تحلیل رابطه با محدودیت چرخشی و الگوریتم‌های تجزیه انعطاف‌پذیر آن

سید محمدتقی روحانی رانکوهی

استادیار گروه مهندسی کامپیوتر (نرم‌افزار)- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه شهید بهشتی

Rohani@sbu.ac.ir

(تاریخ دریافت۸۳/۱۰/۵، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۵/۴/۲۶، تاریخ تصویب ۸۵/۷/۸)

چکیده

موضوع رابطه‌های 4NF که 5NF نیستند، اگرچه در بعضی متون آکادمیک مطرح شده، اما تاکنون مطالعه تئوریک قابل توجهی در مورد تجزیه آنها انجام نشده است. در این‌گونه رابطه‌ها، محدودیتی به نام "محدودیت با ماهیت چرخشی" وجود دارد که هنوز نیاز به تحلیل تئوریک دارد. از سوی دیگر در فرایند طراحی پایگاه داده‌های رابطه‌ای، گاه لازم می‌شود که طراح رابطه (هایی) را تجزیه کند، خواه به دلیل نرمال‌ترسازی آن و خواه به دلیل (دلایل) دیگر. در این مقاله ابتدا دلایل مهمتر تجزیه یک رابطه، در فرایند طراحی پایگاه داده‌ها، را مطرح می‌کنیم. سپس رابطه با محدودیت چرخشی را تعریف و مفاهیم مربوطه را مطرح می‌کنیم؛ خصوصیات این نوع رابطه، با طرح و اثبات چند لم، تشریح می‌شود. سپس با طرح و اثبات دو قضیه، الگوریتم‌هایی ارائه می‌شوند که این‌گونه رابطه‌ها را، بطور بسیار انعطاف‌پذیر، تجزیه می‌کنند. در پایان نتایج حاصل از این مقاله نیز بیان می‌شوند.

واژه های کلیدی: رابطه، محدودیت چرخشی، رابطه با محدودیت چرخشی، وابستگی پیوندی، تجزیه رابطه، پرتوهای همراه، رابطه دوگانی بازسازنده.

مقدمه

در منابع کلاسیک پایگاه داده‌ها آمده است که رابطه‌های 4NF (که نا 5NF هستند) رابطه‌هایی هستند که وابستگی پیوندی[۱] غیر ناشی از کلید کاندید به بیش از دو پرتو[۲] (تصویر) خود دارند. به بیان دیگر هرگاه رابطه $\boldsymbol{R}$ به $\boldsymbol{n}$ پرتو تجزیه شود به نحوی‌که: $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{JD}*(\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_2,...,\boldsymbol{R}_n)$ و $\boldsymbol{R_i}$ ها ، $i\in(1,n)$ ، سوپر کلید[۳] $\boldsymbol{R}$ نباشند، رابطه در 5NF نیست. در [۱۷] علت این پدیده وجود نوعی محدودیت با ماهیت چرخشی در این گونه رابطه‌ها بیان شده است. چنین رابطه‌ای در حالت کلی از درجه n است ($\boldsymbol{n}\geq 3$ و البته حالت $\boldsymbol{n}=2$ یک حالت کاملاً خاص است، ر.ک. به لم ۳). در مورد معنای محدودیت با ماهیت چرخشی در خرد جهان واقع[۴]، تا آنجا که بررسی کرده‌ایم، بحثی در منابع آکادمیک مطرح نشده است و این موضوع خود نیازمند پژوهش دیگری است. در اینجا فقط اشاره می‌کنیم که باید نوعی محدودیت مستقل از زمان در ارتباط بین n نوع موجودیت (از خرد جهان واقع) وجود داشته باشد به‌گونه‌ای که اگر آن ارتباط را با یک رابطه درجه n که صفاتش شناسه آن n نوع موجودیت باشند، نشان دهیم، محدودیت با ماهیت چرخشی در این رابطه پدید می‌آید (ر.ک. به قسمت ۴ از مقاله). ما از این پس، محدودیت با ماهیت چرخشی را به کوتاهی، محدودیت چرخشی[۵] (CC) می‌نامیم.

در این مقاله ابتدا دلایل توجیه کننده تجزیه یک رابطه در فرایند طراحی پایگاه داده‌های رابطه‌ای را برمی‌شمریم. سپس رابطه با محدودیت چرخشی را تعریف و پس از تحلیل خصوصیات آن, الگوریتم‌هایی برای تجزیه انعطاف‌پذیر رابطه‌های دارای این نوع محدودیت ارائه می‌کنیم.

کارهای مرتبط

تئوری نرمال‌ترسازی رابطه‌ها – که در واقع تئوری طراحی پایگاه داده‌های رابطه‌ای است - هرچند از مباحث کلاسیک در حیطه پایگاه داده‌ها است، اما هم از دیدگاه تئوریک و هم از نظر عملی از اهمیت خاصی در طراحی

پایگاه رابطه ای برخوردار است. رابطه‌های پایگاه داده‌های رابطه‌ای نه‌تنها باید نرمال، بلکه حتی‌الامکان در نرمال‌ترین فرم باشند. مزایا و نیز معایب نرمال‌ترسازی رابطه‌ها در متون کلاسیک آمده است و نیازی به طرح آنها در اینجا نیست. تنها اشاره می‌کنیم که هرچه رابطه نرمال‌تر شود میزان افزونگی آن کمتر و در نتیجه انومالی‌های آن هم کمتر می شود .

بسیاری از فرم‌های نرمال قوی‌تر, بویژه 4NF و 5NF توسط FAGIN مطرح شده‌اند[۷،۸،۹]. از آن پس این فرم‌ها در اکثر متون کلاسیک وارد شده اند [از جمله در آثار DATE و در ۱۸ ، ۱۹، ۱۶ ، ...]. اما در این متون در قسمت رابطه‌های 4NF ، تنها به این نکته اشاره شده که بعضی رابطه‌های 4NF ، تجزیه شدنی به دو رابطه نیستند و معمولا با ذکر مثالی از یک رابطه درجه سه، نشان داده‌اند که رابطه باید به سه رابطه تجزیه شود. در [۱۷] اصطلاح محدودیت با ماهیت چرخشی در این‌گونه رابطه‌ها صریحاً مطرح شده، اما تحلیل تئوریک در این باره ارائه نشده است. در دهه ۸۰ و ۹۰، چند کار پژوهشی در زمینه طراحی پایگاه داده‌های رابطه ای انجام شده است. در [۲] پدیده تجزیه پذیری رابطه‌ها با درجه بزرگتر از دو برای نخستین بار مطرح شد. سپس GYSSEN در مورد وابستگی پیوندی در رابطه‌ها بررسی‌هایی انجام داد [۱۰،۱۱،۱۲]. در [۲۰] توجیه معنایی فرم های نرمال ارائه شده و در [۱۳] و [۱۵] در مورد گونه دیگری از رابطه 5NF و نیز درباره مبانی معنایی رابطه‌های 4NF مطالبی آمده است, اما هیچ تحلیلی در مورد محدودیت چرخشی ارائه نشده است.در [۱۴] یک فرم نرمال جدید (هم‌ارز با 4NF) مطرح شده، اما در زمینه محدودیت چرخشی چیزی گفته نشده است. در مجموعه کارهای "دیت" از جمله در مقالات [۴،۵،۶] و [۳] موضوع نرمال‌ترسازی باز هم مطرح شده، ولی در هیچیک از این مقالات در موضوع خاص مورد بحث ما، کاری گزارش نشده است. ضمنا در [۱] فرم‌های نرمال 4NF و 5NF از دیدگاه تئوری اطلاعات مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

دلایل تجزیه رابطه

در فرایند طراحی پایگاه رابطه‌ای, همیشه ممکن است لازم شود که یک رابطه به رابطه‌هایی دیگر تجزیه شود. بدیهی است نرمال‌ترسازی رابطه تنها یک دلیل، و نه تنها دلیل، برای تجزیه رابطه است. ما در اینجا دلایل مهم‌تر تجزیه یک رابطه را برمی‌شمریم. طراح ممکن است به یک (یا بیش از یک) دلیل از این دلایل تصمیم به تجزیه رابطه بگیرد. حال اگر رابطه‌ای که طراح می‌خواهد به هر دلیلی تجزیه کند، در 4NF باشد, این سوال مهم مطرح می‌شود که چگونه باید چنین رابطه‌ای را تجزیه کند؟ البته این تجزیه لزوماً به خاطر نرمال‌ترسازی و رسیدن به تعدادی رابطه 5NF نیست. بویژه که در عمل، طراحان توجه چندانی به 5NF کردن رابطه‌ها ندارند [۱۸]. برخی از دلایل مهم‌تر تجزیه یک رابطه عبارتند از :

- نرمال‌ترسازی رابطه
- تامین فایلینگ کاراتر (با فرض وجود تناظر یک‌به‌یک بین رابطه‌ها و فایل‌ها)
- اعمال محدودیت DBMS (در مورد حداکثر تعداد ستون‌ها برای جدول)
- تقویت ایمنی پایگاه داده‌ها (و استفاده از تکنیک تعریف دید روی دید و مفهوم داده نهان[۶])
- توزیع داده‌ها در سایت‌ها در سیستم پایگاهی نامتمرکز
- تامین واحد قفل‌پذیر کوچکتر (به منظور تامین همروندی بیشتر در اجرای تراکنش‌ها)
- کاهش حجم "هیچمقدار[۷]" در مواردی

توجه داریم که در اکثر موارد فوق، تجزیه ممکن است عمودی یا افقی یا ترکیبی باشد. البته در بحث ما، تجزیه عمودی مورد نظر است.

مفاهیم مبنایی

تعریف ۱: دامنه دوگانی[۸]

دامنه D را دامنه دوگانی گوییم هرگاه دارای دو عنصر باشد (به بیان دیگر، D مجموعه‌ای است با کاردینالیتی دو).

تعریف ۲: رابطه با محدودیت چرخشی[۹]

با فرض وجود n دامنه دوگانی از مقادیر : $D_1, D_2, ..., D_n$, رابطه‌ای $R(A_1, A_2, ..., A_n)$ تعریف شده روی این n دامنه, رابطه با محدودیت چرخشی است اگر و فقط اگر در بدنه آن (مجموعه تاپل‌ها), r , شرایط زیر برقرار باشد:

۱- هر صفت رابطه از یک دامنه دوگانی مقدار بگیرد.

۲- کاردینالیتی r برابر با n+1 باشد. (n : درجه رابطه)

۳- مقدار هر صفت A_i , $i \in (1,n)$ در n تاپل، یکسان باشد.

سه محدودیت برشمرده باید در هر نمونه از r , مستقل از زمان, وجود داشته باشد. چنین رابطه‌ای را با CCR^n نشان می‌دهیم. صورت کلی یک CCR^n چنین است:

$$\begin{array}{c} R(A_1\ ,\ A_2\ ,\ \dots\dots\ ,\ A_n) \\ \left.\begin{array}{cccccc} a_{1_1} & a_{2_1} & \cdots & \cdots & a_{n-1_1} & a_{n_2} \\ a_{1_1} & a_{2_1} & \cdots & \cdots & a_{n-1_2} & a_{n_1} \\ \vdots & & & & & \\ a_{1_1} & a_{2_2} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n_1} \\ a_{1_2} & a_{2_1} & \cdots & \cdots & a_{n-1_1} & a_{n_1} \\ a_{1_1} & a_{2_1} & \cdots & \cdots & a_{n-1_1} & a_{n_1} \end{array}\right\} \text{n+1 :تعدادتاپل‌ها} \end{array}$$

دامنه‌های دوگانی D_i، $i \in (1,n)$ لزوماً نباید متمایز باشند. ما برای وضوح بیشتر بحث فرض می‌کنیم که D_i ها متمایزند، یعنی: اگر $i \neq j$ آن‌گاه $D_i \neq D_j$.

مثال ۱ : در این مثال یک CCR^3 دیده می‌شود:

A	B	C	D
a_1	b_1	c_1	d_2
a_1	b_1	c_2	d_1
a_1	b_2	c_1	d_1
a_2	b_1	c_1	d_1
a_1	b_1	c_1	d_1

تعریف ۳: صفت تحت محدودیت چرخشی[10]

در رابطه $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ صفت $A_i \in \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ $i \in (1,n)$ را صفت تحت محدودیت چرخشی گوییم هرگاه برای هر $j \in (1,n)$, $t_j \in r$ داشته باشیم:

$t_j\,(A_{n-k+1}) = a_{(n-k+1)_1}$ و $k \in (n,2)$

. این‌گونه صفات را CCA می‌نامیم و تعداد آنها را با $NCCA$ نشان می‌دهیم. در یک CCR^n همیشه داریم: $NCCA = n-1$.

تعریف ۴: صفت آزاد[11]

در رابطه $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ یک صفت تحت محدودیت چرخشی نیست. چنین صفتی را صفت آزاد می‌نامیم و آن‌را با FA نشان می‌دهیم. تعداد این‌گونه صفات در هر تاپل را با NFA نمایش می‌دهیم. در یک CCR^n همیشه داریم: $NFA = 1$.

خصوصیات رابطه با محدودیت چرخشی

خصوصیات رابطه با محدودیت چرخشی را با طرح چند لم و اثبات آن‌ها، مطرح می‌کنیم.

لم ۱ : رابطه CCR^n، تمام ـ کلید[12] است.

اثبات:

رابطه $R(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$ از نوع CCR^n مفروض است. با توجه به محدودیت دامنه‌ای و محدودیت چرخشی، اگر $t_j \in r$, $j \in (1,n)$ ، داریم:

$t_j(A_{n-k+1}) = a_{(n-k+1)_1}$, $K \in (n,2)$

$t_j(A_{n-j+1}) = a_{(n-j+1)_2}$

صفات A_{n-k+1} در هر t_j از نوع CCA و صفت A_{n-j+1} در هر t_j از نوع FA است. از سوی دیگر، تاپل واحد $t \in r$ در R وجود دارد به نحوی که:

$$t = \bigcup_{i=1}^{n} a_{i_1}$$

و به بیان دیگر $t = \langle a_{1_1}, a_{2_1}, \dots, a_{n-1_1}, a_{n_1} \rangle$ و $t \neq t_j$ و $j \in (1,n)$. پس به ازاء هر تاپل $j \in (1,n), t_j \in r$ داریم:

$$t_j \cap t = \bigcup_{k=n}^{2} a_{(n-k+1)_1}$$

در این برابری، مقدار K از n تا ۲ تغییر می‌کند به ازاء هریک از مقادیر j.

و نیز داریم: $Card\left[t_j \cap t\right] = n-1$

بنابراین تاپل t و هر تاپل t_j متمایز از t تنها در مقدار یک صفت (از نوع FA در t_j) تفاوت دارند، پس R الزاماً تمام کلید است □

از لم(۱) این نتیجه بدست می‌آید که در هر CCR^n $(n \geq 3)$، همیشه n جفت تاپل وجود دارد به نحوی که مقدار n-1 صفت از نوع CCA، در هر جفت تاپل یکسان است و در همه جفتها، یک تاپل همان $t = < a_{1_1}, a_{2_1}, \dots, a_{n-1_1}, a_{n_1} >$ است.

لم ۲ : هر رابطه CCR^n در 4NF است.□

اثبات:

با توجه به تعریف MVD [۱۳] (وابستگی چند مقداری) در منابع کلاسیک از جمله [۱۹،۱۸]و تعریف رابطه CCR^n، به آسانی می‌توان دریافت که در CCR^n، پدیده MVD وجود ندارد. بنابراین بر اساس لم (۱) و تعریف رابطه 4NF روشن است که هر CCR^n در 4NF است □

لم ۳: هر پرتو از درجه K، $2 \le K \le n-1$ ، از هر رابطه CCR^n $(n \ge 3)$ خود یک CCR^K است.

اثبات:

رابطه $R(A_1,A_2,...,A_n)$ را در نظر می‌گیریم. برمی‌نهیم:

$$R(H)=\{A_1,A_2,...,A_n\} \ , \ k=2$$

نشان می‌دهیم که هر پرتو درجه دو از CCR^n، یک CCR^2 است.

فرض می‌کنیم رابطه R یک CCR^n باشد و A_i و A_j دو صفت به‌نحوی که:

$$A_i \ne A_j \ , \quad A_i \in R(H) \ , \quad A_j \in R(H)$$

پرتو $\prod_{\langle A_i,A_j \rangle}(R)$ را بصورت $P(A_i,A_j)$ نشان داده و در ادامه آنرا فقط رابطه P می‌نامیم. چون رابطه P از درجه دو است، باید نشان دهیم که کاردینالیتی برابر است با سه و مقدار هر صفت آن در دو تاپل، یکسان است.

با توجه به فرض، در رابطه R، مقدار هریک از دو صفت A_i و A_j، در n تاپل از R، یکسان است و مقدار هریک از این دو صفت، تنها در یک تاپل متفاوت است و بعلاوه در یک تاپل دلخواه از رابطه R، مقدار بیش از یک صفت از نوع FA، وجود ندارد.

چون عملگر پرتو تاپل‌های تکراری را حذف می‌کند، بنابراین در پرتو دوگانی P از R، به ازاء n-1 تاپل از R تنها یک تاپل پدید می‌آید و چون طبق تعریف، کاردینالیتی R برابر است با n+1، پس کاردینالیتی P برابر می‌شود با سه.

حال نشان می‌دهیم که مقدار هریک از دو صفت A_i و A_j در دو تاپل از این سه تاپل، یکسان است. چون هر صفت از یک دامنه دوگانی مقدار می‌گیرد و هر تاپل R حداکثر یک مقدار برای صفت نوع FA دارد، الزاماً در رابطه P با سه تاپل، مقدار هریک از دو صفت باید در دو تاپل یکسان باشد، پس: $P = CCR^2$

حال فرض می‌کنیم که این لم برای $K = n-2$ صادق باشد، یعنی:

$$\prod_{\langle L \rangle}\left(CCR^n\right)=CCR^{n-2}, L=\{A_1,A_2,...,A_{n-2}\}$$

این پرتو را q می‌نامیم. نشان می‌دهیم که لم برای $K = n-1$ نیز صادق است.

برمی‌نهیم: $L' = L \cup A_{n-1}$

روشن است که $\prod_{\langle L' \rangle}(R)$ رابطه‌ای است از درجه n-1. این پرتو را S می‌نامیم.

چون q یک CCR^{n-2} است پس n-1 تاپل دارد، به‌نحوی که مقادیر تمام صفات در یک تاپل، همان مقادیر صفت از نوع CCA هستند و در هر تاپل از n-2 تاپل دیگر، تنها مقدار یک صفت، مقدار صفتی از نوع FA است. از سوی دیگر، صفت $A_{n-1} \in L'$ هم از یک دامنه دوگانی مقدار می‌گیرد و مقدارش در n تاپل از R یکسان و از همان نوع صفت CCA است، پس در $S=\prod_{\langle L' \rangle}(R)$ تعداد $1\times(n-2)+2\times 1$ تاپل پدید می‌آید، پس رابطه S دارای n تاپل است به‌نحوی که مقدار هر صفت در n-1 آن یکسان است. بنابراین رابطه S یک CCR^{n-1} است □

لم۴: هر رابطه CCR^n $(n \ge 3)$, وابستگی پیوندی به سه پرتو متمایزش دارد به نحوی که هر پرتو, از درجه n-1 است.

اثبات:

فرض می‌کنیم: $R = CCR^n$

$$R_i = \prod_{\langle L_i \rangle}(R) \ , \ L_i = \{A_1,A_2,...,A_{n-2},A_{n-1}\}$$

$$R_j = \prod_{\langle L_j \rangle}(R) \ , \ L_j = \{A_1,A_2,...,A_{n-2},A_n\}$$

$$R_k = \prod_{\langle L_k \rangle}(R) \ , \ L_k = \{A_1,A_2,...,A_{n-3},A_{n-1},A_n\}$$

باید ثابت کنیم: $R = JD*\left(R_i,R_j,R_k\right)$

ابتدا دو پرتو R_i و R_j را در نظر می‌گیریم. بر اساس لم (۳) داریم: $R_l = CCR^{n-1}$ ، $l \in \{i,j\}$

رابطه‌های R_i و R_j دارای $n-2$ صفت مشترک هستند و در هر دو رابطه: $NCCA = n-2$, بنابراین:

$$Card\left[R_i(H) \cap R_j(H)\right] = n-2$$

$$Card\left[R_i(H)-R_j(H)\right]=Card\left[R_j(H)-R_i(H)\right]=1$$

با توجه به نتیجه لم (۱)، در هر دو رابطه R_i و R_j دو تاپل t' و t'' وجود دارند به نحوی که:

$$R_i \cdot t'(A_k)=R_i \cdot t''(A_k)=R_j \cdot t'(A_k)=R_j \cdot t''(A_k) \ , \ k=1,2,...,n-2$$

بنابراین با پیوند R_i و R_j روی این n-2 صفت، تعداد $n-2+(2\times 2)=n+2$ تاپل بدست می‌آید:

$$Card\left[\ R_i \bowtie R_j\ \right]=n+2$$

می‌بینیم که یک تاپل، حشو (زائد) در $R'=R_i \bowtie R_j$ وجود دارد، پس $R' \neq R$. در این تاپل حشو، مقدار دو صفت از نوع FA وجود دارد، ولی با توجه به خاصیت عملگر پیوند طبیعی، روشن است که:

$$R'(H)=L_i \cup L_j=R'(H)=R_i(H)\cup R_j(H)=R(H)$$

حال پرتو R_k را هم در نظر می‌گیریم. بر اساس لم (۳)، داریم: $R_k=CCR^{n-1}$

$$Card\left[R'(H)\cap R_k(H)\right]=n-1$$

فرض می‌کنیم که L_{ij} مجموعه صفات پیوند در عمل $R_i \bowtie R_j$ باشد، بنابراین:

$$Card\left[L_{ij}\cap L_k\right]=n-2$$

چون R_k یک CCR^{n-1} است، در آن تاپلی با مقداری برای دو صفت از نوع FA وجود ندارد، پس با پیوند R' و R_k، تاپل حشو در رابطه R' از بین می‌رود و $R' \bowtie R_j=R$ ، و به عبارت دیگر:

$$R=jD*\left(R_i,R_j,R_k\right)$$

□

تعریف ۵: پرتوهای همراه[14]

دو پرتو R_i و R_j از رابطه CCR^n، هریک از درجه k $(2\le k<n)$ را پرتوهای همراه (PP) گوییم هرگاه تنها در یک صفت با هم تفاوت داشته باشند. به بیان رسمی (فرمال):

$$Card\left[R_i(H)-R_j(H)\right]=Card\left[R_j(H)-R_i(H)\right]=1$$

چنانچه درجه یک پرتو همراه K باشد، آن را با $(PP)^K$ نمایش می‌دهیم. در لم (۴)، هر پرتو یک $(PP)^{n-1}$ است.

یک نتیجه مهم لم (۴) این است که اگر طراح بخواهد رابطه CCR^n را به بیش از سه پرتو همراه $(PP)^{n-1}$ تجزیه کند، پرتوهای چهارم به بعد، در بازسازی رابطه اولیه نقشی ندارند. اما اگر طراح به هر دلیلی (ر.ک. به قسمت ۳ مقاله) بخواهد بیش از سه $(PP)^{n-1}$ از رابطه اولیه داشته باشد ، این کار همیشه امکان‌پذیر است.

مثال۲ : رابطه R با بدنه داده شده را در نظر می‌گیریم:

در این مثال داریم:

$R(A, B, C, D, E)$

A	B	C	D	E
a_1	b_1	c_1	d_1	e_2
a_1	b_1	c_1	d_2	e_1
a_1	b_1	c_2	d_1	e_1
a_1	b_2	c_1	d_1	e_1
a_2	b_1	c_1	d_1	e_1
a_1	b_1	c_1	d_1	e_1

$R=CCR^5\ ,\ n=5$

$NCCA=4$

$NFA=1$

این رابطه به سه پرتو همراه از مجموعه پرتوهای زیر تجزیه می‌شود که هرکدام، یک CCR^4 است.

$R_1(A, B, C, D)$

$R_2(A, B, C, E)$

$R_3(A, B, D, E)$

$R_4(A, C, D, E)$

$R_5(B, C, D, E)$

مثلاً داریم: $R=jD*(R_1,R_2,R_3)$ یا $R=jD*(R_2,R_4,R_5)$

و بطور کلی، رابطه R در این مثال وابستگی پیوندی (JD) به هر سه پرتو همراه از مجموعه پرتوهای R_1، R_2، R_3، R_4 و R_5 دارد. (تعداد JD های سه پرتوی رابطه R به پرتوهای درجه چهارش برابر است با C_3^5)

قضیه رابطه دوگانی بازسازنده (RBR)[15]

رابطه R از درجه $n\ge 3$ وابستگی پیوندی به سه پرتو R_i، R_j و R_m دارد به نحوی که:

$R_i=CCR^{n-1}$، $R_j=CCR^{n-1}$ و

$R_m(H)=R(H)-\left[R_i(H)\cap R_j(H)\right],\ R_m=CCR^2$ و

اگر و فقط اگر R یک CCR^n باشد.

اثبات:

طرف اول:

فرض می‌کنیم R یک CCR^n و مجموعه عنوان آن چنین باشد:

$$R(H)=\{A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}, A_n\}$$

با توجه به لم (۴) داریم: $R_l=CCR^{n-1}\ ,\ l\in\{i, j, m\}$ و $R=jD*\left(R_i,R_j,R_m\right)$.

حال باید ثابت کنیم:

$$R=jD*\left(R_i,R_j,R_k\right)\ ,\ R_k=CCR^2$$

پیشتر دیدیم که پرتوهای R_i و R_j تنها در یک صفت با هم تفاوت دارند. اگر $A_i \in R_i(H)$, $A_i \notin R_j(H)$, $A_j \in R_j(H)$, $A_j \notin R_i(H)$ و $A_j \neq A_i$، داریم:

$$A_j = R(H) - R_i(H)$$
$$A_i = R(H) - R_j(H)$$

و نیز:

$$\{A_i \cup A_j\} = \{(R(H) - R_j(H)) \cup (R(H) - R_i(H))\} = R(H) - \{R_i(H) \cap R_j(H)\}$$

حال برمی‌نهیم: $\prod_{\langle A_i, A_j \rangle}(R) = R_k(A_i, A_j)$

بر اساس لم (۳)، R_k یک CCR^2 است. نشان می‌دهیم که: $R = R_i \bowtie R_j \bowtie R_k$

اولاً داریم:

$$R_i(H) \cup R_j(H) \cup R_k(H) = R(H)$$

ثانیاً در لم (۴) دیدیم که:

$$R_i \bowtie R_j = R' \neq R$$

و در تاپل حشو موجود در R'، مقدار دو صفت از نوع FA، وجود دارد. چون R_k یک CCR^2 است، بنابراین بدنه آن چنین است:

R_k

A_i	A_j
CCA_{Value}	FA_{Value}
FA_{Value}	CCA_{Value}
CCA_{Value}	CCA_{Value}

و تاپل $\langle FA_{Value} , FA_{Value} \rangle$ در آن وجود ندارد.

پس نتیجه می‌گیریم که اگر R' را با R_k روی صفات $\{A_i, A_j\}$ پیوند کنیم، تاپل حشو موجود در R' محو می‌شود و تاپل‌های رابطه R بدست می‌آید. بنابراین داریم: $R = R_i \bowtie R_j \bowtie R_k$

ویا: $R = jD*(R_i, R_j, R_k)$

طرف دوم:

رابطه‌های R_i، R_j و R_m سه پرتو از رابطه $R(A_1, A_2, ..., A_i, A_j, A_k, ..., A_{n-1}, A_n)$ هستند به نحوی که:

1) $R_i = \prod_{\langle L_i \rangle}(R) = CCR^{n-1}$

و $L_i = \{A_1, A_2, ..., A_{i-1}, A_i, A_k, ..., A_{n-1}, A_n\} = R_i(H)$

$R_j = \prod_{\langle L_j \rangle}(R) = CCR^{n-1}$

و $L_j = \{A_1, A_2, ..., A_{i-1}, A_j, A_k, ..., A_{n-1}, A_n\} = R_j(H)$

$A_i \neq A_j$

2) $R_m = \prod_{\langle L \rangle}(R) = CCR^2$

و $L = \{R(H) - R_i(H) \cap R_j(H)\} = \{A_i, A_j\}$

3) $R_i \bowtie R_j \bowtie R_m = R$

می‌خواهیم ثابت کنیم رابطه R یک CCR^n است.

با توجه به فرض‌های (۱) و (۲) داریم:

R_i

A_1	A_2	...	A_{i-1}	A_i	A_k	...	A_{n-1}	A_n
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{i_1}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_2}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{i_1}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_2}	a_{n_1}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{i_2}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\vdots$
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	a_{n_1}
a_{1_2}		$\cdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	$\vdots$	a_{i_1}	$\cdots$	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}

و : $Card(r_i) = n \quad , \quad Card[R_i(H)] = n - 1$

□

R_j

A_1	A_2	...	A_{i-1}	A_j	A_k	...	A_{n-1}	A_n
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{j_1}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_2}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{j_1}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_2}	a_{n_1}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	a_{i-1_1}	a_{j_2}	a_{k_1}	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}
$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\vdots$
a_{1_1}	a_{2_2}	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	a_{n_1}
a_{1_2}	a_{2_1}	$\cdots$	$\cdots$	a_{j_1}	$\cdots$	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}
a_{1_1}	a_{2_1}	$\cdots$	$\cdots$	a_{j_1}	$\cdots$	$\cdots$	a_{n-1_1}	a_{n_1}

و: $Card(r_j) = n \quad , \quad Card[R_j(H)] = n - 1$

R_m

A_i	A_j
a_{i_1}	a_{j_2}
a_{i_2}	a_{j_1}
a_{i_1}	a_{j_1}

و : $Card(r_m) = 3 \quad , \quad Card[R_m(H)] = 2$

بر اساس فرض (۳) و با توجه به خاصیت عملگر پیوند طبیعی، به آسانی بدست می‌آید:

$$R(H) = R_i(H) \cup R_j(H) \cup R_m(H) = \{A_1, A_2, ..., A_{i-1}, A_i, A_j, A_k, ..., A_{n-1}, A_n\}$$

بنابراین $Card[R(H)] = n$ ، یعنی R رابطه‌ای است از درجه n. حال برمی‌نهیم: $R' = R_i \bowtie R_j$

در لم (۴)، دیدیم که:

$$Card(r') = Card[R_i \bowtie R_j] = n + 2$$

و براساس فرض‌های (۲) و(۳) داریم:

$Card(r) = Card[R' \bowtie R_m] = n+1$

پس R رابطه‌ای است از درجه n و کاردینالیتی n+1 . بعلاوه مقدار هر صفت در n تاپل از R یکسان است، زیرا: در R' (با کاردینالیتی n+2)، مقدار هر صفت از نوع CCA (از جمله A_i و A_j) در n تاپل یکسان است و بعلاوه مقدار هریک از n-2 صفت مشترک در $R_i(H)$ و $R_j(H)$, به عنوان صفات از نوع CCA، در n+1 تاپل از R' یکسان هستند. اما در یکی از این n+1 تاپل، مقدار دو صفت A_i و A_j، به عنوان صفات از نوع FA، وجود دارند و این تاپل همان تاپل حشو است که در پیوند R' با R_m از بین می‌رود (با توجه به فرض (۲))، پس در $R = R_i \bowtie R_j \bowtie R_m$ مقدار هر صفت در n تاپل یکسان است، بنابراین R یک CCR^n است

مثال۳ : رابطه $R(A,B,C,D,E)$ بـه عنـوان یـک CCR^5 را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم:

$L_1 = \{A,B,C,D\}$ و $L_2 = \{A,B,C,E\}$.

داریم:

$$R_1 = \prod_{\langle L_1 \rangle}(R) = R_1(A,B,C,D) = CCR^4$$

$$R_2 = \prod_{\langle L_2 \rangle}(R) = R_2(A,B,C,E) = CCR^4$$

$$L_3 = R_3(H) = \{\{A,B,C,D,E\} - \{A,B,C\}\} = \{D,E\}$$

$$R_3 = \prod_{\langle L_3 \rangle}(R) = CCR^2$$

$$R = R_1 \bowtie R_2 \bowtie R_3$$

که در آن R_3، یک رابطه دوگانی بازسازنده است.

تجزیه رابطه CCR^n

با توجه به قضیه رابطه دوگانی بازسازنده، نتیجه می‌گیریم که هر رابطه CCR^n می‌تواند به دو رابطه CCR^{n-1} و یک رابطه دوگانی تجزیه گردد. با توجه به لم (۲)، دو رابطه CCR^{n-1} در 4NF هستند و روشن است که رابطه دوگانی بازسازنده حداقل در 4NF است (هر رابطه دوگانی که MVD نداشته باشد، حداقل در4NF است. رابطه دوگانی در شرایط خاصی می‌تواند MVD داشته باشد[DATE 04] . آن شرایط در بحث ما وجود ندارد). بعلاوه رابطه دوگانی بازسازنده، وابستگی پیوندی به دو پرتو یگانی‌اش ندارد (شرایط این وابستگی پیوندی در آن وجود ندارد)، بنابراین 5NF هم هست.

بدیهی است که رابطه CCR^{n-1} را نیز به نوبه خود می‌توان به دو رابطه CCR^{n-2} و یک رابطه دوگانی بازسازنده تجزیه کرد. نکته مهم اینکه هرگاه تجزیه رابطه CCR^n را به طور تکراری ادامه دهیم، نهایتا به مجموعه‌ای از پرتوهای دوتایی می‌رسیم که در آن برخی از پرتوها تکراری هستند. باحذف پرتوهای تکراری، مجموعه‌ای از رابطه‌های دوگانی داریم که با پیوند آنها، رابطه CCR^n بدست می‌آید. بنابراین آخرین صورت تجزیه رابطه CCR^n، تجزیه آن به N رابطه دوگانی (BR) متمایز است.

$$R = CCR^n = jD*(BR_i) \mid BR_i = \prod_{\langle A_i, A_j \rangle}(R) \quad ,i \neq j \ \ (i,j \in (1,N))$$

اما باید نشان داد که این مجموعه کامل است. به این معنا که در این مجموعه تمام پرتوهای دوگانی متمایز رابطه R وجود دارند و $N = C_2^n$ است.

قضیه کامل بودن مجموعه پرتوهای دوگانی

اگر $R(A_1, A_2, ..., A_n)$ یک رابطه CCR^n ، B مجموعه همه پرتوهای دوگانی R و $C \subseteq B$ باشد و R یک JD به عناصر C داشته باشد، در این‌صورت: $C = B$.

اثبات:

فرض می‌کنیم که $C \neq B$، به کمک استقرا بر n ثابت می‌کنیم که R یک JD به عناصر B دارد. برمی‌نهیم n=3 . داریم:

$$R = R(A_1, A_2) \bowtie R(A_1, A_3) \bowtie R(A_2, A_3)$$

حال فرض می‌کنیم که حکم برای n-1 ثابت است، ثابت می‌کنیم که حکم برای n هم ثابت است.

بر می‌نهیم: $R_1 = R(A_1, A_2, ..., A_i, ..., A_{n-1})$

$$R_2 = R(A_1, A_2, ..., A_j, ..., A_{n-1})$$

رابطه‌های R_1 و R_2 هریک CCR^{n-1} هستند و بر اساس قضیه RBR داریم:

$$R = R_1 \bowtie R_2 \bowtie R(A_i, A_j)$$

چون حکم را برای n-1 ثابت فرض کرده‌ایم، بنابراین هریک از دو رابطه R_1 و R_2، یک JD به مجموعه کامل پرتوهای دوگانی خود دارند.این مجموعه را D می‌نامیم و داریم:

$$D = B - R(A_i, A_j)$$

حال می‌گوییم:

۱- اگر $C = D$ باشد، عناصر C نمی‌توانند مجموعه کامل پرتوهای یک JD برای R را تشکیل دهند.

۲- اگر $C \subset D$ باشد، در این‌صورت عناصر مجموعه $E = C \cup D$ پرتوهای یک JD از R هستند، زیرا با اضافه کردن پرتوهای دوگانی از B به غیر از $R(A_p, A_q)$ به C و پیوند آنها با هم، باز هم R بدست می‌آید و از طرف دیگر می‌دانیم که با پیوند عناصر E با هم، رابطه $R' = R_1 \bowtie R_2 \neq R$ بدست می‌آید و به تناقض می‌رسیم، پس : $C = B$ و حکم ثابت است □

الگوریتم‌های تجزیه

در قسمت مجموعه پرتوهای دوگانی دیدیم که مجموعه پرتوهای دوگانی یک CCR^n, کامل است و چنین رابطه‌ای در مرحله نهایی به C_2^n رابطه دوگانی تجزیه می‌شود. مجموعه تمام BRها را BRS[16] می‌نامیم. از سوی دیگر، یک CCR^n را می‌توان به دو $(PP)^{n-1}$ (دو CCR^{n-1}) و یک رابطه دوگانی (همان RBR) تجزیه کرد. پس یک CCR^n حداقل به سه رابطه و حداکثر به C_2^n رابطه تجزیه می‌شود. بین این دو حالت، حالات متنوعی از تجزیه وجود دارد. پرتوهای از درجه بزرگتر از دو ممکن است همراه، ناهمراه، هم درجه و یا ناهم‌درجه باشند و در هر مورد می‌توان مجموعه RBRهای لازم را متناسباً بدست آورد. بنابراین طراح پایگاه داده‌ها می‌تواند در مورد تعداد پرتوها و نیز درجه هر پرتو تصمیم‌گیری کند. الگوریتم‌های ارائه شده در ادامه مطلب، تجزیه انعطاف‌پذیر و پویای CCR^n را انجام می‌دهند. اساس این الگوریتم‌ها همان قضیه RBR و نیز قضیه کامل بودن مجموعه BRS است.

الگوریتم مبنایی

روش عادی تجزیه یک CCR^n این است که ابتدا آن‌را به دو رابطه درجه n-1 و به بیان دیگر دو $(PP)^{n-1}$ و یک RBR تجزیه کنیم و سپس در صورت لزوم همین عمل را برای هر رابطه درجه n-1 انجام دهیم تا نهایتاً همان مجموعه BRS بدست آید. الگوریتم مبنایی برای تجزیه یک CCR^n به دو $(PP)^{n-1}$ و یک RBR چنین است (این الگوریتم را B-RR-ALG[17] و یا بطور خلاصه B-RR می‌نامیم):

```
B-RR-ALG:
INPUT: R(A1, A2, ..., An)
OUTPUT: R1(H), R2(H), RBR
 BEGIN
   H := {A1, A2, ..., An};
   Choose distinct Ai, Aj from H;
   L1 := H - Aj;
   L2 := H - Ai;
   R1(H) := L1;
   R2(H) := L2;
   RBR := {Ai, Aj};
END B-RR-ALG
```

البته صفات A_i و A_j می‌توانند توسط طراح به عنوان ورودی داده شوند, در این صورت عمل انتخاب در الگوریتم, انجام نخواهد شد. ضمناً در B-RR عملیات پرتوگیری نوشته نشده‌اند. روشن است که:

$$R_1 = \prod_{\langle L_1 \rangle}(R)\ ,\ R_2 = \prod_{\langle L_2 \rangle}(R)\ ,\ R_3 = \prod_{\langle A_i, A_j \rangle}(R)$$

طراح می‌تواند با آگاهی از قضیه RBR ، بر اساس الگوریتم B-RR عمل کند. می‌توان الگوریتم دیگری ارائه کرد که تعمیم الگوریتم B-RR است.

تعمیم الگوریتم B-RR: الگوریتم G-RR

الگوریتم B-RR را می‌توان تعمیم داد به گونه‌ای که بتوان یک CCR^n را به دو پرتو همراه از درجه K ($3 \le K \le (n-1)$ دو $(PP)^k$) تجزیه و مجموعه RBRهای لازم برای بازسازی رابطه اولیه را تولید کرد.

در این الگوریتم هم مثل الگوریتم B-RR ، فقط روش تولید مجموعه عنوان پرتوها را بیان می‌کنیم بدیهی است با داشتن مجموعه عنوان پرتوها، عملیات پرتوگیری می‌تواند انجام شود. این الگوریتم را G-RR-ALG و یا بطور خلاصه G-RR[18] می‌نامیم.

الگوریتم G-RR چنین است (این الگوریتم مجموعه RBR های لازم برای بازسازی R را تولید می‌کند):

$$
\begin{array}{l}
\boldsymbol{G-RR-ALG:}\\
\boldsymbol{INPUT: R(A_1, A_2, ..., A_n),\ K}\\
\boldsymbol{OUTPUT: R_1(H), R_2(H), RBRSET}\\
\boldsymbol{BEGIN}\\
\boldsymbol{H := \{A_1, A_2, ..., A_n\}}\\
\boldsymbol{Choose\ L_1 \subset H\ and\ L_2 \subset H\ \ such\ That:}\\
\boldsymbol{Card(L_1) = K,\ Card(L_2) = K}\\
\boldsymbol{Card(L_1 \cap L_2) = K-1;}\\
\boldsymbol{L_3 := \{(L_1 - L_2) \cup (L_2 - L_1)\};}\\
\boldsymbol{L_4 := L_1 \cap L_2}\\
\boldsymbol{L_5 =: L_1 \cup L_2}\\
\boldsymbol{L_6 =: H - L_4 - L_3}\\
\boldsymbol{If\ Card\ [L_6] \neq 0\ Then}\\
\boldsymbol{BEGIN}\\
\boldsymbol{L_7 =: L_5 \times L_6}\\
\boldsymbol{If\ Card\ (L_6) > 1\ Then}\\
\boldsymbol{RBRSET := \left\{\begin{array}{l} All\ BRs\ of\ \ L_3 \cup \\ L_7 \cup All\ \ BRs\, of\ L_6 \end{array}\right\}}\\
\quad \boldsymbol{ELSE}\\
\quad \boldsymbol{RBRSET := \{All\ BRs\ of\ \ L_3\} \cup L_7;}\\
\boldsymbol{END}\\
\boldsymbol{END}\\
\boldsymbol{R_1(H) := L_1\ \ ;\ \ R_2(H) := L_2\ \ ;}\\
\boldsymbol{ENG\ \ G-RR-ALG}
\end{array}
$$

در این الگوریتم هم طراح می‌تواند $\boldsymbol{L_1}$ و $\boldsymbol{L_2}$ را مشخص کند و به عنوان ورودی به الگوریتم بدهد، در این صورت نیازی به انتخاب آنها توسط الگوریتم نیست.

مثال۴ :

$$
\begin{array}{l}
\boldsymbol{R(A,B,C,D,E,F),\ k=4}\\
\boldsymbol{L_1 = \{B,C,D,E\}}\\
\boldsymbol{L_2 = \{B,C,D,F\}}\\
\boldsymbol{L_3 = \{E,F\}}\\
\boldsymbol{L_4 = \{B,C,D\}}\\
\boldsymbol{L_5 = \{B,C,D,E,F\}}\\
\boldsymbol{L_6 = \{A\}}\\
\boldsymbol{L_7 = \{AB,AC,AD,AE,AF\}}\\
\boldsymbol{RBRSET := \{AB,AC,AD,AE,AF,EF\}}\\
\boldsymbol{R_1(H) := \{B,C,D,E\}}\\
\boldsymbol{R_2(H) := \{B,C,D,F\}}
\end{array}
$$

تعمیم الگوریتم *G-RR*: الگوریتم $\boldsymbol{G^{+}\!-\!RR}$

الگوریتم G-RR را هم می‌توان تعمیم داد، به نحوی که بتوان یک $\boldsymbol{CCR^{n}}$ را به N پرتو درجه K و دوبه‌دو همراه $(N>2)$ تجزیه کرد و مجموعه RBRهای لازم برای بازسازی رابطه اولیه را تولید کرد. این الگوریتم را $\boldsymbol{G^{+}-RR-ALG}$ و یا بطور خلاصه $\boldsymbol{G^{+}-RR}$ می‌نامیم.

اگر درجه هر پرتو همراه n-1 باشد، طبق لم (۴)، تجزیه به سه پرتو کفایت می‌کند، هرچند تولید بیش از سه پرتو هم امکان‌پذیر است، اما پرتوهای چهارم به بعد نقشی در بازسازی رابطه اولیه ندارند. الگوریتم $\boldsymbol{G^{+}-RR}$ چنین است:

$$
\begin{array}{l}
\boldsymbol{G^{+}-RR-ALG:}\\
\boldsymbol{INPUT: R(A_1, A_2, ..., A_n), K, N}\\
\boldsymbol{OUTPUT: R_1(H), R_2(H), ..., R_N(H), RBRSET}\\
\boldsymbol{BEGIN}\\
\boldsymbol{H := \{A_1, A_2, ..., A_n\};}\\
\boldsymbol{Choose\ L_1 \subset H, L_2 \subset H, ..., L_N \subset H\ \ Such That:}\\
\boldsymbol{Card(L_i) = K, i = 1, ..., N}\\
\boldsymbol{Card(L_1 \cap L_2 \cap ... \cap L_N) = K-1;}\\
\boldsymbol{For\ each\ pair\ of\ distinct\ \ L_k, L_j\ Compute:}\\
\boldsymbol{LJL := \{L_k - L_j\} \cup \{L_j - L_k\};}\\
\boldsymbol{IRBR := \{Union\ of\ \ all\ \ LJLs\};}\\
\boldsymbol{M := L_1 \cup L_2 \cup ... \cup L_N;}\\
\boldsymbol{S := H - M;}\\
\boldsymbol{IF\ card(S) \neq 0\ \ Then}\\
\boldsymbol{BEGIN}\\
\boldsymbol{P := \{M \times S\};\ \ IF\ card(S) > 1\ \ Then}\\
\boldsymbol{RBRSET := P \cup \{All\ BRs\ Of\ S\}}\\
\qquad\qquad \boldsymbol{\cup \{All\ BRs\ Of\ IRBR\}\ \ ;}\\
\quad \boldsymbol{ELSE\ \ RBRSET := \{All\ BRs\ Of\ IRBR\} \cup P;}\\
\boldsymbol{END}\\
\boldsymbol{RBRSET := P \cup \{All\ BRs\ Of\ S\}}\\
\qquad\qquad \boldsymbol{\cup \{All\ BRs\ Of\ IRBR\}\ \ ;}\\
\quad \boldsymbol{ELSE\ \ RBRSET := \{All\ BRs\ Of\ IRBR\} \cup P;}\\
\boldsymbol{END}\\
\boldsymbol{ELSE\ \ RBRSET := \{All\ BRs\ Of\ IRBR\};}\\
\boldsymbol{R_1(H) := L_1;}\\
\boldsymbol{R_2(H) := L_2;}\\
\qquad \vdots\\
\boldsymbol{R_N(H) := L_N;}\\
\boldsymbol{END\ G^{+}-RR-ALG}
\end{array}
$$

در این الگوریتم هم اگر طراح خود $\boldsymbol{L_1, L_2, ..., L_n}$ را در ورودی بدهد، نیازی به دادن K و نیز انتخاب این مجموعه‌ها توسط الگوریتم نخواهد بود.

تعمیم الگوریتم $\boldsymbol{G^{+}\!-\!RR}$: الگوریتم $\boldsymbol{G^{++}\!-\!RR}$

الگوریتم $\boldsymbol{G^{+}-RR}$ را بازهم می‌توان تعمیم داد به نحوی که بتواند یک $\boldsymbol{CCR^{n}}$ را به تعدادی پرتو ناهمراه و ناهم‌درجه تجزیه کند و مجموعه RBRهای لازم برای بازسازی رابطه اولیه را تولید کند. بدیهی است وقتی که طراح تعدادی پرتو ناهمراه و ناهم‌درجه بخواهد، هیچ پرتوی نباید خود پرتوی از پرتو دیگر باشد: اگر $\boldsymbol{R^{K}}$ و $\boldsymbol{R^{j}}$ دو پرتو از $\boldsymbol{CCR^{n}}$ به ترتیب از درجه K و J باشند و J<K در این‌صورت باید: $\boldsymbol{R^{j}(H) \not\subseteq R^{K}(H)}$ باشد، زیرا با وجود پرتو $\boldsymbol{R^{K}}$، دیگر وجود پرتو $\boldsymbol{R^{j}}$ در طراحی توجیه منطقی ندارد.

این الگوریتم را $G^{++}-RR-ALG$ و یا بطور خلاصه $G^{++}-RR$ می نامیم. این الگوریتم چنین است:

```
G++-RR-ALG :
INPUT: R(A1, A2, ..., An), K1, K2, ..., Ki
OUTPUT: R1(H), R2(H), ..., Ri(H), RBRSET
BEGIN
H:{A1, A2, ..., An};
Choose L1 ⊂ H, ..., Li ⊂ H  such That
          : For each pair Lk and Ll
          : Lk ⊄ Ll and Ll ⊄ Lk ;
HBR:={All BRs of H};
For each Li Compute:
BRLI :={All BRs of Li};
MRB:={Union of all BRLIs};
RBRSET :={HRB − MBR};
R1(H) := L1 ;
⋮
Ri(H) := Li ;
END G++-RR-ALG
```

در این الگوریتم هم اگر طراح L_iها را در ورودی بدهد، نیازی به دادن K_iها نیست، و برعکس اگر فقط K_iها را بدهد، الگوریتم خود می‌تواند L_iها را برگزیند.

نتیجه

از این مقاله نتایج زیر بدست می‌آید:

۱. در فرایند طراحی پایگاه داده‌های رابطه‌ای، برای تجزیه یک رابطه دلایل متعددی وجود دارد که نرمال‌ترسازی رابطه تنها یک از آنهاست.

۲. هر پرتو درجه $K\,(2 \le K \le n-1)$ از هر رابطه درجه $n\ \ (n \ge 3)$ و دارای محدودیت چرخشی، $\left(CCR^n\right)$، خود رابطه‌ای است دارای محدودیت چرخشی.

۳. رابطه CCR^n را می‌توان به سه پرتو همراه از درجه $n-1$ تجزیه کرد و هر پرتو خود یک CCR^{n-1} است.

۴. رابطه CCR^n را می‌توان به سه رابطه تجزیه کرد به نحوی دو رابطه، پرتوهای همراه از درجه $n-1$ و یک رابطه از درجه دو است و بطور کلی: رابطه CCR^n را می‌توان به N پرتو همراه، $N \ge 2$ از درجه K، $(3 \le K \le n-1)$ و مجموعه‌ای از رابطه‌های دوگانی بازسازنده تجزیه کرد.

۵. رابطه CCR^n را می‌توان به تعدادی پرتو ناهم‌درجه و مجموعه‌ای از رابطه‌های دوگانی بازسازنده تجزیه کرد.

۶. رابطه CCR^n را می‌توان به C_2^n پرتو دوگانی تجزیه کرد و مجموعه این پرتوها کامل است.

۷. بطور کلی، اگر NJD تعداد JDهای رابطه CCR^n باشد، داریم:

$$3 \le NJD \le C_2^n$$

در آن درجه پرتوها حداکثر n-1 و حداقل دو است

۸. تجزیه رابطه CCR^n می‌تواند کاملاً حالت پویا داشته باشد. طراح پایگاه داده‌ها می‌تواند با توجه دلیل (دلایل) توجیه کننده تجزیه رابطه و متناسب با نیاز سیستم کاربردی و ویژگی‌های آن، در مورد حد تجزیه و حتی درجه هر پرتو تصمیم‌گیری کند. به بیان دیگر تعداد پرتوها و درجه هریک از پرتوها را می‌تواند متناسباً تعیین کند و بدین ترتیب تجزیه‌ای کاملاً پویا و انعطاف‌پذیر داشته باشد.

اگر طراح بخواهد تمام رابطه‌های حاصله 5NF باشند (که بویژه در عمل همیشه لزومی ندارد چنین باشد)، باید رابطه را به C_2^n پرتو دوگانی تجزیه کند. چنانچه دلیل تجزیه، غیر از نرمال‌ترسازی باشد، همیشه لازم نیست که تجزیه تا آخرین مرحله انجام شود.

۹. چنانچه در یک کاربرد، طراح رابطه CCR^n را مثلاً به N رابطه از نوع CCR^i، $i \le n-1$ و N' رابطه RBR تجزیه کند و از دیدگاه کاربردی مستقیماً به RBRها در عملیات‌های موجود در برنامه‌های کاربردی نیاز نباشد، لزومی به ذخیره‌سازی RBRها نیست. می‌توان درست در لحظه‌ای که بازسازی رابطه CCR^n لازم می‌شود، RBR را تولید کرد و در عمل پیوند دخالت داد تا رابطه اولیه بازسازی شود.

۱۰. در هیچیک از این طرزهای تجزیه رابطه CCR^n، محدودیت چرخشی در رابطه‌های حاصل از تجزیه از بین نمی‌رود. (حتی در حالت $n = 3$ که رابطه به سه رابطه CCR^2 تجزیه می‌شود و البته حالت خاص است). بنابراین پرتوهای با درجه سه یا بزرگتر از سه از یک CCR^n کماکان آنومالی رابطه با محدودیت چرخشی را دارند. اگر طراح بخواهد آنومالی موجود در رابطه با محدودیت چرخشی را حذف کند الزاماً باید CCR^n را به C_2^n پرتو دوگانی تجزیه کند.

۱۱. با توجه به نکته قبل، می‌بینیم که تجزیه CCR^n به هر طرز که باشد, به خاطر نرمال‌ترسازی آن و کاهش

میزان افزونگی، لزوماً قابل توجیه نیست، زیرا حداقل یکی از مزایای مهم‌تر نرمال‌ترسازی که کاهش افزونگی است، از این تجزیه حاصل نمی‌شود. درواقع هرچند رابطه‌های دوگانی حاصل از تجزیه نهایی CCR^n (به تعداد C_2^n پرتو دوگانی) در 5NF هستند (شرایط مطرح در [17] 5NF نبودن رابطه درجه دو، در پرتوهای دوگانی حاصل از تجزیه وجود ندارد)، اما این نرمال‌ترسازی رابطه CCR^n که در 4NF است به مجموعه‌ای از رابطه‌های 5NF ، نه تنها افزونگی را در مجموع کاهش نمی‌دهد، بلکه آنرا افزایش هم می‌دهد.

خلاصه

در موضوع ماهیت رابطه‌های 4NF و نا 5NF کار تئوریک قابل ملاحظه‌ای انجام نشده است. ما در این مقاله، موضوع رابطه با محدودیت چرخشی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این بررسی ابتدا دلایل تجزیه یک رابطه را در فرایند طراحی پایگاه داده‌ها برشمردیم و دیدیم که نرمال‌ترسازی، تنها دلیل تجزیه رابطه نیست. سپس خصوصیات این نوع رابطه را با طرح چند لم مورد تحلیل قرار دادیم و پس از دو قضیه، الگوریتم‌های تجزیه انعطافپذیر رابطه با محدودیت چرخشی را ارائه کرده‌ایم. البته در این مقاله فعلاً به مدل ساده این‌گونه رابطه‌ها پرداخته‌ایم. ما فکر می‌کنیم که رابطه‌های دارای محدودیت چرخشی، می‌توانند مدل‌های پیچیده‌تری هم داشته باشند. پژوهش ما در این زمینه ادامه دارد.

مراجع

1 - Arenes, M. and Libkin, L. (2005). “An information theoretic approach to normal form for relational and XML data. ” *J. ACM,* Vol. 52, No. 2.

2 - Beeri, C. et al. (1983). “On the desirability of acyclic database schemas.” *J. CAN*, Vol. 30, No.3.

3 - Date, C. J. (1997). “The normal is so . . . interesting.” *DBP & D10,* No s. 11-12.

4 - Date, C. J. (1998). “What is normal, anyway?” *DBP & D11,* No.3.

5 - Date, C. J. (1998). “Normalization is no panacea.” *DBP & D11*, No.3.

6 - Date, C. J. (1998). “The final normal form.” *DBP & D11*, No s. 1-2.

7 - Fagin, R. (1977). “Multivalued dependencies and a new normal form for relational databases.” *ACM Trans. On Database system,* Vol. 2, No. 3.

8 - Fagin, R. (1979). “Normal forms and relational database operators.” *Proc. ACM SIGMOD set. Conf. On Management of Data,* Boston.

9 - Fagin, R. (1981). “Normal form for relational databases that is based on domains and keys.” *ACM Trans. On database system,* Vol.6, No.3.

10 - Gyssens, M. (1985). “Embedded join dependencies as a tool for decomposing full join dependencies.” *ACM*.

11 - Gyssens, M. (1986). “On the complexity of join dependencies." *ACM trans. On database systems*, Vol. 11, No. 1.

12 - Gyssens, M. (1994). “On the decomposition of join Dependencies.” *ACM*.

13 - Vincent, M. W. (1997). “A corrected 5NF definition for relational database design.” *Theor. Computer. Science*.

14 - Vincent, M. W. (1998). *Redundancy elimination and a new normal form for relational 4- database design*. Springer_Verlag LNCS, No.1358.

15 - Vincent, M. W. (1999). “Semantic foundations of 4NF in Relational database design.” *Acta Informatica,* Vol. 36, No. 3.

16 - Connolly, T. and Begg, C. (2003). Database *Systems*, 3*d* ed. , Addison – Wesley.

17 - Date, C. J. (2004*). An Introduction to Database Systems,* 8*th* ed.، Addison – Wesley.

18 - Elmasri, R. and Navathe, S. B. (2003). *Fundamentals of Database Systems*, 3*d* ed., Addison – Wesley.

19 - Silberschatz, A. et al. (2005). *Database System Concepts*, 4*th* ed.، McGraw-Hill.

20 - Vincent, M. W. (1994). *The semantic justification for normal forms in relational database design,* Ph.D. thesis, Monark University.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1 - Join Dependency (JD)
2 - Project
3 - Superkey
4 - Micro real world
5 - Cyclic Constraint (CC)
6 - Hidden Data
7 - Nullvalue
8 - Binary Domain (BD)
9 - Cyclically Constrained Relation (CCR)
10 - Cyclically Constrained Attribute
11 - Free Attribute (FA)
12 - All – key
13 - Multivalued Dependency
14 - Partner Project (PP)
15 - Reconstructor Binary Relation (RBR)
16 - Binary Relations Set
17 - Basic Reconstructor Relation Algorithm
18 - Generalized RR