تحلیل دینامیکی تر کخوردگی میان لایه ای در پوسته های کامپوزیت

سهیل فروزانسپهر دانشجوی دکتری تخصصی سازه- مهندسی عمران- دانشکده فنی- دانشگاه تهران **سهیل محمدی**

استادیار گروه مهندسی عمران – دانشکده فنی – دانشگاه تهران (تاریخ دریافت ۸۱/۹/۲۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۲/۳۸، تاریخ تصویب ۸۴/۲/۲۴

چکیدہ

این مقاله به معرفی روشی عددی برای مدلسازی و بررسی پدیده مخرب تـرکخـوردگی میانلایه ای پوستههای کامپوزیت با بهره گیری از مبانی نظریه مومسانی، مکانیک تماس محاسباتی و مکانیک شکست می پردازد. بدین منظور هر لایه یا دستهای از لایههای همانند با بکارگیری المانهای حجمی مشبندی شده، رفتار غیرخطی هندسی و مصالح آنها در تحلیل منظور می گردد. مدلسازی رفتار پیوستگی/ جدایی لایهها به روش «اجزاء جدا از هم» با توسعه الگوریتمهای سهبعدی مکانیک تماس و بکارگیری الگوی ناهمسانگرد جدایی لایهها بهمراه روشهای نرمشدگی برگرفته از اصول مکانیک شکست انجام می پذیرد. نمونههای عددی ارایه شده نمایانگر درستی و کارآیی روش پیشنهادی می باشد.

واژههای کلیدی: مواد کامپوزیت، تحلیل دینامیکی، ترکخوردگی پیشرونده، ترکخوردگی میانلایهای، جدایی لایهها، تحلیل برخورد، بارگذاری ضربهای، اجزاء محدود غیرخطی، اجزاء جدا از هم.

مقدمه

یکی از اصلیترین مسایل قابل توجه در طراحی سازههای کامپوزیت آسیب پذیری آنها در برابر بارگذاری ضربهای جانبی میباشد که میتواند به خرابی درونی اجزاء سازه بصورتهای ترکخوردگی زمینه'، جدایی لایهها^۲، پارگی الیاف^۳ و یا حتی تکهتکه شدن^۲ بینجامد.

در ضربههای با سرعت بالا (انرژی برخورد زیاد)، تکهتکه شدن پوستهٔ کامپوزیت بدلیل نفوذ پرتابه به درون آن، نخستین مود خرابیست. با این همه مطالعات و بررسیهای اخیر نشان داده است که «جدایی لایهها» به همراه «ترکخوردگی زمینه» مهمترین عوامل تخریب سازههای کامپوزیت بویژه تحت اثر ضربههای با سرعت پایین (انرژی برخورد کم و یا متوسط) میباشند. شکل (۱-الف) الگوی خرابی ایجاد شده را در یک آزمایش بارگذاری ضربهای با سرعت پایین نشان میدهد [۱].

پیدایی ترکهای میانلایهای که ناشی از ناهمسانی لایهها در وجوه مشترک میباشد، ممکن است در هنگام ساخت قطعه و یا در نتیجهٔ بارگذاری ضربهای پدیده آمده، گسترش یابد و باعث بروز ناپیوستگی در قطعه گردد. ترکهای میانلایهای بویژه در شرایط بارگذاری دینامیکی،

مانند بارهای ضربهای، احتمال کمانش لایههای جدا شده را بشدت افزایش داده، تا حد زیادی از مقاومت فشاری لایهها میکاهد. همچنین ضربههای ایجاد شده میان لایهها باعث افزایش تمرکز تنش در گوشهٔ ترکها میگردد. از اینرو، نقش مهم این پدیده در کاهش باربری و عملکرد سازه، تحلیلی دقیق را از شرایط پیدایی و گسترش ترکهای میان لایهای، رفتار دینامیکی، رفتار کمانشی، اندرکنش میان لایهها در هنگام بروز ترک و نیز رفتار سازه پس از ترکخوردگی ایجاب میکند.

هدف از این پژوهش دستیابی به یک روش عددی مناسب برای مدلسازی و بررسی پدیدهٔ مخرب «ترکخوردگی میانلایهای» در حالت سهبعدی، به تنهایی و بدون در نظر گرفتن اندرکنش آن با ترکخوردگی زمینه، با بهرهگیری از مبانی نظریهٔ مومسانی⁶، مکانیک شکست و مکانیک تماس محاسباتی² میباشد.

در این جستار برای دستیابی به یک روش عددی مناسب برای تحلیل و بررسی پدیدهٔ مخرب ترکخوردگی میانلایهای در حالت سه بعدی، هر یک از لایهها یا دستهای از لایههای همانند با بکارگیری المانهای حجمی^۲

و با در نظر گرفتن ویژگیهای غیرخطی مصالح (رفتار کشسان- مومسان) برای مواد ناهمسانگرد و غیر خطی هندسی (تغییر شکلهای بزرگ) برای بررسی کمانش لایهها، مدلسازی میشود (شکل ۱-ب)).

برای مدلسازی و کنترل رفتار پیوستگی/جدایی لایهها روش اجزاء جدا از هم^۸ بکار گرفته میشود[۲]. در اینصورت، رفتار میانلایهای اجزاء جدا از هم (لایهها) همچون از میان رفتن چسبندگی، نفوذناپذیری، اصطکاک و لغزش شرایط اتصال و اندرکنش لایهها را با بهره گیری از الگوریتمهای مکانیک تماس تعیین می کند. بدین ترتیب نه تنها رفتار سازههای کامپوزیت پیش از پیدایی ترک تحت اثر بارهای دینامیکی، بویژه ضربه، قابل بررسی است، که رفتار پس از ترکخوردگی میان لایهها نظیر لغزش، برخورد دوبارهٔ وجوه ترک، کمانش لایهها و ... نیز در تحلیل منظور شده، تحلیل واقعبینانهتر و دقیقتری را از این رفتار پیچیده

مدلسازی رفتار کشسان- مومسان در پوستههای کامپوزیت الف) معادلات رفتاری کشسان خطی معادلهٔ رفتاری خطی مصالح در محدودهٔ کشسانی

معادیه رفتاری خطی مصالح در محدوده انسسان عبارتست از «قانون هوک تعمیم یافته»^۹ بصورت:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{1}$$

که در آن C_{ijkl} تانسور مرتبهٔ چهارم ضرایب کشسانی مصالح با حداکثر ۳۶ مقدار ثابت میباشد. در عمل مواد کامپوزیت مسلح شده با الیاف در ردهٔ مصالح همسانگرد جانبی^{۱۰} قرار می گیرند. این مصالح نسبت به یک محور خاص متقارن بوده، ویژ گیهای مکانیکی آنها در هر راستای درون صفحهٔ عمود بر این محور ثابت است. بدین ترتیب، معادله رفتاری کشسان خطی اینگونه مواد بصورت ماتریسی:

$\sigma = D\epsilon$

(٣)

برحسب E_1 و E_2 به ترتیب ضرایب یانگ در راستای الیاف (ضریب کشسانی طولی) و عمود بر آنها (ضریب کشسانی عرضی)، G_{12} ضریب برشی در صفحهٔ الیاف و V_{12} و V_{23} به ترتیب ضرایب پواسون درون و برون صفحهٔ الیاف، نوشتـه





شکل۱: (الف) الگوی ترکخوردگی در یک نمونه آزمایش ضربه (ب) مشربندی اجزاء محدود- اجزاء جدا از هم نمونه پوستهٔ کامپوزیت.

با توجه به اینکه پوستههای کامپوزیت معمولاً در چند لایه ساخته شده، راستای الیاف در هر لایه متفاوت است، لازمست ماتریس ضرایب کشسانی \mathbf{D} تمامی لایهها که در دستگاه مختصات محلی با محوری بموازات راستای الیاف تعریف شدهاند، در دستگاهی یکسان محاسبه شوند. بدین ترتیب هرگاه زاویه میان راستای الیاف با محورهای مختصات دستگاه اصلی برابر با θ باشد، ماتریس ضرایب کشسانی $\overline{\mathbf{D}}$ در دستگاه مختصات کلی بصورت زیر بر حسب ماتریس ضرایب کشسانی \mathbf{D} در دستگاه مختصات محلی بدست می آید:

 $\overline{\mathbf{D}} = \mathbf{R}_{\sigma}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{R}_{\varepsilon}$

که در آن
$$\mathbf{R}_{\sigma}$$
 و \mathbf{R}_{ε} ماتریسهای دوران تنش و کرنش
برحسب $heta$ می باشند.

ب) معیار تسلیم/گسیختگی در مواد کامپوزیت معمولاً معیارهای تسلیم مصالح ناهمسانگرد بصورت تابعی درجه دوم از تمامی مؤلفههای تنش و به شکل کلی: (٢)

نموی با یک بردار نمو کرنش $\Delta \epsilon$ در نظر گرفته می شود که در گام بارگذاری iام مجموع دو بخش نمو کرنش کشسان $\Delta \epsilon^{p}$ و نمو کرنش مومسان $\Delta \epsilon^{p}$ تقسیم می گردد:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^e + \Delta \varepsilon^p \tag{(A)}$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{e} = \mathbf{D}^{-1} \Delta \boldsymbol{\sigma} \tag{9}$$

$$\Delta \varepsilon^{p} = \Delta \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \tag{1}$$

می باشد. در روند تحلیل، با توجه به در دسترس نبودن ماتریس ضرایب سکانتی که مستقیماً بردار کرنش \mathfrak{a} را به بردار تنش \mathfrak{o} تبدیل میکند، به روندی تکراری همراه با آزمون و خطا نیاز میباشد. بدین منظور «روند بازگشتی اویلر» بهمراه «روش حل معادلهٔ نیوتن- رافسون» بکار گرفته میشود. در اینصورت هرگاه بردار تنش و کرنش در آغاز گام بارگذاری *i*-ام به ترتیب برابر با $_{-i}\mathfrak{o}$ و $_{-i}\mathfrak{a}$ و در پایان این گام \mathfrak{o}_i م \mathfrak{o}_i باشد، مطابق با روند بازگشتی اویلر که سرانجام بردار تنش را به روی خم یا رویهٔ تسلیم پایان گرام بازگشت میدهد [۶]، خواهیم داشت:

$$\boldsymbol{\sigma}_{j} = \boldsymbol{\sigma}_{i-1} + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{j} \tag{11}$$

(17)

$$\boldsymbol{\sigma}_i = \lim \boldsymbol{\sigma}_j$$

که در آنها $\Delta \sigma_j$ برابر با میزان اختلاف تنش در تکرار $j \dashv \sigma_j$ میباشد. با جایگذاری روابط (۹) و (۱۰) در (۸)، $\Delta \epsilon_j$ متناظر با این اختلاف تنش عبارتست از:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{j} = \mathbf{D}^{-1} \Delta \boldsymbol{\sigma}_{j} + \Delta \lambda_{j} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{j}}$$
(17)

برای معیار تسلیم هوفمن مشتق f نسبت به بردار تنش برای معیار است با:

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_j} = \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma}_j + \mathbf{p}$$
(14)

با جایگذاری روابط (۱۱) و (۱۴) در (۱۳) و با توجه به ${f e}_{i-1}={f D}^{-1}{f \sigma}_{i-1}$ بردار ${f r}_{j}$ بصورت:

$$f(\mathbf{\sigma}) = \frac{1}{2}\mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{\sigma} + \mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}}\mathbf{p} - 1 = 0$$
^(f)

تعریف می شوند که در آن ماتریس P و بردار p بصورت زیر تعریف می شوند:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 2(\alpha_{12} + \alpha_{13}) & -2\alpha_{12} & -2\alpha_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -2\alpha_{12} & 2(\alpha_{12} + \alpha_{23}) & -2\alpha_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -2\alpha_{13} & -2\alpha_{23} & 2(\alpha_{13} + \alpha_{23}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6\alpha_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6\alpha_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6\alpha_{66} \end{bmatrix}$$

$$(\Delta)$$

 $\mathbf{p} = [\alpha_{11}, \alpha_{22}, \alpha_{33}, 0, 0, 0]^{\mathrm{T}}$

(6)

که در این روابط، ضرایب μ_{ij} به ویژگیهای مقاومتی مصالح وابستهاند. تاکنون روابط بسیاری برای تسلیم مواد ناهمسانگرد^{۱۱} ارایه شده است که در این میان معیار تسلیم پیشنهادی هوفمن در مقایسه با بسیاری از معیارها همچون معیار هیل دقیقتر بوده، پیچیدگیهای معیارهای تسای- وو، اشکنازی، گلدنبلات-کوپنوف و ... را ندارد. از اینرو، این معیار تا بحال در بسیاری از جستارهای علمی بکار رفته است (برای نمونه مراجع [۳، ۴، ۵ و ۶]). در این پژوهش نیز برای بررسی رفتار مومسان سازههای کامپوزیت همین معیار بکار میرود. در این معیار با در نظر گرفتن ۵ پارامتر معیار بکار میرود. در این معیار با در نظر گرفتن ۵ پارامتر راستای الیاف، Y_T و Y_T تنشهای قائم حد تسلیم در کشش و فشار در راستای عمود بر الیاف و تنش برشی حد تسلیم S، ضرایب μ_{ij}

$$\begin{cases} \alpha_{11} = \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \\ \alpha_{22} = \alpha_{33} = \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \\ 3\alpha_{44} = 3\alpha_{55} = \frac{1}{S^2} \\ 3\alpha_{66} = \frac{4}{Y_T Y_C} - \frac{1}{X_T X_C} \\ 2\alpha_{12} = 2\alpha_{13} = \frac{1}{X_T X_C} \\ 2\alpha_{23} = \frac{2}{Y_T Y_C} - \frac{1}{X_T X_C} \end{cases}$$
(Y)



$$\boldsymbol{\sigma}_{j} = \mathbf{D} (\mathbf{I} + \Delta \lambda_{j} \mathbf{D} \mathbf{P})^{-1} \times (\boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}^{e} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{j} - \Delta \lambda_{j} \mathbf{p})$$
(10)

$$f(\Delta\lambda_j) = 0 \tag{19}$$

و با بهرهگیری از روش تکراری نیوتن- رافسون بشکل زیر بدست میآید:

$$\Delta \lambda_{j}^{k+1} = \Delta \lambda_{j}^{k} - \frac{f(\Delta \lambda_{j})}{\frac{\partial f}{\partial \Delta \lambda_{j}}} \bigg|_{\Delta \lambda_{j}^{k}}$$
(1Y)

که در آن:

$$\frac{\partial f}{\partial \Delta \lambda_j} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}_j} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_j}{\partial \Delta \lambda_j} \tag{1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{j}}{\partial \Delta \lambda_{j}} = -\mathbf{D} (\mathbf{I} + \Delta \lambda_{j} \mathbf{D} \mathbf{P})^{-1} \times [\mathbf{D} (\mathbf{I} + \Delta \lambda_{j} \mathbf{D} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P} (\boldsymbol{\varepsilon}_{i-1}^{e} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{i} - \Delta \lambda_{j} \mathbf{p}) + \mathbf{p}]$$
(19)

الگوهای رفتار میان لایه ای در پوسته های کامپوزیت الف) بررسی رفتار میان لایه ای براساس مفاهیم مکانیک شکست، هر گونه ترک خوردگی را می توان بصورت ترکیبی از سه مود پایهٔ شکست

در نظر گرفت: مود نخست، بازشدگی ناشی از کشش، مود دوم، لغزش ناشی از برش درون صفحه و مود سوم، پارگی ناشی از برش پاد صفحه یا پیچش (شکل ۲). در سازههای فلزی، میتوان تنها مود نخست را بهعنوان مود مؤثر شکست در تحلیل منظور نمود؛ ولی در سازههای کامپوزیت، مودهای دوم و سوم نیز بویژه در جدایی لایهها درگیر میباشند [۷].

گفتنی است معیار جدایی لایهها بر پایه اندرکنش مودهای سهگانه شکست بشکل:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{\frac{l}{2}} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{\frac{m}{2}} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^{\frac{n}{2}} = 1$$
 (7.)

میباشد که در آن G_{II} و G_{III} نرخ رهایی انرژی در یک نقطه و G_{IC} ، G_{IC} و G_{IIC} نرخ رهایی انرژی بحرانی هر یک از سه مود بوده، مقادیر l، m و n نیز با بهره گیری از نتایج آزمایشگاهی بدست میآیند. هر چند نرخ رهایی انرژی بحرانی مود سوم بصورت نظری در بسیاری از تحلیلها منظور شده است (برای نمونه [۸، ۹، ۱۰])، با این همه تا کنون هیچ آزمایشی برای تعیین این پارامتر بصورت استاندارد پذیرفته نشده، تحلیلهای موجود نیز همگی با فرضهایی ساده کننده چون برابری نرخ رهایی انرژی بحرانی مودهای دوم و سوم [۱۰] انجام پذیرفتهاند.

در این جستار، تنها پارامترهای وابسته به مودهای نخست و دوم شکست در مدلسازی جدایی لایهها منظور می گردند. هر چند با توجه به همانندی مودهای دوم وسوم و در صورت فرض برابری نرخ رهایی انرژی بحرانی این دو مود [۱۰] می توان گفت تأثیر مود سوم نیز تا حدودی در تحلیل آشکار شده، با پیشرفت روشهایی نوین برای تعیین

ویژگیهای مود سوم شکست برای مصالح کامپوزیت، روند پیشنهادی این جستار برای منظور نمودن آن گسترشپذیر است.

مود نخست جابجایی قایم لایهها را در بر داشته، در دو فاز کشیده شدن دو قطعه (باز شدگی) و نزدیک شدن دو قطعه (فشردگی) بررسی می گردد. بدین منظور پارامتر g_N بعنوان اختلاف میان جابجایی قایم دو لایه تعریف شده^{Tr}, مراحل جدایی دو لایه از یک پوسته کامپوزیت و نیز فشردگی آنها در شکل (T) و نمودار شکل (T) نشان داده شده است. همچنین اختلاف میان جابجایی مماسی</sup>





(ڀ)









شکل ۳: رفتار میانلایهای قائم: (الف) شکل اولیهٔ پوسته، (ب) جابجایی نسبی کشسان (پ) جابجایی نسبی در محدودهٔ نرم شدگی، (ت) آغاز ترکخوردگی میانلایهای در مود نخست، (ث) جدایی لایهها (ج) فشرده شدن دو لایه به یکدیگر.

(A)

(C)

 $g_N = \overline{g}_{max}^N$

 $0 \leq g_N < \overline{g}_0^N$

(در این حالت افقی) دو قطعه را با g_T نمایش میدهیم^۲. رفتار میان لایه ای مماسی دو قطعه در دو فاز چسبندگی و فاز اصطکاکی بررسی می گردد. این جستار با این فرض انجام می شود که تنشهای مماسی ناشی از اصطکاک تنها پس از از میان رفتن چسبندگی میان لایه ای و در اثر ناهمواریهای بوجود آمده از ترک خوردگی بوجود می آیند (شکل ۵ – ت)). بدین ترتیب رابطهٔ میان تنش برشی میان لایه ای با جابجایی نسبی مماسی در فاز اصطکاکی بصورت نمودار نشان داده شده در شکل (۶ – ب) می باشد.

(ب)

(ت)





حاصل بصورت نیروی پسماند در گام زمانی بعدی تحلیل حذف می گردد و در مجموع دقت پاسخ بدست آمده قابل قبول خواهد بود. بدین ترتیب، با بهره گیری از الگوی می و همکاران برای فاز چسبندگی و روش پنالتی برای شرایط نفوذناپذیری و اصطلاک، وضعیت لایه ها تابعی از اندازهٔ بردارهای جابجایی نسبی قائم و مماسی می باشند (جدول ۱).

ب) الگوی رفتار میان لایه ای و معیار آغاز جدایی لایه ها

برپایهٔ الگوی می (Mi) و همکاران [۱۱، ۱۲] جابجایی نسبی دو لایه مجاور و وضعیت تنش میانلایهای متناظر با مؤلفههای آنها، در حالت کلی، در سه مود اصلی شکست نمایش داده می شود:

 $\mathbf{g} = [g_I, g_{II}, g_{III}]^{\mathrm{T}}$ (T1)

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\sigma_{I}, \sigma_{II}, \sigma_{III}\right]^{\mathrm{T}}$$

$$(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma})$$

هرگاه رابطهٔ میان تنشهای میانلایهای و جابجایی نسبی متناظر در هر مود به تنهایی، بصورت دو خطی در دو محدودهٔ کشسانی و نرمشدگی در نظر گرفته شده، معیار جدایی لایهها به شکل:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{\frac{\alpha}{2}} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{\frac{\alpha}{2}} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^{\frac{\alpha}{2}} = 1$$
(YY)

تعریف گردد، اندرکنش میان مودها در محدودهٔ نرمشدگی با پارامتر K بصورت:

$$\left[\left(\frac{g_{I}}{\overline{g}_{0,I}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{g_{II}}{\overline{g}_{0,II}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{g_{III}}{\overline{g}_{0,III}} \right)^{\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}} - 1$$
(YF)

مشخص شده، رابطه میان تنشهای میانلایهای با مؤلفههای جابجایی نسبی از رابطهٔ زیر بدست میآید:

$$\boldsymbol{\sigma} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{S}(\kappa)\right) \mathbf{D}_{c} \mathbf{g}$$
(7 $\boldsymbol{\Delta}$)

در رابطهٔ (۲۴) پارامترهای $\overline{g}_{0,i}$ نمایندهٔ جابجایی نسبی متناظر با مقاومت مود مورد نظر و در رابطهٔ (۲۵)، \mathbf{D}_c ، ماتریس سختی اولیه و $\mathbf{S}(K)$ تابع ماتریسی نرمشدگی مود مرکب می باشد.

برای مدلسازی نفوذناپذیری و اصطکاک میان لایهها روش «خطای جایگزین» یا پنالتی^{۱۵} از مجموعه روشهای مکانیک تماس محاسباتی بکار گرفته میشود. بنیاد این روش بر پایهٔ جایگزینی مقادیری عددی بجای شیب بینهایت در نمودارهای (۴ و ۶ – ب) میباشد. هرچند بکارگیری این مقادیر که ضرایب پنالتی نامیده میشوند، برای نمونه به خطای جابجایی نسبی قائم کوچکتر از صفر برای نمونه به خطای جابجایی نسبی قائم کوچکتر از صفر میانجامد، با انتخاب ضرایب پنالتی α_{T} و α_{T} مناسب، این مقدار نفوذ ناچیز بوده، خطای هرگاه بردار تنشهای میانلایهای و بردار جابجایی نسبی بصورت:

 $\boldsymbol{\sigma}_{c} = [\boldsymbol{\sigma}_{N}, \boldsymbol{\sigma}_{T}]^{\mathrm{T}}, \ \boldsymbol{g} = [\boldsymbol{g}_{N}, \boldsymbol{g}_{T}]^{\mathrm{T}}$ (۲۷) (۲۶)

تعریف شود، شکل (۲) روابط میان تنشهای میان لایــهای و

اندازهٔ جابجایهای نسبی را در هر یک از مودها به تنهایی $g_T = |\mathbf{g}_T|$ و $\sigma_T = |\mathbf{\sigma}_T|$ و $\sigma_T = |\mathbf{\sigma}_T|$ می باشد. برای تأثیر ترکیب مودها پارامتر گسترش خرابی κ در الگوی می و همکاران بصورت:

$$\kappa = \sqrt{\left\langle \frac{g_N}{\overline{g}_0^N} \right\rangle^2 + \left(\frac{g_T}{\overline{g}_0^T}\right)^2} - 1 \tag{YA}$$

$$\langle x-a \rangle = \begin{cases} x-a & ; x \ge a \\ 0 & ; x < a \end{cases}$$
(Y9)

بازنویسی می شود که در آن بهره گیری از تابع ماکولی (•) برای مود جابجایی قائم بیانگر آنست که تنها جابجایی نسبی کششی (بازشدگی) در گسترش خرابی و آغاز ترکخوردگی میانلایهای مؤثر است. ترکیب این الگو و روش پنالتی به معادلهٔ رفتاری میانلایهای بکار رفته در این جستار می انجامد که عبارتست از [۵]:

$$\sigma_{c} = \mathbf{D}_{c} \mathbf{g}$$

$$\mathbf{D}_{c} = \mathbf{diag}[D_{N}^{c}(\mathbf{g}), D_{T}^{c}(\mathbf{g}), D_{T}^{c}(\mathbf{g})]$$
(۳۱)
$$S_{T}(\kappa) \quad \delta_{N}(\kappa) \quad \delta_{N}(\kappa) \quad \epsilon$$

$$S_{T}(\kappa) \quad \epsilon$$

$$S_{N}(\kappa) = \frac{\kappa}{1+\kappa} \cdot \frac{\overline{g}_{\max}^{N}}{\overline{g}_{\max}^{N} - \overline{g}_{0}^{N}}$$
(TT)

$$S_{T}(\kappa) = \frac{\kappa}{1+\kappa} \cdot \frac{\overline{g}_{\max}^{T}}{\overline{g}_{\max}^{T} - \overline{g}_{0}^{T}}$$
(٣٣)

$$\overline{g}_{u}^{T} = \overline{g}_{0}^{T} \sqrt{\left\langle \left(\frac{\overline{g}_{\max}^{T}}{\overline{g}_{0}^{T}}\right)^{2} - \left\langle \frac{g_{N}}{\overline{g}_{0}^{N}} \right\rangle^{2} \right\rangle}$$
(°f)

هر یک از ضرایب سختی قائم و مماسی $D^c_N({f g})$ و $D^c_N({f g})$ از روابط زیر بدست میآیند:

$$D_{N}^{c}(\mathbf{g}) = \begin{cases} \alpha_{N} & ; \ g_{N} \leq 0 \\ E_{N} & ; \ g_{N} > 0 & , \ \kappa \leq 0 \\ (1 - S_{N}(\kappa))E_{N} & ; \ g_{N} > 0 & , \ \kappa > 0 & , S_{N}(\kappa) < 1 \\ 0 & ; \ g_{N} > 0 & , \ \kappa > 0 & , S_{N}(\kappa) \geq 1 \end{cases}$$

$$D_{T}^{c}(\mathbf{g}) = \begin{cases} E_{T} & ; \ \kappa \leq 0 \\ (1 - S_{T}(\kappa))E_{T} & ; \ \kappa > 0 & , \ S_{T}(\kappa) < 1 \\ (1 - \frac{\overline{g}_{u}^{T}}{g_{T}})\alpha_{T} & ; \ \kappa > 0 & , \ S_{T}(\kappa) \geq 1 & , \ \sigma_{T} < \overline{\sigma}_{f} \\ \overline{\sigma}_{f}/g_{T} & ; \ \kappa > 0 & , \ S_{T}(\kappa) \geq 1 & , \ \sigma_{T} = \overline{\sigma}_{f} \end{cases}$$

$$(35)$$

۳٩۶

جدول ۱: وضعیت لایه ها برحسب شرایط جابجایی نسبی

وضعيت لايهها:	شرایط جابجایی نسبی:	مود شکست:
فشردگی دو لایهٔ مجاور به یکدیگر ـ شرایط نفوذناپذیری	$g_N < 0$	
بازشدگی بدون بروز ترک میانلایهای	$0 \le g_N < \overline{g}_{\max}^N$	مود نخست بەتنھايى
بازشدگی لایههای جدا شده از هم	$g_N \geq \overline{g}_{\max}^N$	
برش در فاز چسبندگی بدون ترکخوردگی	$0 \leq g_T < \overline{g}_{\max}^T$	المنتطر ممكركم
لغزش در فاز اصطکاکی پس از ترکخوردگی	$\boldsymbol{g}_T \geq \overline{\boldsymbol{g}}_{\max}^T$	مود دوم بەنىپايى



شکل ۷: روابط تنش میانلایهای برحسب جابجاییهای نسبی: (الف) برای مود جابجایی قائم (ب) برای مود جابجایی مماسی در فاز چسبندگی (پ) برای مود جابجایی مماسی در فاز اصطکاکی ($\overline{\sigma}_f = \mu \langle -\sigma_N
angle$).

> درعمل برای تعیین وضعیت تنش مماسی میانلایهای در فاز چسبندگی از رابطهٔ (۳۶) و در فاز اصطکاکی از روند نموی بهرهگیری میشود. همچنین گفتنی است در تحلیل دینامیکی، باربرداری هنگامی رخ میدهد که پارامتر گسترش خرابی گام زمانی جاری از گام زمانی پیشین کوچکتر باشد.

روش عددی تحلیل دینامیکی ترک خوردگی میانلایهای

روش اجزاء محدود بر پایهٔ مکانیک محیطهای پیوسته

پاسخگوی اهداف دراز مدت این پژوهش که مودهای دیگر ترکخوردگی پوستههای کامپوزیت را در برگرفته، نیازمند روندهایی چون بازآرایی مش^۶٬ سازگاری^{۱۷}٬ از میان رفتن المانهای جدا شده و ... میباشد؛ نیست. در برابر، روش اجزاء جدا از هم یا المانهای مجزا آزادی بیشتری برای گسترش این جستار بدست میدهد. در این روش، هر یک از لایهها یا دستهای از لایههای همانند، یک المان مجزا در نظر گرفته شده، خود با بکارگیری المانهای حجمی از سیندی میگردد. اندرکنش میان لایهها با بهرهگیری از الگوی معرفی شده در بخش پیشین انجام میپذیرد[۲].

تحلیل ترکخوردگی میانلایهای به روش اجزاء جدا از هم- اجزاء محدود با بهرهگیری از اصل کار مجازی، عبارتست از یافتن پاسخ برای معادلهٔ دینامیکی:

$$W^{\text{inertia}} + W^{\text{int.}} = W^{\text{ext.}} + W^{\text{con.}}$$
(٣٧)

که در آن $W^{\text{con.}}$ و $W^{\text{ext.}}$ ، $W^{\text{int.}}$ ، W^{inertia} از روابط زیر بدست میآیند:

$$W^{\text{inertia}} = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\rho} \, \ddot{\mathbf{u}} \, d\Omega \tag{(\%)}$$

$$W^{\text{int.}} = \int_{\Omega} \mathbf{S} : \delta \mathbf{E} d\Omega \tag{(79)}$$

$$W^{\text{ext.}} = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma_{t}} \delta \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \mathbf{t} d\Gamma$$
 (f.)

$$W^{\text{con.}} = \int_{\Gamma} \delta \mathbf{g}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\sigma}_{c} \, d\Gamma \tag{(f1)}$$

با بکارگیری توابع شکل مناسب روش اجزاء محدود و نیز الگوریتمهای مکانیک تماس و الگوی رفتاری میانلایهای معرفی شده، رابطهٔ اسکالر (۳۷) به شکل ماتریسی:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}^{\text{int.}} = \mathbf{f}^{\text{ext.}} + \mathbf{f}^{\text{con.}}$$
(47)

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\rho} \mathbf{N} \, d\Omega \tag{(fT)}$$

$$\mathbf{f}^{\text{int.}} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{S} \, d\Omega \tag{(ff)}$$

$$\mathbf{f}^{\text{ext.}} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{b} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{t}} \mathbf{N}^{\mathrm{T}} \mathbf{t} \, d\Gamma$$
(۴۵)

$$\mathbf{f}^{\text{con.}} = \int_{\Gamma_c} \left(\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}_c \, d\Gamma$$
(49)

با توجه به پیچیدگی محاسبات و حجم بسیار دادهها در تحلیل ترکخوردگی، «روش صریح تفاضل مرکزی» با گامهای زمانی نابرابر بکار گرفته می شود؛ چه، در این روش با در دست داشتن بردارهای نیروی درونی، بیرونی و میانلایهای در گام زمانی پیشین، بردار سرعت و در نتیجه بردار جابجایی گام کنونی بدست می آید. هرچند روش

تفاضل مرکزی پایدار مشروط بوده، در صورتیکه اندازه گام زمانی بقدر کافی کوچک اختیار نشود، به ناپایداری

پاسخ تحلیل میانجامد؛ معمولاً Δt_{\min} روش پنالتی از مقدار گام زمانی بحرانی Δt_{cr} کوچکتر بوده، کنترل کننده است. با این همه، لازمست Δt در هر گام زمانی از $\min(\Delta t_{cr}, \Delta t_{\min})$ کوچکتر انتخاب گردد. همچنین در این روش، برای تشخیص پایداری و دقت پاسخ لازمست در هرگام زمانی تعادل انرژی نیز کنترل گردد [8].

بررسیهای عددی الف) نمونه یک

گردی (Grady) و همکاران [۱۳] الگوریتمی را بر پایه مکانیک شکست برای تحلیل دینامیکی کمانش ناشی از جدایی لایهها در نمونهای از کامپوزیت لایهای با ترک میان لایهای اولیه و تحت اثر بارگذاری ضربهای بکار گرفتند. هندسه و بارگذاری این نمونه در شکل (۸ – الف) نشان داده شده است. نمونه مورد بررسی نواری دو سر گیردار از جنس گرافیت– اپوکسی C-1034 با الگوی قرارگیری الیاف $_{01}$ و ویژگیهای مصالح نشان داده شده در جدول شکل (۸ – ب) میباشد.

مدلسازی این نوار در چهار لایه انجام پذیرفته، ترک اولیهای به اندازه ۵/۰۸ cm میان نخستین و دومین لایهها وجود دارد که تقارن مسأله را از میان میبرد (شکل ۸ – الف)).

تحلیل این مسأله برای مقایسه با بهرهگیری از راهبردهای ارائه شده در این پژوهش و مشبندی متن اصلی [۱۳] انجام می پذیرد، با این تفاوت که هر یک از چهار لایه یک المان مجزا در نظر گرفته شده، آنگاه مشبندی می گردد. شکل (۹-الف) نمونه تغییر شکل یافته را در زمان (۱۰) بصورت بزرگنمایی شده و شکل $t = \cdot/\cdot \cdot \operatorname{Isec}$ نمودار جابجایی نقطه میانی نوار را در لایه دربردارنده ترک اولیه در طول زمان نشان میدهد که با نمودار ارائه شده در متـن اصلی [۱۳] که فقط نتایجی را برای حدود یک چهارم زمان تحلیل حاضر ارائه داده قابل مقایسه است. شکل (۱۱) الگوی گسترش ترکخوردگی میان لایهای را نشان میدهد که از تحلیل سازه با بکارگیری راهبردهای این پژوهش بدست آمده است. همانگونه که پیشبینی می شد پیدایی ترکخوردگی میان لایه ای در مکانهایی همچون زیر بار نواری ضربهای و نیز لبههای نوار آغاز می گردد.







و نمونه تغییر شکل یافته در زمانهای ۲۵۰ µ ۲۵۰-۵۰ برگرفته از مرجع [۱۳].



www.SID.ir





www.SID.ir

بردارنده تحلیل دینامیکی پوستههای کامپوزیت در هر دو

مرحله پیش و پس از ترکخوردگی بوده، از اینرو رفتار

لايهها يس از تركخوردگي ميانلايهاي همچون لغزش،

برخورد دوباره وجوه تـرک، کمانش لایهها و ... نیز در

تحلیل منظور می گردد. بکارگیری ویژگیهای غیرخطی

هندسی (تغییر شکلهای بزرگ) و مصالح (رفتار کشسان-

مومسان) بر دقت روش افزوده، تحليل واقع بينانه تر و

دقیقتری را از این مکانیزم پیچیده خرابی در اختیار

مهندسین محاسب قرار میدهد. در پایان، برای بررسی درستی و کارایی روش، با بکارگیری راهبردهای کلی ارائه

شده در این جستار، نمونههایی عددی ارائه شد که نمایانگر

بدینوسیله از پشتیبانی شورای پژوهشی دانشگاه

تهران از طرح شماره ۶۱۴/۲/۶۲۷ و دفتر طراحی هوایی شرکت صنایع هواپیماسازی ایران (هسا) به شماره

موفقیت راهبردهای پیشنهادی می باشد.

۳۹–۱۰۱/۳۰/۳۰/۳۰ قدردانی می گردد.

ب) نمونه دو

بعنوان نمونهای دیگر، تحلیل همان نوار نمونه نخست با همان ویژگیها انجام می پذیرد، با این تفاوت که این بار الگوی بارگذاری عوض شده، بار ضربهای در عرض نوار جای خود را به بار متمرکز ضربهای با همان شدت در یک لبه نوار می دهد. بدین ترتیب، تقارن مسأله نسبت به محور y نیز از میان می رود. شکلهای (۹ – ب) و (۱۲) به ترتیب نمونه تغییر شکل یافته و الگوی گسترش ترک میان لایه ای را در زمانهای حافته و الگوی گسترش ترک میان لایه ای نمودار تغییر شکل نقطه میانی نیز بر حسب زمان در شکل نمودار تغییر شکل نقطه میانی نیز بر حسب زمان در شکل (۱۳) آمده است. در این نمونه نیز ترک خوردگی میان لایه ای از لبه ها بویژه در گوشه ترک اولیه و زیر بار مین لایه ای آغاز می گرد.

نتيجهگيرى

در این جستار روش عددی مناسبی برای مدلسازی و بررسی پدیده مخرب «ترکخوردگی میانلایهای» در حالت سهبعدی و با بهرهگیری از مبانی نظریه مومسانی، مکانیک تماس محاسباتی و مکانیک شکست ارائه شد. این روش در

مراجع

- de Freitas, M., Silva, A. and Reis L. (2000). "Numerical evaluation of failure mechanisms on composite specimens subjected to impact loading." *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, PP. 199-207.
- 2 Mohammadi, S. (2003). "Discontinuum Mechanics using Finite and Discrete Elements." WIT Press, UK.

قدرداني

- 3 Koh, C.G., Owen, D. R. J. and Perić, D. (1995). "Explicit dynamic analysis of elsto-plastic laminated composite shells: implementation of non-iterative stress update schemes for the Hoffman yield criterion." *Computational Mechanics*, Vol. 16, PP. 307-314.
- 4 Schellekens, J. C. J. (1992). *Computational strategies for composite structures*." Ph.D. thesis, Technische Universiteit Delft, Holland.
- 5 Forouzan-sepehr, S. and Mohammadi, S. (2001). "A contact based method for 3D delamination analysis of composites subjected to impact loading." in: S. ValliaPPan, N. Khalili (editors), Computational Mechanics-New Frontiers for the New Millennium, *Proceedings of 1st Asian-Pacific Congress on computational Mechanics*, PP. 691-696.
- 6 Mohammadi, S., Forouzan-sepehr, S. and Asadollahi, A. (2002). "Contact based delamination and fracture analysis of composites", *Thin-Walled Structures*, Vol. 40, No. 7-8, PP. 595-609.
- 7 Masters, J. E. (1987). "Basic failure modes of continuous fiber composites." *Engineering Materials Handbook*, Vol. 1: Composites, ASM International, USA.

- 8 Borovkov, A., Kiylo, O., Misnik, Yu. and Tripolnikov, T. (1999). "Finite element stress and analysis of multidirectional laminated composite structures. 2. h-p- refinement and m- adaptive procedures." *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Vol. 79, Suppl. No. 2, PP. S527-S528.
- 9 FEA (2000). LUSAS User Manual, Ver. 13.2, FEA Ltd.
- 10 Liu, Sh. (1994). "Quasi-impact damage initiation and growth of thick-section and toughened composite materials." *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 31, No. 22, PP. 3079-3098.
- 11 Mi, Y., Crisfield, M. A. (1996). Analytical derivation of load/displacement relationship for the DCB and MMB and proof of the FEA formulation. IC-AERO Report 97-02, Dept. Aeronautics, Imperial College, London, UK.
- 12 Mi, Y., Crisfield, M. A., Davies, G. A. O. and Hellweg, H. B. (1998). "Progressive delamination using interface elements." *J. Composite Materials*, Vol. 32, No. 14, PP. 1246-1272.
- 13 Grady, J. E., Chamis, C. C. and Aiello, R. A. (1989). Dynamic delamination buckling in composite laminates under impact loading: computational simulation. In: Lagace P.A. (ed.); Composite Materials: Fatigue and Fracture, ASTM—STP 1012, PP. 137-149.
- 1 Matrix Cracking
- 4 Fragmentation
- 7 Solid Element
- 9 Generalised Hook Law
- 12 Associated Flow Rule
- 15 Penalty

- 2 Delamination
- 5 Theory of Plasticity
- 8 Discrete Element Method (DEM)
- 10 Transversely Isotropic
- 13 Normal Gap 16 - Remeshing

- eshing
- واژههای انگلیسی به ترتیب استفاده در م
 - 3 Fibre Breakage
 - 6 Computational Contact Mechanics
 -) 11 - Anisotropic
 - 14 Tangential Gap
 - 17 Adaptivity
 - 17 Adaptivity