

تعیین میدان پتانسیل ثقل محلی در دریا با استفاده از مشاهدات ارتفاعسنجی ماهواره‌ای

مطالعه خاص: تعیین میدان ثقل در جزیره قشم

علیرضا آزموده اردلان

دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

قطب مهندسی نقشه برداری و مقابله با بلایای طبیعی

رضا عرب صاحبی

فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد گروه مهندسی نقشه‌برداری - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۳/۷/۲۵، تاریخ تصویب ۸۳/۱۱/۲۴)

چکیده

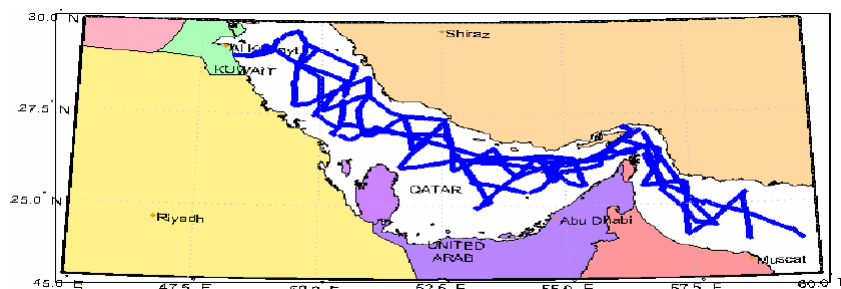
مدلسازی میدان ثقل زمین نیازمند مشاهدات ثقلی زمینی، دریایی، هوایی و فضایی است. مشاهدات ثقلی دریایی همواره از عدم دقت و نویز بالا رنج برده‌اند. در این میان مشاهدات ارتفاعسنجی ماهواره‌ای امکان اندازه‌گیری تغییرات سطح آب دریا را با دقت بالایی پدید می‌آورد. در این مقاله امکان مدلسازی میدان ثقل در دریاها، خصوصاً جهت تعیین مدل میدان ثقل در جزائر، بررسی گردیده است. مراحل اصلی روش ارائه شده بدین شرح می‌باشد: (۱) دستیابی به سطح متوسط دریا^۱ از طریق ارتفاعسنجی ماهواره‌ای. (۲) دستیابی به توپوگرافی سطح دریا^۲ از طریق اطلاعات اقیانوس‌شناسی و جریان‌سنجی. (۳) محاسبه ارتفاع ژئوئید به عنوان اختلاف سطح متوسط دریا از توپوگرافی سطح دریا. (۴) استفاده از عکس فرمول برونز بیضوی و محاسبه پتانسیل ثقل بر روی سطح بیضوی مبنا با معلوم بودن ارتفاع ژئوئید حاصل از مرحله (۳). (۵) حذف اثر میدان حاصل از بسط هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به اضافه میدان گریز از مرکز، از پتانسیل ثقل بر روی بیضوی حاصل از بند (۴). (۶) حذف اثر جرمهای در فاصله نزدیک در شعاع ۵۵ کیلومتر از روی باقیمانده میدان پس از حذف مرحله (۵). (۷) انتقال به سمت بالا^۳ پتانسیل تفاضلی هارمونیک حاصل از مرحله (۶) از طریق بکارگیری فرم منفصل انتگرال آبل پواسن بیضوی، جهت محاسبه میدان در نقطه مورد نظر. (۸) افزودن اثرات حذف شده طی مراحل (۵) و (۶) در نقطه مورد نظر و تولید میدان ثقل. این روش با استفاده از مشاهدات ارتفاعسنجی ماهواره در اطراف جزیره قشم جهت تعیین میدان ثقل در این جزیره مورد استفاده قرار گرفته است. جزئیات مراحل فوق الذکر و نتایج عددی حاصل از مطالعه موردی در این مقاله ارائه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: مدلسازی میدان ثقل، ثقلسنجی دریائی، ارتفاعسنجی ماهواره‌ای، یکسان‌سازی ارتفاعی

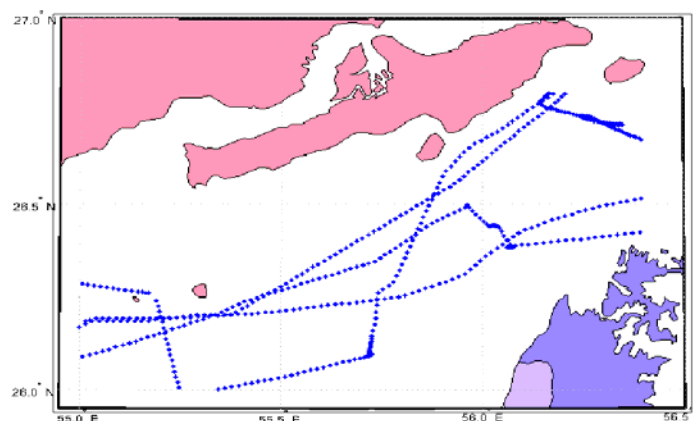
مقدمه

مشاهدات ثقلی زمینی در کل سطح زمین بر روی خشکی‌ها و دریاها در تراکم متناسب با طول موج‌های کوتاه مورد نظر صورت گیرند. اندازه‌گیری شتاب ثقل در دریاها به خاطر شتابهای ناشی از حرکت کشتی و تلاطم دریا و عدم توانایی ثقلسنجها، بر اساس اصل هم‌ارزی انشتین^۴، در تفکیک اینگونه شتابها از شتاب ثقل زمین همواره از کمبود دقت رنج برده‌اند. بعلاوه به خاطر وسعت بسیار دریاها و سرعت کم کشتی‌ها پوشش کافی از مشاهدات ثقلی در سطح دریاها تاکنون بوجود نیامده است. به عنوان مثال شکل (۱) پراکندگی مشاهدات ثقلی موجود در بانک اطلاعات ثقلی BGI^۵ را در خلیج فارس و

مطالعه میدان ثقل زمین و کمیت‌های مرتبط با آن مورد علاقه ژئودزین‌ها بوده و دانشمندان بسیاری در حال حاضر دست اندرکار تحقیقات مرتبط با میدان ثقل می‌باشند. مأموریت‌های اخیر ماهواره‌هایی نظیر GOCE، CHAMP و GRACE مؤید این مطلب است. اینگونه مأموریت‌های ماهواره‌ای جهت آشکارسازی فرکانسهای با طول موج بلند تا متوسط میدان ثقل زمین مؤثر بوده اما همچنان تکمیل فرکانسهای با طول موج متوسط نیازمند ثقلسنجی هوایی و دستیابی به فرکانسهای با طول موج کوتاه تنها از طریق مشاهدات زمینی امکان‌پذیر می‌باشد. بدین خاطر لازم است



شکل ۱: داده های ثقلی موجود در خلیج فارس و دریای عمان.



شکل ۲: داده های ثقلی دریائی در اطراف جزیره قشم.

برده شده است. نتایج حاصل نشان دهنده موفقیت روش یاد شده در مدلسازی میدان ثقل برای این جزیره می باشد، که هیچگاه از طریق مشاهدات ثقلی موجود در اطراف این جزیره که در شکل (۲) نشان داده شده است امکان پذیر نمی بود.

جزئیات مربوط به مدلسازی میدان ثقل در دریا به طریق یاد شده، در بخش بعد ارائه خواهد شد، پس از آن به ارائه مطالعه موردی می پردازیم. برای جزئیات بیشتر در خصوص فرمول برونز و معکوس آن، حل معادله دیفرانسیل لاپلاس، حل مسئله مرزی دریکله، انتگرال آبل پواسن و حل عددی انتگرال دوگانه به منبع [۱۰] مراجعه شود. در خاتمه به عنوان مثالهایی از کاربرد میدان ثقل دریایی حاصل به روش ارائه شده می توان به موارد ذیل اشاره کرد:

- ۱- اطلاع از ذخایر زیرزمینی و زیر دریایی از طریق آنالیز میدان ثقل.
- ۲- انتقال مبنای ثقلی ملی یا جهانی به جزایر.
- ۳- انتقال مبنای ارتفاعی به جزایر و یکسان سازی جهانی مبنای ارتفاعی.
- ۴- پر کردن خلاء اطلاعات ثقلی در دریاها.

دریای عمان نشان می دهد.

از سوی دیگر امروزه پیشرفتهای تکنولوژیکی امکان اندازه گیری تغییرات سطح لحظه ای دریا را از طریق روشهای ارتفاع سنجی ماهواره ای به دقت ۱ تا ۲ سانتیمتر پدید آورده است [۱]. با استفاده از این مشاهدات که بیانگر تغییرات لحظه ای سطح آب دریا است می توان به سطح متوسط دریا دست یافت. بعلاوه دانش اقیانوس شناسی و جریان سنجی امکان تعیین توپوگرافی سطح دریا را پدید آورده است. تفاضل توپوگرافی سطح دریا از سطح متوسط دریا کمیت ارتفاع ژئوئید می باشد. با توجه به دقت حاصل در تعیین سطح متوسط دریا و توپوگرافی سطح دریا دقت ارتفاع ژئوئید حاصل از روش یاد شده به چند سانتیمتر می رسد. در این مقاله از ارتفاع ژئوئید جهت مدل سازی میدان ثقل دریایی استفاده شده است. نقش کلیدی در حصول به این هدف توسط عکس فرمول برونز بیضوی ایفا می گردد [۲]. مراحل اصلی روش ارائه شده مطابق بندهای ذکر شده در چکیده مقاله می باشد.

این روش نهایتاً جهت مدل سازی میدان پتانسیل ثقل در جزیره قشم با استفاده از مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره ای توپکس پوزایدون^۶ در اطراف این جزیره بکار

تفاوت سطح متوسط دریا از ژئوئید به علت اثرات عوامل غیرجاذبی است. این عوامل عمدتاً عبارتند از: جریانهای دریایی، تغییر غلظت و شوری آب، باد و اثرات ناشی از اجرام خارج از زمین. این اثر که در مقابل جزء دینامیک، جزء استاتیک^۱ سطح لحظه‌ای دریا را تشکیل می‌دهد توپوگرافی سطح دریا^۲ نامیده می‌شود. از طریق مشاهده و مدلسازی عوامل بوجود آورنده SST می‌توان این اثرات را از MSL حذف و به ژئوئید رسید.

$$N(\lambda, \phi) = MSL(\lambda, \phi) - SST(\lambda, \phi)$$

(۳)

یک نمونه از مدل‌های توپوگرافی سطح دریا، POCM-4B می‌باشد که توسط پروفیسور رپ^{۱۱} از دانشگاه ایالتی اوهایو^{۱۱} در اختیار ما قرار گرفت [۴-۵].

فرمول برونز به عنوان رابطه انتقال از فضای پتانسیل به فضای هندسی بطور مبسوط توسط اردلان مورد مطالعه قرار گرفته است [۶]. خلاصه‌ای از انواع سطوح هم‌پتانسیل مینا و فرمولهای مربوطه در جداول (۱) و (۲) ارائه گردیده‌اند. فرمول برونز مورد استفاده در این تحقیق فرمول برونز بیضوی برای میدان فرانس سومیگلیانا-پیزتی به رابطه ذیل می‌باشد:

$$W(\phi, u) = \frac{gm}{\varepsilon} \arccot\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{6} \omega^2 a^2 \frac{(3\frac{u^2}{\varepsilon^2} + 1) \arccot\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) - 3\frac{u}{\varepsilon}}{(3\sin^2\phi - 1)} + \frac{1}{2} \omega^2 (u^2 + \varepsilon^2) \cos^2\phi$$

(۴)

در رابطه (۴) $\{\phi, u\}$ مختص دوم و سوم مختصات ژاکوبی $\{\lambda, \phi, u\}$ ، ثابت جهانی جاذبه، gm سرعت زاویه‌ای دوران زمین، $\varepsilon = \sqrt{a^2 - b^2}$ خروج از مرکز خطی، و a و b به ترتیب قطر بزرگ و کوچک بیضوی فرانس هستند. با توجه به جدول (۲) فرمول برونز منسوب به این میدان فرانس به فرم ذیل می‌باشد:

$$h_1 = -\left[\frac{\sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi}}{a}\right] / ((3\sin^2\phi + 1) + \omega^2 b \cos\phi) \times \left[\frac{gm}{a^2} \omega^2 \left(\frac{6(b^2 + \varepsilon^2)b \arccot\left(\frac{b}{\varepsilon}\right) - 3b\varepsilon + \varepsilon^2 - 3\varepsilon}{(3b^2 + \varepsilon^2) \arccot\left(\frac{b}{\varepsilon}\right) - 3b\varepsilon}\right)\right] \delta W(X_0) + O(\delta W(X_0)^2)$$

(۵)

۵- تولید اطلاعات ثقلی به مراتب با دقت بالاتر از مشاهدات حاصل از ثقل‌سنجی دریایی.

مدل سازی میدان ثقل در دریا با استفاده از مشاهدات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای

کمیت مشاهداتی روشهای ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای ارتفاع ماهواره از سطح لحظه‌ای دریا است (شکل ۳).

از طریق آنالیز طیفی مشاهدات سطح لحظه‌ای دریا می‌توان به MSL رسید [۳]. برای نشان دادن نحوه انجام این عمل از رابطه (۱) که مستخرج از منبع [۴] است آغاز می‌کنیم.

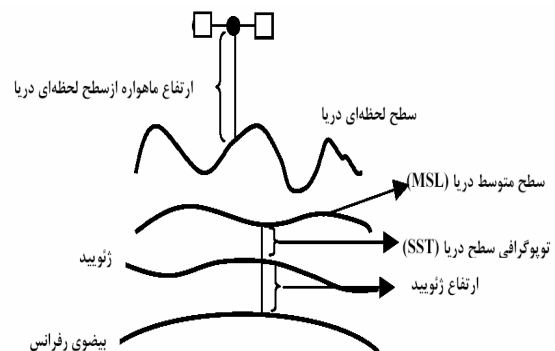
$$h^o(\lambda, \phi; t) = MSL(\lambda, \phi) + \sum_{k=1}^n [A_k(\lambda, \phi) \cos \omega_k t + B_k(\lambda, \phi) \sin \omega_k t]$$

(۱)

در رابطه (۱) $A_k(\lambda, \phi)$ و $B_k(\lambda, \phi)$ ضرائب بسط فوریه بوده که در اینجا به صورت تابعی از موقعیت فرض گردیده‌اند و سایر پارامترها بکار رفته در این رابطه در شکل (۳) تعریف گردیده‌اند. همانگونه که در رابطه (۱) ملاحظه می‌گردد، بخش غیر وابسته به زمان آنالیز طیفی مشاهدات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای، سطح متوسط دریا است که با حذف جزء وابسته به زمان یا دینامیک^۷ از مشاهده ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای قابل محاسبه است.

$$MSL(\lambda, \phi) = h^o(\lambda, \phi; t) - \sum_{k=1}^n A_k(\lambda, \phi) \cos \omega_k t + B_k(\lambda, \phi) \sin \omega_k t$$

(۲)



شکل ۳: کمیت مشاهداتی ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای (h^o)، سطح متوسط دریا (MSL)، توپوگرافی سطح دریا (SST)، ژئوئید، ارتفاع ژئوئید (N) و بیضوی فرانس.

فضای بیرون بیضوی فرانس رسید. این عمل را در ژئودزی انتقال به سمت بالا^{۱۱} می‌نامند [۸]. پتانسیل ثقل حاصل از رابطه (۷) می‌تواند در رابطه (۸) جهت محاسبه میدان خارج بیضوی مقایسه به شرط تامین دو شرط ذیل بکار رود:

$$1- W(\mathbf{X}_0) \text{ حاصل از (۷) یک کمیت هارمونیک باشد.}$$

$$2- W(\mathbf{X}_0) \text{ برای کل سطح بیضوی فرانس در اختیار باشد.}$$

در صورت تامین دو شرط فوق می‌توان با در اختیار داشتن مقدار $W(\mathbf{X}_0)$ بصورت منفصل از طریق انتگرال‌گیری عددی به مدلی جهت محاسبه میدان ثقل از طریق ارتفاع-سنجی ماهواره‌ای رسید. تبدیل پتانسیل ثقل بر روی بیضوی، $W(\mathbf{X}_0)$ به پتانسیل جاذبه هارمونیک برای بیضوی می‌تواند از طریق حذف اثر جرمهای بالای بیضوی از مقدار $W(\mathbf{X}_0)$ صورت گیرد. اما تامین شرط دوم تنها از طریق ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای امکان‌پذیر نمی‌باشد. چون کل سطح زمین پوشیده از آب نبوده و تامین N و متعاقب آن تامین $W(\mathbf{X}_0)$ در کل زمین به روش ارتفاع-سنجی ماهواره‌ای میسر نمی‌باشد. راه حل رفع این مشکل تامین اطلاعات مربوط به میدان ثقل جهانی و منطقه‌ای از طریق مدل‌های ژئوپتانسیلی جهانی و حذف آنها از روی مقادیر $W(\mathbf{X}_0)$ حاصل از ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای و سپس محاسبه پتانسیل ثقل تفاضلی مانند $\delta W(\mathbf{X}_0)$ است که تنها تحت تاثیر جرمهای در فاصله نزدیک می‌باشد. به این ترتیب با تغییر شکل^{۱۳} هسته^{۱۴} انتگرال آبل پواسن حدود انتگرال محدود به منطقه‌ای به وسعت باقیمانده میدان ثقل پس از حذف میدان جهانی و منطقه‌ای می‌گردد. این روشی است که ما در این تحقیق مورد استفاده قرار دادیم. یعنی با استفاده از بسط پتانسیل ثقل به هارمونیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ اثرات جهانی و منطقه‌ای را از روی میدان پتانسیل ثقل $W(\mathbf{X}_0)$ حاصل از ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای حذف و حدود انتگرال را پس از تغییر شکل هسته انتگرال محدود به شعاع ۵۵ کیلومتر در اطراف نقطه محاسبه نمودیم. به این طریق راه حلی عملی جهت مدل سازی میدان ثقل در مناطقی نسبتاً کوچک از طریق ارتفاع-سنجی ماهواره‌ای پدید آمد. در بخش بعد به ذکر نتایج عددی از بررسی روش ارائه شده در یک مسئله موردی

ابعاد بیضوی مرجع این میدان بر اساس مطالعه اردلان و گرافاروند به صورت $a = 6378136.572 m$ و $b = 6356759.2 m$ برآورد گردیده است [۷]. دانستن مقادیر a ، b ، gm ، ε و N (ارتفاع ژئوئید است) می‌توان مقدار $\delta W(\mathbf{X}_0)$ را با توجه به رابطه (۵) بدست آورد.

$$\delta W(\mathbf{X}_0) = -\left[\frac{\sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2 \phi}}{a}\right] / ((3 \sin^2 \phi + 1) + \omega^2 b \cos \phi) \times \left[-\frac{gm}{a^2} \omega^2 \left(\frac{6(b^2 + \varepsilon^2)b \operatorname{arccot}(\frac{b}{\varepsilon}) - 3b\varepsilon + \varepsilon^2 - 3\varepsilon}{(3b^2 + \varepsilon^2) \operatorname{arccot}(\frac{b}{\varepsilon}) - 3b\varepsilon}\right)\right] h_1 \quad (6)$$

$\delta W(\mathbf{X}_0)$ در رابطه فوق عبارتست از:

$$\delta W(\mathbf{X}_0) = W_0 - W(\mathbf{X}_0) \quad (7)$$

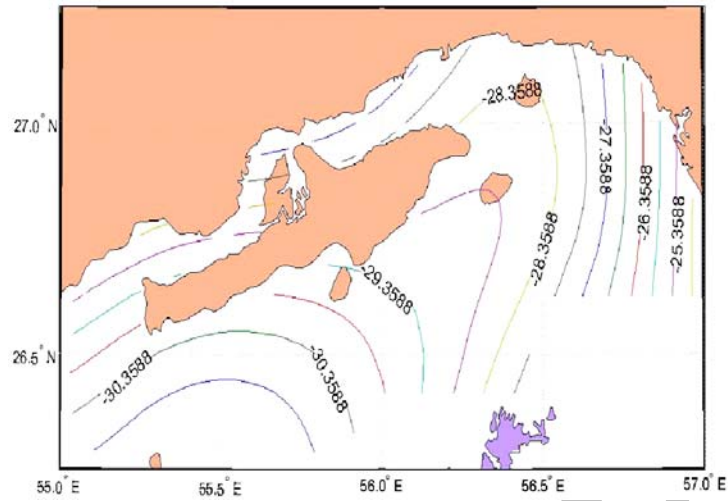
که در آن W_0 پتانسیل ژئوئید و $W(\mathbf{X}_0)$ پتانسیل واقعی میدان ثقل زمین بر روی بیضوی فرانس است [7]. بنابراین با در اختیار داشتن شبکه منظمی از مقدار ارتفاع ژئوئید (N)، بدست آمده از طریق ارتفاع‌سنجی ماهواره-ای، می‌توان با استفاده از رابطه (۳) شبکه منظمی از مقادیر پتانسیل ثقل بر روی بیضوی فرانس بدست آورد. جواب معادله دیفرانسیل لاپلاس بر حسب سیستم مختصات بیضوی ژاکوبی $\{\lambda, \phi, u\}$ و مقدار مرزی درخله بر اساس [۸] انتگرال آبل پواسن به فرم ذیل است:

$$U(\lambda, \phi, u) = \iint_{\mathbb{E}_{a,b}} \left\{ \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \frac{Q_{pq}(i \frac{u}{\varepsilon})}{Q_{pq}(i \frac{u}{\varepsilon_0})} w^*(\phi) [Y_{pq}^c(\lambda, \phi) Y_{pq}^c(\lambda', \phi') + Y_{pq}^s(\lambda, \phi) Y_{pq}^s(\lambda', \phi')] f(\lambda', \phi') \right\} d\sigma \quad (8)$$

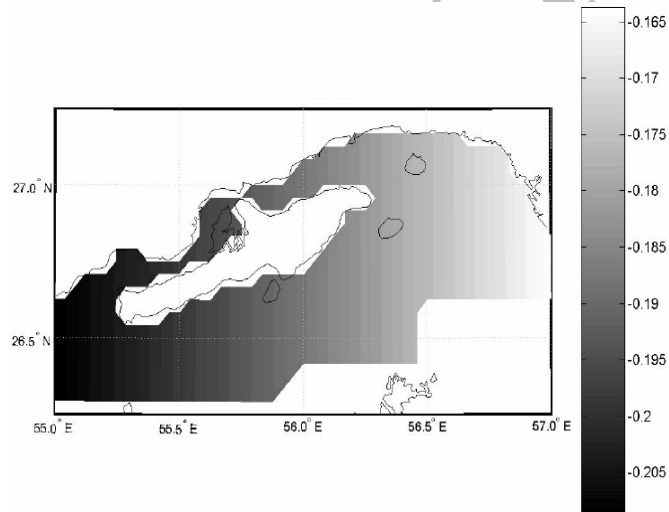
در رابطه (۸) $f(\lambda', \phi')$ پتانسیل جاذبه هارمونیک بر روی بیضوی،

$$w^*(\phi) = \frac{\varepsilon [(2n+1)(2k+1)(n-m)!(k-l)!]^{\frac{1}{2}}}{a \cos \phi 4\pi \varepsilon^2 [\varepsilon_m \varepsilon_l (n+m)!(k+l)!]^{\frac{1}{2}} \cosh b}$$

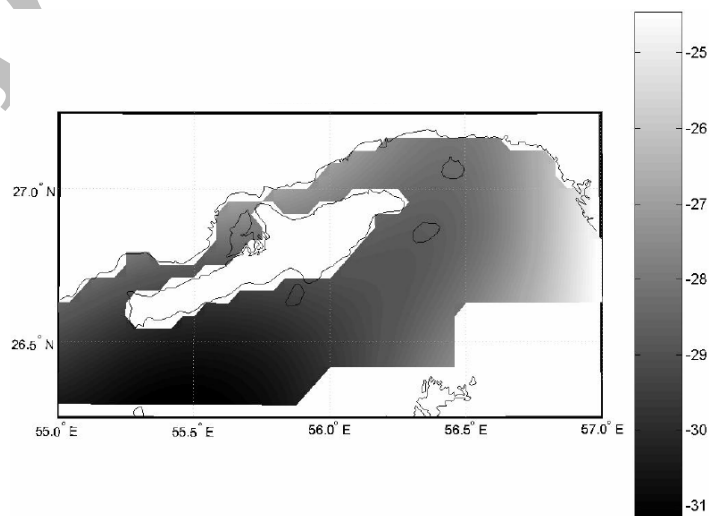
تابع وزن، $Q_{pq}(i \frac{u}{\varepsilon})$ توابع وابسته لژاندر نوع دوم، و $Y_{pq}^c = P_{pq}(\sin \phi) \cos q\lambda$ ، $Y_{pq}^s(\lambda, \phi) = P_{pq}(\sin \phi) \sin q\lambda$ هارمونیک‌های سطحی بیضوی هستند. با توجه به رابطه (۸) با در اختیار داشتن مقادیر پتانسیل هارمونیک بر روی کل بیضوی فرانس بصورت تابعی پیوسته می‌توان از طریق حل انتگرال دوگانه به مقدار پتانسیل ثقل زمین در



شکل ۴: تغییرات MSL در اطراف جزیره قشم بر حسب متر.



شکل ۵: توپوگرافی سطح دریا در اطراف جزیره قشم بر حسب متر.



شکل ۶: ارتفاع ژئوئید در اطراف جزیره قشم بر حسب متر.

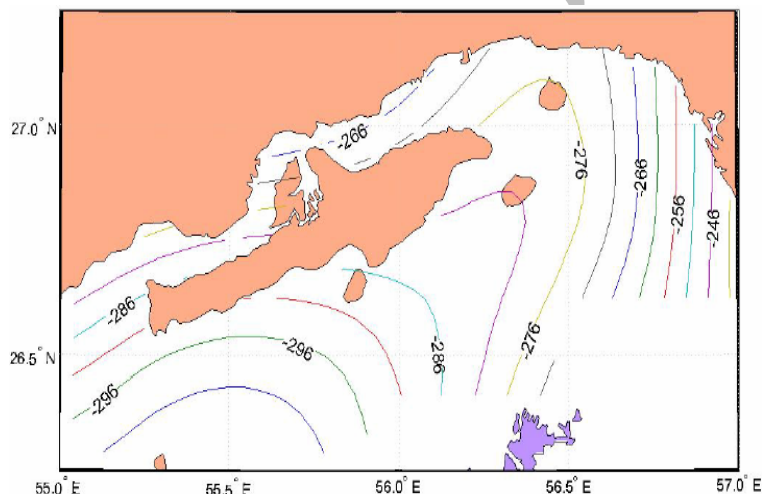
خواهیم پرداخت.

مشاهدات ماهواره ارتفاعسنجی توپکس پوزیدون که مأموریت مشترک بین آژانس فضایی فرانسه و ناسا می‌باشد، تهیه گردید. شکل (۴) نشان دهنده تغییرات سطح متوسط دریا حاصل از ماهواره توپکس پوزیدون در منطقه بررسی می‌باشد.

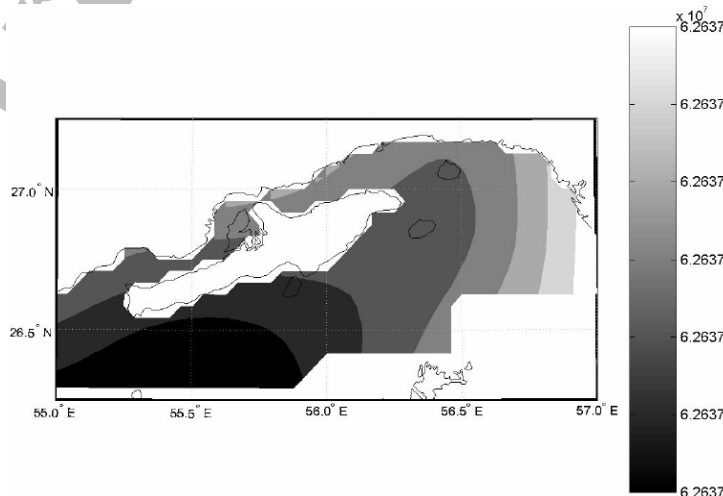
ویژگی عمده مشاهدات این ماهواره دقت ارتفاعی بالای آن است. این داده‌ها را با مراجعه به سایت این ماهواره استخراج نمودیم. بر اساس دقت مشاهدات این ماهواره می‌توان دقت ۲-۳ سانتیمتر برای سطح متوسط دریا پیش بینی کرد. در اینجا برای محاسبه توپوگرافی سطح دریا از مدل دنکر^{۱۵} استفاده شده است که توپوگرافی سطح دریا را بصورت بسط هارمونیکهای کروی در اختیار قرار می‌دهد. با استفاده از مدل دنکر، توپوگرافی سطح دریا در اطراف جزیره تعیین شد. در شکل (۵) وضعیت توپوگرافی سطح دریا در اطراف جزیره نشان داده شده است.

مطالعه موردی: تعیین میدان ثقل در جزیره قشم

کمبود پوشش و کمی دقت داده‌های ثقلی دریایی از یک سو و وجود داده‌های دقیق ارتفاعسنجی ماهواره‌ای از سوی دیگر در این تحقیق موجب ایجاد ایده استفاده از اطلاعات ارتفاعسنجی ماهواره‌ای جهت مدلسازی میدان ثقل در دریا و خصوصا "جزائر در ذهن" مولفین مقاله گردید. به منظور کنترل روش، در اطراف جزیره قشم، منطقه‌ای به وسعت تقریبی ۱۸۰۰۰ کیلومتر مربع در نظر گرفته شد. این جزیره به دلیل موقعیت استراتژیکی خود از اهمیت بالایی اقتصادی و نظامی برخوردار می‌باشد سطح متوسط دریا از



شکل ۷: اختلاف پتانسیل حاصل از معکوس نمودن فرمول برونز بیضوی (m^2/s^2).



شکل ۸: پتانسیل ثقل بر روی بیضوی رفرنس (بر حسب m^2/s^2) پس از افزودن پتانسیل ژئوئید به اختلاف پتانسیل‌های نشان داده شده در شکل ۷.

می‌کنید. شکل (۱۰) نشان دهنده نتیجه اختلاف پتانسیل نشان داده شده در شکل (۸) از پتانسیل نشان داده شده در شکل (۹) می‌باشد.

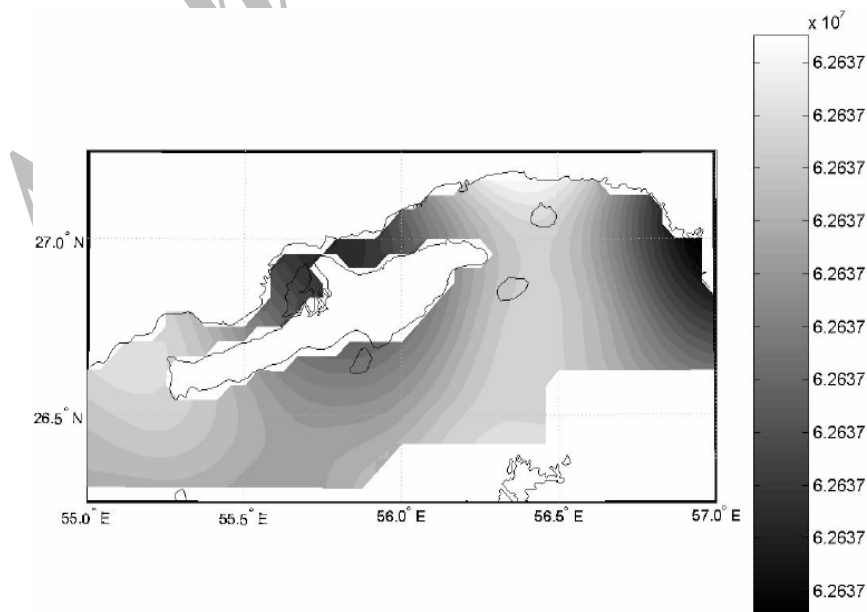
پتانسیل تفاضلی حاصل، در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در منطقه تست، سطح آب در پائین بیضوی قرار دارد یا به عبارتی سطح متوسط دریا منفی است. بنابراین بالای بیضوی جرمی وجود نداشته و جهت انتقال مقادیر پتانسیل از روی بیضوی، بر روی جزیره تنها نیاز به تصحیح اثرات جهانی داشتیم.

پس از ایجاد پتانسیل تفاضلی هارمونیک می‌توان با استفاده از انتگرال آبل-پواسن، پتانسیل تفاضلی حاصل را به مقادیر پتانسیل تفاضلی بر روی جزیره، از طریق انتقال به سمت بالا تبدیل کرد. این انتگرال دارای کرنلی است که با فاصله زاویه‌ای از نقطه محاسبه (ψ) و آزیموت (α) تغییر می‌کند. شکل (۱۱) و (۱۲) به ترتیب تغییرات کرنل انتگرال آبل پواسن بر حسب ψ و α در نقطه $(\phi = 26.5833^\circ, \lambda = 55.4167^\circ, \eta = 3.19469976750879)$ را نشان می‌دهد. شکل (۱۱) تغییرات کرنل انتگرال آبل پواسن را در نقطه مفروض در $\alpha = 30^\circ$ نشان می‌دهد و شکل (۱۲) تغییرات کرنل انتگرال را در همان نقطه در $\psi = 5^\circ$ نشان می‌دهد.

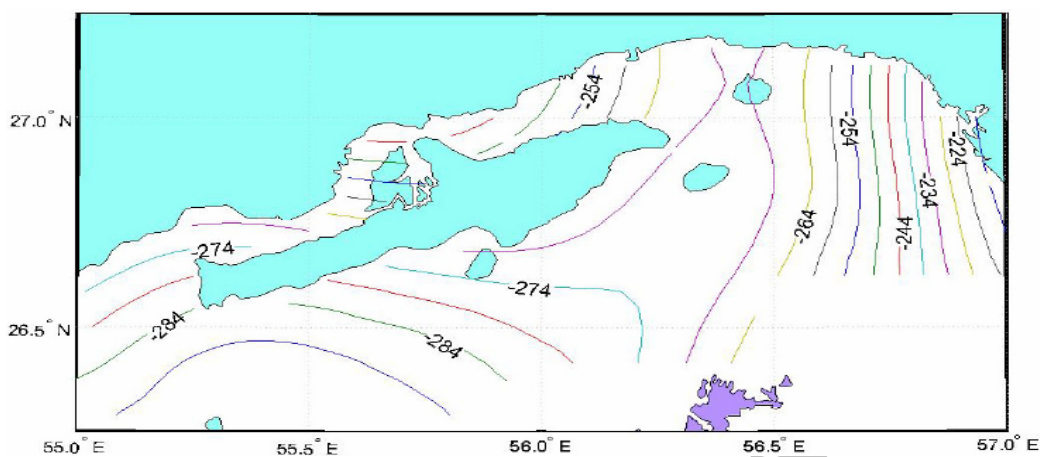
بیضوی رفرانس مورد استفاده در اینجا، WGD2000 است که یک سطح هم پتانسیل در میدان سومیگلیانا-پیزتی می‌باشد. از آنجاییکه در اینجا هدف ما استخراج اطلاعات جاذبی می‌باشد، در فرمول برونز بیضوی به ارتفاع ژئوئید نیاز است. همانگونه که ملاحظه گردید (به رابطه (۳) رجوع شود)، از تفاضل سطح متوسط دریا از توپوگرافی سطح دریا می‌توان ارتفاع ژئوئید را نسبت به بیضوی رفرانس بدست آورد. شکل (۶) نشان دهنده ارتفاع ژئوئید بدست آمده به روش یاد شده از داده‌های مورد استفاده در اطراف جزیره قشم است.

با دراختیار داشتن ارتفاع ژئوئید می‌توان مقدار اختلاف پتانسیل ثقل بین بیضوی و ژئوئید را با استفاده از عکس فرمول برونز بیضوی به دست آورد. شکل (۷) نشان دهنده این اختلاف پتانسیل در منطقه مورد استفاده در مطالعه موردی است. این اختلاف پتانسیل با افزودن پتانسیل ژئوئید به پتانسیل ثقل بر روی بیضوی تبدیل می‌گردد (به شکل (۸) مراجعه شود).

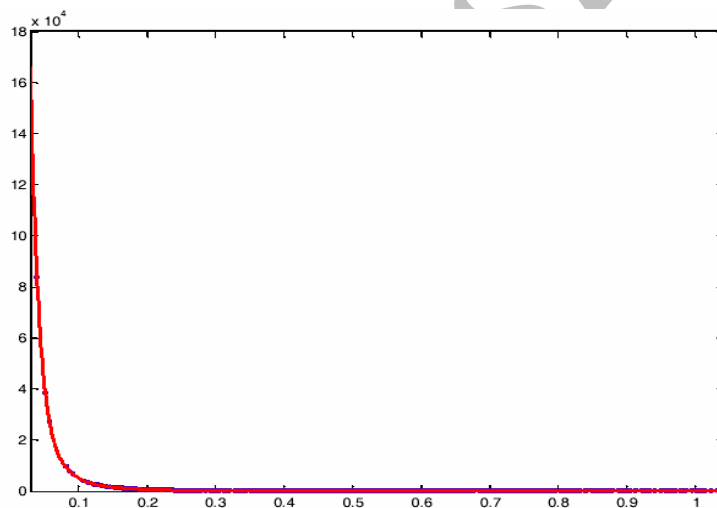
برای اینکه بتوانیم با بکارگیری انتگرال آبل-پواسن بصورت مستقیم (انتقال به سمت بالا) به مدلی برای پتانسیل برسیم لازم است اثرات میدان ثقل جهانی را محاسبه کرده و از روی مقادیر پتانسیل بدست آمده کم کنیم. در شکل (۹)، نتیجه حاصل از بسط تا درجه و مرتبه ۳۶۰ و پتانسیل گریز از مرکز را ملاحظه



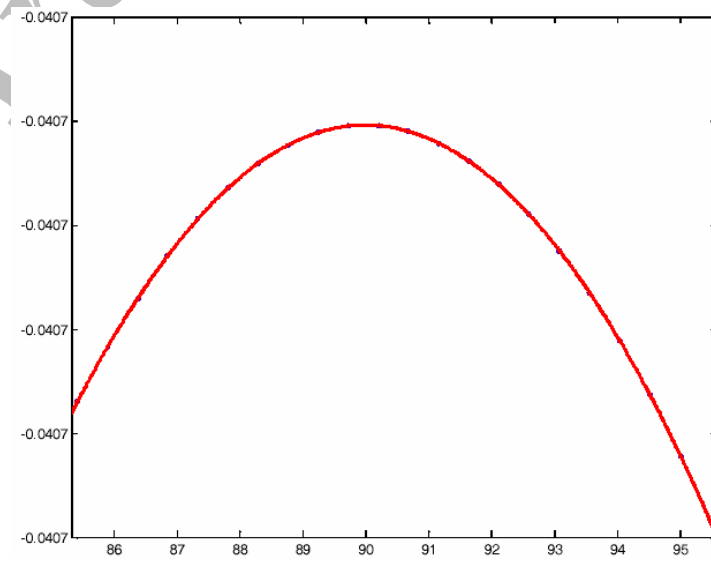
شکل ۹: پتانسیل حاصل از بسط هارومیکهای بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ به اضافه پتانسیل گریز از مرکز بر حسب m^2/s^2 .



شکل ۱۰: پتانسیل تفاضلی (بر حسب m^2/s^2) حاصل از حذف پتانسیل نشان داده شده در شکل ۹ از روی پتانسیل نشان داده شده در شکل ۸. این مقادیر در فضای خارج بیضوی مقایسه هارمونیک می‌باشند.



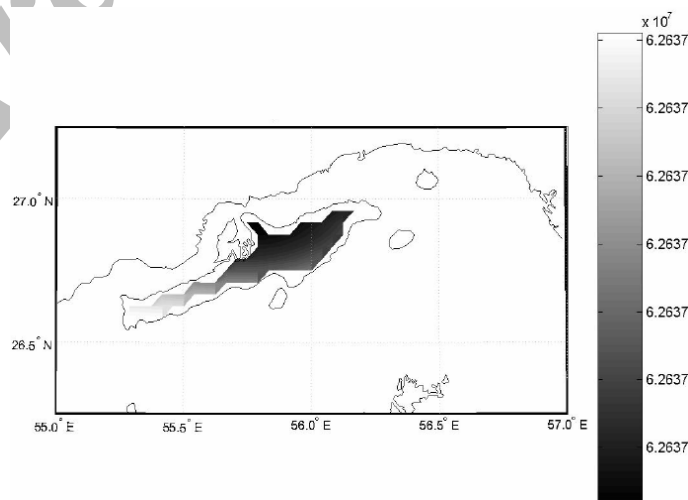
شکل ۱۱: تغییرات کرنل انتگرال بر حسب فاصله زاویه‌ای ψ از نقطه مشاهده.



شکل ۱۲: تغییرات کرنل انتگرال نسبت به آزمون α .

جدول ۱: انواع میدانهای رفرانس با سطوح هم پتانسیل کروی و بیضوی

| Shape Function | Reference field $W(\mathbf{X})$ | Reference equipotential surface $W(\mathbf{X}_0) = W_0 = w_0$ |
|----------------------|--|---|
| Spherical (Case 1) | $W(r) = \frac{gm}{r}$ | sphere \mathbb{S}_R^2 $R^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = \left(\frac{gm}{w_0}\right)^2$ |
| Spherical (Case 2) | $W(\phi, r) = \left(\frac{gm}{r} + \frac{1}{3}r^2\omega^2\right) + \left(\frac{R^5\omega^2}{3\sqrt{5}r^3} - \frac{r^2\omega^2}{3\sqrt{5}}\right)\frac{\sqrt{5}}{2}(3\sin^2\phi - 1)$ | Sphere \mathbb{S}_R^2 $R = -\frac{1}{4} \frac{(-12gm\omega + 4\sqrt{-4w_0^3 + 9(gm)^2\omega^2})}{\omega w_0}$ $+\frac{1}{2}i\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \frac{(-12gm\omega + 4\sqrt{-4w_0^3 + 9(gm)^2\omega^2})^{(1/3)}}{\omega} - \frac{2w_0}{\omega(-12gm\omega + 4\sqrt{-4w_0^3 + 9(gm)^2\omega^3})^{(1/3)}} \right)$ |
| Ellipsoidal (Case 1) | $W(u) = \frac{gm}{\varepsilon} \arccot\left(\frac{u}{\varepsilon}\right)$ | Ellipsoid of revolution $\mathbb{E}_{a,b}^2$ $\frac{x^2 + y^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon^2 \cot^2\left(\frac{\varepsilon w_0}{gm}\right)} + \frac{z^2}{\varepsilon^2 \cot^2\left(\frac{\varepsilon w_0}{gm}\right)} = 1$ |
| Ellipsoidal (Case 2) | $W(\phi, u) = \frac{gm}{\varepsilon} \arccot\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) + \frac{1}{6}\omega^2 a^2 \frac{(3\frac{u^2}{\varepsilon^2} + 1)\arccot\left(\frac{u}{\varepsilon}\right) - 3\frac{u}{\varepsilon}}{(3\frac{b^2}{\varepsilon^2} + 1)\arccot\left(\frac{b}{\varepsilon}\right) - 3\frac{b}{\varepsilon}} (3\sin^2\phi - 1) + \frac{1}{2}\omega^2(u^2 + \varepsilon^2)\cos^2\phi$ | Ellipsoid of revolution $\mathbb{E}_{a,b}^2$, e.g. WGD 2000 $\frac{x^2 + y^2}{a_{WGD2000}^2} + \frac{z^2}{b_{WGD2000}^2} = 1$ |

شکل ۱۳: پتانسیل ثقل (بر حسب m^2/s^2) در جزیره قشم بدست آمده به روش ارائه شده بر مبنای مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای.

جدول ۲: انواع سطوح هم‌پتانسیل کروی و بیضوی و فرمول برونز مرتبط با آنها.

| Shape function | Reference potential fields | Ellipsoidal Bruns formula $h_1 = \frac{-\delta W(\mathbf{X}_0)}{\nabla_N W(\mathbf{X}_0)} + \mathcal{O}(\delta W(\mathbf{X}_0)^2)$ (First order terms) |
|----------------------|---|--|
| Spherical (Case 1) | $W(r) = \frac{gm}{r}$ | $h_1 = \frac{\delta W(R)}{\frac{gm}{R^2}}$ |
| Spherical (Case 2) | $W(\phi, r) = (\frac{gm}{r} + \frac{1}{3}r^2\omega^2) + (\frac{R^5\omega^2}{3\sqrt{5}r^3} - \frac{r^2\omega^2}{3\sqrt{5}})\frac{\sqrt{5}}{2}(3\sin^2\phi - 1)$ | $h_1 = -\delta W(\mathbf{X}_0)((-\frac{gm}{r^2} + \frac{2}{3}r\omega^2) + (-\frac{R^5\omega^2}{\sqrt{5}r^4} - \frac{2r\omega^2}{3\sqrt{5}})\frac{\sqrt{5}}{2}(3\sin^2\phi - 1))^{-1}$ |
| Ellipsoidal (Case 1) | $W(u) = \frac{gm}{\varepsilon} \text{arc cot}(\frac{u}{\varepsilon})$ | $h_1 = \frac{a}{gm} \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi} \delta W(\mathbf{X}_0) + \mathcal{O}(\delta W(\mathbf{X}_0)^2)$ |
| Ellipsoidal (Case 2) | $W(\phi, u) = \frac{gm}{\varepsilon} \text{arc cot}(\frac{u}{\varepsilon}) + \frac{1}{6}\omega^2 a^2 (\frac{3}{\varepsilon^2} u^2 + 1) \text{arc cot}(\frac{u}{\varepsilon}) - 3\frac{u}{\varepsilon} (3\sin^2\phi - 1) + \frac{1}{2}\omega^2 (u^2 + \varepsilon^2) \cos^2\phi$ | $h_1 = \frac{\sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi}}{a} \delta W(\mathbf{X}_0) - \frac{gm}{a^2} \omega^2 (\frac{6(b^2 + \varepsilon^2)b \text{arccot}(\frac{b}{\varepsilon}) - 3b\varepsilon + \varepsilon^2 - 3\varepsilon}{(3b^2 + \varepsilon^2) \text{arccot}(\frac{b}{\varepsilon}) - 3b\varepsilon}) (3\sin^2\phi + 1) + \omega^2 b \cos\phi + \mathcal{O}(\delta W(\mathbf{X}_0)^2)$ |

$$\begin{aligned} \delta\Gamma(x) &= \gamma(x) - \Gamma(x) = \langle e_{\Gamma} | \delta\Gamma \rangle \\ &= w^*(\bar{\phi}) \left(\frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\Gamma_{\lambda}}{\|\Gamma\|} \sum_i^{i_{\max}} \sum_j^{j_{\max}} a_i \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi_{ij}} \right. \\ &\quad \times \cos\phi_{ij} \Delta\lambda\Delta\phi \frac{\partial K(\lambda, \phi, u; \bar{\lambda}, \bar{\phi}, b)}{\partial \lambda} + \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\Gamma_{\phi}}{\|\Gamma\|} \sum_i^{i_{\max}} \sum_j^{j_{\max}} a_i \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi_{ij}} \\ &\quad \times \cos\phi_{ij} \Delta\lambda\Delta\phi \frac{\partial K(\lambda, \phi, u; \bar{\lambda}, \bar{\phi}, b)}{\partial \phi} + \\ &\quad \frac{1}{\sqrt{g_{33}}} \frac{\Gamma_{\eta}}{\|\Gamma\|} \sum_i^{i_{\max}} \sum_j^{j_{\max}} a_i \sqrt{b^2 + \varepsilon^2 \sin^2\phi_{ij}} \\ &\quad \left. \times \cos\phi_{ij} \Delta\lambda\Delta\phi \frac{\partial K(\lambda, \phi, u; \bar{\lambda}, \bar{\phi}, b)}{\partial \eta} \right) \delta\bar{W}_{i,j} \end{aligned} \tag{9}$$

جزئیات مربوط به نحوه بدست آوردن رابطه (۹) در [8] آورده شده است. شکل (۱۴) نشان دهنده تعداد ۵ نقطه ثقل سنجی در سواحل جنوبی کشور است که جهت سنجش دقت مدل بکار برده شد. جدول (۳) در بر گیرنده نتایج مقایسه شتاب ثقل حاصل از روش ارائه شده با شتاب ثقل مشاهده شده در نقاط نشان داده شده در شکل (۱۴) می‌باشد. این نقاط از فایل شتاب ثقل موجود در

به کمک انتگرال آبل-پواسن، پتانسیل تفاضلی حاصل از طریق انتقال به سمت بالا به مقادیر پتانسیل تفاضلی بر روی جزیره تبدیل و سپس پتانسیل میدان ثقل حاصل از بسط هارمونیک‌های بیضوی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ و پتانسیل گریز از مرکز به نتایج حاصل از انتقال به سمت بالا اضافه تا میدان مشخص شده در شکل (۱۳)، که نتیجه مدلسازی میدان ثقل به کمک مشاهدات ارتفاع سنجی ماهواره‌ای است، حاصل گردد.

از آنجائی که در جزیره قشم امکان بررسی مدل حاصل وجود نداشت تصمیم به مقایسه قدر مطلق شتاب ثقل با مشاهدات ثقل سنجی سواحل جنوبی کشور گرفتیم. برای این منظور از طریق اعمال اپراتور گرادیانت، بردار شتاب ثقل تعیین و سپس قدر مطلق بردار شتاب ثقل محاسبه گردید. اپراتور انتقال به سمت بالا برای این منظور پس از گسسته سازی انتگرال به فرم ذیل می‌باشد.

- استفاده از مدل‌های توپوگرافی سطح دریا حاصل از روش‌های اقیانوس‌شناسی (برای تبدیل سطح متوسط دریا به ارتفاع ژئوئید).

- استفاده از معکوس برونز بیضوی جهت تبدیل ارتفاع ژئوئید به پتانسیل ثقل بر روی بیضوی فرانس.

- استفاده از انتگرال آبل پواسن بیضوی جهت انتقال به سمت بالای پتانسیل جاذبه تفاضلی از سطح بیضوی فرانس به نقطه مورد نظر.

نتایج حاصل از بکارگیری عملی روش ارائه شده منجر به محاسبه میدان ثقل در جزیره قشم گردیده است که می‌تواند به عنوان مثال برای تامین ارتفاع ارتومتریک جهت پروژه‌های عمرانی، و یا انتقال دیتوم ارتفاعی به این جزیره بکار رود.

بانک اطلاعات BGI استخراج گردیده است. نکته قابل ملاحظه آنکه دقت داده‌های ثقل BGI در حد میلی‌گال بوده و بنابر اختلاف در حد ماگزیمم 10 mgal نشان داده شده در جدول (۳) نتیجه بسیار مطلوبی است.

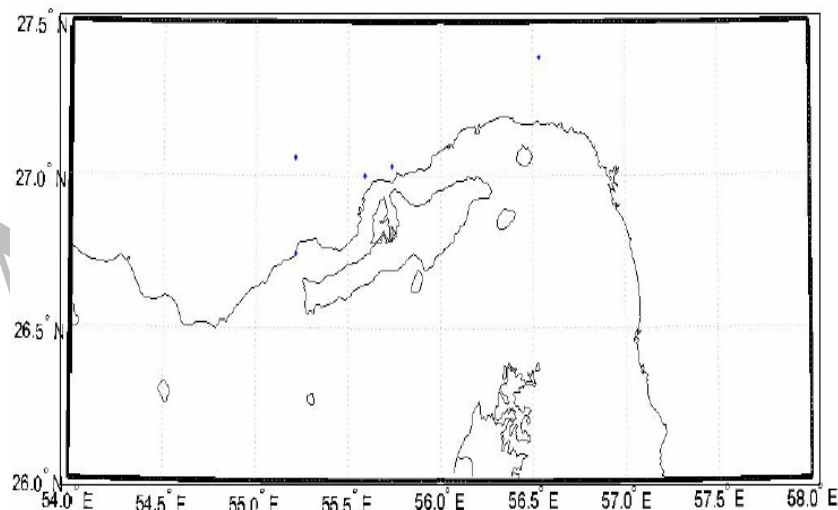
بحث و نتیجه گیری

در این مقاله راه حل علمی و دقیق جهت تبدیل اطلاعات ارتفاع‌سنجی ماهواره‌ای به مدل پتانسیل ثقل در دریاها ارائه و مورد آزمایش عددی قرار گرفت. نکات برجسته این روش علاوه بر استفاده از اطلاعات ارتفاع-سنجی ماهواره‌ای در بهره‌گیری از موارد ذیل می‌باشد:

- مدل‌های ژئوپتانسیلی جهت تامین اثرات جهانی و منطقه‌ای میدان ثقل (در مرحله تبدیل پتانسیل ثقل روی بیضوی به کمیت تفاضلی هارمونیک و بازگرداندن اثرات حذف شده در نقطه محاسبه).

جدول ۳: مقایسه شتاب ثقل محاسبه شده با شتاب ثقل حاصل از ثقل سنجی در ۵ نقطه ثقلی مستخرج از بانک اطلاعات BGI.

| λ° | ϕ° | Computed g (mgal) | Observed g (mgal) | Difference (mgal) |
|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 27.0000 | 55.5898 | 979004.007 | 979008.66 | 4.6593 |
| 27.0298 | 55.7382 | 978987.430 | 978993.31 | 5.8792 |
| 27.0583 | 55.2148 | 979002.860 | 979008.10 | 5.2398 |
| 26.7448 | 55.2167 | 978993.800 | 979001.70 | 7.8997 |
| 27.3882 | 56.5365 | 978977.504 | 978987.47 | 9.9657 |



شکل ۱۴: نقاط ثقل سنجی بکار رفته در کنترل مدل ثقلی حاصل از روش ارائه شده در مقاله.

مراجع

- 1 - <http://topex-www.jpl.nasa.gov/education/cdrom.html>
- 2 - Ardalan, A. A. and Grafarend, E. W. (2001). "Ellipsoidal geoidal undulations (ellipsoidal Bruns formula): case studies." *Journal of Geodesy*, Vol. 75, PP. 544-552.

۳ - آزموده اردلان، ع. و هاشمی فراهانی، ح. "آنالیز جزر و مدی جهانی و تعیین مدلی جدید برای سطح متوسط جهانی دریا بر اساس توابع پایه متعامد با استفاده از ۱۱ سال مشاهدات ارتفاعسنجی ماهواره‌ای Topex/Poseidon." تحت بررسی، نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران.

4 - Rapp, R. H. (1998). "The development of a degree 360 expansion of the Dynamic Ocean Topography of the POCM-4B Global Circulation Model." *NASA/CR-1998-206877*, Greenbelt Maryland 20771.

5 - Rapp, R. H., Wang, Y. M., Pavlis, N. K. (1991). "The Ohio State 1991 geopotential and sea surface topography harmonic coefficient models." *Report # 410, Ohio State University*, Department of Geodetic Science and Surveying, Columbus, Ohio 1991.

6 - Ardalan, A. A. (2005). *The role of reference equipotential surfaces in the geoid computation problems, case studies*. Under review *Studia Geophysica et geodaetica*.

7 - Ardalan, A. A. and Grafarend, E. W. (2004). *Level sets implicit function theorem, and their application in geodesy (Spherical and Ellipsoidal Examples)*. Unpublished Paper.

8 - Ardalan, A. A. (1999). *High-resolution geoid computation in the World Geodetic Datum 2000 based upon collocation of linearized observational functionals of the type GPS, gravity potential and gravity intensity*. Ph.D. thesis. Stuttgart University.

9 - Heiskanen, W. and Moritz, M. (1967). *Physical Geodesy*. W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1967.

۱۰ - عرب صاحبی، ر. "تعیین میدان ثقل محلی با استفاده از مشاهدات ارتفاعسنجی ماهواره‌ای، مطالعه خاص: تعیین میدان ثقل در جزیره قشم." پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی دانشگاه تهران (۱۳۸۳).

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Mean Sea Level (MSL)
- 2 - Sea Surface Topography (SST)
- 3 - Upward Continuation
- 4 - Einstein Equivalence Principle
- 5 - Bureau Gravimetric International
- 6 - Topex-Poseidon
- 7 - Dynamic Part
- 8 - Static Part
- 9 - Sea Surface Topography
- 10 - Rapp
- 11 - Ohio State University (OSU)
- 12 - Upward Continuation
- 13 - Modification
- 14 - Kernel
- 15 - Denker