حل مسئله زمانبندی جریان کارگاهی در حالت زمان فرآیند غیر قطعی و موعد تحویل احتمالی با استفاده از تئوری امکان و منطق فازی

رضا توکلی مقدم
دانشیار گروه مهندسی صنایع – پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
جعفر رزمی
استادیار گروه مهندسی صنایع – پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
فریبرز جولای
دانشیار گروه مهندسی صنایع – پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران
محمد صفاری
دانشجوی دکترای مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی شریف

(تاریخ دریافت ۸۴/۳/۲۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۵/۲/۲۴، تاریخ تصویب۸۵/۴/۳)

چکیده

در این مقاله مدل زمانبندی جریان کارگاهی با m ماشین و n کار در حالت احتمالی و غیر قطعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمانهای فرآیند غیر قطعی هستند. بنابراین زمان فرآیند هر کار روی هر ماشین یک مجموعه فازی است که نشان دهنده توزیع امکان زمان آن فرآیند است. و موعد تحویل برای زمان اتمام کل کارها متغیری تصادفی است. در اغلب مدلهای زمانبندی جریان کارگاهی قطعی هدف یافتن توالی است که زمان تکمیل آخرین کار روی آخرین ماشین یعنی طول برنامه زمانبندی را کمینه کند. معیار دیگر دیرکرد و یا جریمه دیرکرد است. در مدلهای احتمالی دو معیار متناظر عبارتند از میانگین یا مقدار مورد انتظار برای طول برنامه زمانبندی و احتمال دیرکرد و یا امید ریاضی جریمه دیرکرد در این مدلها برآورد معیار یک چالش جدی است. در این مقاله روشی ریاضی برای برآورد معیار احتمال واقعه فازی دیرکرد در مدل غیر قطعی و احتمالی، به کمک منطق فازی و تئوری امکان ارایه شده است. سپس با روشی ابتکاری جواب نزدیک بهینه بدست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: زمانبدی جریان کارگاهی در حالت احتمالی و غیر قطعی، منطق فازی، تئوری امکان

مقدمه

مدل‌های جریان کارگاهی[1] ابزار کارآمدی برای مدیریت هستند. آنها برای مدل کردن بسیاری از فرآیندهای خدماتی و تولیدی به کار می‌روند. سیستم‌های تولید پیوسته نمونه‌هایی از این فرآیندها می‌باشند. در مدل‌های کارگاه با جریان در حالت نرمال بیش از یک مرکز تولید یا خدمت وجود دارد. هر کار با رفتن روی ماشین ۱ شروع می‌کند و سپس به سوی ماشین ۲ می‌رود و به همین ترتیب تا آنکه کار روی آن، با ترک آخرین ماشین روی خط به پایان برسد. در مدل کارگاه با جریان کار ماشینها به صورت سری قرار می‌گیرند و توالی قرارگیری ماشین‌ها ثابت است.

هدف اصلی در این مدل یافتن توالی کارها برای انجام فرایند است به طوری که طول برنامه زمانبندی[2] حداقل شود. هر چند در این مدل می‌توان اهداف دیگری را نیز دنبال کرد، برای مثال حداقل کردن مجموع یا تعداد تاخیرها، با توجه به اینکه هر یک از کارها یک موعد تحویل دارند.

برای هر ماشین یک رابطه یک به یک بین توالی کار و جایگشت اندیس‌های کار ۱،۲،...،n وجود دارد بنابراین برای هر ماشین $n!$ جایگشت مختلف وجود خواهد داشت. با فرض یکسان بودن توالی کارها برای همه ماشین‌ها تعداد کل جواب‌ها نیز $n!$ خواهد بود. در خصوص بررسی این جواب‌ها می‌توان به بیکر [1] و پیندو [2] مراجعه کرد.

گری و همکاران [3] نشان داده‌اند که مساله جریان کارگاهی یک مساله NP-hard است. بنابراین تلاشهای زیادی برای ایجاد الگوریتم‌های ابتکاری انجام شده است. اغلب این الگوریتم‌ها برای به دست آوردن یک حل سریع طراحی شده است در این زمینه می‌توان به [۴] و [۵]

مراجعه کرد. در زمینه مدل قطعی تحقیقات بسیار دیگری صورت گرفته است برای این منظور مراجعه به لاولر [۶] مفید خواهد بود. نگنمان [۷] الگوریتم‌های جستجوی محلی را برای حل مسئله کارگاه با جریان مورد بررسی قرار داده است. در همین راستا یینگ و لیاو [۸] از الگوریتم کلونی مورچه‌ها برای حل مدل استفاده کرده‌اند.

در سیستم‌های صنعتی وقایعی تصادفی و اجتناب‌ناپذیر وجود دارند که ممکن است به فرآیند آسیب برسانند. خرابی ماشین‌ها در دسترس نبودن اپراتور و تغییرات تصادفی از آن جمله‌اند. بنابراین در نظر گرفتن سیستم در حالت احتمالی نسبت به حالت قطعی واقع بینانه‌تر است. اگر زمان فرآیند بعضی کارها به صورت قطعی مشخص نباشد بلکه به صورت یک متغییر تصادفی با تابع توزیع معلوم، باشد، مدل احتمالی خواهد بود.

اولین تحقیقات در زمینه کارگاه با جریان کار احتمالی به وسیله ماکینو [۹] انجام شده است. او توالی را پیشنهاد می‌کند که میانگین طول برنامه زمانبندی را حداقل می‌کند و برای حالتی است که دو ماشین و دو کار داریم و زمان فرآیند هر کار روی هر ماشین متغیر تصادفی نمایی است. تالوار [۱۰] قانون ماکینو را برای $n=3$ و $n=4$ بسط داده باگا [۱۱] مدل به دست آمده به وسیله تالوار را ساده کرد. در ادامه همین تحقیقات کو و نیو [۱۲] ارتباط بین قانون جانسون [۱۳] و قانون تالوار را نشان می دهد. پیندو [۲] مساله بالا را برای حالتی که تعداد کارها نامحدود هستند در نظر گرفت. و روشی برای یافتن حداقل مقدار میانگین (امید ریاضی) طول برنامه زمانبندی ارایه کرد. همچنین پیندو راهی برای یافتن جواب با مقدار حداقل طول برنامه زمانبندی در حالتی که زمان کار روی همه ماشینها هم توزیع و مستقل است ارایه کرد. کیجیما [۱۴] همین مساله را برای حالتی که m ماشین یکسان هستند در نظر گرفت و نشان داد مسأله با امکان انبار کردن محدود با حالتی که امکان انبار نامحدود کارها وجود دارد مشابه است. همچنین وبر و پیندو [۱۵] اثر تغییرات زمان فرآیند را روی میانگین طول برنامه زمانبندی بررسی کردند. دودین [۱۶] تابع توزیع طول برنامه زمانبندی حداقل را مورد بررسی قرار داد و رابطه آن با هر توالی را تحلیل کرد و حد پایینی برای زمان تکمیل کارهای هر توالی به دست آورد.

گورگاند و همکاران [۱۷] یک مدل کارگاه با جریان کار احتمالی با زمان فرآیند نمایی در نظر گرفتند و به کمک الگوریتمی بر پایه زنجیره های مارکوف مقدار میانگین طول برنامه زمانبندی را به دست آوردند. همچنین به کمک روش شبیه‌سازی برآورد دیگری از امید ریاضی طول برنامه زمانبندی به عمل آوردند. مقایسه آن با مقداری که از روش تحلیلی به دست آمده کارایی این روش را نشان می‌دهد.

کامبورسکی [۱۸] و [۱۹] چند قضیه مهم و بسیار مفید در زمینه مدل کارگاه با جریان احتمالی در حالت دو و سه ماشینه ثابت کرده است، که در آن شرایط کافی برای اینکه طول برنامه زمانبندی یک توالی به لحاظ احتمالی کمتر از طول برنامه زمانبندی توالی دیگر باشد ارایه شده است.

در زمینه مدل غیر قطعی کارگاه با جریان کار در چند سال اخیر مدلهای جریان کارگاهی فازی زیادی ارایه شده است. ایشی [۲۰] مفهوم موعد تحویل فازی را پایه گذاری کرد، در این حالت یک تابع فازی ذوزنقه‌ای به هر کار اختصاص می یابد که مشخص کننده درجه رضایتمندی از زمان تکمیل آن کار است. در این نوع مسایل حداقل رضایتمندی از زمان تکمیل کارها حداکثر می‌شود. و یا ممکن است مجموع رضایتمندی‌ها حداکثر شود.

یاو و لین [۲۱] با استفاده از اطلاعات تجربی و به کمک فنون آماری تخمینی از زمان فرآیند در غالب اعداد فازی بدست آوردند. مک کاهن و لی [۲۲] مسئله جریان کارگاهی را در حالتی که زمان فرآیند فازی است در نظر گرفتند در این مدل تلاش شده است تا میانگین طول برنامه زمانبندی که به صورت میانگین یک عدد فازی است حداقل شود. هنگ و همکاران [۲۳] نیز مدل جریان کارگاهی با زمان فرآیند فازی را در نظر گرفتند. در این مقاله فاکتور مهم دیگری که در مسئله غیر قطعی مطرح است مورد توجه قرار خواهد گرفت.

معرفی مدل و ویژگی آن

اگر زمان فرآیند بعضی کارها به صورت قطعی مشخص نباشد بلکه به صورت یک متغییر تصادفی با تابع توزیع معلوم، باشد، مدل احتمالی خواهد بود. در اینجا لازم است معیار بهینگی را تعریف کنیم و راه‌های یافتن توالی بهینه یا نزدیک بهینه را بیابیم. بیشتر اوقات یافتن

توالی بهینه بسیار مشکل است. در اینجا ما مشکلات یافتن توالی بهینه را تحلیل خواهیم کرد.

در مدل جریان کارگاهی احتمالی توالی بهینه با حداقل طول برنامه زمانبندی معنی ندارد زیرا به دلیل فرض احتمالی بودن زمان فرآیندها هیچ توالیی وجود ندارد که همواره نتایج بهتری از سایر توالی‌ها بدهد. و یک توالی تنها می‌تواند معیارهایی نظیر حداقل امید ریاضی طول برنامه زمانبندی و یا احتمال داشتن کمترین طول برنامه زمانبندی بین همه توالی‌ها و غیره را بهینه کند.

در این مقاله، مسئله کارگاه با جریان کار با m ماشین و n کار داریم زمان فرایند کار j روی ماشین i متغیرهای تصادفی مستقل با تابع توزیع داده شده هستند. شکستن کارها مجاز نیست و امکان انبار کردن نا محدود کارها قبل از هر ماشین وجود دارد هدف در اینجا یافتن توالیی با بهترین معیار بهینگی که مشخص خواهد شد، است. مقدار این معیار وابسته به طول برنامه زمانبندی توالی است که برابر با زمان پایان فرایند آخرین کار توالی روی آخرین ماشین است.

همانطور که گفته شد حداقل طول برنامه زمانبندی (MM) در حالت احتمالی یک متغیر تصادفی است که متعلق به یک توالی خاص نیست به این معنی که ممکن است یکبار یک توالی کمترین طول برنامه زمانبندی را داشته باشد و بار دیگر MM متعلق به توالی دیگری باشد.

نشانگرهای زیر را در نظر می‌گیریم:

T_{ij}: متغیر تصادفی که نشان‌دهنده زمان فرایند کار j روی ماشین i است.

π: یک توالی دلخواه عضو مجموعه S

ct_{pj}: زمان تکمیل کار p ام توالی روی ماشین j ام

$T(\pi)$: متغییر تصادفی که نشان‌دهنده زمان تکمیل کارهای توالی π است. بنابراین $T(\pi) = ct_{nm}$

T : متغییر تصادفی مربوط به حداقل طول برنامه زمانبندی (MM) بین همه توالیهای ممکن است و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T = \min_{\pi \in s} \{T(\pi)\} \tag{۱}$$

با در نظر گرفتن معیار میانگین طول برنامه زمانبندی، توالی با کمترین مقدار $E(T(\pi))$ توالی بهینه خواهد بود. معیار دیگری که در مدل احتمالی قابل طرح است معیار احتمال دیرکرد یا امید ریاضی جریمه دیرکرد است. برای هر کار یک موعد تحویل وجود دارد. همچنین می‌توان برای کل کارها یک موعد تحویل در نظر گرفت.

مسئله اصلی در مدل احتمالی برآورد معیار است چرا که بر خلاف مدل قطعی بدست آوردن تحلیلی معیار بسیار مشکل است. قدم بعدی ارایه روشی است که بتواند با استفاده از معیار برآورد شده توالی بهینه یا نزدیک بهینه را پیدا کند. از آنجا که برآورد تحلیلی معیار غالبا بسیار دشوار است، در مدل احتمالی ارایه روش حل دارای اهمیت کمتری است.

راه حل کلی برای برآورد معیارهای مختلف بدست آوردن تابع توزیع احتمال طول برنامه زمانبندی است. متاسفانه در حالت کلی امکان اینکار وجود ندارد و تا کنون تنها در مواردی خاص بعضی معیارها برآورد شده‌اند.

ارایه مدل غیرقطعی با استفاده از تئوری امکان و منطق فازی

مک کاهن و لی [۲۲] مدل را در حالتی در نظر گرفتند که زمان فرایندها مشخص نیست و تنها تخمینی از این زمانها به صورت بازه هایی داده شده است. در واقع به جای آنکه به صورت قطعی و یا متغییر تصادفی با تابع توزیع معلوم داده شده باشند به صورت اعداد فازی هستند. در این مدل زمان فرآیندها به صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ی داده شده است و برای یافتن جواب نزدیک بهینه از الگوریتم[۳] CDS [۴] استفاده می‌شود. این الگوریتم به نحوی تغییر یافته که بتواند از اعداد فازی استفاده کند. به این صورت که برای بدست آوردن A_{il}, B_{il} از جمع اعداد فازی استفاده می‌شود. سپس برای آنکه بتواند مقادیر آنها را برای بدست آوردن توالی بهتر با هم مقایسه کند مقدار میانگین اعداد فازی A_{il}, B_{il} را محاسبه می‌کند. بنابراین تابع هدف در این روش مقدار میانگین عدد فازی مربوط به طول برنامه زمانبندی را حداقل می‌کند. که در آن مقدار میانگین یک عدد فازی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$E_F(A) = \frac{\int_S x\mu_A(x)\,dx}{\int_S \mu_A(x)\,dx} \tag{۲}$$

همانطور که اشاره شد در حالت کلی امکان تحلیل کامل مدل احتمالی که همانا یافتن تابع توزیع طول برنامه زمانبندی است وجود ندارد. روشهای تخمینی و ابتکاری، همچنین غیر قطعی در نظر گرفتن مدل می‌توانند تا حدودی راه گشا باشند. در این مقاله، به کمک اعداد فازی و تئوری امکان مسئله غیر قطعی مدل خواهد شد و بر اساس معیار احتمال واقعه فازی دیرکرد روشی برای حل ارائه می‌شود.

مقایسه مجموعه‌های فازی و اعداد فازی با مجموعه‌های قطعی و اعداد تصادفی

فرض کنید عناصر x عضو مجموعه کلاسیک S از مجموعه مرجع X هستند. عنصر y از مجموعه مرجع X یا عضو S هست (یک) یا عضو نیست (صفر). زاده [۲۴] مفهوم مجموعه های فازی و مقدار عضویت غیر صفر و یک را توسعه داد. بر طبق این نظریه عناصر مجموعه مرجع می توانند با مقدار عضویتی که در بازه [۰,۱] است عضو این مجموعه باشند.

مجموعه فازی A از مجموعه مرجع X، با تابع عضویت آن $\mu_A(x)$ که در بازه [۰,۱] مقدار می‌گیرد مشخص می شود. یک عدد فازی یک مجموعه فازی محدب است که تابع عضویت آن در بازه ای که مقدار آن بزرگتر از صفر است، پیوسته باشد.

مجموعه سطح α (برش α) از یک مجموعه فازی مثل A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_\alpha = \{x \in X | \mu_A(x) \ge \alpha\}$$

(۳)

مقایسه برخی عملیات محاسباتی در دو رویکرد فازی و احتمالی

جمع اعداد فازی: جمع دو عدد فازی را با استفاده از برش سطح α آنها می توان به صورت زیر تعریف کرد. اگر $X_\alpha = [x_\alpha^L, x_\alpha^R]$ و $Y_\alpha = [y_\alpha^L, y_\alpha^R]$ باشند داریم:

$$Z_\alpha = X_\alpha \oplus Y_\alpha = [x_\alpha^L + y_\alpha^L, x_\alpha^R + y_\alpha^R]$$

(۴)

در مورد جمع متغیرهای تصادفی روابط زیر را داریم:

$$Z=X+Y$$

$$f_z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(u).f_y(t-u)du$$

$$E(Z)=E(X)+E(Y)$$

(۵)

عملگرهای max و min : حداکثر دو عدد فازی را با استفاده از برش سطح α آنها می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$Z_\alpha = \max(X_\alpha, Y_\alpha) = [\max(x_\alpha^L, y_\alpha^L), \max(x_\alpha^R, y_\alpha^R)]$$

(۶)

در حالی که در مورد متغیرهای تصادفی روابط زیر را داریم:

$$Z=\max(X,Y)$$

$$F_Z(t) = F_X(t).F_Y(t)$$

$$E[\max(X,Y)] \ge \max[E(X),E(Y)]$$

(۷)

می‌توان رابطه‌ای مشابه (۷) برای حداقل دو عدد فازی نوشت:

$$Z_\alpha = \min(X_\alpha, Y_\alpha) = [\min(x_\alpha^L, y_\alpha^L), \min(x_\alpha^R, y_\alpha^R)]$$

(۸)

چنانکه در بخش بعد خواهیم دید تنها با استفاده از جمع اعداد فازی و عملگر max می توانیم طول برنامه زمانبندی فازی برای یک توالی را بدست آوریم.

تئوری امکان

تئوری امکان [۲۴] در ارتباط با منطق فازی و مفهوم توابع توزیع امکان تعریف می‌شود. فرض کنید x متغیری باشد که از مجموعه مرجع U مقادیری مثل $u \in U$ می گیرد. همچنین F زیر مجموعه فازی از مجموعه مرجع U باشد که به وسیله تابع عضویت μ_F مشخص شده است. در این صورت F یک قید روی x است اگر، مثل یک محدودیت انعطاف‌پذیر روی مقادیری که x ممکن است اختیار کند عمل نماید. در این صورت تخصیص مقدار u به x به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X = u : \mu_F(u)$$

(۹)

$\mu_F(u)$ به عنوان درجه‌ای از ارضای محدودیت F برای اختصاص مقدار u به x تعبیر می‌شود. $1-\mu_F(u)$ درجه‌ای است که باید این محدودیت انعطاف نشان دهد

تا اختصاص مقدار u به x را بپذیرد. برای مثال محدودیت قطعی $0 \le x \le 1$ را در نظر بگیرید درجه راضی شدن این محدودیت به ازای مقادیر x بین صفر و یک برابر یک و در سایر مقادیر برابر صفر است در حالی که اگر محدودیت فازی ذوزنقه‌ای $(-1,0,1,2)$ اعمال شود برای مثال درجه رضایت محدودیت در مقدار 1.5 برابر 0.5 خواهد بود که مقداری غیر از صفر و یک دارد.

احتمال واقعه فازی

احتمال واقعه فازی F به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_u p(u)\mu_F(u)du \qquad (۱۰)$$

در رابطه بالا $\mu_F(u)$ امکان تخصیص مقدار u به x است و $p(u)du$ احتمال قرار گرفتن x در بازه $(u,u+du)$ می‌باشد.

مدل پیشنهادی در شرایط احتمالی و غیر قطعی

در مدل احتمالی زمان‌های فرآیند متغیرهای تصادفی مستقل هستند. در مدل غیر قطعی زمان‌های فرآیند به شکل بازه‌هایی هستند که بوسیله اعداد فازی نشان داده می‌شوند. با استفاده از تئوری امکان این اعداد فازی برای زمانهای فرآیند توجیه می شوند: زمان‌های فرآیند غیرقطعی هستند یعنی ممکن است مقادیر مختلفی داشته باشند. عدد فازی مربوط به هر فرآیند مقدار امکان اختیار کردن هر کدام از این مقادیر را نشان می‌دهد. در مدل پیشنهادی، زمانهای فرآیند می‌توانند متغیرهای تصادفی (احتمالی) باشند که در این صورت به کمک قواعد دگرسازی بین احتمال و امکان[۴] [۲۵] که روشهایی را برای تبدیل اندازه احتمال به اندازه امکان و برعکس ارائه می‌کنند، به اعداد فازی تبدیل می شوند. همچنین ممکن است با توجه به اطلاعات تجربی و روش‌های آماری به شکل اعداد فازی درآیند.

در مدل پیشنهادی یک موعد تحویل کلی و احتمالی برای همه کارها در نظر گرفته می شود. به این‌صورت که فرض می‌شود محصول یا خدمت نهایی دارای چند مرحله عملیات پی در پی روی کارهای مختلف است. برای مثال یک کارگاه تراشکاری، سفارش قطعات مختلف وابسته به هم را که دارای عملیات یکسان هستند دریافت می‌کند. در اینجا همه کارها با هم می رسند و همه باهم تحویل داده می‌شوند. برای توجیه موعد تحویل کلی برای همه کارها می توان از منظر دیگری به موعد تحویل نگریست، برای مثال به دلیل محدودیت فضا تنها زمانی می توان سفارش مجموعه ای از کارهای جدید را گرفت که سفارش قبلی تکمیل شده باشد. در اینجا موعد تحویل سفارش قبلی زمان رسیدن سفارش جدید است که می تواند تصادفی باشد.

احتمال واقعه فازی دیرکرد: اگر یک مقدار مشخص را برای موعد تحویل کل کارها در نظر بگیریم، در مدل جریان کارگاهی غیر قطعی برای هر توالی یک مقدار به عنوان امکان دیرکرد بدست می‌آید. با توجه به اینکه مبداء زمانی را صفر فرض می‌کنیم، این مقدار برابر امکان بیشتر شدن آن توالی از زمان موعد تحویل است. در این تحقیق موعد تحویل به جای یک مقدار مشخص یک متغییر تصادفی است. و هدف مورد نظر احتمال واقعه فازی دیرکرد است.

برآورد معیار احتمال واقعه فازی دیرکرد و ارایه روش حل بر پایه آن

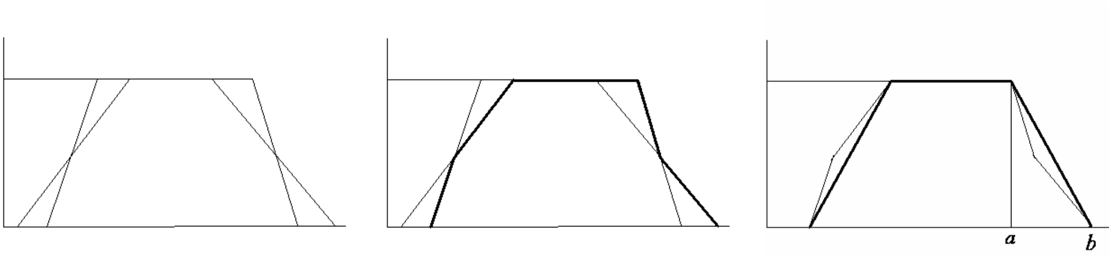
در مدل جریان کارگاهی رابطه زیر برقرار است:

$$ct_{pj} = \max(ct_{p-1,j}, ct_{p,j-1}) + T_{pj} \qquad (۱۱)$$

به کمک رابطه (۱۱) و با توجه به عمگر *max* و جمع اعداد فازی می‌توان طول برنامه زمانبندی یک توالی خاص را به صورت یک عدد فازی بدست آورد. رابطه مذکور برای مدل غیرقطعی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\widetilde{ct}_{pj} = \widetilde{\max}(\widetilde{ct}_{p-1,j}, \widetilde{ct}_{p,j-1}) \oplus \widetilde{t}_{pj} \qquad (۱۲)$$

در این مدل زمان‌های فرآیند به صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ای داده شده اند. همچنین برای تحویل همه کارها با هم یک موعد تحویل تصادفی با تابع توزیع معلوم داده شده است. به کمک عملگرهای جمع و max روی اعداد فازی می‌توانیم طول برنامه زمانبندی فازی هر توالی را بدست آوریم. پس از اعمال max و min روی اعداد فازی ذوزنقه‌ای نتایج دوباره به اعداد فازی ذوزنقه‌ای تخمین زده شده تا از پیچیده شدن متوالی محاسبات در قدم‌های بعدی جلوگیری شود. شکل (۱) این تخمین را نشان می‌دهد.



Max(A,B) = C' $\simeq$ C

شکل ۱: تخمین به کار رفته برای عملگر max روی اعداد فازی ذوزنقه‌ای.

چنانچه یک مقدار مشخص برای موعد تحویل داشته باشیم، با مبدا زمانی صفر، یک توالی، زمانی دیرکرد دارد که طول برنامه زمانبندی آن بیشتر از موعد تحویل مشخص شده باشد. با توجه به اینکه طول برنامه زمانبندی کارهای هر توالی یک عدد فازی است یا به عبارت دیگر از یک تابع توزیع امکان برخوردار است مقداری برای امکان دیرکرد دارد که برابر با امکان بیشتر شدن طول برنامه زمانبندی آن از موعد تحویل است. به ازای مقادیر مختلف موعد تحویل می‌توانیم امکان دیرکرد را برای هر توالی محاسبه کنیم. برای یک توالی که طول برنامه زمانبندی آن عدد فازی ذوزنقه‌ای است. یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نیز برای برای مقادیر امکان دیرکرد آن بدست می‌آید. اگر $T(\pi_i)$ عدد فازی مربوط به طول برنامه زمانبندی توالی π_i باشد مقادیر امکان دیرکرد آن توالی را با $L(\pi_i)$ نشان می‌دهیم. تابع عضویت $L(\pi_i)$ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\mu_{L(\pi_i)}(x) = \sup_{y>x} \mu_{T(\pi_i)}(y) = \max_{y>x}(\mu_{T(\pi_i)}(y))$$

(۱۳)

حال فرض می کنیم که موعد تحویل از یک تابع توزیع احتمال برخوردار است. یعنی زمانهای مختلف با احتمال مشخصی می‌توانند موعد تحویل باشند. از طرفی برای هر یک از این زمانها امکانی برای دیرکرد هر توالی وجود دارد بنابراین می‌توانیم احتمال واقعه فازی دیرکرد را محاسبه کنیم. این مقدار معیار مورد نظر برای انتخاب توالی بهینه است.

مک کاهن و لی [۲۲] به کمک الگوریتم CDS تغییر یافته k-1 جواب (توالی) بدست آورد که با توجه به رابطه مقدار میانگین یک عدد فازی توالی با کمترین مقدار میانگین برگزیده می‌شود. این توالی ها را به صورت $(\pi_1, \pi_2, ..., \pi_{k-1})$ در نظر می‌گیریم. در اینجا از توالی های قدم آخر الگوریتم تغییر یافته CDS استفاده می‌شود. لازم به ذکر است معیار مورد استفاده احتمال واقعه فازی دیرکرد است ولی توالی های گام آخر الگوریتم تغییر یافته CDS با توجه به مقدار میانگین فازی اعداد مربوط به زمان فرآیند بدست آمده‌اند. اما انتخاب از بین k-1 توالی قدم آخر بر اساس احتمال واقعه فازی دیرکرد آنها انجام می‌شود.

احتمال واقعه فازی دیرکرد برای توالی π_i از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_{L(\pi_i)} = \int_x \mu_{L(\pi_i)}(x).f(x)dx$$

(۱۴)

در رابطه بالا، $f(x)$ تابع چگالی احتمال مربوط به زمان موعد تحویل است. در واقع $f(x)dx$ احتمال قرار گرفتن موعد تحویل در بازه $(x, x+dx)$ می‌باشد. تعبیر $\mu_{L(\pi_i)}(x)$ امکان بیشتر شدن زمان فرآیند توالی π_i از مقدار x است. برای هر توالی می‌توان تابع عضویت دیرکرد را به صورت زیر نوشت:

$$\mu_{L(\pi_i)}(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x \le a \\ \dfrac{b-x}{b-a} & a \le x \le b \\ 0 & x \ge b \end{cases}$$

(۱۵)

مقادیر a و b پارامترهای تابع توزیع امکان دیرکرد هستند که از رابطه (۱۳) بدست می‌آیند.

برای سادگی ابتدا فرض می‌کنیم تابع چگالی مربوط به زمان موعد تحویل توزیع نمایی با میانگین $1/\lambda$ داشته باشد یعنی $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ آنگاه رابطه (۱۴) به صورت زیر بدست می آید:

$$P_{L(\pi_i)} = \int_0^a \lambda e^{-\lambda x} dx + \int_a^b \left(\frac{b-x}{b-a}\right)\lambda e^{-\lambda x} dx + 0$$

(۱۶)

بعد از انتگرال گیری و ساده کردن به عبارت زیر می رسیم:

$$P_{L(\pi_i)} = 1 - \left(\frac{e^{-a\lambda} - e^{-b\lambda}}{\lambda(b-a)}\right)$$

(۱۷)

در اینجا ممکن است در نظر گرفتن توزیع نرمال به جای توزیع نمایی برای زمان موعد تحویل منطقی تر باشد. اگر توزیع نرمال را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2}$$

(۱۸)

که در آن μ میانگین و σ انحراف معیار توزیع نرمال هستند. رابطه (۱۵) به این صورت در می آید.

$$P_{L(\pi_i)} = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2} dx + \int_a^b \left(\frac{b-x}{\sqrt{2\pi}\sigma(b-a)}\right) e^{-(x-\mu)^2 / 2\sigma^2} dx$$

بعد از انتگرال‌گیری و ساده کردن به عبارت زیر می‌رسیم:

$$P_{L(\pi_i)} = 1 - \frac{1}{b-a} \times [(b-\mu)p(N > \frac{b-\mu}{\sigma}) - (a-\mu)p(N > \frac{a-\mu}{\sigma}) - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} (e^{-(b-\mu)^2/2\sigma^2} - e^{-(a-\mu)^2/2\sigma^2})]$$

(۱۹)

در رابطه بالا، $p(N > z)$ احتمال بیشتر شدن یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال استاندارد از z است.

در روابط (۱۷) یا (۱۸) با قرار دادن مقادیر a و b مربوط به هر توالی می توانیم مقدار معیار یعنی احتمال فازی دیرکرد را بدست آوریم. از بین k-1 توالی بدست آمده در قدم آخر الگوریتم CDS تغییر یافته آنکه کمترین مقدار معیار احتمال واقعه فازی دیرکرد را داشته باشد برگزیده می‌شود.

این روش با تعمیم مثالی که در [۲۲] آمده معرفی می‌شود. در این مثال یک مدل جریان کارگاهی با ۴ ماشین و ۴ کار در نظر گرفته می‌شود. زمان‌های فرآیند اعداد فازی ذوزنقه‌ای هستند. جدول (۱) این مقادیر را نشان می‌دهد.

جدول ۱: زمان‌های فرآیند اعداد فازی ذوزنقه‌ای.

jobs	W1	W2	W3	W4
1	(4,5,6,7)	(5,5,6,7)	(1,3,4,5)	(2,3,5,6)
2	(2,3,4,6)	(6,7,7.5,8)	(1,3,4,5)	(2,5.5,6,7)
3	(8,9,11,12)	(4,5,6,9)	(3,5,6,7)	(2,4,5,6)
4	(3,4,5,8)	(5,6,8.5,9)	(3,4,5,6)	(1,2,3,4)

در گام آخر الگوریتم CDS تغییر یافته سه توالی بدست می‌آید که در جدول (۲) آمده است همچنین مقادیر احتمال واقعه فازی دیرکرد و میانگین فازی طول برنامه زمانبندی E_F در این جدول آمده است. با توجه به این مقادیر توالی نزدیک بهینه *S9* برگزیده می‌شود. مقدار احتمال دیرکرد بر اساس موعد تحویل با تابع توزیع نرمال با پارامترهای μ=55 و σ=5 محاسبه شده است.

جدول (۳) تمام توالی‌های ممکن برای این مثال را به ازای مقادیر مختلف برای پارامترهای موعد تحویل مقایسه کرده است. با توجه به این جدول دو توالی *S12* و *S7* به ازای پارامترهای مختلف برای موعد تحویل بهینه هستند.

جدول ۲: مقادیر احتمال واقعه فازی دیرکرد و میانگین فازی طول برنامه زمانبندی

توالی	$M\tilde{S}$	E_F	$P_{L(\pi_i)}$
S1: 2 3 1 4	(28,34,43.5,53)	39.76	0.119
S2: 3 2 1 4	(32,38,47,55)	43.07	0.235
S3: 2 3 4 1	(27,34,44.5,54)	39.97	0.158

جدول ۳: مقدار معیار برای تمام توالی‌های ممکن با توجه به پارامترهای مختلف موعد تحویل.

Sequence	E_F	$P_{L(\pi_i)}$				
		$\mu=45\ \sigma=5$	$\mu=55\ \sigma=5$	$\mu=45\ \sigma=10$	$\mu=55\ \sigma=10$	$\mu=55\ \sigma=2$
S1 1 2 3 4	39.76	0.714	0.119	0.623	0.258	0.018
S2 1 2 4 3	41.59	0.805	0.195	0.684	0.316	0.080
S3 1 3 2 4	42.79	0.861	0.235	0.720	0.348	0.100
S4 1 3 4 2	44.89	0.927	0.359	0.782	0.423	0.247
S5 1 4 2 3	41.59	0.805	0.195	0.684	0.316	0.080
S6 1 4 3 2	42.89	0.835	0.236	0.709	0.342	0.133
S7 2 1 3 4	39.47	0.714	0.119	0.623	0.258	0.018
S8 2 1 4 3	40.19	0.741	0.165	0.647	0.286	0.066
S9 2 3 1 4	39.75	0.714	0.119	0.623	0.258	0.018
S10 2 3 4 1	39.97	0.770	0.158	0.659	0.290	0.042
S11 2 4 1 3	40.19	0.741	0.165	0.647	0.286	0.066
S12 2 4 3 1	38.68	0.686	0.127	0.611	0.255	0.033
S13 3 1 2 4	43.07	0.861	0.235	0.721	0.348	0.100
S14 3 1 4 2	45.18	0.927	0.359	0.782	0.423	0.271
S15 3 2 1 4	43.07	0.861	0.235	0.721	0.348	0.100
S16 3 2 4 1	43.29	0.898	0.294	0.752	0.385	0.174
S17 3 4 1 2	45.18	0.927	0.359	0.782	0.423	0.271
S18 3 4 2 1	43.39	0.898	0.294	0.752	0.385	0.174
S19 4 1 2 3	40.89	0.773	0.179	0.666	0.300	0.073
S20 4 1 3 2	42.89	0.835	0.236	0.709	0.342	0.133
S21 4 2 1 3	40.89	0.773	0.179	0.666	0.300	0.073
S22 4 2 3 1	39.38	0.72	0.138	0.630	0.268	0.036
S23 4 3 1 2	43.18	0.835	0.236	0.709	0.342	0.133
S24 4 3 2 1	41.38	0.789	0.187	0.675	0.308	0.076

نتیجه گیری

مسئله جریان کارگاهی از جمله مسایل NP-hard است. به همین دلیل تلاش‌های بسیاری برای حل این مسئله به روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری انجام شده است.

مسئله جریان کارگاهی احتمالی بسیار پیچیده تر از مسئله قطعی است. در مورد این مسئله ابتدا باید معیار را با دقت بیشتری تعیین کرد. مهمترین معیارها در این زمینه عبارتند از: میانگین طول برنامه زمانبندی توالی، احتمال دیرکرد یا امید ریاضی جریمه دیرکرد و احتمال کمتر شدن طول برنامه زمانبندی توالی نسبت به سایر توالی‌ها (شاخص بهینگی). بهینه کردن یک توالی در حالت کلی، و به روشی تحلیلی تقریبا غیر ممکن است. و تنها چند روش با در نظر گرفتن شرایطی خاص توسعه یافته‌اند.

بنابراین بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه بر بررسی کلی و ارائه راه حل‌های تخمینی متمرکز شده است. همچنین مسئله غیرقطعی را می توان به کمک منطق فازی تحلیل کرد. برخی تحقیقات مهم انجام شده در زمینه جریان کارگاهی احتمالی و غیر قطعی در مقدمه آمده است.

در این مقاله، مدل جریان کارگاهی با زمان‌های فرآیند فازی پیشنهاد شده است که در آن زمان‌های فرآیند از تابع توزیع امکان برخوردارند. معیار در نظر گرفته شده احتمال واقعه فازی دیرکرد است. بعد از برآورد این معیار روشی برای یافتن جواب نزدیک بهینه پیشنهاد شده است. گام تحقیقاتی بعدی، ارایه روشی برای تخمین تابع توزیع احتمال طول برنامه زمانبندی به کمک دگرسازی بین احتمال و امکان [۲۵]، تعیین موجه بودن این تخمین و جواب بدست آمده از آن است.

مراجع

1 - Baker, K. (1974). *Introduction to sequencing and scheduling*. John Willy & Sons Inc., New York.

2 - Pinedo, M. (1995). *Scheduling: Theory, algorithms and systems*. Prentice Hall, Englewood Cliffs.

3 - Garey, H. M., Johnson, D. and Sethi, R. (1976). "The complexity of flow shop and job shop scheduling." *Mathematics of Operation Research*, Vol. 1, PP. 117-129.

4 - Sule, D.R. (1997). *Industrial scheduling*. PWS Publishing Company.

5 - Tallard, E. (1990). "Some efficient heuristic methods for the flow shop sequencing problem." *European Journal of Operational Research*, Vol. 47, PP.65-74.

6 - Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnoay, A. H. G. and Shomoys, D. (1989). "Sequencing and scheduling algorithms and complexity." *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 4, Logistics and Production Planning.

7 - Negenman, E. G. (2001). "Theory and methodology local search algorithms for the multiprocessor flow shop scheduling problem." *European Journal of Operational Research*, Vol. 128, PP. 147-158.

8 - Ying, K. and Liao, C. (2004). "An ant colony system for permutation flow-shop sequencing." *Computers & Operation Research*, Vol. 31, PP.791-801.

9 - Makino, T. (1965). "On a scheduling problem." *J.Ops Res. Soc Japan*, Vol. 8, PP. 32-44.

10 - Talwar, P.P. (1967). "A note on sequencing problem with uncertain job times." *J. Ops Res. Soc. Japan*, Vol. 8, PP.148-162.

11 - Bagga, P.C. (1970). "*N*-job, 2-machine sequencing problem with stochastic service times." *Operations Research*, Vol. 7, PP. 184-199.

12 - Ku, P.S., Niu, S.C. (1986). "On Johnson's two machines flow shop with random processing times." *Operations Research*, Vol. 34, PP. 130-136.

13 - Johnson, H.S.M. (1954). "Optimal two and three stage production schedules with setup times included." *Naval Res. Logistic Quarterly*, Vol. 1, PP.61-68.

14 - Kijima, H. M., Makimoto, N. and Shirakawa, H. (1990). "Stochastic minimization of the makespan in flow shops with identical machines and buffers of arbitrary size." *Operations Research*, Vol. 38, PP. 924-928.

15 - Pinedo, M. and Weber, R. (1984). "Inequalities and bounds in stochastic shop scheduling." *SIAM, J. Appl. Math. Statis,* Vol. 44, PP. 869-879.

16 - Dodin, B. (1996). "Determining the optimal sequences and the distributional properties of their completion times in stochastic flow shops." *Computer and Operations Research*, Vol. 23, PP. 82 -843.

17 - Gourgand, M., Grangeon, N. and Norre, S. (2003). "A contribution to the stochastic flow shop scheduling problem." *European Journal of Operation Research,* Vol. 151, PP. 415-433.

18 - Kamburowski, J. (1999). "Stochastically minimizing the makespan in two-machine flow shops without blocking." *European Journal of Operational Research*, Vol. 112, PP. 304-309.

19 - Kamburowski, J. (2000). "On three-machine flow shops with random job processing times." *European Journal of Operational Research,* Vol. 125, PP. 440-449.

20 - Ishii, H., Tada, M. and Masuda, T. (1992). "Tow scheduling problem with fuzzy due dates." *Fuzzy Sets and Systems,* Vol. 46, PP. 339-347.

21 - Yao, J. and Lin, F. (2002). "Constructing a fuzzy flow-shop sequencing model based on statistical data." *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 29, PP.125-234.

22 - McCahon, C.S. and Lee, E.S. (1992). "Fuzzy job sequencing for a flow shop." *European Journal of Operational Research*, Vol. 62, PP. 294-301.

23 - Hong, P., Huang, M., Yu, M. (1998). "LPT scheduling for fuzzy tasks." *Fuzzy Sets and Systems,* Vol. 97, PP.277–286.

24 - Zadeh, L.A. (1978). "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility." *Fuzzy sets and Systems*, Vol. 1, PP. 3-28.

25 - Dubois, D., Prade, H. and Sandri, S. (1991). "On possibility/probability transformations", *Proc. of the 4th International Fuzzy Systems Association (IFSA'91) Congress*, Brussels, Mathematics, PP. 50-53.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1- Flow Shop
2 - Makespan
3 -Campbell, Dudek, Smith
4 - Possibility/Probability Transformation