مدل کنترل موجودی مرور دایم برای اقلام فاسد شدنی در حالت بدون کمبود با تقاضای احتمالی و امکان تسریع در سفارش

فریبرز جولای
دانشیار گروه مهندسی صنایع- پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
مسعود ربانی
دانشیار گروه مهندسی صنایع- پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
محبوبه هنرور
فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
(تاریخ دریافت ۸۴/۶/۹، تاریخ تصویب ۸۴/۹/۲۶)

چکیده
در این مقاله یک مدل کنترل موجودی با سیاست مرور دایم، برای اقلام فاسدپذیر در شرایطی که تقاضا احتمالی است و کمبود مجاز نمی باشد ارایه شده است. همچنین مدت زمان تحویل قطعی فرض شده است، ولیکن با پرداخت هزینه ای متناظر با طول مدت زمان دلخواه قابل کاهش است. ابتدا مدل ریاضی مساله توسعه داده شده و سپس با کمک یک مثال عددی اعتبارسنجی و آنالیز حساسیت در مورد آن صورت پذیرفته است.

واژه های کلیدی: موجودی اقلام فاسد پذیر، سیاست بازنگری پیوسته، مدت زمان تحویل قابل کنترل

مقدمه
اهمیت نگهداری موجودی در سیستمهای تولید و فروش و بالا بودن هزینه های ناشی از نگهداری موجودیها، اعم از مواد اولیه، قطعات نیمه ساخته و یا محصول نهایی باعث گردیده تعداد زیادی از محققان به بررسی و آنالیز مدلهای گوناگون کنترل موجودی و تولید بپردازند. معمولا در این بررسی ها سیستم موجودی بدون در نظر گیری اثرات فاسد شدن کالا تحلیل می شود، اما چنانچه نرخ فاسد شدن قابل توجه باشد نمی‌توان از اثرات آن بر مدل چشم پوشی کرد. نمونه هایی از کاربرد مدل های اقلام فاسد پذیر در مقالات[۱،۲] آورده شده است.

oyal, Giri [۳] مروری بر مقالات مختلفی که توابع گوناگون فاسد شدن کالا را بررسی نموده اند داشته اند. برای اولین بار بحث فاسد شدن کالا را Whitin, Wagner [۴] مطرح نمودند.

Misra [۵] اولین مدل اندازه انباشته تولید اقتصادی را با حالت نرخ ثابت و متغیر زوال ارایه کرد. Jaiswal,Shah [۶] به فرضیات آنها حالت کمبود را اضافه کردند. Adrijit [۷] مدل موجودی را برای حالتی که تقاضا روند خطی دارد به دست آورد. در مدل او کمبود مجاز و زوال کالا با نرخ ثابت θ در نظر گرفته شده بود. تقاضای روند دار توسط Hariga [۸] با فرض نرخ تقاضا نمایی و Wee [۹] با اضافه کردن فرض کمبود به آن و Skouri,Papachristos [۱۰] با در نظر گرفتن تابع محدب لگاریتمی(Log concave) برای تقاضا و فرض کمبود جزیی مطالعه شده است. حالات دیگری نیز از مدل های اقلام فاسد پذیر با نرخ زوال ثابت در نظر گرفته شده است. از جمله آنها حالتی است که تقاضا وابسته به سطح موجودی فرض میشود Chung et.al [۱۱].

Shah, Jaiswal [۱۲] مدل اقلام فاسدپذیر در حالت مرور دوره ای و تقاضای احتمالی را بررسی نمودند که تقاضا از توزیع یکنواخت پیروی کرده و کمبود مجاز نمی باشد. همچنین تابع هزینه برابر با جمع مقدار مورد انتظار هزینه سفارش دهی و نگهداری و فاسد شدن می باشد و تغییرات سطح موجودی در انبار خطی در نظر گرفته شده

است. در مقاله ای دیگر Shah,jaiswal [۱۳] حالت کمبود را به مدل قبلی اضافه کردند. مدل موجودی در حالت تقاضای احتمالی برای اقلام فاسدپذیر با فرض وجود دو انبار توسط Pakkala,Achary [۱۴] بررسی شده است. نرخ تولید در تحقیق آنها محدود و کمبود نیز مجاز میباشد.

در تمامی تحقیقات فوق مدت زمان تحویل صفر در نظر گرفته شده است به عبارت دیگر سفارش به صورت آنی و درست در لحظه بعد از انجام سفارش وارد انبار می شود. در نظر گرفتن مدت تحویل به عنوان یک متغیر تصمیم سابقه ای کوتاه دارد. در اغلب مدلهای موجودی مدت تحویل را به عنوان یک پارامتر از پیش تعیین شده چه احتمالی و چه قطعی در نظر می گیرند و آن را قابل کنترل و تصمیم گیری نمی دانند. اما در مواقع زیادی مدت تحویل قابل کنترل است. شروع کار جدی در این زمینه به سال ۱۹۹۰ بر می گردد. Liao , Shyu [۱۵] با دید کنترل پذیر بودن مدت تحویل، مدلی با تقاضای پواسون توسعه دادند. در سال ۱۹۹۴ Ben Daya, Raouf [۱۶] دو پارامتر مقدار سفارش اقتصادی و مدت تحویل را به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفتند. Ouyang,et.al [۱۷] با در نظر گیری هزینه کمبود، توزیع نرمال برای تقاضا در مدت تحویل و فروش از دست رفته، مدل های قبلی را توسعه دادند. در مقاله آنها هزینه تقلیل به صورت خطی با مدت تحویل رابطه دارد. Bookbinder, Cakanyildirim [۱۸] مدل موجودی مرور دایم را در حالتی در نظر گرفتند که مدت زمان تحویل تصادفی می باشد و با استفاده از فاکتور تسریع τ می توان مقدار آن را از T به $\tilde{T}=\tau T$ کاهش داد به طوری که $\tau<1$. در نتیجه تابع هزینه مدل شامل هزینه کاهش مدت زمان تحویل نیز می باشد که آنها این هزینه را تابع نزولی بر اساس τ فرض کرده اند. Ryu, Lee [۱۹] سیتم مرور دایم برای انبار با دو منبع سفارش را بررسی کردند. فرضیات آنها مشابه فرضیات [۱۸] بود و برای هر دو منبع دو تابع هزینه جداگانه تسریع در سفارش را در نظر گرفتند. Duran, et al [۲۰] نیز در مدل خود مدت زمان تحویل را به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفت به طوری که در مدل او لید تایم از دو قسمت تشکیل شده: یک قسمت ثابت T و قسمت دیگر که می تواند T_e یا T_a باشد و T_a بزرگتر از T_e می باشد. در مدل آنها هنگامی که موجودی خالص در انبار به نقطه r می رسد مقدار سفارش Q داده می شود. اگر موجودی در دست در زمان T کمتر از r_e باشد رسیدن سفارش به انبار با صرف هزینه ای تسریع می شود و لیدتایم برابر می شود با: $L=T+T_e$

البته در این مقالات [۱۵،۱۶،۱۷،۱۸،۱۹،۲۰] فاسد شدن اقلام در نظر گرفته نشده و مدلها برای سیستمهای موجودی معمولی حل شده است.

مقاله حاضر به ارایه اولین مدل ارایه شده برای اقلام فاسدپذیر با تقاضای احتمالی و مدت زمان تحویل قطعی و قابل کنترل میپردازد. در ابتدا فرضیات مساله و نمادهای مورد استفاده در آن ارایه شده و در بخش سوم به ارایه مدل مساله پرداخته شده است. در بخش چهارم با استفاده از حل عددی تحلیل حساسیت مدل انجام شده و بخش پنجم به نتیجه گیری تخصیص داده شده است.

فرضیات و نمادها

فرضیات مساله مورد نظر عبارتند از:

- نرخ تقاضا در واحد زمان از تابع توزیع یکنواخت بین a و b پیروی می کند
- فاسد شدن اقلام بلافاصله بعد از وارد شدن آنها به سیستم شروع می شود.
- نرخ فاسد شدن ثابت و برابر θ می باشد
- جایگزین نمودن و یا تعمیر اقلام فاسد شده مجاز نمی باشد
- نرخ تولید نامحدود می باشد.
- مدت زمان تحویل به صورت قطعی و ثابت می باشد.
- کمبود کالا مجاز نمی باشد
- سیاست مرور دایم در نظر گرفته شده است و هنگامی که سطح موجودی به مقدار r رسید مقدار Q واحد سفارش داده می شود [۱۸،۱۹،۲۰] .

سفارشات با یکدیگر تقاطع ندارند به این معنی که سفارشی که زودتر از سفارش دیگر داده شده زودتر از آن هم می رسد در نتیجه در هر لحظه حداکثر یک سفارش در راه داریم.

با در نظر گیری این سیاست و با توجه به اینکه تقاضا احتمالی می باشد ممکن است که سطح موجودی بعد از رسیدن سفارش پایین تر از نقطه سفارش دهی شود. برای غلبه بر این مشکل دو راه حل پیش نهاد می شود[۱۹]:

۱- با صرف هزینه ثابتی سفارشی که در راه است به صورت آنی وارد انبار شود
۲- اگر احتمال این اتفاق کم باشد، می توان از آن صرفنظر کرد

در این مقاله، روش اول با توجه به اینکه دقیقتر بوده و نیز محاسبه احتمال وقوع حالت از قبل میسر نیست انتخاب شده است.

از نمادهای زیر در تشریح و حل مدل استفاده گردیده است.

t شاخص زمان می باشد ($t>0$)

x نرخ تقاضا در واحد زمان

θ نرخ ثابت زوال

Q اندازه انباشته اقتصادی

L مدت زمان تحویل

Tx طول دوره به ازای نرخ تقاضای x، که از زمانی که سطح موجودی برابر با r است شروع شده و تا زمانی که دوباره سطح انبار به r برسد ادامه می یابد.

$f(x)$ تابع چگالی نرخ تقاضا است که از تابع توزیع یکنواخت بین a و b پیروی می کند به طوری که :

$$f(x)=\frac{1}{b-a} \qquad a<x<b$$

a و b حد بالا و پایین نرخ تقاضا می باشند و مقادیر مثبت را به خود اختصاص دارند

r سطح سفارش دهی

A هزینه ثابت سفارش دهی در هر دوره

C_h هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان

C_d هزینه فاسد شدن واحد کالا

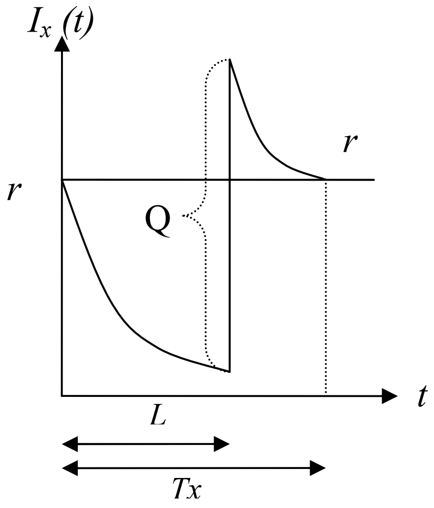
C_e هزینه کاهش مدت زمان تحویل به ازای هر واحد زمانی

$I_x(t)$ سطح موجودی در زمان t به ازای نرخ تقاضای x

P_x مقدار کالایی که در طول دوره فاسد می شود

مدل مساله

با فرض اینکه نرخ تقاضا در واحد زمان x می باشد تغییرات سطح موجودی به ازای یک x معلوم به صورت شکل (۱) نشان داده می شود:



شکل ۱: تغییرات سطح موجودی نسبت به زمان.

در زمان $t=0$ مقدار Q واحد سفارش داده می شود و فرض شده که سطح موجودی در آن لحظه r می باشد. سپس بعد از مدت زمان L، سفارش وارد انبار می شود و تا زمان Tx که طول دوره می باشد سطح آن مجددا به r می رسد. در نتیجه معادلات دیفرانسیل برای زمان $0\le t<L$ به صورت زیر می شود:

$$\frac{dI_x(t)}{dt}+\theta I(t)=-x \tag{۱}$$

حل معادلات فوق با داشتن $I_x(0)=r$ عبارت است از:

$$I_x(t)=(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta t}-\frac{x}{\theta} \tag{۲}$$

از آنجایی که در این مدل کمبود مجاز نمی باشد در نتیجه سطح موجودی در زمان قبل از رسیدن سفارش می بایست مقدار مثبتی باشد:

$$I_x(L^-)\ge 0 \tag{۳}$$

با توجه به شرط فوق داریم:

$$(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta L}-\frac{x}{\theta}\ \ge 0$$

و یا

$$r\ge\frac{x}{\theta}(e^{\theta L}-1) \tag{۴}$$

و با توجه به اینکه حداکثر مقدار x برابر با b می باشد مقدار r برای جلوگیری از رخ دادن کمبود در مدت زمان تحویل برابر است با:

$$r=\frac{b}{\theta}(e^{\theta L}-1)$$

(۵)

از آنجایی که سفارش در طی زمان L می رسد بنابراین مقدار سطح موجودی پس از رسیدن سفارش به صورت زیر محاسبه می شود:

$$I_x(L^+)=(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta L}-\frac{x}{\theta}+Q$$

(۶)

و معادله دیفرانسیل برای زمان $L\le t\le T_x$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$I_x(L^+)=(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta L}-\frac{x}{\theta}+Q$$

$$\frac{dI_x(t)}{dt}+\theta I(t)=-x$$

(۷)

با حل معادله فوق مقدار سطح موجودی به صورت زیر در می آید:

$$I_x(t)=(r+\frac{x}{\theta}+Qe^{\theta L})e^{-\theta t}-\frac{x}{\theta}$$
$$L\le t\le T_x$$

(۸)

و از آنجایی که در زمان Tx سطح موجودی به مقدار r رسیده است بنابر این:

$$I_x(T)=r$$

(۹)

و یا

$$r=(r+\frac{x}{\theta}+Qe^{\theta L})e^{-\theta T}-\frac{x}{\theta}$$

بنابر این از معادله فوق می توان مقدار T به ازای x را به دست آورد:

$$T_x=\frac{1}{\theta}\ln\frac{r+\frac{x}{\theta}+Qe^{\theta L}}{r+\frac{x}{\theta}}$$

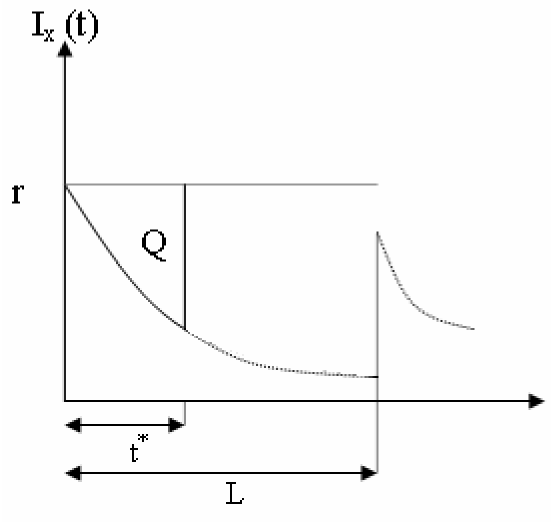
(۱۰)

اگر مقدار سطح موجودی بعد از رسیدن سفارش کمتر از r باشد روابط زیر بر قرار خواهد بود:

$$(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta t}-\frac{x}{\theta}+Q-r\le 0$$
$$or\quad x>-r-\frac{Q\theta}{e^{-\theta L}-1}$$

(۱۱)

و روند تغییرات سطح موجودی در انبار مطابق با خطوط نقطه چین در شکل (۲) خواهد بود.



شکل ۲ : تغییرات سطح موجودی نسبت به زمان در هنگام تسریع سفارش.

برای جلوگیری از کمتر شدن سطح موجودی از r هزینه تسریع در ارسال سفارش به ازای هر واحد زمانی صرف می شود تا سفارش زودتر از زمان L وارد انبار شود. حداقل مقدار زمان تسریع برابر زمانی است که سطح موجودی به اضافه سفارش در راه برابر با r شود:

$$(r+\frac{x}{\theta})e^{-\theta t}-\frac{x}{\theta}+Q-r=0$$
$$or\quad t^*=\frac{1}{\theta}ln(\frac{r+\frac{x}{\theta}}{r-Q+\frac{x}{\theta}})$$

(۱۲)

در این حالت روند تغییرات سطح موجودی در انبار مطابق با خطوط پر در شکل (۲) خواهد بود. بنابراین از آنجاییکه سطح موجودی در زمان t^* مجددا برابر با r شده است زمان سیکل برابر با t^* خواهد بود و در این زمان دوباره به مقدار Q واحد سفارش می دهیم با کمک نتایج بدست آمده تا این مرحله میتوان به ساخت تابع هزینه اقدام کرد. تابع هزینه شامل هزینه های فاسد شدن،

هزینه سفارش دهی و هزینه نگهداری می باشد.

P_x مقدار کالایی که فاسد شده است را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\begin{cases} P_{1x}=Q-xT_x & X>S \\ P_{2x}=Q-xt^* & X<S \end{cases}$$

(۱۳)

که در آن مطابق رابطه (۱۱)، S برابر است با $\min(a,-r-\frac{Q\theta}{e^{-\theta l}-1})$ و P_{1x} مقدار کالای فاسد شده در دوره ای است که تسریع در سفارش در آن دوره وجود ندارد و P_{2x} مقدار کالای فاسد شده در دوره ای است که تسریع در سفارش در آن دوره وجود دارد.

در نتیجه مقدار متوسط کالایی که فاسد می شود برابر است با :

$$I_x P=\int_a^s P_{1x} f(x)dx+\int_s^b P_{2x} f(x)dx$$

(۱۴)

مقدار موجودی نگهداری شده در طول دوره می باشد و برابر است با:

$$I_x=\int_0^T I_x(t)dt=\int_0^{l^-} I_x(t)dt+\int_{l^+}^T I_x(t)dt$$

(۱۵)

از رابطه ۱۵ می توان نشان داد که

$$p_x=\theta I_x$$

(۱۶)

در نتیجه مقدار متوسط موجودی نگهداری شده در انبار برابر است با

$$\bar{I}=\frac{1}{\theta}p$$

(۱۷)

همچنین مقدار متوسط هزینه تسریع برابر است با:

$$E=\int_S^b C_e(L-t^*)f(x)dx$$

(۱۸)

و مقدار متوسط زمان سیکل از رابطه زیر به دست خواهد آمد:

$$\int_a^S T_x f(x)dx+\int_S^b t^* f(x)dx$$

(۱۹)

همانطور که قبلا نیز ذکر شد فرض شده که در زمان $t=0$ مقدار r واحد کالا در سیستم موجود می باشد. در این زمان سفارشی به اندازه Q واحد داده می شود که در زمان L یا زودتر (هنگامی که تسریع در رسیدن سفارش داریم) می رسد. از مقدار موجودی در دست مطابق با تقاضا و نرخ ثابت فاسد شدن کاسته می شود تا اینکه دوباره سطح موجودی در دست به مقدار r برسد. در این زمان سیکل جدید شروع می شود.

اگر فرض کنیم که T_i زمان بین سیکل i ام و $(i+1)$ام باشد و $S_n=\sum_{i=1}^{n} T_i$ آنگاه با توجه به اینکه نرخ تقاضا مستقل از زمان می باشد و فاسد شدن کالا در هر سیکل نیز تنها به سطح موجودی همان سیکل وابسته است نتیجه می گیریم که T_i ها متغیر های تصادفی مستقل از هم می باشند و همچنین $S=\{S_n,n=1,...\}$ یک فرایند تجدید پذیر را تشکیل می دهد.

با استفاده از نتایج حاصل از تئوری فرایند تجدیدپذیر [۲۱] می توان تابع هزینه در واحد زمان را به صورت زیر نوشت :

$$TCU=\frac{E(\text{cost in first cycle})}{E(\text{length of the cycle})}$$

بنابر این با توجه به روابط به دست آمده:

$$TCU=\frac{A+C_dP+C_h\bar{I}+E}{T}$$

(۲۰)

هدف از مدل فوق مینمم کردن مقدار تابع فوق به ازای Q می باشد که هر یک از اجزای آن به صورت جداگانه در این مقاله محاسبه شد. برای حل مدل های بهینه سازی بدون محدودیت ابتدا محدب بودن مدل با استفاده از ماتریس هسیان ثابت شده و سپس با مساوی قرار دادن مشتق اول تابع هزینه نسبت به متغیر مورد نظر برابر با صفر و حل آن مقدار بهینه محاسبه می شود. در این مدل به علت پیچیده بودن ماتریس هسیان و مشتق درجه اول تابع هزینه با استفاده از حل عددی و رسم تابع به تجزیه و تحلیل مدل پرداخته شده است [۱۹،۱۴].

حل عددی و تحلیل حساسیت

برای یافتن نقطه بهینه تابع هزینه فوق، برنامه کامپیوتری با استفاده از نرم افزار Matlab تهیه شده است. جهت ارزیابی مدل، یک مثال عددی ارایه شده است و

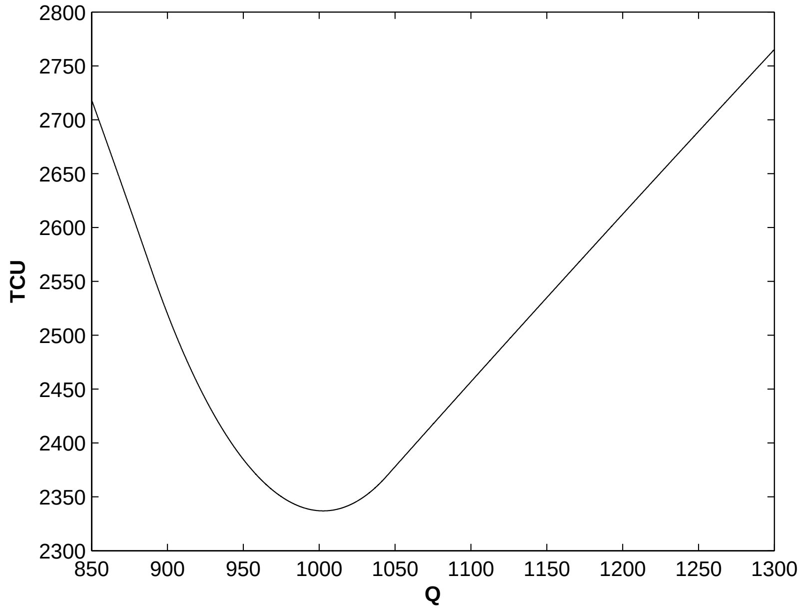
سپس به منظور بررسی اثر تغییرات پارامترهای مختلف بر جواب بهینه تحلیل حساسیت انجام شده است.

مثال: فرض کنید نرخ خرابی مقدار ثابت ۰٫۰۵ را داشته باشد($\theta = 0.05$) و نرخ تقاضا از تابع توزیع یکنواخت بین ۵ و ۱۵ پیروی کند به طوری که :

$$f(x) = \frac{1}{10} \quad 5 < x < 15$$

هزینه های سیستم به شرح زیر می باشند:
Ce=10 C_d=0.5 و C_h=5 و L=30 و A=200
مقادیر Q و TC بهینه به دست آمده عبارتند از:
Q=1002.6 و TCU=2337.

شکل (۳) تابع هزینه بر حسب Q را نشان میدهد. همانطور که از شکل پیدا است تابع هزینه محدب و در یک نقطه مینمم دارد.



شکل ۳ : تابع هزینه واحد بر حسب مقدار سفارش دهی Q

جدول ۱ : تحلیل حساسیت بر روی مقدار Q و TCU با توجه به تغییر پارامترها.

پارامترها		درصد تغییر در پارامتر نسبت به مقادیر مساله اولیه				
		-50	-20	0	20	50
θ	Q'/Q	0.580	0.813	1	1.227	1.672
	TCU'/TCU	0.822	0.915	1	1.106	1.313
Ce	Q'/Q	0.999	0.999	1	0.999	0.999
	TCU'/TCU	0.999	0.999	1	1	1.001
C_h	Q'/Q	1.0003	1.0003	1	0.999	0.999
	TCU'/TCU	0.504	0.802	1	1.198	1.496
C_d	Q'/Q	1.0001	1.0001	1	1.0001	1.0001
	TCU'/TCU	0.997	0.999	1	1.001	1.002
L	Q'/Q	0.293	0.650	1	1.472	2.508
	TCU'/TCU	0.416	0.734	1	1.324	1.963

برای تحلیل حساسیت مدل، مساله برای حالات مختلف پارامترهای آن مجددا حل شده و هزینه به دست آمده TC' و مقادیر Q' را با مقادیرمتناظر در مساله اولیه مقایسه شده اند. نتایج به طور خلاصه در جدول (۱) آمده است.

از جدول مشاهده می شود:

۱. با اضافه شدن θ مقدار تابع هدف ومقدار Q افزایش می یابد. چون مقدار بیشتری کالا فاسد می شود.

۲. مساله نسبت به پارامترهای L و θحساسیت بیشتری دارد. لذا بهتر است در هنگام تخمین این پارامترها جهت کنترل موجودی دقت بیشتری به عمل بیاید.

۳. مساله نسبت به پارامترهای C_e و C_d حساسیت نداشته و مقدار هزینه کل نسبت به پارامتر C_h حساس می باشد.

نتیجه گیری

در این مقاله مدل جدیدی برای اقلام فاسد پذیر در حالت بازنگری پیوسته ارایه شده است. ویژگی اصلی مقاله در وارد کردن حالت احتمالی به تقاضا و در نظر گیری زمان تاخیر در مدل می باشد. به علت پیچیدگی معادله، تابع هزینه، اثبات محدب بودن تابع هدف و پیدا کردن حل بسته برای آن بسیار مشکل می باشد. در نتیجه با یک مثال عددی به تشریح حل مدل پرداخته شده است.

زمینه های تحقیقاتی آتی عبارتند از در نظر گرفتن توابـع احتمالی دیگر برای تقاضا، وارد کردن ارزش زمانی پول در مدل و وابسته کردن نرخ θ به زمان.

مراجع

1 - Nahmias, S. (1982). "Perishable inventory theory: A review." *Operations Research*, Vol. 30, No.3, PP.680-708.

2 - Raafat, F. (1991). "Survey of literature on continuously deteriorating inventory model." *Journal of the Operational Research Society,* Vol. 42, No. 1991, PP.27-37.

3 - Goyal, S. K. and Giri, B. C. (2001). "Recent trends in modeling of deteriorating inventory." *European Journal of Operational Research,* Vol. 134, No. 1, PP.1-16.

4 - Whitin, T. M. and Wagner, H. M. (1958). "Dynamic version of the economic lot size model." *Management Science,* Vol. 5, No. 1, PP. 89-96.

5 - Misra, R. B. (1975). "Optimum production lot size model for a system with deteriorating inventory." *International Journal of Production Research*, Vol. 13, No. 2, PP.495-505.

6 - Shah, Y. K. and Jiaswal, M. C. (1976). "A lot size model for exponentially deteriorating inventory with finite production rate." *Gujarat Statist. Rev.,* Vol. 3, No. 1, PP.1-13.

7 - Adrijit, G. and Chaudhuri, K. S. (1991). "An EOQ model for deteriorating items with shortages and a linear trend in demand." *Journal Operational Research Society,* Vol. 49, PP.1105-1110.

8 - Hariga, Moncer A. and Benkherouf, L. (1994). "Optimal and heuristic inventory replenishment models for deteriorating items with exponential time varying demand." *European Journal of Operational Research,* Vol. 79, No. 1, PP.123-137.

9 - Wee, Hui-Ming. (1995). "A deterministic lot size inventory model for deteriorating items with shortage and a declining market." *Computers & Operations Research*, Vol. 22, No. 3, PP.345-356.

10 - Skouri, K. and Papachristos, S. (2002) "A continuous review inventory model with deteriorating items time varying demand, linear replenishment cast, partially time varying backlogging." *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 26, No. 5, PP.603-617.

11- Chung, K. J., Chu, P. and Pinglan, S. (2000). “A note on EOQ models for deteriorating items under stack dependent selling rate.” *European Journal of Operational Research*, Vol. 124, No. 3, PP. 550-559.

12 - Shah, Y. K. and Jiaswal, M. C. (1977). “A periodic review inventory model for items that deteriorate continuously in time.” *International Journal Production Research,* Vol. 15, No. 1, PP. 179-190.

13 - Shah, Y. K. and Jaiswal, M. C. (1977). “An order level inventory model for a system with constant rate of deterioration.” *OpSearch,* Vol. 14, No. 1, PP.174-184.

14 - Pakkala, T. P. M. and Achary, K. K. (1991). “A two warehouse probabilistic order level inventory model for deteriorating item.” *Journal of Operational Research Society*, Vol. 42, PP.1117-1122.

15 - Liao, C. J. and Shyu, G. H. (1991). “An analytical determination of lead time with normal demand.” *International Journal Production Management,* Vol. 11, No. 1, PP.72-78.

16 - Ben_Daya, M. and Raouf, A. (1994). “Inventory models involving lead time as decision variable.” *Journal of Operational Research Society,* Vol. 45, No. 2, PP. 579-582.

17 - Ouyang, L. Y., Yeh, N. C. and Wu, K. S. (1996). “Mixture inventory model with backorders and lost sales for variable lead time.” *Journal of Operational Research Society,* Vol. 47, No. 3, PP. 829-832.

18 - Bookbinder, J. H. and Cakanyildirim, M. (1999). “Random lead times and expedited orders in (Q,r) inventory systems.” *European Journal of Operational Research,* Vol. 115, No. 2, PP. 300-313.

19 - Ryu, S. W. and Lee, K. K. (2003). “A stochastic inventory modelof dualsourced supply chain with lead-time reduction.” *Int. J. Production Economics*, Vol. 81–82, PP.513–524.

20 - Duran, A., Gutierrez, G. and Zequeira, R. I. (2004). “A continuous review inventorymodel with order expediting.” *Int. J. Production Economics,* Vol. 87, No. 2, PP.157–169.

21 - Ross, Sheldon M. (1970). *Applied Probability Models With Optimization Applications*, Holden Day, Inc.