سازه دیگری که در اینجا به بررسی مختصر آن پرداخته می‌شود، یک خرپای مستوی ۲۵ عضوی با ۲۱ درجه آزادی انتقالی است که در شکل (۶) نمایش داده شده است. این سازه در مرجع [۶] نیز تخمین خسارت شده است و از شاخص آماری RQB (میانگین جذر مربعات سوگیریها) در آن استفاده می‌شود.

با وارد کردن بار در دو درجه آزادی مناسب از این خرپا، تخمین خسارت آن انجام می‌شود. همچنین، برای شبیه‌سازی پاسخهای تجربی، ۵ درصد اغتشاش در نیروها وارد می‌شود. نتیجه اینکه مقدار RQB برای روش پیشنهادی و شیوه مرجع [۶]، به ترتیب، ۵ و ۷ درصد می‌باشد که این، نشانگر ۴۰ درصد دقت بیشتر تخمین سختیها در روش پیشنهادی است.

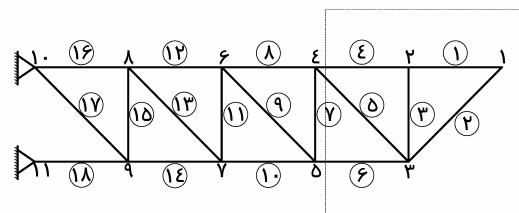
بر اساس جدول (۹) می‌توان به نکته‌های زیر دست یافت:

۱-۴- رابطه خطای مطلق نیروها و خطاهای ستاده‌ها، همانند خطاهای نسبی، خطی است.

۲-۴- رابطه خطای مطلق کرنشها و خطاهای ستاده‌ها، همانند خطاهای نسبی، غیرخطی است.

۳-۴- با افزایش خطای کرنشها، به تدریج از شدت افزایش خطاهای ستاده‌ها کاسته می‌شود.

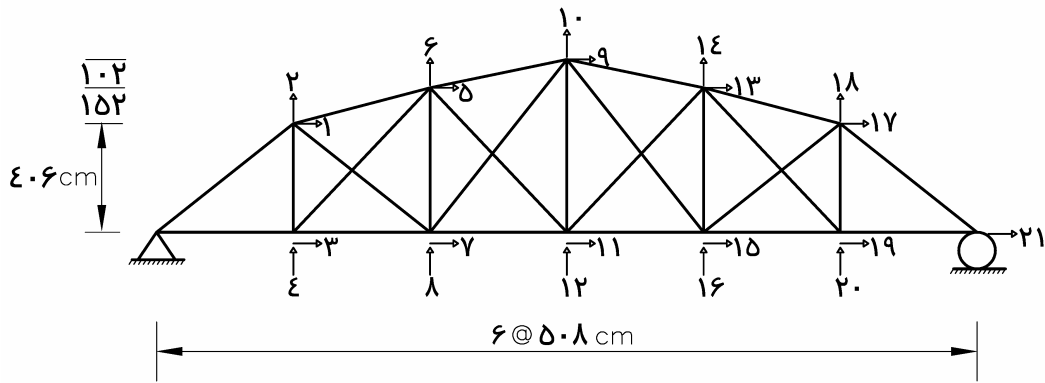
۵- برای این خطاها بررسی زیرسازه‌ای نیز انجام می‌گیرد. یادآوری می‌کند، در مواردی مانند تمرکز خسارت در قسمت محدودی از سازه، در دسترس نبودن بخش خاصی از خرپا و کمبود وسایل اندازه‌گیری می‌توان به جای کل سازه، زیرسازه دلخواهی از آن را برآورد کرد. برای انجام بررسی زیرسازه‌ای از این خرپا فرض می‌شود که قسمت طره‌ای انتهایی خرپا شامل عضوهای ۱ تا ۶، به دلیلی دچار خسارت شده است و تنها همین قسمت از خرپا نیاز به بررسی دارد. شکل (۵)، خرپای ۱۸ عضوی و زیرسازه مورد نظر را نشان می‌دهد.



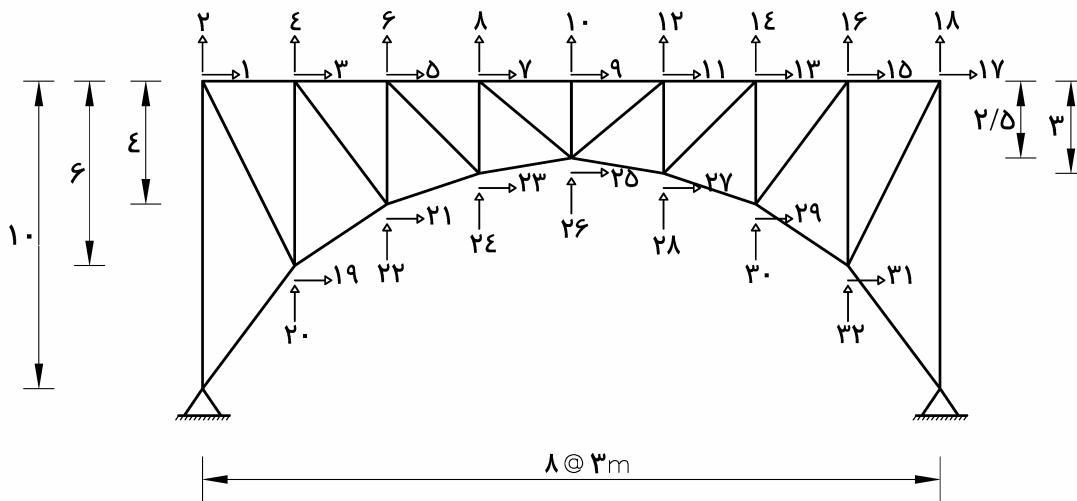
شکل ۵: زیرسازه مورد نظر از خرپای ۱۸ عضوی.

جدول ۱۰: نتیجه آزمون ۱۶ برای بررسی زیرسازه خرپای ۱۸ عضوی.

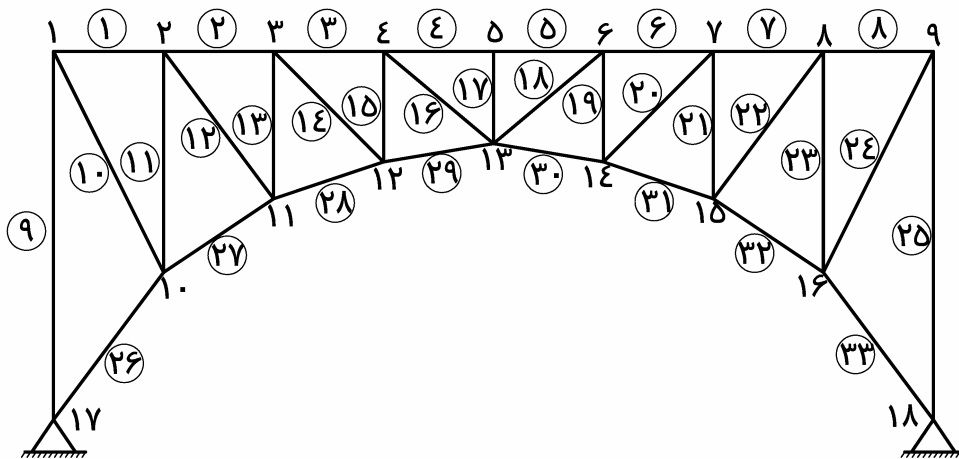
شماره عضو	سختی محوری تخمینی بر حسب مگانیوتون	سختی محوری واقعی بر حسب مگانیوتون	درصد خطا
۱	۱۷۲/۳۷۵	۱۷۲/۳۷۵	-۵ $0.46 \times 10$
۲	۲۰۶/۸۴۹	۲۰۶/۸۵	-۴ $0.63 \times 10$
۳	۱۳۷/۹	۱۳۷/۹	-۸ $0.26 \times 10$
۴	۱۷۲/۳۷۴	۱۷۲/۳۷۵	-۵ $0.46 \times 10$
۵	۲۰۶/۸۴۹	۲۰۶/۸۵	-۴ $0.63 \times 10$
۶	۱۷۲/۳۷۵	۱۷۲/۳۷۵	-۵ $0.46 \times 10$



شکل ۶: خرابای مستوی ۲۵ عضوی.



شکل ۷: خرابای ۳۳ عضوی و درجه های آزادی آن.



شکل ۸: شماره گره ها و عضوهای خرابای ۳۳ عضوی.

بالاوپایین ۳۰ سانتی متر مربع و سطح مقطع عضوهای قطری و قائم ۲۰ سانتی متر مربع است. بنابراین، سختی محوری عضوهای یال بالا و پایین، ۶۰۰ مگانیوتون و عضوهای قطری و قائم، ۴۰۰ مگانیوتون می باشد. شکل هندسی، شماره درجه های آزادی، شماره گره ها و

### خرابای مستوی ۳۳ عضوی

آخرین خرابایی که در این مقاله مورد بررسی قرار می گیرد، یک سازه ۳۳ عضوی با ۳۲ درجه آزادی انتقالی می باشد. ضریب کشسانی عضوهای این خرابا،  $2 \times 10^4$  کیلونیوتون بر سانتی متر مربع، سطح مقطع عضوهای یال

و تخمین خسارت با دقت بسیار بالا صورت می‌گیرد، بطوریکه شاخص خطاها در این آزمون  $0/003$  درصد می‌باشد. بنابراین، با استفاده از از بارگذاری در دودرجه آزادی  $10$  و  $7$  و با تنها  $66$  اندازه‌گیری، نتیجه‌های بسیار رضایت‌بخشی به دست می‌آید.

۲- در آزمون ۲، افزون بر درجه‌های آزادی  $10$ ،  $7$ ، درجه آزادی  $31$  نیز بارگذاری شده است. نتیجه تخمین خسارت در این آزمون نشان می‌دهد که خطای بیشینه

$0/0101$  درصد، خطای کمینه  $0/41 \times 10^{-7}$  درصد و شاخص خطاهای تخمین  $0/0022$  درصد می‌باشد. مقایسه این آزمون با آزمون ۱، نشانگر عدم کاهش چشمگیر خطاها می‌باشد. به سخن دیگر، همان درجه‌های آزادی  $10$  و  $7$  برای تخمین خسارت کافی بوده و استفاده از درجه آزادی  $31$  تأثیر چندانی بر پاسخهای تخمین ندارد.

۳- در آزمون ۳، همان حالت بارگذاری آزمون ۱، بطور همزمان اعمال و خسارت عضوهای خرابی تخمین زده می‌شود. نتیجه این آزمون نشان می‌دهد که به دلیل پخش نامناسب تنش در این حالت، خطاها زیاد بوده و تخمین خسارت با مشکل مواجه می‌شود.

۴- با بررسی آزمون ۴، می‌توان علت بروز خطا در تخمین عضوهای خرابی را درک کرد. در این آزمون، خطای مطلق

برابر با  $10^{-5}$  به کرنشها افزوده و خسارت عضوهای خرابی با برنامه DATS تخمین زده می‌شود. نتیجه انجام این آزمون نشان می‌دهد که هرچه عضو به محل اثر بار نزدیکتر باشد، پخش تنش بهتر و تخمین سختی عضو با دقت بالاتری صورت می‌گیرد.

عضوهای این خرابی در شکل‌های (۷) و (۸) نمایش داده شده است.

پس از معرفی شکل هندسی و ویژگیهای خرابی ۳۳ عضوی، به بارگذاری آن پرداخته می‌شود. برای این سازه، سه نوع بارگذاری همانند جدول (۱۱) در نظر گرفته خواهد شد:

اینک با توجه به بارگذاریهای خرابی، آزمونهای گوناگونی برای تخمین خسارت انجام می‌شود. شماری از این آزمونها در جدول (۱۲) درج شده‌اند:

جدول ۱۱: بارگذاریهای خرابی ۳۳ عضوی.

مقدار بار بر حسب کیلونیوتون	درجه آزادی بار	حالت بارگذاری
۷۰ و ۸۰	۱۰ و ۷	۱
۷۰ و ۸۰ و ۸۰	۳۱ و ۱۰ و ۷	۲
۷۰ و ۸۰	۱۰ و ۷ (همزمان)	۳

برای هر یک از این آزمونها، تخمین خسارت کلیه عضوهای خرابی صورت می‌گیرد. در ادامه، برای مقایسه آزمونها با هم و نتیجه‌گیریهای لازم، از شاخص خطای ستاده‌ها (RMS) استفاده می‌گردد. نتیجه آزمونهای تخمین خسارت به صورت زیر می‌باشد:

۱- آزمونهای ۱ تا ۳ برای بررسی تأثیر نوع بارگذاری بر خطای تخمینها انجام شده است. در آزمون ۱ دوبار متمرکز  $80$  و  $70$  کیلونیوتونی در درجه‌های آزادی  $10$  و  $7$  وارد شده

جدول ۱۲: آزمونهای تخمین خسارت برای خرابی ۳۳ عضوی.

شماره آزمون	حالت بارگذاری	اغتشاش در نیروها	اغتشاش در تغییر مکانها	اغتشاش در کرنشها
۱	۱	-	-	-
۲	۲	-	-	-
۳	۳	-	-	-
۴	۱	-	-	$10^{-5}$

خسارت خرپاها، کاربردهای سودمندی دارند. از آن میان می‌توان به تعیین ظرفیت باربری سازه، مشخص نمودن ویژگیهای ساختاری سازه در زمان کنونی و نیز تعیین عمر باقی‌مانده آن اشاره نمود.

### فهرست علائم

$[A_e]$ : ماتریس وابسته به هندسه عضو

$[B]$ : ماتریس نگاشت

$DATD$ : تخمین خسارت خرپاها با داده تغییرمکان

$DATS$ : تخمین خسارت خرپاها با داده کرنش

$[E], [e(p)]$ : تابع خطا

$[E_s]$ : تابع خطای زیرسازه

$\{F\}$ : ماتریس نیرو

$H(x, y)$ : هسین تابع خسارت

$[J(p)]$ : نرم تابع خطا

$\nabla J(x, y)$ : گرادیان تابع خسارت

$[K(p)]$ : ماتریس سختی

$[L_e]$ : ماتریس پیوستگی

$L$ : تابع لاگرانژی

$\hat{n}_d$ : تعداد درجه‌های آزادی اندازه‌گیری شده

$NDOF$ : تعداد درجات آزادی

$NEL$ : تعداد اعضا

$NLC$ : تعداد حالات اندازه‌گیری

$[Q]$ : ماتریس بولین

$RMS$ : ریشه میانگین مربعات درصد خطاهای تخمین

$[S(p)]$ : ماتریس حساسیت

$\{U\}$ : بردار تغییر مکانهای گرهی

$\bar{x}$ : کران بالا

$x$ : کران پایین

$\alpha_e$ : صلبیت محوری

$\alpha_i$ : اطمینان نسبی

$[E]$ : ماتریس کرنش

$\mathcal{E}_e$ : کرنش محوری جزء

$[\mathcal{E}_a]^m$ : ماتریس کرنشهای اندازه‌گیری

$[\mathcal{E}_a]^a$ : ماتریس کرنشهای تحلیلی

$\lambda, \gamma$ : ضرایب لاگرانژی

$\theta$ : زاویه قرارگیری محور عضو با افق

به عنوان نمونه، عضو ۱۷ که نزدیک محل واردشدن بار است و در مجموع دو بارگذاری ۷۰ کیلونیوتون نیرو دارد، دارای خطای تخمین ۷/۹۸ درصد می‌باشد. برخلاف آن، در عضو ۲ که پخش تنش نامناسبی داشته و در مجموع دو بارگذاری تنها ۸/۲۴ کیلونیوتون نیرو دارد، خطای تخمین معادل ۶۸/۵۸ درصد است. برای رفع چنین خطاهای زیادی، می‌توان محل ایجاد این خطاها را شناسایی کرد و بارگذاریهای متناسب با همان اعضا انجام داد، به گونه‌ای که این اعضا دارای تنش مناسبی گردند. به عنوان نمونه، با انجام یک بارگذاری در درجه آزادی ۳ و یا ۴ می‌توان خطای تخمین سختی عضوهای ۱ و ۲ را به مقدار زیادی کاهش داد.

### نتیجه‌گیری

سازه‌ها ممکن است در دوران بهره‌برداری، به دلیل‌های مختلف، دچار صدمه شوند. به عنوان نمونه، در اثر: بارگذاریهای غیرمجاز، خستگی، خوردگی، ترک، آتش‌سوزی و مانند اینها، در سازه‌ها خسارت ایجاد می‌شود. برای ادامه بهره‌برداری از سازه، نیاز به بازسازی آن می‌باشد و پیش از بازسازی، باید خسارت سازه را ارزیابی نمود. در این مقاله، روشهای گوناگون برآورد خسارت خرپاها مورد بحث قرار گرفت. با گسترش یک روش و نوشتن برنامه‌های رایانه‌ای آن، چند نمونه عددی، تخمین خسارت گردید. شماری از نتیجه‌های به دست‌آمده از تجربه‌های عددی به قرار زیراند:

۱- پاسخ روش پیشنهادی که توانایی گرفتن داده‌های کرنش و تغییرمکان را دارد، بسیار دقیق و خطاهای آن ناچیز می‌باشد.

۲- خطای تخمین، بستگی کامل به الگوی بارگذاری دارد. برای دستیابی به یک برآورد خسارت مؤثر، باید بارگذاری انجام شده برای آن، نه‌آن‌قدر کم باشد تا پخش تنش نامناسب در سازه ایجاد کند و نه آن‌قدر زیاد باشد که سازه را از رفتار غیرخطی خارج نماید. در هر سازه، درجه‌های آزادی خاصی برای واردکردن بارها و تخمین خسارت مؤثر، مناسب است. باید آگاه بود، می‌توان با انجام آزمونهای عددی این درجه‌های آزادی را پیدا کرد.

۳- این راهکار توانایی دارد محل و مقدار بسیار دقیق خسارت را به کمک زیرسازه‌ها پیدا می‌کند.

۴- آشکار است، ستاده‌های به دست آمده از تخمین



## مراجع

- 1 - Sanayei, M. and Nelson, R. B. (1986). "Identification of structural element stiffnesses form incomplete static test data." *Rep. Soc. Of Automotive Engrs. Tech.*
- 2 - Sanayei, M. and Scampoli, S. F. (1991). "Structural element stiffness identification from static test data." *J. Engrg. Mech., ASCE*, Vo1. 117, No., 5, PP. 1021-1036.
- 3 - Sanayei, M. and Onipede, O. (1991). "Damage assessment of structures using static test data." *AIAA. J.*, Vol. 29, No., 7, PP.1174-1179.
- 4 - Robson, B. N. (1991). "Optimization models for predicting structural response in highway bridges." *Electronic Computation*, Proceedings of the Tenth Conference.
- 5 - Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1994). "Parameter estimation of structure from static response. I.computational aspects." *J. Struct. Engrg., ASCE*, Vo1. 120, No. 11, PP.3242-3258.
- 6 - Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1994). "Parameter estimation of structure from static response.II. numerical simulation studies." *J. Struct. Engrg. , ASCE*, Vo1. 120, No. 11 PP.3242-3258.
- 7 - Bruno, R. J. (1994). "Identification of nonlinear joints in a truss structure." *Proc.,AIAA/ASME Adaptive Struct. Forum, Am. Inst. of Aeornautics and stronautics (AIAA)*, Washington, D.C., PP.402-410.
- 8 - Liu, P.L. and Chian, C. C. (1997). "Parametric identification of truss structures using static strains." *J. Struct. Engrg.*, Vo1. 23 No. 7, PP. 927-933.
- 9 - Sanayei, M. and Saletnic, M. J. (1999). "Parameter estimation of structures from static strain measurements." *J. Stru ct. Engrg, ASCE*, Vo1. 122, No. 5, PP.555-572.
- 10 - Sanayei, M. and Imbaro, G. R (1999). "Structural model updating using experimental static measurements." *J. Stru ct. Engrg*, Vo1. 23, No. 6, PP.79 279 8

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- |                              |                              |                                     |
|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|
| 1- Noise                     | 2 - Joint Load               | 3 - Displacement Error Estimator    |
| 4 - Force Error Estimator    | 5 - Parameter Identification | 6 - Quadratic Programming           |
| 7 - Optimization             | 8 - Maximum                  | 9 - Response                        |
| 10 - Error Function          | 11 - Experimental            | 12 - Error Analysis                 |
| 13 - Damage Estimation       | 14 - Iteration               | 15 - Truss                          |
| 16 - Damage                  | 17 - Measurement Error       | 18 - Input Error                    |
| 19 - Output Error            | 20 - Noisy Data              | 21 - Strain and Displacement Inputs |
| 22 - Precision               | 23 - Finite Element Method   | 24 - Mean Square Root               |
| 25 - Substructure            | 26 - Axial Rigidity          | 27 - Connectivity Matrix            |
| 28 - Constitutive Properties | 29 - Convergence             |                                     |