تعیین مختصات نجومی از طریق تلفیق مشاهدات GPS و توتال استیشن

علیرضا آزموده اردلان

دانشیار گروه مهندسی نقشه‌برداری – پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

قطب مهندسی نقشه برداری و مقابله با بلایای طبیعی

ardalan@ut.ac.ir

حسن هاشمی فراهانی

دانشجوی دکتری گروه مهندسی نقشه‌برداری – پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

hashemih@ut.ac.ir

(تاریخ دریافت ۸۳/۱۲/۹، تاریخ تصویب ۸۴/۳/۷)

چکیده

مشاهدات توتال استیشن[۱] {زوایای افقی، زاویهٔ قائم، طول مایل} در سیستم مختصات نجومی محلی[۲] (LA) انجام گرفته، حال آنکه مختصات GPS[۳] {طول ژئودتیک، عرض ژئودتیک، ارتفاع بیضوی} در یک سیستم مختصات ژئودتیک[۴] (G) به نام WGS84[۵] صورت می‌گیرد. ارتباط دهندهٔ این دو سیستم به یکدیگر مولفه‌های انحراف قائم {زاویهٔ انحراف قائم در صفحهٔ نصف‌النهاری، زاویهٔ انحراف قائم در مقطع قائم اولیه}از طریق سیستم مختصات ژئودتیک محلی است. امکان انجام هر دو نوع مشاهده در یک ایستگاه ما را بر آن داشت که قابلیت تعیین مولفه‌های انحراف قائم از طریق تلفیق مشاهدات GPS با توتال استیشن را مورد بررسی و تحقیق قرار دهیم. مولفه‌های انحراف قائم با معلوم بودن مختصات GPS در سیستم مختصات ژئودتیک قابل تبدیل به مختصات نجومی {طول نجومی، عرض نجومی} هستند. در این تحقیق ابتدا روابط ریاضی لازم جهت تعیین مختصات نجومی از طریق تلفیق مشاهدات GPS و تئودولیت، تعیین و سپس در یک ایستگاه لاپلاس[۶] از شبکهٔ ژئودزی کلاسیک درجهٔ یک ایران مدلهای ریاضی حاصل مورد بررسی عددی قرار گرفت. مدل ریاضی به گونه‌ای ترتیب داده شد که در ایستگاه لاپلاس یک دستگاه معادلات با مشاهدات بیش از مجهولات[۷] تشکیل و از طریق سرشکنی کمترین مربعات[۸] مختصات نجومی محاسبه گردند. به منظور ارزیابی دقتِ مختصاتِ نجومیِ حاصل، مختصات نجومی درجهٔ یکِ مشاهده شده در ایستگاه لاپلاس با مختصات نجومی محاسبه شده مقایسه گردید. بر اساس نتایج عددی حاصل، مختصات نجومی از طریق تلفیق مشاهدات GPS با تئودولیت به دقت $5.6''$ قابل محاسبه‌اند، که در حد دقت نجوم درجهٔ ۲ می‌باشد. با توجه به تائیدات عددی، روش ارائه شده می‌تواند جایگزینی برای مشاهدات کلاسیک نجوم ژئودزی در عصر سیستم‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای باشد. دستیابی به انحراف قائم امکان انتقال از سیستم مختصات LA به LG و از طریق آن به سیستم G (در مورد GPS سیستم مختصات WGS84) و بالعکس را پدید می‌آورد. دستیابی به ارتباط این دو سیستم مختصات باعث می‌گردد که در مکانهائی که امکان تعیین موقعیت ماهواره‌ای به خاطر چند مسیری شدنِ[۹] امواج GPS و یا موانع، غیر ممکن می‌گردد به روش یاد شده بتوان مولفه‌های انحراف قائم را در نزدیکترین محل که در آنجا انجام مشاهدات GPS میسر است یافته و در ادامهٔ مسیر در جائی که امکان استفاده از GPS میسر نمی‌باشد از طریق مشاهدات توتال استیشن به مختصات GPS رسید. بدین ترتیب مشکل بکارگیری سیستم-های تعیین موقعیت ماهواره‌ای در مناطق شهری و محلهائی که وجود موانع امکان استفاده از روشهای تعیین موقعیت ماهواره‌ای را سلب می-نماید، بر طرف می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: انحراف قائم، مختصات نجومی، مختصات ژئودتیک، GPS، تئودولیت، توتال استیشن

مقدمه

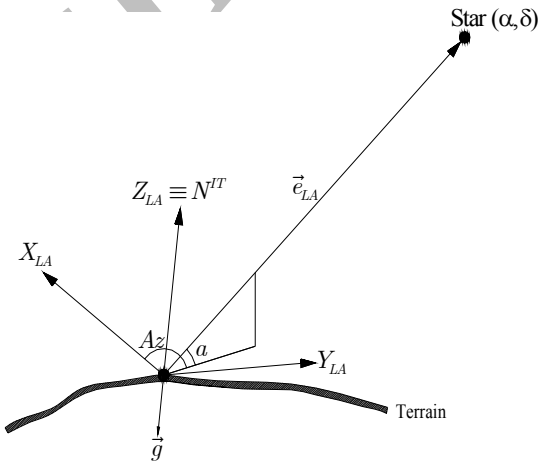
در گذشته، نجوم ژئودزی به خاطر نیاز انتقال مشاهدات طولی و زاویه‌ای انجام گرفته توسط طولیاب‌ها و زاویه‌یاب‌ها از سیستم مختصات نجومی محلی (LA) به سیستم مختصات ژئودتیک (G) {طول ژئودتیک، عرض ژئودتیک، ارتفاع بیضوی} از ضروریات تعیین موقعیت به شمار می‌رفت. هنگامی که یک طولیاب و یا زاویه‌یاب تراز می‌گردد سیستم مختصات نجومی محلی از طریق امتداد شاغولی و صفحه افق به وجود می‌آید. شکل (۱) نمایش دهندهٔ سیستم مختصات نجومی محلی است. در این شکل یک ستاره به عنوان نقطهٔ مشاهده نشان داده شده که می‌توانست نقطه‌ای دیگر بر روی سطح زمین باشد. امروزه دستگاه‌های توتال استیشن، که در واقع تلفیقی از یک

Archive of SID

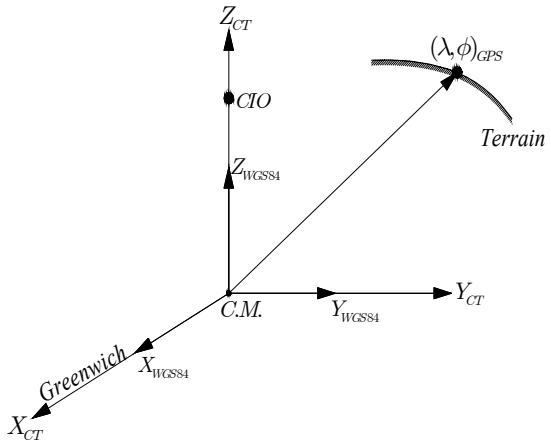
www.SID.ir

زاویه‌یاب و طولیاب الکترونیکی هستند، به مرور جایگزین مشاهدات تئودولیت و طولیاب می‌گردند. بدین خاطر در ادامهٔ مقاله به جای تئودولیت و طولیاب از توتال استیشن نام خواهیم برد.

سیستم مختصات ژئودزی نسبت به یک بیضویِ رفرانسِ متصل به زمین[10] تعریف می‌گردد. سیستم مختصات ژئودزی بر حسب نحوهٔ تعریف محورهای آن دارای انواع مختلف است. از انواع سیستم مختصات ژئودزی، سیستم مختصات قراردادی زمینی[11] (CT) است. مختصات GPS در سیستم مختصات WGS84 که نمونه‌ای عینی از سیستم مختصات زمینی قراردادی است، بیان می‌گردند. شکل (۲) نشان دهندهٔ نحوهٔ تعریف این دو سیستم مختصات می‌باشد.



شکل ۱: سیستم مختصات نجومی محلی LA. نقطهٔ مورد مشاهده می‌تواند یک نقطهٔ زمینی و یا مطابق این شکل یک ستاره باشد. در صورت مشاهده به سمت ستاره، طول از زمرهٔ مشاهدات حذف شده و مجهولات به جای مختصات به مولفه-های امتداد به سمت ستاره تغییر می‌یابند.



شکل ۲: سیستم مختصات CT و سیستم مختصات ژئودتیک WGS84.

با ابداع روشهای تعیین موقعیت ماهواره‌ای امکان دستیابی مستقیم به مختصات ژئودتیک فراهم آمده و نجوم ژئودزی به مرور از زمرهٔ مشاهدات ژئودزی حذف گردیده است. مختصات حاصل از روشهای تعیین موقعیت ماهواره‌ای در اکثر موارد به خوبی نیاز تعیین موقعیت در ابعاد جهانی را مرتفع می‌سازند. با این وجود در عمل خصوصاً در پروژه های ساختمانی کماکان نیاز به تعیین موقعیت در سیستم مختصات نجومی محلی وجود دارد. به علاوه در مواردی همچون تعیین موقعیت در مناطق شهری که به دلیل وجود موانع در سر راهِ امواج ماهواره‌ای و نیز چند مسیره شدن امواج، تعیین موقعیت ماهواره‌ای یا غیر ممکن گردیده و یا دارای دقت بسیار کم می‌گردد. بدین خاطر استفادهٔ از GPS در مناطق شهری هنوز جزء موضوعات حل نشده بوده و در میان موضوعات تحقیقاتی روز می‌باشد. در این مقاله روشی برای ایجاد ارتباط بین دو سیستم مختصات نجومی محلی و ژئودزی ارائه خواهد شد که می‌تواند مشکل یاد شده در تعیین موقعیت در مناطق شهری را بر طرف سازد. مراحل روش به صورت کلّی به شرح ذیل می‌باشد: ۱- انجام مشاهدات توأم GPS و توتال استیشن در محلی که در آن امکان انجام مشاهدات GPS دقیق فراهم بوده و در عین حال در همسایگی محل نامناسب برای انجام مشاهدات GPS باشد. ۲- تعیین پارامترهای انتقال از سیستم مختصات GPS به سیستم مختصات نجومی محلی (سیستم مختصات توتال استیشن). ۳- استفاده از روابط حاصل در محلی که در آن امکان تعیین موقعیت دقیق ماهواره‌ای میسر نمی‌باشد و تبدیل مختصات حاصل از مشاهدات توتال استیشن به مختصات GPS. به این طریق در عمل توتال استیشن تبدیل به یک دستگاه تولید کنندهٔ مختصات GPS می‌گردد. به علاوه روشی که ارائه خواهد شد می‌تواند از ترکیب مشاهدات GPS و توتال استیشن مختصات نجومی تولید نماید که می‌تواند مقدار مرزیِ با ارزشی در مدلسازی میدان ثقل زمین و مسائل مربوطه همچون تعیین ژئوئید باشد.

در این تحقیق از آنجائی که مشاهدات تئودلیت و GPS در ایستگاه‌های لاپلاس در اختیار بودند الگوریتم ذیل مورد استفاده قرار گرفت: ۱- مشاهدات در سیستم مختصات نجومی محلی LA از نوع زاویهٔ ارتفاعیِ امتداد افقی به سمت یک ستاره و یک نقطه زمینی در نظر گرفته شد.

Archive of SID
www.SID.ir

۲- از مشاهدات GPS انجام شده در ایستگاه لاپلاس جهت تعیین مختصات ایستگاه در سیستم مختصات ژئودتیک G استفاده گردید.

۳- بدست آوردن سه معادلهٔ مشاهده به صورت ذیل:

الف- استخراج معادلهٔ مشاهدهٔ اول از طریق مشاهدات زاویهٔ ارتفاعی و بکارگیری قوانین مثلثات کروی در مثلث نجومی [۳]. ب- تولید معادلهٔ مشاهدهٔ دوم از طریق مشاهدات امتداد افقی به سمت ستاره و یک نقطهٔ مرجع. ج- استفاده از تعریف زاویهٔ انحراف قائم و استخراج معادلهٔ مشاهدهٔ سوم از طریق رابطهٔ ضرب داخلی بین بردار نرمال بر بیضوی و بردار ثقل محل در ایستگاه مشاهداتی. سه معادلهٔ مشاهدهٔ ذکر شده، مدل ریاضی این تحقیق را با توجه به نوع مشاهدات موجود تشکیل می‌دهند. از آنجائی که زوایای افقی و قائم در چندین کوپل قرائت شده بودند معادلات یاد شده برای هر یک از مشاهدات تشکیل و نهایتاً مجهولات از طریق روش سرشکنی کمترین مربعات برآورد گردیدند.

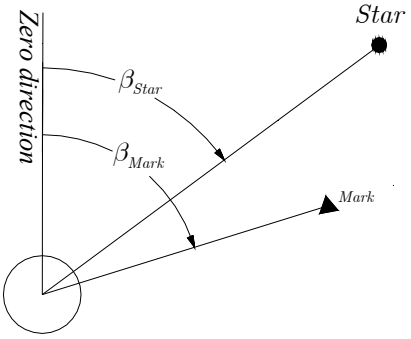
با این مقدمه به بخش آتی رفته و به جزئیات ریاضی روش پیشنهادی خواهیم پرداخت. بخش سوم به ارائه نتایج عددی و مقایسهٔ مختصات نجومی با مقادیر بدست آمده از طریق مشاهدات مستقیم نجومی اختصاص دارد.

جزئیات روش مورد استفاده

از آنجاییکه به منظور ایجاد مدل ریاضی می‌بایست بین مشاهدات انجام شده به سمت ستاره در سیستم مختصات نجومی محلی (LA) و مختص ژئودتیک ایستگاه که از طریق سیستم GPS در سیس مختصات ژئودتیک WGS84 بدست آمده، رابطه برق نماییم، بنابراین ابتدا لازم است قدری مشخص سیستم‌های مختصات مورد نیاز را معرفی نمائیم.

سیستم مختصات نجومی محلی، همان سیستم چپ‌گ موجود در تئودولیت‌ها می‌باشد، که در محل ایست تشکیل می‌گردد. مبدا این سیستم منطبق بر نقطهٔ مورد نظر، محور Z منطبق بر بردار ثقل محل در جهت سمت‌الراس، محور X به سمت نصف‌النهار و محور Y طوری است که سیستم چپگرد گردد. نحوهٔ شکل‌گیری این سیستم در محل ایستگاه در شکل (۱) نمایش داده شده است. در شکل (۱) $\vec{g}$ بردار شتاب ثقل محلی، N^{IT} بردار ثقل محل در جهت سمت‌الراس در سیستم مختصات لحظه ای زمین، (α,δ) مختصات ستاره در سیستم مختصات سماوی بعدی[۱۲] (RA) می‌باشند. α بُعد[۱۳] و δ میل[۱۴] ستاره نامیده می‌شوند که از طریق جداول نجومی نظیر APFS[۱۵] در زمان مشاهداتی قابل محاسبه می‌باشند [۵]. $\vec{e}_{LA}$ بردار یکه به سمت ستاره، a زاویهٔ ارتفاعی ستاره و Az آزیموت ستاره می‌باشد.

یکی دیگر از سیستم‌هایی که به آن نیاز داریم سیستم مختصات لحظه‌ای زمین[۱۶] (IT) می‌باشد. مبدا این سیستم منطبق بر مرکز ثقل زمین می‌باشد. محور Z از محور حقیقی و لحظه‌ای دوران زمین گذشته، محور X از محل تقاطع استوای لحظه‌ای و نصف‌النهار حقیقی نجومی Greenwich عبور کرده و محور Y طوری است که سیستم راستگرد گردد. بدیهی است این سیستم وابسته به زمان است و به این دلیل به آن سیستم لحظه‌ای زمین گفته می‌شود. سیستم مختصات قراردادی زمین (CT) نزدیکترین سیستم به سیستم مختصات لحظه‌ای زمین بوده و مبدا آن منطبق بر مرکز ثقل زمین می‌باشد. محور Z از قطب متوسط قراردادی[۱۷] (CIO)، محور X از محل تقاطع استوای متوسط قراردادی و نصف‌النهار متوسط نجومی Greenwich عبور کرده و محور Y در اینجا هم طوری است که سیستم راستگرد گردد. سیستم مختصات جهانی ژئودتیک WGS84 نیز طوری تعریف شده است که محورهای آن منطبق بر محورهای سیستم مختصات CT باشد. نحوهٔ آرایش این دو سیستم اخیر نسبت به هم در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۳: صفحهٔ افقی دوربین به همراه مشاهدات امتداد افقی.

پس از معرفی سیستم‌های مختصات مورد نیاز، حال می‌توان مشاهدات مورد استفاده برای تشکیل مدل ریاضی را معرفی نمود. مشاهدات مورد نیاز در این تحقیق عبارتند از: ۱- a: زاویهٔ ارتفاعی ستاره، ۲- β_{Star}: زاویهٔ افقی ستاره نسبت به امتداد صفر در زمان مشاهده، ۳- β_{Mark}:

Archive of SID
www.SID.ir

زاویهٔ افقی نقطهٔ مرجع (Mark) نسبت به امتداد صفر در زمان مشاهده و ۴- $(\lambda,\phi)_{GPS}$: موقعیت مسطحاتی ژئودتیک بیضوی از طریق GPS در سیستم مختصات ژئودتیک WGS84. به منظور وضوح بیشتر β_{Star} و β_{Mark} در شکل (۳) نمایش داده شده است.

حال می‌توان بصورت ذیل مدل ریاضی را تشکیل داد. اولین معادلهٔ ریاضی از مثلث نجومی حاصل می‌شود. مثلث کرویِ محصور بین قطب سماوی[۱۸] NCP، نقطهٔ مورد نظر و ستاره، مثلث نجومی نامیده می‌شود[۳]. با استفاده از قانون سینوسها در مثلثات کروی، در این مثلث می‌توان نوشت:

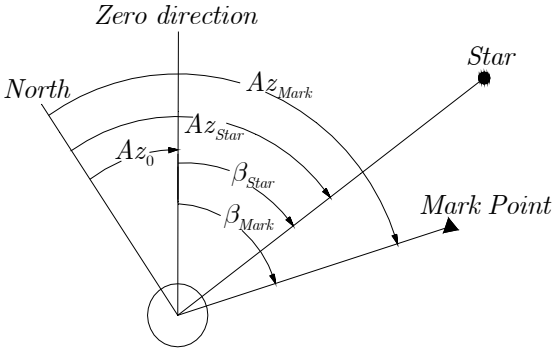
$$\sin a = \sin\Phi^{IT}\sin\delta + \cos\Phi^{IT}\cos\delta\cos h$$

(۱)

در این رابطه Φ^{IT} عرض نجومی نقطه در سیستم مختصات لحظه‌ای زمین بوده که یکی از مجهولات مدل ریاضی می‌باشد. از آنجاییکه مشاهدات، در سیستم لحظه‌ای زمین انجام می‌شود، لذا عرض نجومی به عنوان مجهول نسبت به سیستم مختصات لحظه‌ای زمین در معادلهٔ فوق وارد شده است. در رابطهٔ فوق δ میل ستاره و h زاویهٔ ساعتی[۱۹] ستاره می‌باشد. بنابراین اولین مدل ریاضی بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\begin{aligned} f_1(X,L) &= \sin\Phi^{IT}\sin\delta \\ &\quad + \cos\Phi^{IT}\cos\delta\cos h - \sin a \\ &= 0 \end{aligned}$$

(۲)



شکل ۴: صفحهٔ افقی دوربین به همراه امتداد صفر، امتداد شمال، امتداد ستاره و امتداد نقطهٔ مرجع .

برای بدست آوردن معادلهٔ دوم در مدل ریاضی از شکل (۴) که نشان دهندهٔ امتدادهای افقی در صفحهٔ افق دوربین می‌باشد، استفاده می‌کنیم.

در شکل (۴) Az_0 آزیموت امتداد صفرِ نقالهٔ افقیِ دوربین، Az_{Star} آزیموت ستاره و Az_{Mark} آزیموت نقطهٔ مرجع می‌باشد. با توجه به شکل فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} Az_{Star} &= Az_{Star} + \beta_{Star} \\ Az_{Star} &= Az_{Star} + \beta_{Star} \end{aligned}$$

(۳)

بنابراین داریم:

$$Az_{Star} = Az_{Mark} + \beta_{Star} - \beta_{Mark}$$

(۴)

همچنین با ترکیب قانون سینوسها و کسینوسها در مثلث نجومی [۳] داریم:

$$Az_{Star} = \tan^{-1}\left(\frac{\sin h}{\sin\Phi^{IT}\cos h - \tan\delta\cos\Phi^{IT}}\right)$$

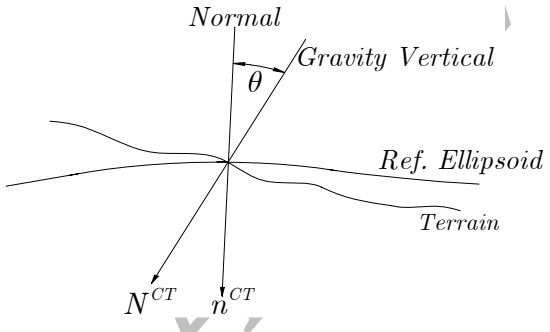
(۵)

بنابراین دومین معادلهٔ ریاضی بصورت ذیل حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} f_2(X,L) &= \tan^{-1}\left(\frac{\sin h}{\sin\phi^{IT}\cos h - \tan\delta\cos\phi^{IT}}\right) \\ &\quad - Az_{Mark} - \beta_{Star} + \beta_{Mark} \\ &= 0 \end{aligned}$$

(۶)

به منظور ایجاد مدل ریاضی سوم از تعریف زاویهٔ انحراف قائم[۲۰] استفاده نموده‌ایم. در شکل (۵) زاویهٔ انحراف قائم سطحی نشان داده شده است.



شکل ۵: زاویهٔ انحراف قائم سطحی.

در شکل فوق θ زاویهٔ انحراف قائم سطحی، n^{CT} امتداد بردار نرمال بر بیضوی و N^{CT} امتداد بردار ثقل در محل در سیستم مختصات متوسط قراردادی زمین می‌باشد. با توجه به شکل فوق می‌توان نوشت:

$$\left\langle \vec{N}^{CT}, \vec{n}^{CT} \right\rangle = \cos\theta$$

(۷)

در رابطهٔ فوق $\left\langle \vec{n}^{CT}, \vec{N}^{CT} \right\rangle$ ضرب داخلی بین دو امتداد

Archive of SID

www.SID.ir

می‌باشد. رابطهٔ زاویهٔ انحراف قائم با مولفه‌های این زاویه بصورت ذیل است[۳]:

$$\theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

(۸)

در این رابطه ξ و η بترتیب مولفهٔ نصف‌النهاری[۲۱] و مولفهٔ قائم اولیهٔ[۲۲] زاویهٔ انحراف قائم می‌باشند، که از طریق روابط ذیل بدست می‌آیند[۳].

$$\xi = \Phi^{CT} - \phi^{CT}$$

(۹)

$$\eta = (\Lambda^{CT} - \lambda^{CT})\cos\phi^{CT}$$

(۱۰)

در روابط فوق $(\lambda^{CT}, \phi^{CT})$ بترتیب طول ژئودتیک و عرض ژئودتیک حاصل از GPS و $(\Lambda^{CT}, \Phi^{CT})$ بترتیب طول نجومی و عرض نجومی در سیستم مختصات متوسط قراردادی زمین می‌باشند. امتداد بردار ثقل محل در سیستم مختصات متوسط قراردادی زمین بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\vec{N}^{CT} = \begin{pmatrix} \cos\Phi^{CT}\cos\Lambda^{CT} \\ \cos\Phi^{CT}\sin\Lambda^{CT} \\ \sin\Phi^{CT} \end{pmatrix}$$

(۱۱)

همچنین امتداد بردار نرمال بیضوی در سیستم مختصات متوسط قراردادی زمین بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\vec{n}^{CT} = \begin{pmatrix} \cos\phi^{CT}\cos\lambda^{CT} \\ \cos\phi^{CT}\sin\lambda^{CT} \\ \sin\phi^{CT} \end{pmatrix}$$

(۱۲)

از آنجاییکه در معادلات ریاضیِ اول و دوم، مجهول مدل به شکل Φ^{IT} ظاهر شده است، لذا می‌بایست در معادلهٔ سوم نیز مختصات $(\Lambda^{CT}, \Phi^{CT})$ را به مختصات $(\Lambda^{IT}, \Phi^{IT})$ تبدیل نماییم. برای این منظور از مختصات قطب استفاده می‌کنیم. رابطهٔ انتقال بین سیستم مختصات لحظه‌ای و قراردادی زمین بصورت ذیل است[۴]:

$$\vec{N}^{CT} = \underbrace{R_2(-x_p)R_1(-y_p)}_{\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}} \vec{N}^{IT}$$

(۱۳)

در رابطهٔ فوق (x_p, y_p) مختصات قطب در تاریخ مشاهدات بوده که توسط سازمان بین‌المللی دوران زمین[۲۳] (IERS) با دقت بالایی بصورت روزانه منتشر می‌شود [1]. $R_2(\cdot)$ و $R_1(\cdot)$ بترتیب ماتریس‌های دوران حول محورهای دوم و اول می‌باشند. با توجه به راوابط (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) رابطهٔ انتقال بین دو سیستم بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\begin{pmatrix} \cos\Phi^{CT}\cos\Lambda^{CT} \\ \cos\Phi^{CT}\sin\Lambda^{CT} \\ \sin\Phi^{CT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} \\ \cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} \\ \sin\Phi^{IT} \end{pmatrix}$$

(۱۴)

با توجه به روابط فوق سومین معادلهٔ ریاضی بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$\begin{aligned} &f_3(X,L) = \\ &(r_{11}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{12}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{13}\sin\Phi^{IT})\cos\phi\cos\lambda + \\ &(r_{21}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{22}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{23}\sin\Phi^{IT})\cos\phi\sin\lambda + \\ &(r_{31}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{32}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{33}\sin\Phi^{IT})\sin\phi - \\ &\cos\sqrt{(\Phi^{CT}-\phi)^2 + ((\Lambda^{CT}-\lambda)\cos\phi)^2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

(۱۵)

که در آن Λ^{CT} و Φ^{CT} بترتیب بر حسب مجهولات مدل $(\Lambda^{IT}, \Phi^{IT})$ عبارتند از:

$$\Phi^{CT} = \sin^{-1}(r_{31}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{32}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{33}\sin\Phi^{IT})$$

(۱۶)

$$\Lambda^{CT} = \tan^{-1}\left(\frac{r_{21}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{22}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{23}\sin\Phi^{IT}}{r_{11}\cos\Phi^{IT}\cos\Lambda^{IT} + r_{12}\cos\Phi^{IT}\sin\Lambda^{IT} + r_{13}\sin\Phi^{IT}}\right)$$

(۱۷)

همانطور که ملاحظه می‌شود، مدل ریاضی که از معادلات اول، دوم و سوم تشکیل شده از نوع ترکیبی بوده و بصورت ذیل تشکیل می‌شود:

$$F(\hat{X},\hat{L}) = \begin{cases} f_1(\hat{X},\hat{L}) = 0 \\ f_2(\hat{X},\hat{L}) = 0 \\ f_3(\hat{X},\hat{L}) = 0 \end{cases}$$

(۱۸)

بردار مشاهدات (L)، در این مدل بصورت ذیل می‌باشد:

$$L = \begin{bmatrix} (a_1, a_2, \ldots a_n)_{Star} \\ (\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_m)_{Star} \\ (\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_m)_{Marked\ \text{Point}} \\ (\lambda, \phi)_{GPS} \end{bmatrix}$$

(۱۹)

Archive of SID

www.SID.ir

بردار مجهولات بصورت زیر تشکیل می‌شود:

$$X = \begin{bmatrix} \Lambda^{IT} & \Phi^{IT} & Az_{Mark} \end{bmatrix}$$

(۲۰)

ماتریس ضرایب اول (A) و ماتریس ضرایب دوم (B) نیز بصورت تشکیل می‌شوند:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \Lambda^{IT}} & \frac{\partial f}{\partial \Phi^{IT}} & \frac{\partial f}{\partial Az_{Mark}} \end{pmatrix}$$

(۲۱)

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial a} & \frac{\partial F}{\partial \beta_{Polaris}} & \frac{\partial F}{\partial \beta_{Mark}} & \frac{\partial F}{\partial \lambda_{GPS}} & \frac{\partial F}{\partial \phi_{GPS}} \end{pmatrix}$$

(۲۲)

در نهایت پس از تشکیل ماتریس وزن مشاهدات (P) در ایستگاه مشاهداتی می‌توان به روش سرشکنی کمترین مربعات، بردار تصحیح مجهولات را از رابطهٔ ذیل برآورد نمود[۴]:

$$\delta\hat{\mathrm{X}} = -(A^T(BP^{-1}B^T)^{-1}A)^{-1}A^T(BP^{-1}B^T)^{-1}W$$

(۲۳)

که در این رابطه W خطای مدل بوده که با استفاده از مقدار اولیهٔ مجهولات و مقدار مشاهدات بصورت ذیل بدست می‌آید:

$$W = F(X^0, L)$$

(۲۴)

سپس با استفاده از فرایند تکرار، بردار مجهولات برآورد شده $\left(\hat{X}\right)$ و دقت آنها $\left(C_{\hat{X}}\right)$ بصورت ذیل قابل برآورد خواهند بود[۴]:

$$\hat{\mathrm{X}}=\mathrm{X}^0+\delta\hat{\mathrm{X}}$$
$$C_{\hat{X}} = (A^T(BP^{-1}B^T)^{-1}A)^{-1}$$

(۲۵)

بررسی عددی روش

به منظور بررسی عددی روش ارائه شده از مشاهدات نجوم دقیق انجام گرفته توسط سازمان نقشه‌برداری کشور در سال ۱۹۸۶ میلادی در ایستگاه لاپلاسِ باشگل واقع در استان مرکزی در شهرستان تاکستان استفاده گردید. مشاهدات نجومی این ایستگاه با دوربین نجومی T4 و مطابق با استانداردهای نجوم دقیق (نجوم درجهٔ ۱) صورت گرفته است. بر اساس سوابق مربوط به ایستگاه، در آن زمان به منظور جمع‌آوری مشاهدات در این ایستگاه، ۳ اکیپ به منظور تعیین آزیموت نجومی امتداد واصل بین ایستگاه و یک نقطهٔ مرجع (نقطهٔ سندان‌داغ)، ۱۲ اکیپ به منظور تعیین عرض نجومی ایستگاه و ۱۳ اکیپ به منظور تعیین طول نجومی ایستگاه به منطقه اعزام شدند. هر کدام از گروه‌های آزیموت نجومی، امتداد افقی ستارهٔ قطبی و نقطهٔ مرجع را ۱۶ کوپل مشاهده کرده‌اند. همچنین هر کدام از گروه‌های عرض نجومی، زاویهٔ ارتفاعی ۷ ستاره را در لحظهٔ کالمینیشن[۲۴] یا ترانزیت[۲۵] (عبور ستاره از نصف‌النهار محل) در یک کوپل قرائت نموده‌اند. هر کدام از گروه‌های طول نجومی، زاویهٔ ارتفاعی ۶ ستاره را در لحظهٔ عبور قائم اولیه یک کوپل مشاهده کرده‌اند. همچنین مختصات ژئودتیک مسطحاتی این نقطه در سیستم WGS84 توسط عملیات تفاضلی GPS معلوم می‌باشد. دقت مشاهدات زاویه‌ای در دوربین T4 برابر ۱ ثانیه بوده و دقت مختصات ژئودتیک منحنی‌الخط GPS برابر با 0.001 ثانیه برآورد شده است. به منظور تصحیح مشاهدات نسبت به خطاهای سیستماتیک موجود از مرجع [۲] استفاده شده است. از مشاهدات این ایستگاه لاپلاس در این مطالعه به دو صورت ذیل استفاده گردید:

حالت اول

در حالت اول تنها از مشاهدات جمع‌آوری شده توسط گروه اندازه‌گیری آزیموت که شامل ۱۶ کوپل قرائت امتداد افقی ستارهٔ قطبی می‌باشد، استفاده شده است. بنابراین بردار مشاهدات عبارت بودند از:

$$L = \begin{cases} (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{16})_{Polaris} \\ (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{16})_{Mark\ \mathrm{Point}} \\ (\lambda, \phi)_{GPS} \end{cases}$$

(۲۶)

مجهولات در این مطالعه عبارتند از:

$$X = \begin{bmatrix} \Lambda^{IT} & \Phi^{IT} & Az_{Mark} \end{bmatrix}$$

(۲۷)

درجهٔ آزادی این محاسبات برابر با ۱۴ می‌باشد. نتایج عددی حاصل در این ایستگاه در جدول (۱) بصورت ذیل ارائه شده است:

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱: نتایج حاصل از تعیین مختصات نجومی از تلفیق مشاهدات زوایای افقی با مشاهدات GPS.

مختصات نجومی	مختصات نجومی حاصل از روش ارائه شده	نتایج حاصل از مشاهدات مختصات نجومی	اختلاف
طول نجومی Λ^{IT}	$49^{\circ}33'11.24''$ $\pm 2.41''$	$49^{\circ}33'23.27''$ $\pm 0.03''$	$12.03''$
عرض نجومی Φ^{IT}	$36^{\circ}09''37.21''$ $\pm 3.56''$	$36^{\circ}09'33.22''$ $\pm 0.05''$	$3.98''$
آزیموت نقطهٔ مرجع Az	$306^{\circ}54'08.52''$ $\pm 0.38''$	$306^{\circ}54'08.73''$ $\pm 0.17''$	$0.21''$

جدول ۲: نتایج حاصل از تعیین مختصات نجومی از تلفیق مشاهدات زوایای افقی و قائم با مشاهدات GPS.

مختصات نجومی	مختصات نجومی حاصل از روش ارائه شده	نتایج حاصل از مشاهدات مستقیم نجومی	اختلاف
طول نجومی Λ^{IT}	$49^{\circ}33'19.07''$ $\pm 0.11''$	$49^{\circ}33'23.27''$ $\pm 0.03''$	$4.20''$
عرض نجومی Φ^{IT}	$36^{\circ}09'35.58'$ $\pm 0.08''$	$36^{\circ}09'33.22''$ $\pm 0.05''$	$2.36''$
آزیموت نقطهٔ مرجع Az	$306^{\circ}54'08.54''$ $\pm 0.12''$	$306^{\circ}54'08.73''$ $\pm 0.17''$	$0.19''$

حالت دوم

در حالت دوم از تعداد بیشتری از مشاهدات موجود در ایستگاه مشاهداتی استفاده شده است. در این حالت علاوه بر مشاهدات ذکر شدهٔ قبلی از مشاهدات جمع‌آوری شده توسط یکی دیگر از گروه‌ها که مسئولیت تعیین عرض نجومی را بر عهده داشت نیز استفاده گردید. این مشاهدات شامل ۱ کوپل قرائت زاویهٔ ارتفاعیِ ۷ ستاره در لحظهٔ ترانزیت می‌باشد. بنابراین در این حالت مشاهدات عبارتند از:

$$L = \begin{bmatrix} (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{16})_{Polaris} \\ (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{16})_{Marked\ Point} \\ a_{star_{608}}, a_{star_{618}}, a_{star_{1432}}, a_{star_{1440}}, a_{star_{613}}, a_{star_{627}}, a_{star_{1434}} \\ (\lambda, \phi)_{GPS} \end{bmatrix} \quad (۲۸)$$

در این حالت نیز مجهولات مشابه حالت اول بوده و بدین خاطر درجهٔ آزادی در این حالت برابر با ۲۱ گردید. نتایج عددی حاصل در این ایستگاه در جدول (۲) ارائه شده است.

همانطور که ملاحظه می‌شود، استفادهٔ توام از مشاهدات زوایای افقی و قائم موجب افزایش دقت می‌گردد. بنابراین شکی نیست در صورت افزودن تعداد مشاهدات می‌توان دقت حاصل را هنوز افزایش داد.

بحث و نتیجه‌گیری

امکان ترکیب مشاهدات توتال استیشن و GPS انجام گرفته در یک ایستگاه نقشه‌برداری به منظور تعیین مولفه‌های انحراف قائم و مختصات نجومی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج حاصل بکارگیری روش به صورت عملی مورد تائید قرار گرفته و به این ترتیب راه حلی عملی جهت تبدیل مختصات GPS به مختصات توتال‌استیشن و بالعکس حاصل گردیده است. روش ارائه شده می‌تواند به عنوان راه حلی جهت دستیابی به مختصات ژئودتیک در مناطق شهری به عنوان جایگزین تعیین موقعیت با GPS بکار رود. به علاوه از آنجائی که به سادگی می‌توان مشاهدات GPS و توتال استیشن را در هر ایستگاهی انجام داد روش ارائه شده می‌تواند به عنوان ابزاری جهت تعیین مختصات نجومی بکار رود.

تشکر و قدردانی

از سازمان نقشه‌برداری کشور آقای مهندس حاتم به خاطر در اختیار قرار دادن مشاهدات ایستگاه لاپلاس سپاس‌گزاری می‌گردد.

Archive of SID
www.SID.ir

مراجع

1 - Johnson, T. (2000) *International Earth Rotation and Reference Systems Service*, ftp://maia.usno.navy.mil/ser7/finals2000A.daily

2 - Kelsey, J. (1976). *Field and Geodetic Astronomy, Military Engineering*, Volume XIII- Part IX, Military of Defence of the US.

3 - Thomson, D. B. (1981)/ *Introduction To Geodetic Astronomy*, Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

4 - Vanicek, P. and Krakiwsky, E. (1986). *Geodesy The Concepts,* University of New Brunswick, Elsevier Science Publishers B.V. Canada.

5 - Wielen, R., Lederle, T. and Schwan, H. (1993). *Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg Apparent Places of Fundamental Stars 1995*, Produced under the auspices of the International Astrononical Union.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب بکار رفته در متن

1 - Total Station
2 - Local astronomy coordinate system
3 - Global Positioning System (GPS)
4 - Geodetic Coordinate System
5 - World Geodetic Datum 1984
6 - Laplace station
7 - Over-determined System of Equations
8 - Least Square Adjustment
9 - Multipath
10 - Earth Fixed Coordinate System
11 - Conventional Terrestrial coordinate system (CT)
12 - Right Ascension Coordinate System
13 - Ascension
14 - Declination
15 - Apparent Places of Fundamental Stars (APFS)
16 - Instantaneous Terrestrial coordinate system (IT)
17 - Conventional International Origin (CIO)
18 - North Celestial Pole
19 - Hour Angle
20 - Deflection of vertical
21 - Meridian component
22 - Prime vertical component
23 - International Earth Rotation Service
24 - Culmination
25 - Transit

Archive of SID

www.SID.ir