

مدل مسیریابی بهینه کریدور طرح مسیر راه و راه‌آهن در مناطق دشتی

محمود صفارزاده *

دانشیار گروه مهندسی عمران - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه تربیت مدرس

هاشم مهرآذین

استاد دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

امین میرزا بروجردیان

کارشناس ارشد راه و ترابری

(تاریخ دریافت ۸۴/۲/۱۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۴/۱۰/۲۴، تاریخ تصویب ۸۴/۱۲/۱۳)

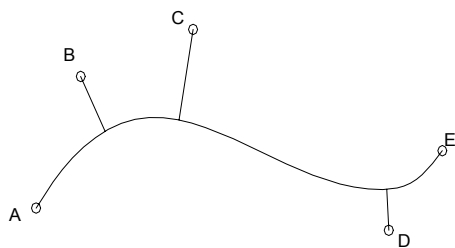
چکیده

یکی از مهمترین مراحل طراحی پروژه راه که در فاز اول به آن پرداخته می‌شود، یافتن مسیر اولیه آن است. اولین سؤال هر طراح برای طرح یک مسیر، اطلاعات و موقعیت نقاط مختلفی است که باید به این مسیر دسترسی داشته باشند. هدف از این تحقیق ارائه مدلی برای یافتن یک مسیر بهینه برای راه است که تمام نقاط اصلی مورد نظر به آن دسترسی داشته باشند و کمترین هزینه کل را داشته باشد. مهمترین قابلیت این مدل در نظر گرفتن مناطقی است که به هر دلیل مسیر نباید از آنها عبور کند. در این تحقیق پس از بیان خلاصه‌ای از مطالعات انجام شده در زمینه مسیریابی، به ارزیابی شیوه‌های متداول مسیریابی پرداخته می‌شود و در نهایت دو مدل ریاضی برای مسیریابی در مناطق دشتی ارائه می‌شود. در روش اول مناطق صعب‌العبور مدل نمی‌شوند، در روش دوم مناطق ممنوعه به شکل مثلث مدلسازی شده اند و از عبور مسیر از این مناطق جلوگیری می‌شود. یکی از مسائل مهم طرح کریدور مسیر، عبورکردن آن از مناطق حفاظت شده زیست محیطی و یا نظامی است. در مناطق دشتی و تپه ماهوری عبور از دره ها، دریاچه ها، کوهها و یا مناطقی از این قبیل هزینه زیادی به پروژه تحمیل می‌کند، لذا این مناطق نیز همانند مناطق حفاظت شده، جزء مناطق صعب‌العبور برای کریدور هستند، مهمترین قابلیت روش دوم در نظرگرفتن این مناطق در مسیر یابی بهینه کریدور است. نکته بسیار مهمی که در طرح کریدور وجود دارد، تعیین مدل عمومی مسیر ویا عبارتی ترتیب دسترسی به نقاط و نحوه این دسترسی است. باید مسیریابی ها با یک نگاه جامع و طرح بلند مدت انجام شوند، تا بتوان به صرفه ترین شبکه راه را بوجود آورد. لذا یکی از مهمترین کاربردهای مدل ریاضی ارائه شده، استفاده از آن برای تهیه طرح جامع کریدورهای آزادراهی و ریلی کشور در مناطق دشتی و تپه ماهوری است. همچنین برای مسیریابی در نقشه های با مقیاس بزرگتر در مناطق دشتی نیز قابل استفاده می باشد. در این تحقیق از مدل برنامه‌ریزی غیرخطی ریاضی برای مدلسازی استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: مسیریابی - مناطق ممنوعه - بهینه‌سازی - تابع هزینه

مقدمه

در این مسئله، مسیری است که مجموع هزینه ساخت و بهره‌برداری راه اصلی و راههای دسترسی کمترین هزینه را داشته باشد.



شکل ۱: نمونه یک راه اصلی و راههای دسترسی شهرهای بین راه.

مسئله طراحی عمومی یک راه یا راه آهن، انتخاب مسیری اقتصادی برای اتصال دو منطقه است، که علاوه بر دارا بودن شرایط فنی و عمومی استاندارد خود، ایمن بوده و آسیب آن به محیط زیست حداقل باشد. اولین سؤالی که طراح باید قبل از مسیریابی، جواب آنرا بیابد، این است که، چه شهرها یا روستاها و یا مناطق خاصی در مسیر وجود دارد که باید به مسیر اصلی که در حال طراحی است دسترسی داشته باشند.

همانطور که در شکل (۱) دیده می‌شود، مسیرهای ممکن زیادی می‌توانند نقاط A و E را به هم متصل کنند و به نقاط B و C و D هم دسترسی داشته باشد، اما مسیر بهینه

کوتاهترین مسیر، مسأله را حل می‌کند. او در مطالعه دیگری برای یافتن مسیر بهینه به جای استفاده از روش کوتاهترین مسیر، مسأله را به صورت یک روش برای حمل و نقل کالا بین دو نقطه مدل کرده است [۳].

در روش دیگری آتاناسولیس^۲ و کالوگرو^۳ مسأله را به چند زیرمرحله گسسته تقسیم کردند بطوری که در هر مرحله می‌توان اقدام به تصمیم‌گیری موضعی نمود [۴]. دیناردو^۴، در روش خود مسأله مسیریابی را بصورت سه بعدی مدل کرد و از برنامه ریزی پویا برای یافتن مسیر با حداقل هزینه، استفاده کرد [۵].

نصیری^۵ و غفاری^۶ در مدلی، مسیریابی را به یک مسأله انتخاب نقطه بهینه در صفحات عرضی پی در پی از کربدور مسیر تبدیل کردند. در این روش حداکثر شیب مجاز طولی و حداقل شعاع قوس افقی تحت کنترل قرار گرفت. سپس این مسأله را براساس برنامه ریزی پویا مدل‌سازی کرده و حل کردند [۶].

هگون^۷ نیز مسیریابی را سه بعدی توسط برنامه ریزی پویا مدل کرد، مدل او ابتدا با یک شبکه درشت اقدام به یافتن مسیر نموده و سپس برای دقیقتر کردن مسیر در حوالی جواب یافته شده از شبکه دقیقتری استفاده می‌کند و این عمل را آنقدر تکرار می‌کند تا به مسیر با دقت قابل قبول برسد [۷]. نیکلسون^۸ نیز در روشی مشابه، ابتدا با یک شبکه درشت برای مسیریابی استفاده می‌کند، سپس با استفاده از حساب تغییرات گسسته مسیر نهایی را تعیین می‌کند [۷].

یکی از روش‌هایی که به طور همزمان می‌تواند یک مسیر با شیب‌های ملایم را به صورت سه بعدی مدل کند، روش جستجوی عددی است. یکی از روشهای ابتکاری که در این زمینه وجود دارد، استفاده از الگوریتم ژنتیک است که توسط جانگ^۹ ارائه شده است [۹]. در یک روش مشابه، جهان^{۱۰} برای ورودی اطلاعات در الگوریتم خود از سیستم اطلاعات جغرافیایی یا GIS استفاده کرد و لذا مدل او در یافتن هزینه‌هایی که به موقعیت جغرافیایی محل بستگی دارند، در مقایسه با روش جانگ، از دقت بالایی برخوردار است [۱۰].

ارزیابی شیوه‌های مسیریابی

عمدتاً مهندسیین طراح با استفاده از تجربه‌های مربوط به راههای گذشته و نیازهای کارفرما و نقشه

بنابراین مسئله تعریف شده برای این تحقیق عبارت از: یافتن یک مسیر بهینه بمنظور اتصال دو شهر اصلی با دسترسی به نقاط بین راهی و مینیمم هزینه کل در مناطق دشتی است بدلیل پیچیده بودن مسأله، طراحان برای انتخاب مسیر یک راه یا راه آهن ابتدا با یک فضای گسترده برای انتخاب مسیرهای مختلف مواجه می‌شوند. این مجموعه به کمک قضاوت مهندسی به چند مسیر ممکن، تقلیل می‌یابد. سپس این مسیرها از نظر اقتصادی با یکدیگر مقایسه می‌شوند و در نهایت مسیر با حداقل هزینه، انتخاب می‌شود. بعد از این مرحله، جزئیات اجرای پروژه مسیر منتخب پیشنهاد می‌شود [۱].

عوامل تعیین کننده مسیر راه

محل دقیق و تمام جزئیات مسیر را نمی‌توان یکباره و در یک مرحله مشخص کرد. از اینرو مسیر راه در مراحل مختلف و با استفاده از نقشه‌ها و عکسهای هوایی معین می‌گردد [۱].

در انتخاب مسیر راه عوامل بسیاری دخیل هستند که کار را مشکل، وقت‌گیر و پرهزینه می‌کنند. هرچند که عوارض طبیعی در بسیاری از قسمتهای راههای برون شهری ممکن است تنها عامل تعیین کننده مسیر باشد ولی نباید مسیر این راهها بدون توجه به عوامل اجتماعی، اقتصادی و زیست محیطی تعیین گردد.

لذا می‌توان نتیجه گرفت که انتخاب مسیر یافتن وضعیت متعادلی است که با مخارج کمتر دسترسی بیشتر را فراهم می‌سازد و عوارض نامطلوب محیطی را در حداقل نگاه دارد. عواملی را که باید در انتخاب مسیر در نظر گرفت عبارتند از [۲]:

دسترسی با توجه به عوارض طبیعی، ضوابط طرح هندسی، زمین شناسی، جنس پی راه و خاک بستر، وجود مصالح مناسب، نگهداری راه، زیبایی راه، حفظ محیط زیست.

روشهای مسیریابی

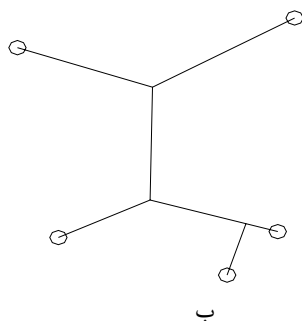
در این زمینه مطالعات زیادی انجام شده است که در ذیل به صورت خلاصه به برخی از آنها اشاره می‌شود: ترنر^۱ مسأله مسیریابی را بصورت شبکه مدل کرده است، و سپس با بکارگیری روشهای بهینه سازی شبکه، مثل روش

شکل (۲-ب) وضعیتی را نشان می‌دهد که در آن هزینه ساخت کمینه است، در این حالت، اگرچه طول راه به حداقل ممکن رسیده ولیکن مراکز شهری بطور متقابل به هم متصل نشده‌اند و از این رو هزینه‌های فوق‌العاده‌ای به استفاده کنندگان از راه‌ها تحمیل می‌کند.

در واقع بیشترین تعداد راهها (ماکزیمم طول راهسازی)، کمترین هزینه حمل و نقل را بوجود می‌آورد، بنابراین اقتصادی‌ترین شبکه، شبکه‌ای است که کمترین هزینه کل (شامل هزینه ساخت و بهره‌برداری) را داشته باشد. با توجه به تفاوت هزینه ساخت هر کیلومتر راه با درجات مختلف معمولاً برای طراحی شبکه راههای اتصالی بین شهرها، شاهرها را از درجه بالاتر و راههای اتصالی را از درجه پایین تر انتخاب می‌کنند. البته علاوه بر نوع راه، حجم ترافیک و یا اهمیت شهرهای بین‌راهی نیز میتوانند باعث افزایش درجه راههای دسترسی (راههای فرعی شبکه) شوند.

بهینه‌سازی به روش برنامه‌ریزی ریاضی

در این تحقیق از مدل برنامه ریزی ریاضی برای مدل‌سازی مساله مورد بررسی استفاده شده است. این روش‌ها ابتدا مسأله را تبدیل به یک مدل ریاضی نموده و سپس آنرا حل می‌کنند، تبدیل مساله به یک مدل ریاضی قابلیت بررسی آنرا بسیار افزایش می‌دهد و امکان استفاده از برنامه‌های متنوع ریاضی را فراهم می‌آورد. لذا در ادامه تعریف مدل برنامه ریزی ریاضی و یک قضیه ی اساسی که در حل این مدلها مورد استفاده قرار می‌گیرد آورده شده است.



ب

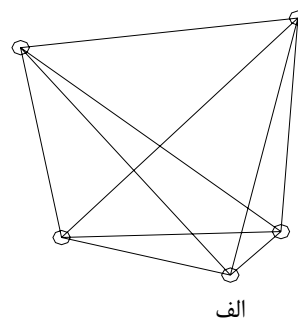
عمومی توپوگرافی، گزینه‌هایی را بعنوان مسیرهای اولیه در نظر می‌گیرند و پس از بررسی آنها و انجام سعی و خطا این گزینه‌ها را بهبود می‌بخشند و سپس با توجه به محدودیتهای طرح، نقاط اجباری و دیگر مسایل مطروحه در پروژه بر اساس قضاوت مهندسی و ارزیابی اقتصادی همان گزینه‌ها، مسیری را پیشنهاد کرده و آن را نهایی می‌کنند. با توجه به اینکه کیفیت این مسیرها عمدتاً وابستگی زیادی به تجربه طراح دارد، لذا نمی‌توان این روش را دقیق تلقی نمود.

در صورت نادرست بودن مسیرهای اولیه مورد بررسی، هزینه‌های بسیاری به پروژه‌ها تحمیل می‌شود که حتی در صورت استفاده از بهترین شیوه‌های طرح خط پروژه در مراحل بعد دیگر نمی‌توان این هزینه‌ها را جبران کرد.

مدیریت طرح مسیر

داشتن شبکه آزادراهی کشوری یکی از پارامترهای توسعه‌یافتگی کشورها محسوب می‌شود. لذا برنامه‌ریزی برای طرح بهینه مسیریابی کلان، یکی از ملزومات یک شبکه آزاد راهی اقتصادی است. برای یافتن مسیر بهینه، باید فرم عمومی اتصال نقاط و نحوه دسترسی آنها به یکدیگر براساس یک مدل بهینه و توجیه پذیر باشد.

شکل (۲) دو فرم کلی اتصال ۵ مرکز شهری را نشان می‌دهد. در شکل (۲-الف) مسیر، بطور تناوبی، از هر مرکز مستقیماً به مرکز دیگر اتصال داده شده است. بانگ^{۱۱} چنین الگویی را «کمترین هزینه برای مصرف کننده» تعریف کرده است [۱۱]. شکل (۲-الف) وضعیتی را نشان می‌دهد که در آن هزینه بهره‌بردار در کمترین حالت خود قرار دارد ولی هزینه ساخت بسیار زیادی دارد در حالیکه



الف

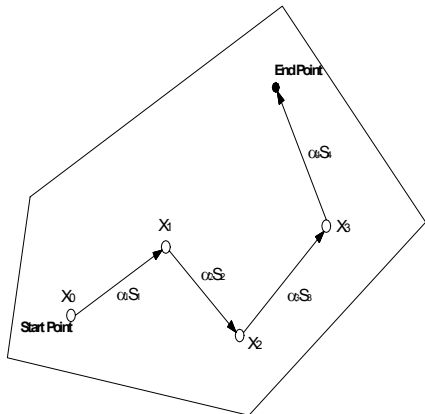
شکل ۲: الگوی دو شبکه حمل و نقل، (الف) الگوی کمترین هزینه برای مصرف کننده، (ب) الگوی کمترین هزینه برای احداث [۱۱].

$$\nabla f(x) = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(x)}{\partial x_n} \right)^T \quad (7)$$

که به آن، اپراتور دلتا یا گرادینان $f(x)$ می گویند. حل معادلات ناشی از رابطه (۶) کار دشواری است. روشهایی که در بخش بعد بیان می شود، درصدد حل این دستگاه معادلات می باشند.

روشهای حل مدل برنامه ریزی ریاضی

در اینجا به دو مطلب اشاره می شود، ابتدا الگوریتم های مرحله ای^{۱۵} در روش های بهینه سازی معرفی می شوند. الگوریتم های مرحله ای در روشهای بهینه سازی از یک نقطه با شرایط مشخص مانند x_0 شروع می کنند و بعد در فضا، در جهت مناسب مانند S و به طول گام α حرکت می کنند و بعد در نقطه جدید در مورد S و α دوباره تصمیم گیری می شود، این حرکت آنقدر ادامه می یابد تا به حد دلخواه به نقطه مینیمم نزدیک شوند. شکل (۴) نمایی از چگونگی حرکت از نقطه شروع به سمت نقطه بهینه به وسیله انتخاب جهت و طول گام را نشان می دهد.



شکل ۴: نمایی از جستجو و حرکت به سمت نقطه بهینه [۱۲].

از این جمله الگوریتم ها می توان به روشهای زیر اشاره کرد:

- روش نیوتن^{۱۶} $f \in C^2$
- روش سکانت^{۱۷} $f \in C^1$
- روش نیمه کردن^{۱۸} $f \in C^1$
- روش برازش درجه ۲^{۱۹} $f \in C^0$
- روش تقاطع طلایی^{۲۰} $f \in C^0$
- روش فیبوناچی^{۲۱} $f \in C^0$

تعریف: مدل برنامه ریزی ریاضی عبارت است از:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & x \in S \\ & x \in E^n, \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن، $f: R^n \rightarrow R$ تابعی دلخواه و S زیر مجموعه ای از نقاط فضای برداری E^n است.

اگر S کل فضای برداری E^n باشد، آنگاه مدل را مدل برنامه ریزی ریاضی بدون محدودیت^{۱۲} می نامند. در غیر این صورت مدل برنامه ریزی ریاضی با محدودیت^{۱۳} نامیده می شود. مدل برنامه ریزی ریاضی با محدودیت را می توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & g_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & h_j(x) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p. \end{aligned} \quad (2)$$

شرط وجود جواب برای این مدلها، و قضیه اساسی حل آنها در زیر آمده است.

(قضیه کوهن تاکر^{۱۴} K-T): در صورتی که f, g_i, h_j مشتق پذیر از درجه اول باشند و شرایط درجه اول کیفیت محدودیت برقرار باشد، x^* مینیمم عمومی برنامه ریزی محدب (بر اساس رابطه ۲) از روابط زیر حاصل می شود: شرط شدنی بودن x^*

$$g_i(x^*) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

شرط شدنی بودن x^*

$$h_j(x^*) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (4)$$

شرط مکملی

$$u_i^* g_i(x^*) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

شرط لاگرانژین

$$\nabla f(x^*) - \sum_{i=1}^m u_i^* \nabla g_i(x^*) - \sum_{j=1}^r v_j^* \nabla h_j(x^*) = 0 \quad (6)$$

اپراتور ∇ که در معادلات بالا استفاده شده است، به صورت زیر تعریف می شود:

می شود. در این روش ها انتخاب نقطه شروع و معیار توقف به اختیار کاربر می باشد.

روش شبه نیوتنی

همان طور که گفته شد این الگوریتم یک الگوریتم مرحله ای است و نکته مهم چگونگی تعیین α, S است. در این الگوریتم [۱۵]:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k S_k \quad (10)$$

$$\alpha_k = \arg \min_{\alpha} (x_k + \alpha S_k) \quad (11)$$

$$S_k = -H_k \nabla f(x_k) \quad (12)$$

$$H_{k+1} = H_k + \frac{(S_k - H_k y_k)(S_k - H_k y_k)^T}{y_k^T (S_k - H_k y_k)} \quad (13)$$

$$y_k = \nabla f(x_k) - \nabla f(x_{k-1}) \quad (14)$$

$$S_k = x_k - x_{k-1} \quad (15)$$

$$H_0 = I \quad \text{یک ماتریس متقارن مانند} \quad (16)$$

مرتبه ماتریس H براساس درجه تابع هدف تعیین می شود. بدلیل سادگی محاسبات، این روش در برنامه های کامپیوتری بیشتر استفاده می شود.

روشهای حل مدل برنامه ریزی محدب با محدودیت

این روشها بر اساس روشهای جستجوی نقاط درونی^{۲۷} تعریف شده اند. البته بسته به اینکه مدل برنامه ریزی محدب دارای چه محدودیتهایی است (به طور مثال محدودیت ها خطی هستند یا تابع از درجه ۲ و یا کمتر) الگوریتمهای بسیاری موجود است (الگوریتم تابع بازدارنده لگاریتمی، الگوریتم مرکزی و ...) لکن نرم افزارهای موجود روشهای نقاط درونی بهره می برند. در ادامه به بررسی اجمالی الگوریتم بازدارنده لگاریتمی^{۲۸} پرداخته می شود.

در این روشها از بالا به پایین شرایط تحلیلی مورد نیاز در مورد تابع کمتر می شود ($f \in C^n$) به معنای آن است که f تا n مرحله مشتق پذیر است) لکن سرعت این الگوریتم نیز کاهش می یابند. در اینجا به بیان روش نیوتن بسنده می شود و برای مطالعه بقیه روشها خواننده می تواند به مرجع [۱۵] رجوع کند.

روش نیوتن برای یافتن نقطه مینیمم قید می کند که باید تابع، حداقل ۲ بار مشتق پذیر باشد و نقطه بهینه را از رابطه بازگشتی زیر به دست می آورد:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} \quad (8)$$

یک قضیه مهم در روش نیوتن این است که اگر \bar{x} نقطه مینیمم تابع f باشد و x_k از روش نیوتن استخراج شده باشد آنگاه:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1} - \bar{x}|}{|x_k - \bar{x}|} = 0 \quad (9)$$

یا به عبارت دیگر سرعت همگرایی این روش فوق خطی^{۲۲} است. این قضیه بیان می کند که روش نیوتن در همگرایی به سمت جواب، سرعتی بسیار خوب دارد و این بدلیل استفاده صحیح از اطلاعات تحلیلی بیشتر در مورد تابع است.

روشهای حل مدل برنامه ریزی محدب بدون محدودیت

الگوریتم های حل مدل برنامه ریزی محدب بدون محدودیت که در اینجا به آنها اشاره می شود از نوع الگوریتم های مرحله ای هستند و معروفترین آنها در زیر آمده اند:

- الگوریتم بزرگترین شیب^{۲۳} $f \in C^1$
 - الگوریتم نیوتن $f \in C^2$
 - الگوریتم تجدید نظر شده نیوتن^{۲۴} $f \in C^2$
 - الگوریتم های شبه نیوتنی^{۲۵} $f \in C^1$
 - الگوریتم های جهت های مزدوج^{۲۶} $f \in C^1$
- در ادامه به بررسی اجمالی روش شبه نیوتنی پرداخته

روش تابع بازدارنده لگاریتمی

مدل برنامه ریزی محدب که در رابطه (۲) ارائه شد را با کمی تغییرات می توان به صورت زیر نوشت.

$$\begin{aligned} \text{Min } & f(x) \\ & g_i(x) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x \in R^n \end{aligned} \quad (17)$$

(توجه شود که هر محدودیت مساوی را می توان به صورت دو محدودیت نامساوی نوشت).

همانطور که گفته شد f, g_i ها محدب هستند و فرض می شود که مشتق پذیر از درجه دو نیز باشند. همچنین فرض می شود که ناحیه دارای نقطه ای باشد که روی مرزها واقع نباشد و همچنین ناحیه بسته باشد.

تابع بازدارنده لگاریتمی این مساله به صورت زیر تعریف می شود به طوری که $\zeta > 0$:

$$\phi(x, \zeta) = \frac{f(x)}{\zeta} - \sum_{i=1}^m \text{Ln}(g_i(x)) \quad (18)$$

و مشتقات اول و دوم این تابع به صورت زیر نوشته می شوند:

$$g(x, \zeta) = \nabla \phi(x, \zeta) = \frac{\nabla f(x)}{\zeta} - \sum_{i=1}^m \frac{\nabla g_i(x)}{g_i(x)} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} H(x, \zeta) &= \nabla^2 \phi(x, \zeta) \\ &= \frac{\nabla^2 f(x)}{\zeta} - \sum_{i=1}^m \left[\frac{\nabla^2 g_i(x)}{g_i(x)} - \frac{\nabla g_i(x) \nabla g_i(x)^T}{g_i(x)^2} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

برای راحتی در جایگاه متغیرهای تابع، x و ζ هستند به جای $(x, \zeta), g(x, \zeta), H(x, \zeta)$ به ترتیب H, g به کار می رود. نماد دیگری که باید تعریف شود تابع اندازه $\| \cdot \|_H$ است که به صورت زیر تعریف می شود.

$$\|Z\|_H = \sqrt{Z^T H Z} \quad (21)$$

در این روش گام جستجو، مشابه روش نیوتن به صورت زیر تعریف می شود:

$$S(x, \zeta) = -H(x, \zeta)^{-1} g(x, \zeta) = -H^{-1} g \quad (22)$$

حال براساس تعاریف بالا، الگوریتم روش را می توان به

صورت زیر بیان کرد [۱۶]:

الگوریتم تابع بازدارنده لگاریتمی

```

Begin
   $x := x_0; \zeta := \zeta_0$ 
  While  $\zeta > \frac{\epsilon}{4n}$  Do
    Begin (outer step)
       $\zeta := (1 - \theta)\zeta$ 
      While  $\|S\|_H \geq \tau$  Do
        Begin (inner step)
           $\bar{\alpha} = \arg \max_{\alpha > 0} \{ \Phi(x + \alpha S); x + \alpha S \in F^o \}$ 
           $x := x + \bar{\alpha} S$ 
        end (inner step)
      end (outer step)
    end.
  
```

که در آن:

ϵ : پارامتر دقت برای خاتمه الگوریتم

τ : پارامتر حدی برای کنترل تابع بازدارنده لگاریتمی

θ : پارامتر کاهش ζ , $0 < \theta < 1$;

ζ_0 : مقدار اولیه برای ζ ;

x^0 : یک نقطه داخلی به طوری که:

$$\|S(x^0, \zeta_0)\|_{H(x^0, \zeta_0)} \leq \tau$$

مدلهای ریاضی مسیریابی بهینه

یافتن تابع هزینه مسیر، اولین قدم در بحث مدلسازی ریاضی مسیریابی است. عامل عمده طرح مسیر در مناطق کوهستانی کمینه کردن حجم عملیات خاکی است زیرا در این مناطق شکل توپوگرافی منطقه تحمیل کننده شرایط بسیاری است که مسیر راه و یا راه آهن نیز تابع آنهاست. یعنی برای رعایت کردن ضوابط، حداقل ها و حداکثرهای مجاز در آیین نامه طرح هندسی راه و همچنین کم کردن هزینه راه، توپوگرافی منطقه مهمترین نقش را ایفا می کند ولی در مناطق دشتی و تپه ماهوری که از شیب های ملایمی تشکیل شده اند، توپوگرافی عامل اصلی طرح مسیر و پارامتر عمده هزینه نیست. در این مناطق طول مسیر و شرایط بستر آن که در هزینه های ساخت و بهره برداری تاثیر می گذارند، عوامل اصلی تعیین کننده در تابع هزینه راه هستند. لذا در این مناطق مینیمم کردن تابع هزینه یعنی یافتن کوتاهترین مسیر

جدول ۱: انواع هزینه های یک مسیر در طول عمر آن [۱].

هزینه	مثال
هزینه طراحی و نظارت	هزینه شرکت‌های مشاور و نظارت
هزینه ساخت	هزینه تهیه زمین، هزینه عملیات خاکی و روسازی
نگهداری	روشنائی، برف رویی، مرمت
عملکرد وسیله نقلیه	سوخت
زمان سفر	ارزش وقت هر مسافر
تصادفات	جراحات و صدمات ناشی از تصادف
اجتماعی، زیست محیطی	آلودگی صوتی، آلودگی هوا

با توجه به اینکه هزینه طراحی و نظارت برای تمام گزینه ها تقریباً یکسان است و مقدار آن بسیار کمتر از هزینه های ساخت و بهره برداری است لذا می توان در تحلیل های اقتصادی انتخاب مسیر از آن صرف نظر کرد. عمده هزینه های راه یا راه آهن علیرغم تفاوت مقادیر آنها، مستقیماً به طول مسیر وابسته اند یعنی هرچه مسیر طولانی تر باشد این هزینه ها بیشترند [۱۴]، از جمله این هزینه می توان به هزینه تهیه زمین، عملیات خاکی، روسازی، زهکشی وایمنی اشاره کرد. هزینه های تعمیر و نگهداری مسیر راه و راه آهن نیز مستقیماً به طول مسیر وابسته است، که می توان نحوه این ارتباط و تابع هزینه آنرا در تحقیقات مختلفی جستجو کرد [۱۰]. هزینه استفاده کننده، از دیگر عوامل مؤثر در طرح مسیر است که آن نیز شامل هزینه های مختلفی از جمله هزینه های عملکردی وسیله نقلیه (برای مثال هزینه سوخت)، هزینه زمان سفر و هزینه تصادفات است که تابع ارتباط آنها با طول مسیر در مطالعات مختلفی آمده است که از آن جمله به مراجع [۱۵، ۱۴] اشاره می شود. کمی کردن هزینه های اجتماعی و زیست محیطی به آسانی امکان پذیر نیست و در نظر گرفتن آنها در تابع هزینه برای ارزیابی مسیر مشکل است. فیشر و همکارانش، مطالعاتی در این زمینه انجام داده اند و دامنه ای برای تغییرات هزینه های زیست محیطی برحسب سنت بر وسیله نقلیه، کیلومتر ارائه کرده اند که در مرجع [۱۵] آمده است. تابع هزینه کل بکار رفته در تحلیل این تحقیق برابر مجموع هزینه های ذکر شده می باشد. بنابراین هزینه ساخت و بهره برداری واحد طول راه یا راه آهن از فرمول (۲۲) محاسبه می شود.

ممکن که ضمن دسترسی به نقاط بین راه از مناطقی که هزینه ساخت راه در آنها کمتر است عبور کرده باشد. معمولاً وضعیت طبیعی زمین در این مناطق دارای ناهمواری های موضعی نظیر کوهها و یا دره هایی است که به دلیل هزینه زیاد عبور از این عوارض در طرح مسیر، سعی می شود که مسیر از این عوارض عبور نکند.

بنابراین مدل ریاضی بهینه سازی مسیر باید علاوه بر یافتن مسیری با مینیمم هزینه شرایط دیگری را نیز ارضاء کند. یکی از این شرایط، عبور کردن مسیر از نقاط اجباری موجود در منطقه است که مسیر به هر دلیل باید از آنها گذر کند. و بالعکس گاه مناطقی در مسیر طرح وجود دارند که مسیر نباید از آنها عبور کند، مانند دره ها، دریاچه ها، کوهها، مناطق حفاظت شده زیست محیطی، مناطق حفاظت شده نظامی، برخی مناطق دارای زمینهای کشاورزی، مناطقی که از نظر زمین شناسی برای عبور مسیر مناسب نیستند و دیگر مناطق صعب العبوری که گذر از آنها هزینه بسیاری را به پروژه تحمیل می کند.

مدل ریاضی مسیریابی بدون محدودیت

در مرحله اول فرض می شود که هیچ منطقه ممنوعه ای در مسیر طرح وجود ندارد، لذا در این حالت مسئله به یافتن یک مدل ریاضی بدون محدودیت تبدیل می گردد. در این روش ابتدا تابع هزینه مسیر مدلسازی می شود و سپس با استفاده از روشهای ریاضی بهینه سازی مناسب، مینیمم مقدار آن به ازای تغییرات موقعیت مسیر در پلان محاسبه می شود. وضعیتی از مسیر که کمترین هزینه را دارد، بعنوان جواب مطلوب انتخاب می شود.

الف- هزینه واحد طول مسیر

مهمترین عامل انتخاب یک مسیر از بین چند گزینه، نسبت سود به هزینه آن در طول عمر طرح است. هزینه های یک راه یا راه آهن در طول عمر آن در سه گروه مختلف طبقه بندی می شوند، هزینه طراحی و نظارت، هزینه ساخت و هزینه بهره برداری، که هر کدام از آنها شامل هزینه های مختلفی است. سازمان اقتصادی کشورهای توسعه یافته^{۲۹}، انواع هزینه های یک مسیر را به نحوی که در جدول (۱) ارائه شده است طبقه بندی کرده است.

طول راه دسترسی این نقاط را به حداقل ممکن تقلیل میدهد.

ب- محاسبه طول قطعات راه

اگر محل‌های تقاطع راههای فرعی (راههای دسترسی) با راه اصلی، با J_i و با مختصات x_i و y_i در نظر گرفته شوند، توابع طول مسیر به شرح زیرند (شکل ۵):

$$L_i = \sqrt{(x_{i-1} - x_i)^2 + (y_{i-1} - y_i)^2} \quad (24)$$

$$d_i = \sqrt{(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2} \quad (25)$$

که در آن:

L_i : طول قطعه‌ام راه اصلی،

x_i, y_i : مختصات نقطه‌ام راه اصلی،

d_i : طول قطعه‌ام راه فرعی،

a_i, b_i : مختصات نقاطی که باید به آنها دسترسی

داشت را نمایش می‌دهند.

ج- تابع هزینه مسیر

با ضرب هزینه واحد طول هر قطعه از مسیر در طول آن، هزینه مربوط به هر قطعه پیدا می‌شود اکنون با جمع این هزینه‌ها هزینه مربوط به مجموع قطعات مسیر محاسبه می‌شود.

$$C_{Total} = C_c + C_o$$

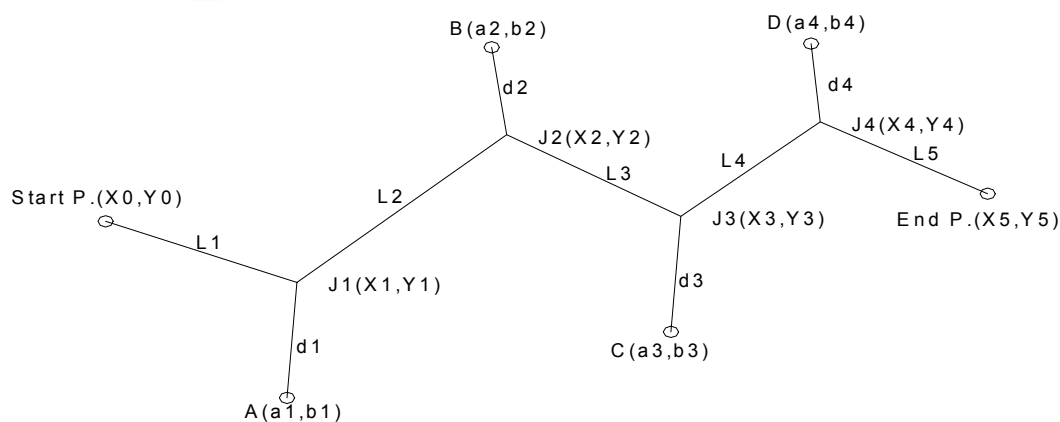
(۲۳)

که در آن:

C_c : میانگین هزینه ساخت واحد طول مسیر،

C_o : میانگین هزینه بهره برداری واحد طول مسیر در طول عمر طرح.

وضعیت توپوگرافی منطقه اعم از اینکه منطقه دشت یا تپه ماهور و یا کوهستانی باشد تأثیر فراوانی بر هزینه ساخت راه می‌گذارد از طرف دیگر درجه راه، اعم از اینکه راه، آزادراه، بزرگراه، راه اصلی و یا راه فرعی باشد، و یا نوع روسازه راه آهن نیز در هزینه ساخت آن بسیار مؤثر است لذا در یک شبکه راه و یا راه آهن برون شهری، که شامل انواع راهها می‌باشد، مینیمم هزینه ساخت حالتی از شبکه است که در آن علاوه بر اتصال مناسب مناطق شهری، منابع طبیعی و مراکز صنعتی، طول انواع راهها در آن در حالت بهینه باشد. در این مدل مجموع هزینه‌های ساخت و بهره برداری واحد طول مسیر مبنا که نقاط ابتدا و انتهای مسیر را به وصل می‌کند با p و مجموع هزینه ساخت و بهره برداری واحد طول راه دسترسی برای قطعه‌ام، q_i در نظر گرفته شده است. در پروژه‌های عملی گاهی بعضی از نقاط بین راهی به دلایل خاص برای پروژه بعنوان نقاط اجباری تعریف می‌شوند. یعنی نقاطی که مسیر مبنا باید از آنها بگذرد، در این مدل برای تعریف این نقاط میتوان هزینه ساخت و بهره برداری راه دسترسی آنها به مسیر مبنا را بینهایت تعریف کرد. در این حالت برنامه بهینه یابی مدل، برای کم کردن مجموع هزینه‌ها،



شکل ۵: مختصات نقاط مسیر در یک دستگاه مختصات محلی.

دسترسی با راه مبنا (x_i, y_i) به عنوان مجهولات مسئله هستند. حالا با استفاده از روشهای کمینه‌سازی توابع، مقادیر x_i و y_i به نحوی پیدا می‌شوند که تابع هزینه (f) کمترین مقدار خود را داشته باشد. همانطور که در قسمت قبل گفته شد در این تحقیق از مدل‌های برنامه ریزی ریاضی برای بهینه‌سازی تابع هزینه استفاده شده است. یکی از روشهای حل مدل برنامه ریزی ریاضی روش لاگرانژ است.

در روش لاگرانژ، بمنظور یافتن مینیمم یک تابع، با تعدادی متغیر آزاد، ابتدا مشتق جزئی تابع نسبت به تمام متغیرهای آزاد محاسبه می‌شود، سپس با مساوی صفر قرار دادن توابع مشتق بدست آمده و حل توأم آنها در یک دستگاه معادلات، مقادیر متغیرها، بدست می‌آید. دستگاه معادلات لاگرانژ در معادله (۲۷) نشان داده شده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{q_i(x_i - a_i)}{\sqrt{(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2}} \\ + p \left(\frac{x_i - x_{i-1}}{\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}} + \frac{x_i - x_{i+1}}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}} \right) = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \\ \frac{\partial f}{\partial y_i} = \frac{q_i(y_i - b_i)}{\sqrt{(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2}} \\ + p \left(\frac{y_i - y_{i-1}}{\sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}} + \frac{y_i - y_{i+1}}{\sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}} \right) = 0 \quad (i = 1, \dots, n) \end{array} \right. \quad (27)$$

۵- حل یک مثال عددی

برای مثال اگر قرار باشد دو شهر C_1 و C_2 در یک منطقه دشتی و تپه‌ماهوری که عوارض توپوگرافی خاصی ندارد به یکدیگر متصل شوند، ابتدا مختصات این دو شهر در یک سیستم مختصات واحد مشخص می‌شوند. سپس با توجه به صلاحیتهای بهره‌برداری درجه راه مواصلاتی (راه مبنا) و در نتیجه هزینه ساخت و بهره‌برداری هر کیلومتر آن در دوره طرح مشخص می‌گردد. حالا باید موقعیت نقاط بین‌راهی که باید به این مسیر مبنا دسترسی داشته باشند و همچنین هزینه ساخت و بهره‌برداری هر کیلومتر از راههای دسترسی بصورت مجزا مشخص شوند. به دلیل تفاوت درجه این راهها و همچنین حجم ترافیک متفاوت آنها که با توجه به جمعیت، وسعت و تبادلات اقتصادی و صنعتی معین می‌شود، هزینه واحد طول آنها متفاوت است. در مثال حل شده در جدول (۲) تعداد نقاط دسترسی بین‌راهی ۱۰ فرض شده است، که

$$f = p \sum_{i=1}^{n+1} L_i + \sum_{i=1}^n q_i d_i \quad (26)$$

که در آن :

f : مجموع کل هزینه ها،

p : هزینه واحد طول مسیر اصلی،

q_i : هزینه واحد طول قطعه‌آم راههای فرعی و

n : تعداد نقاط دسترسی را نمایش می‌دهند.

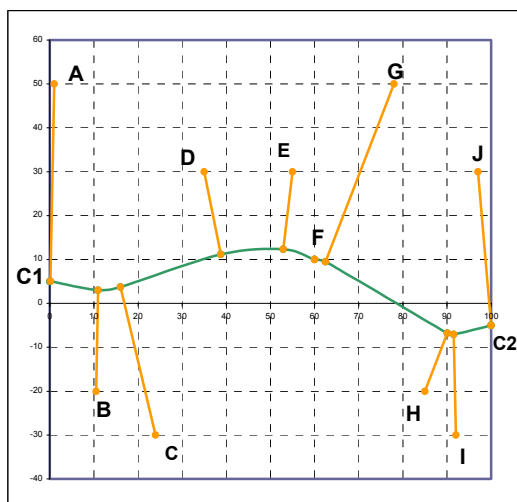
در این حالت فرض شده که هزینه واحد طول مسیر اصلی در طول مسیر ثابت است، ولی هزینه واحد طول راههای فرعی با توجه به درجه آنها و متناسب با حجم مبادلات بار و مسافر آنها متغیر است.

د- کمینه‌سازی تابع هزینه

در این مرحله، مختصات نقاط تقاطع راههای

بعد از حل معادلات بالا مقادیر $(x_1, x_2, x_3, \dots, y_1, y_2, y_3, \dots)$ پیدا می‌شوند. با مشخص شدن مقادیر x_i ها و y_i ها شکل کلی مسیر مبنا و طول راههای دسترسی مشخص می‌شوند.

با بالا رفتن درجه آزادی تابع هزینه (افزایش نقاط دسترسی بین راه) یافتن توابع مشتق و حل توأم آنها در دستگاه معادلات مشکلتر می‌شود و حل آن نیاز به برنامه های کامپیوتری دارد. لذا می‌توان با استفاده از نرم افزارهایی که قدرت حل این معادلات را دارند، این کار را با دقت و سرعت بیشتر انجام داد. نرم افزارهایی مانند Mathematica، Lingo، Solver Program (که روی نرم افزار Excel قابل نصب است) از جمله نرم‌افزارهایی هستند که می‌توانند پس از برنامه نویسی مناسب، توابع مدل فوق الذکر را بصورت عددی حل کنند.



شکل ۶: خروجی مدل مسیریابی بدون محدودیت [۱۲].

۵- اصلاح مسیر طرح شده

پس از طرح مسیر توسط برنامه، مهندس طراح باید مسیر طراحی شده را بر روی نقشه های مختلف اطلاعات جغرافیایی تطبیق دهد و اگر مسیر از مناطقی عبور کرده که به هر دلیل مناسب نیستند، با تعریف نقاط اجباری برای برنامه، مسیر بهینه را در حالت جدید دوباره طراحی کند. مثلاً ممکن است مسیر اولیه از میان یک دریاچه یا مرداب و یا رودخانه عبور کند، در این حالت مهندس طراح براساس اطلاعات مهندسی رودخانه و ملاحظات مختلف فنی و اقتصادی، بهترین مقطع عبور مسیر از رودخانه (بهترین مقطع برای احداث پل) را به عنوان نقطه اجباری برای برنامه تعریف کند. البته گاه در مناطق دشتی و تپه ماهوری نیز سلسله کوه هایی وجود دارد که مسیر ناگزیر باید آنها را قطع کند، در این حالت نیز باید مهندس طراح براساس نوع منطقه و شرایط خاص آن اعم از شکل توپوگرافی، محدودیت های زمین شناسی، جنس کوه، امکانات اجرایی و دیگر محدودیتهای فنی و اجرایی، بهترین مقطع برای احداث تونل را به عنوان نقطه اجباری برای برنامه بهینه سازی تعریف کند. لذا باتوجه به مطالب مذکور هرچه اطلاعات ورودی به مدل کامل تر باشد و از طرف دیگر هرچه قضاوت مهندسی طراح براساس تجربه بیشتری باشد، خروجی مدل به مسیر بهینه واقعی نزدیکتر می گردد.

مدل ریاضی مسیریابی با محدودیت

در پروژه های راهسازی محدوده هایی به عنوان

مختصات و هزینه واحد طول آنها (کیلومتر/هزینه) بصورت فرضی در این جدول دیده می شوند.

جدول ۲: ورودی، محاسبات و خروجی مدل مسیریابی بدون محدودیت [۱۲].

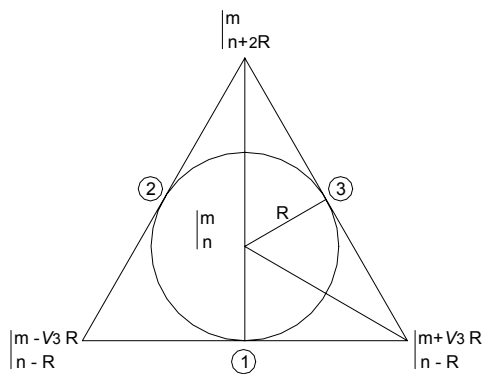
Input			Output		Calculation		
Point	Access Point		bypass road cost per length	Optimum Point		Li	Di
	a	b		X	y		
C1	0	5	-	0	5		
A	1	50	1	0.1	5	0.1	45
B	10.5	-20	1	10.9	3	11	23
C	24	-30	0.5	16	3.8	5.2	34.7
D	35	30	0.7	38.8	11.2	23.9	19.2
E	55	30	1.2	52.9	12.4	14.2	17.8
F	60	10	1.5	60	10	7.5	0
G	78	50	1	62.5	9.5	2.5	43.4
H	85	-20	1	90.1	-6.8	32	14.2
I	92	-30	1.3	91.5	-7.1	1.5	22.9
J	97	30	0.75	100	-5	8.7	35.1
C2	100	-5	-	100	-5	0	
main road cost per length=			3			Total Cost=	554

مثال جدول (۲) در نرم افزار Excel برنامه نویسی شده است، و با استفاده از توابع ریاضی این نرم افزار، دستگاه معادلات (۲۰ معادله، ۲۰ مجهول) حل شده است.

دوستون x, y ، خروجی مدل را نشان می دهند. این مقادیر، مختصات محل اتصال راههای دسترسی فرعی به مسیر اصلی را نشان می دهند. به ازای این نقاط، مقدار تابع هزینه ساخت و بهره برداری مسیر اصلی و راههای دسترسی بهینه است.

برای بهتر مشخص شدن نتیجه، خروجی شماتیک برنامه بهینه سازی در شکل (۶) نشان داده شده است.

شرطهای لازم نقطه تقاطع مسیر فرعی و اصلی از این منطقه خارج می‌کند. یافتن معادلات خطوط مثلث منطقه ممنوعه برای مهندس طراح می‌تواند وقت‌گیر باشد، لذا در اینجا نحوه محاسبه معادلات خطوط مثلث منطقه ممنوعه براساس مشخصات دایره محاطی مثلث، ارائه شده است. اگر (m, n) مختصات مرکز دایره محاطی مثلث منطقه ممنوعه و R شعاع آن دایره فرض شود (شکل (۷)). معادله‌های خطوط متقاطع مثلث متساوی الاضلاعی که خط قاعده آن موازی محور x باشد، به شرح زیرند:



شکل ۷: منطقه ممنوعه مثلثی.

$$(۱) \text{ معادله خط } y = c_1 \quad ; \quad c_1 = n - R,$$

(۲۹)

$$(۲) \text{ معادله خط } y - \sqrt{3}x = c_2 \quad ; \quad c_2 = -\sqrt{3}m + n + 2R,$$

(۳۰)

$$(۳) \text{ معادله خط } y + \sqrt{3}x = c_3 \quad ; \quad c_3 = \sqrt{3}m + n + 2R,$$

(۳۱)

در صورت وقوع هرکدام از این شروط نقطه تقاطع مسیر اصلی با مسیر فرعی مجازی از منطقه ممنوعه خارج می‌گردد. این شرایط در مدل مطروحه با استفاده از یک پارامتر t_k و 1 و ایجاد تعدادی شرط، تعریف می‌گردد.

$$c_1 - t_1 M < y_k < c_1 + (1 - t_1) M, \quad (۳۳)$$

$$c_2 - (1 - t_2) M < y_k - \sqrt{3}x_k < c_2 + t_2 M \quad (۳۴)$$

$$c_3 - (1 - t_3) M < y_k + \sqrt{3}x_k < c_3 + t_3 M \quad (۳۵)$$

مناطقی که راه نباید از آنها عبور کند، وجود دارند، لذا باید با مدلسازی آنها و تعریف این محدوده به عنوان شرایط و محدودیت‌های تابع اصلی، مدل را کامل کرد. برای تعریف این مناطق در یک مدل ریاضی با توجه به شکل نامنظم آنها باید این مناطق با اشکال منظم هندسی قابل تعریف، برآزش شوند. در این روش، ابتدا یکبار مسئله توسط برنامه بهینه‌سازی بدون محدودیت حل می‌گردد و مسیر اصلی و مسیرهای فرعی رسم می‌شوند، سپس محدوده‌های ممنوعه‌ای که مسیر طرح شده از آنها عبور می‌کند تعیین می‌شوند. در این مرحله مراکز مناطق ممنوعه‌ای که مسیر بهینه با آنها تلاقی دارد به عنوان نقاطی که باید مسیر بصورت مجازی به آنها دسترسی داشته باشد در مدل اولیه وارد می‌شوند با این تفاوت که از ورود نقاط مسیر مینا به منطقه ممنوعه جلوگیری می‌شود. همچنین هزینه احداث راه دسترسی آنها صفر در نظر گرفته می‌شود، زیرا بصورت واقعی چنین مسیری ساخته نخواهد شد و دوباره مسئله حل می‌شود، این کار آنقدر ادامه می‌یابد تا مسیر طراحی شده با هیچ منطقه ممنوعه‌ای تداخل نداشته باشد. در این حالت منطقه ممنوعه به شکل سه خط متقاطع که یک مثلث را می‌سازند تعریف می‌شود. سپس این مدل با ایجاد

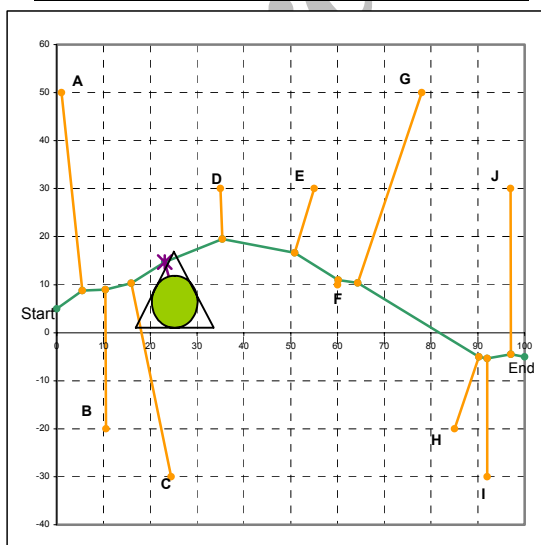
حال برای جلوگیری از وارد شدن مسیر اصلی به منطقه ممنوعه می‌توان از ترکیب فصلی سه شرط به شکل زیر استفاده کرد، در اینجا فرض شده است که مختصات نقطه تلاقی مسیر اصلی و مسیر مجازی (x_k, y_k) است:

$$\text{Minimize } f = p \sum_{i=1}^{n+1} L_i + \sum_{i=1}^n q_i d_i, \quad (تکراری ۲۶)$$

$$\text{Constraint } (y_k \leq c_1) \text{ OR } (y_k - \sqrt{3}x_k \geq c_2) \\ \text{OR } (y_k + \sqrt{3}x_k \geq c_3) \quad (۳۲)$$

جدول ۳: ورودی مسیریابی با مدل مسیر یابی با محدودیت [۱۲].

Input			Output		Calculation	
Point	Access Point		Optimum Point		Di	di
	a	b	x	y		
Start	0	5	0	5		
A	1	50	5.5	8.8	6.6	41.5
B	10.5	-20	10.4	8.9	5	28.9
C	24.5	-30	15.9	10.3	5.7	41.2
F.z.	25	8	23.1	14.7	8.4	6.9
D	35	30	35.4	19.5	13.3	10.5
E	55	30	50.9	16.6	15.7	14
F	60	10	60.2	11	10.9	1
G	78	50	64.3	10.3	4.2	42
H	85	-20	90.2	-5	30.1	15.9
I	92	-30	92	-5.3	1.8	24.7
J	97	30	97	-4.5	5.1	34.5
End	100	-5	100	-5	3	
main road cost per length=			3		Total Cost=	583
bypass road cost per length=			1			
Forbidden Zone Specification						
n	x	y	R			
1	25	8	5			



شکل ۸: خروجی مدل مسیریابی با محدودیت [۱۲].

$$1 \leq t_1 + t_2 + t_3 \leq 2.$$

(۳۶)

در آن:

M: یک عدد بزرگ،

C_1, C_2, C_3 : عرض از مبدأ معادلات خطوط مثلث،

t_1, t_2, t_3 : پارامترهای کنترلی ۰ و ۱، هستند.

مقادیر t_3, t_2, t_1 به ترتیب از نامعادلات (۳۳)، (۳۴)، (۳۵)

و (۳۶) تعیین می‌شوند. به این نحو که مثلاً در نامعادله

(۳۳)، اگر نقطه (x_i, y_i) بالای خط (۱) قرار داشته باشد،

یعنی $y_k > C_1$ باشد برای اینکه نامعادله (۳۳) درست

باشد، باید مقدار t_1 برابر صفر باشد ($t_1 = 0$)، و اگر

نقطه (x_i, y_i) پایین خط (۱) قرار داشته باشد، یعنی

$y_k < C_1$ باشد برای اینکه نامعادله (۳۳) درست باشد،

باید مقدار t_1 برابر یک باشد ($t_1 = 1$). به همین ترتیب

مقادیر t_3, t_2 نیز با توجه به نامعادلات (۳۴) و (۳۵) تعیین

می‌شوند. به این ترتیب اگر نقطه (x_i, y_i) داخل ناحیه

مثلثی قرار بگیرد، $t_1 = t_2 = t_3 = 0$ می‌شود، بنابراین

برای اینکه نقطه (x_i, y_i) خارج ناحیه مورد نظر قرار

بگیرد، کفایت این نقطه خارج یکی از خطوط (۱)، (۲) و

یا (۳) باشد، یعنی حداقل یکی از مقادیر t_3, t_2, t_1

مخالف صفر باشد یعنی اگر شرط $1 \leq t_1 + t_2 + t_3$

محقق شود، حتماً نقطه (x_i, y_i) خارج از منطقه ممنوعه

مثلثی قرار دارد. اما همانطور که مشخص است در هیچ

حالتی هر سه مقادیر t_i همزمان برابر یک نمی‌شوند و یا

بعبارتی در هیچ حالتی $t_1 + t_2 + t_3 = 3$ نمی‌شود، لذا

این حالت توسط شرط $t_1 + t_2 + t_3 \leq 2$ از فضای

جستجوی برنامه بهینه‌سازی خارج می‌گردد، تا برنامه

نقاط کمتری را مورد بررسی قرار دهد، و سرعت تحلیل

آن بیشتر شود.

برای آشنایی با این مدل جدول (۳) مثالی از روش حل

این مدل را ارائه می‌کند. هزینه احداث واحد طول راههای

فرعی در این مثال، ثابت فرض شده است. این مثال

براساس روش دوم ارائه شده در این مدل حل شده است.

هزینه احداث راه دسترسی مسیر مجازی که از منطقه

ممنوعه به مسیر مبنا وصل می‌شود برابر صفر در نظر

گرفته شده است. خروجی این مدل در شکل (۸) دیده

می‌شود.

همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود قسمتی از مسیر مبنا با منطقه ممنوعه تلاقی دارد. چون اساس برنامه در اینجا خارج کردن نقطه تلاقی راه مبنا با راه فرعی مجازی از منطقه ممنوعه است، گاهی بخشی از مسیر اتصالی به این نقطه با قسمتی از منطقه ممنوعه تلاقی می‌کند که باید در نقشه‌های دقیقتر بصورت محلی تصحیح شود.

این هزینه‌ها بیشترند. چون در مدل ارائه شده، هزینه‌ها بصورت نسبی مورد ارزیابی قرار می‌گیرند، لزومی ندارد، هزینه‌هایی که برای گزینه‌های مختلف بصورت ثابت و مستقل از طول راه وجود دارند در اطلاعات ورودی و تصمیم‌گیری مدل وارد شوند. از آنجائیکه هدف اصلی این مقاله ارائه مدل ریاضی بهینه‌یابی، طرح کریدور مسیر بوده نه طرح مسیر نهایی، به پارامترهای دیگر طرح مسیر کمتر اشاره شده است. چون مدل‌های ارائه شده در این تحقیق سعی دارند، کریدور بهینه اولیه را بیابند، لذا در یک نگاه ماکروسکوپی به یک پروژه عظیم راهسازی و یا راه‌آهن، توجه به تغییرات دقیق توپوگرافی، کاری دشوار و غیرضروری است و از طرفی در این مرحله، شناخت عوارض کلی همانند کوهها، دریاچه‌ها، مرداب‌ها، دره‌ها و مواردی از این قبیل برای طرح کریدور کفایت می‌کند. البته مدل‌های ارائه شده، برای مناطق کوهستانی و یا تپه ماهوری با گرادیان ارتفاع بالا مناسب نیستند زیرا در اینگونه مناطق، توپوگرافی منطقه یکی از مهمترین عوامل طرح مسیر است. در مدل‌های ارائه شده در این مقاله می‌توان بسیاری از پارامترهای تأثیرگذار در طرح مسیر را مدل کرد، همانطور که گفته شد تمام پارامترهای هزینه‌ی وابسته به طول مسیر را می‌توان در این مدل وارد کرد، از طرفی موقعیت عوارض مختلف طبیعی (دره‌ها، کوهها، دریاچه‌ها ...)، مناطقی که از نظر زمین‌شناسی برای عبور مسیر مناسب نیستند (مردابها، زمینهای سست ...)، مناطقی که از نظر زیست‌محیطی نباید از مسیر آنها گذر کند (جنگلها، مراتع ...)، و کلیه مناطق بین راهی که به هر دلیل برای عبور مسیر مناسب نیستند نیز در این روش قابل مدلسازی است. البته شناخت محل دقیق این محدوده‌ها و مشخصات آنها نیاز به سیستم‌های اطلاعاتی و جغرافیایی مانند GIS دارد. یافته‌های این تحقیق را می‌توان به شرح زیر خلاصه کرد:

- تهیه یک طرح جامع کارا مستلزم استفاده از مدل‌های ریاضی مناسب است تا بتواند مینیمم هزینه را در پی داشته باشد.

- اهمیت استفاده از برنامه‌های ریاضی و کامپیوتری برای رسم مسیرهای اولیه از آنجا ناشی می‌شود که در پروژه‌های راهسازی و راه‌آهن، بدلیل هزینه بالای ساخت و بهره‌برداری هر کیلومتر آنها، با یک کیلومتر تغییر طول مسیر، میلیاردها تومان هزینه پروژه تغییر می‌کند.

همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود قسمتی از مسیر مبنا با منطقه ممنوعه تلاقی دارد. چون اساس برنامه در اینجا خارج کردن نقطه تلاقی راه مبنا با راه فرعی مجازی از منطقه ممنوعه است، گاهی بخشی از مسیر اتصالی به این نقطه با قسمتی از منطقه ممنوعه تلاقی می‌کند که باید در نقشه‌های دقیقتر بصورت محلی تصحیح شود.

نتیجه گیری

تعیین مسیرهای اولیه و یافتن بهترین گزینه از بین آنها عاملی تعیین‌کننده در هزینه‌های احداث و بهره برداری از یک پروژه خواهد بود. عوامل بسیاری در طرح مسیر در نظر گرفته می‌شوند که از فاز صفر مطالعاتی با نیازسنجی طرح مسیر آغاز می‌شوند و بعد از آن با تعریف دقیق خواسته‌های برنامه‌ریزان کلان کشور از مسیر جدیدالاحداث و اولویت‌بندی این خواسته‌ها، طرح مسیر وارد مرحله بعد می‌شود. در این مرحله الگوی عمومی اتصال نقاط و دسترسی‌ها و یا به عبارتی کریدور اصلی مسیر معین می‌شود که شاید یکی از مهمترین مراحل طرح مسیر از همین مرحله آغاز می‌گردد. در صورت هرگونه اشتباه در این مرحله، شاید هزینه‌هایی به پروژه تحمیل گردد که بعد از آن هرچه فرآیند مسیریابی دقیق هم باشد، این هزینه‌ها قابل جبران نیست. نکته بسیار مهمی که در این مرحله باید به آن توجه شود، مدیریت کلی طرح مسیر و اولویت دسترسی به نقاط و نحوه این دسترسی است. که اگر در یک طرح جامع کشوری دیده نشوند، می‌توانند هزینه‌های بسیاری را به شبکه راههای کشور تحمیل کنند. لذا در این مرحله باید مسیریابی و دسترسی به نقاط مختلف با یک نگاه جامع و طرح بلندمدت انجام شود و سپس تمام مسیرهای اتصالی بین شهری در قالب همان مسیر کلی طرح و احداث شوند. تا بتوان به صرفه ترین شبکه راه را بوجود آورد. مدل ارائه شده در این مقاله از این مرحله وارد طرح مسیر می‌گردد، بنحویکه با مسیریابی کلان کریدور طرح مسیر، کریدور نهایی مسیر را به سمت مسیری بهینه از نظر اقتصادی، اجتماعی، سیاسی هدایت می‌کند که سازگار با محیط‌زیست و نیازهای کلی کارفرما نیز باشد. بسیاری از پارامترهای تأثیرگذار در تابع هزینه ساخت و بهره برداری مسیر راه و راه‌آهن علیرغم تفاوت مقادیر آنها، مستقیماً به طول مسیر وابسته‌اند، یعنی هرچه مسیر طولانی‌تر باشد

- بعضی مناطق وجود دارند که ورود به آنها ممنوع نیست بلکه هزینه ورود به آنها زیاد است، بنابراین در یک مدل جامع این مناطق نیز باید به راحتی تعریف شوند.

- در مناطق بیابانی، جهت باد غالب عامل مهمی در هزینه نگهداری راه در برابر شنهای روان است، لذا باید این مسئله نیز در مدل ریاضی مسیریابی در نظر گرفته شود.

- با استفاده از یک مدل ریاضی مناسب، طرح های جامع کشوری و استانی مورد بازنگری و کنترل قرار بگیرند و پروژه های راهسازی در دست مطالعه، اصلاح گردند.

- باید برای شرایط مختلف احداث، نگهداری و بهره برداری راه تابع هزینه هر مسیر در طول عمر بهره برداری آن پیدا شود که این امر مستلزم انجام تحقیقاتی است که در آن هزینه های ناشی از مسائل زیست محیطی، تعمیر و نگهداری، هزینه های احداث، تصادفات و . . . در نظر گرفته شود. انتخاب مسیر بهینه از بین گزینه های مختلف نیازمند مقایسه همه جانبه می باشد که در این مقایسه باید مشخصات هر مسیر در تمام طول عمر بهره برداری آن در نظر گرفته شود.

- مدل ارائه شده در این مقاله تنها ابزاری کامپیوتری است که می تواند در اختیار مهندسان با تجربه قرار بگیرد و آنها را در طرح مسیری بهینه تر یاری رساند. و برای طرح دقیق مسیر، مهندسين طراح باید براساس نقشه های دقیق توپوگرافی و جغرافیایی، مسیر نهایی را طرح کنند. این تحقیق تنها آغازی است بر فعالیتهای مطالعاتی در زمینه برنامه های ریاضی و کامپیوتری طرح مسیر است که باید توسط اساتید و دانش پژوهان روز به روز اصلاح و تکمیل گردد.

پیشنهاد برای مطالعات آینده

- با توجه به تغییر هزینه واحد طول راه اصلی، در موقعیت های متفاوت، مدل باید بتواند این هزینه را، بصورت قطعه ای از کاربر دریافت کند، که چنین کارایی مستلزم طرح های جدید برای مدل است.

- با توجه به وضعیت توپوگرافی طبیعی زمین، باید مدل را برای طراحی مسیر در وضعیت های متفاوت زمین (دشت، تپه ماهور، کوهستان) تکمیل کرد.

مراجع

- 1 - OECD (1973). *Optimization of Road Alignment by the Use of Computers*. Paris.
- 2 - AASHTO (1987). *Maintenance Manual*. Washington, D.C.
- 3 - Turner, A. k. etal. (1971). "A Computer Assisted Method of Regional Route Location." *Highway Research Record*, Vol. 48, PP.1-15.
- 4 - Athanassoulis, G. C. and Calogero, V. (1973). "Optimal location of a new highway from A to B, A computer technique for route planning." *PTRC Seminar Proceedings on Cost Models & Optimization in Highway*.
- 5 - Denardo, E. V. (1982). *Dynamic Programming Models and Applications*, Prentice all, New Jersey..
- ۶- غفاری ایرد، م. ک. "مسیریابی راه با روش برنامه ریزی پویا." پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، (۱۳۸۰).
- 7 - Hogon, J. D. (1973). "Experience with OPTLOC optimum location of highways by computer." *PTRC Seminar Proceedings on Cost Model & Optimization in Highway*.
- 8 - Nicholson, A. J. (1976). "A variational approach to optimal route location." *Highway Engineers*, Vol. 23, PP.22-25.
- 9 - Jong, J. C. (1998). *Optimizing Highway Alignment with Genetic Algorithms*, University of Maryland.
- 10 - JHA, M. K. (2001). "Considering maintainability in highway alignment optimization." *TRB, 80 the Annual Meeting*, No.01-3170.
- ۱۱- محمودی، ع. "جغرافیای حمل و نقل." مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۸۰).

- ۱۲- بروجردیان، ا. م. "مدل مسیریابی بهینه راه با توجه به نقاط دسترسی موجود در کریدور." پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، (۱۳۸۳).
- 13 - Fwa, T. F. and Goh, C. J. (1998). *Discrete and continuous models for computation of optimal vertical highway alignment*. TRR Part B. Vol. 22, PP.399-409.
- 14 - Zeegar, C. V. et al. (1992). "Safety effect of geometric improvement of horizontal curves." *TRB1356*, PP.11-19.
- 15 - Bazara, M. S. and Shetty, C. M. (1979). *Nonlinear programming :theory and algorithms*, John Wiley and Sons, Inc, New York.
- 16 - Hertog, D. den. (1994). *Interior point approach to linear, quadratic and convex programming algorithms and complexity*. Kluwer Academic Publishers, the Netherlands.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- | | | |
|---|---------------------------------|---|
| 1 - Turner | 2 - Athanassoulis | 3 - Calogero |
| 4 - Denardo | 5 - Nasiry | 6 - Ghafary |
| 7 - Hogon | 8 - Nicholson | 9 - Jong |
| 10 - Jha | 11 - Bong | 12 - Unconstrained Mathematical Programming |
| 13 - Constrained Mathematical Programming | | 14 - Kohn-Tucker |
| 15 - Iterative algorithm | 16 - Newton | 17 - Secant |
| 18 - Bisectioning | 19 - Quadratic fit | 20 - Golden Sectionment |
| 21 - Fibounachi | 22 - Super Linear | 23 - Descent Steepest |
| 24 - Modified Newton | 25 - Quasi Newton | 26 - Conjugate Gradient Method |
| 27 - Interior – Point Method | 28 - Logarithmic Barrier Method | |
| 29 - Organization of Economic Cooperation & Development | | |