

تحلیل سه‌بعدی نورد مقاطع با استفاده از روش حد بالا

کارن ابری نیا^{۱*} و سید علیرضا فضلی‌راد^۲

(// , // , //)

چکیده

واژه‌های کلیدی:

مقدمه

[]

Lahoti

[]

[-]

Kusumoto Saito

[]

.[]

تئوری : مدل تحلیلی

Kennedy

[]

[] Hill

Kim, Kobayashi and Altan

.[]

Bezier

هندسه پیشنهاد شده برای منطقه تغییر شکل فرایند در شکل (۱) نشان داده شده است. چنین فرض شده است که ناحیه تغییر شکل در مقاطع ورودی و خروجی به دو صفحه OXY و $O'X'Y'$ محدود شده است ذره‌ای همچون P در این ناحیه بر روی خط جریان BB' از ورودی به خروجی حرکت کرده و $\frac{OB}{OA} = \frac{O'B'}{O'A'}$. همچنین فرض شده است که در تمام مسیر حرکت ذره P بر روی خط جریان رابطه تناسب بالا حفظ می‌شود. بنابراین شکل هندسی خطوط جریان بیان کننده شکل هندسی ناحیه تغییر شکل خواهد بود. سطح $OAA'O'$ که شامل خطوط جریانی مشابه BB' است، سطح جریان نامیده شده است و چنین فرض شده است که مواد در امتداد این صفحه بدون شکستگی یا ناپیوستگی در سرعت حرکت می‌کنند [۱۳].

برای طراحی منحنی‌ها Bezier برای توابع ضرایب برداری از چندجمله‌ای‌های موسوم به Bernstein استفاده کرده است [۱۲]. وی برای هر خم نقطاتی به نام نقاط کنترل تعریف کرده به نحوی که خم درجه n دارای n نقطه کنترل $V_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ است. این نقاط برای منحنی

Hsiang, Lin

.[]

Bayoumi

.[]

$$\vec{r}'(u, q, t) = f'(u, q, t)\vec{i} + g'(u, q, t)\vec{j} + h'(u, q, t)\vec{k} \quad ()$$

Mises

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad ()$$

X

$V_z \quad V_y \quad V_x$

BB'

Z Y

P

(())

[]

$$V_x = \frac{f_t}{h_t} V_z$$

$$V_y = \frac{g_t}{h_t} V_z$$

$$V_z = M(u, q, t)$$

$$\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0 \quad ()$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \quad ()$$

t q u []

$$M = \frac{C \cdot h_t}{h_t(f_u g_q - f_q g_u) + h_q(f_i g_u - f_u g_i) + h_u(f_q g_t - f_t g_q)} \quad ()$$

C

$V_z \quad M$

یک چندضلعی مشخصه تشکیل می‌دهند که چندضلعی Bezier نام گرفته است. نقاط کنترل در منحنی Bezier بر روی منحنی قرار ندارند، بلکه نزدیک آن هستند. منحنی Bezier درجه ۳ به صورت زیر تعریف شده است:

$$\vec{r}(t) = (1-t)^3 \vec{V}_0 + 3t(1-t)^2 \vec{V}_1 + 3t^2(1-t) \vec{V}_2 + t^3 \vec{V}_3 \quad ()$$

$$\vec{r}(t) = \begin{bmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{V}_0 \\ \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \end{bmatrix} \quad ()$$

$\vec{V}_3 \quad \vec{V}_2 \quad \vec{V}_1 \quad \vec{V}_0$

Bezier

$$\begin{aligned} \vec{V}_0 &= F_0(u, q)\vec{i} + G_0(u, q)\vec{j} \\ \vec{V}_1 &= a_1 F_0(u, q)\vec{i} + b_1 G_0(u, q)\vec{j} + c_1 H_0(u, q)\vec{k} \\ \vec{V}_2 &= a_2 F_1(u, q)\vec{i} + b_2 G_1(u, q)\vec{j} + c_2 H_1(u, q)\vec{k} \\ \vec{V}_3 &= F_1(u, q)\vec{i} + G_1(u, q)\vec{j} + H_1(u, q)\vec{k} \end{aligned} \quad ()$$

$c_2 \quad c_1 \quad b_2 \quad b_1 \quad a_2 \quad a_1$

$$\begin{matrix} B & & & & G_0 & F_0 & & & \\ H_1 & H_0 & B' & & & & & G_1 & F_1 \\ \vec{V}_0 & & & & & & & & \\ & \vec{V}_2 & \vec{V}_1 & B' & B & & & & \vec{V}_3 \\ & & & & & & & & \\ & & & & \vec{V}_3 & \vec{V}_0 & & & \end{matrix}$$

$$\vec{r} = f(u, q, t)\vec{i} + g(u, q, t)\vec{j} + h(u, q, t)\vec{k} \quad ()$$

$$\begin{aligned} x &= f(u, q, t) \\ y &= g(u, q, t) \\ z &= h(u, q, t) \end{aligned} \quad ()$$

$$() \quad ()$$

W_i

تحلیل فرایند در مقاطع مشخص

$$W_i = \frac{2\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \int_V (\dot{\epsilon}_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij})^{1/2} dV \quad ()$$

[]

$$W_i = \frac{2\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \int_V \left(\frac{\dot{\epsilon}_{xx}^2 + \dot{\epsilon}_{yy}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2}{2} + \dot{\epsilon}_{xy}^2 + \dot{\epsilon}_{yz}^2 + \dot{\epsilon}_{zx}^2 \right)^{1/2} |J| \cdot dudqdt \quad ()$$

۱- مربع به بیضی

()

|J|

... $\dot{\epsilon}_{xx}$

$\bar{\sigma}$.

[]

$$W_e = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \int_0^1 \int_0^1 (V_x^2 + V_y^2)^{1/2} \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)}_{t=0} dudq \quad ()$$

z_0

$$W_x = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \int_0^1 \int_0^1 (V_x^2 + V_y^2)^{1/2} \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,q)}_{t=1} dudq \quad ()$$

$$y = f(x)$$

$$y = y_c$$

y

$$W_f = \frac{m\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{(V_t - V_r)^2 + V_y^2} \sec \alpha \cdot \frac{\partial(x,z)}{\partial(q,t)}_{u=1} \cdot dq \cdot dt \quad ()$$

()

$$(y_c - f(x))^2 = (y - y_c)^2 + (z_0 - z)^2 \quad ()$$

z y

$$\sec \alpha = \frac{\sqrt{(N_1^2 + N_2^2 + N_3^2)}}{N_2} \quad ()$$

$$\vec{N} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q}_{u=1} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}_{u=1}$$

\vec{N}

$N_3 \quad N_2 \quad N_1$

$\bar{\sigma}$

2s

.2b

2a

Bezier

Bezier

$$M' = \frac{\pi V_s^2 u}{4 \cos^2(\frac{\pi q}{4}) [(f_q' g_u' - f_u' g_q') - \frac{h_q'}{h_t'} (f_i' g_u' - f_u' g_i') - \frac{h_u'}{h_t'} (f_q' g_i' - f_i' g_q')]} \quad ()$$

$$M'' = \frac{\pi V_s^2 u}{4 \cos^2(\frac{\pi q}{4}) [(f_q'' g_u'' - f_u'' g_q'') + \frac{h_q''}{h_t''} (f_i'' g_u'' - f_u'' g_i'') + \frac{h_u''}{h_t''} (f_q'' g_i'' - f_i'' g_q'')]} \quad ()$$

V_e

()

()

$u = 1$

$q = 1$

$$\vec{r}(u, q, t) = \vec{r}''(u, q, t)_{q=1}$$

$t \quad u$

۲- نورد دایره به بیضی

()

.2b

r

2a

$$\vec{v}_0 = ustg\varphi \cdot \vec{i} + us \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v}_1 = a_1 ustg\varphi \cdot \vec{i} + b_1 us \cdot \vec{j} + c_1 z_0 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{v}_2 = a_2 ustg\varphi \cdot \vec{i} + b_2 u (y_c - \sqrt{(y_c - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - s^2 tg^2 \varphi})^2 - z_0^2 tg^2 \varphi}) \cdot \vec{j} +$$

$$c_2 (z_0 - z_0 utg\varphi) \cdot \vec{k}$$

$$\vec{v}_3 = ustg\varphi \cdot \vec{i} + u (y_c - \sqrt{(y_c - \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - s^2 tg^2 \varphi})^2 - z_0^2 tg^2 \varphi}) \cdot \vec{j} +$$

$$(z_0 - z_0 utg\varphi) \cdot \vec{k}$$

()

()

$$\varphi = \frac{\pi q}{4}$$

()

$$\vec{r}'(u, q, t) = (1-t)^3 \vec{V}_0' + 3t(1-t^2) \vec{V}_1' + 3t^2(1-t) \vec{V}_2' + t^3 \vec{V}_3' \quad ()$$

$$\vec{r}'(u, q, t) = f'(u, q, t) \vec{i} + g'(u, q, t) \vec{j} + h'(u, q, t) \vec{k} \quad ()$$

$$\vec{V}_0'' = us \cdot \vec{i} + ustg\varphi \cdot \vec{j}$$

$$\vec{V}_1'' = a_1' us \cdot \vec{i} + b_1' ustg\varphi \cdot \vec{j} + c_1' z_0 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{V}_2'' = a_2' u (a \sqrt{1 - m^2}) \cdot \vec{i} + b_2' u (bm) \cdot \vec{j} + c_2' z_0 \cdot \vec{k}$$

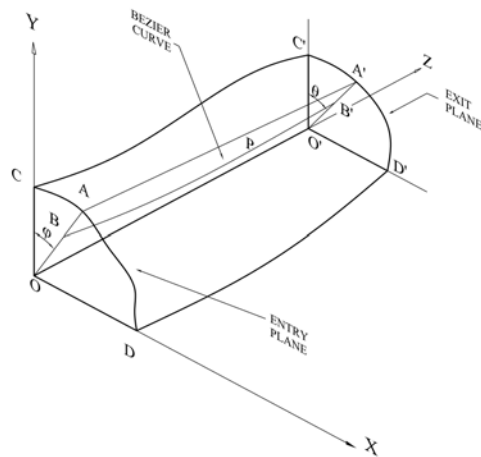
$$\vec{V}_3'' = u (a \sqrt{1 - m^2}) \cdot \vec{i} + u (bm) \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k} \quad ()$$

$$\vec{r}''(u, q, t) = (1-t)^3 \vec{V}_0'' + 3t(1-t^2) \vec{V}_1'' + 3t^2(1-t) \vec{V}_2'' + t^3 \vec{V}_3'' \quad ()$$

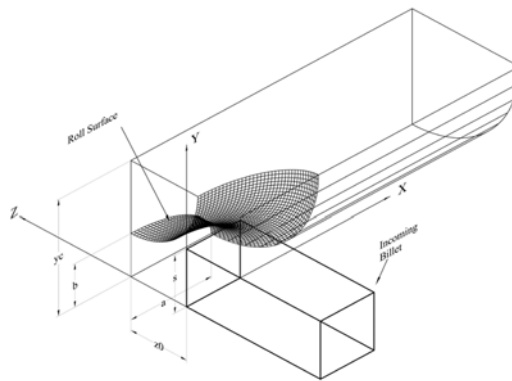
$$\vec{r}''(u, q, t) = f''(u, q, t) \vec{i} + g''(u, q, t) \vec{j} + h''(u, q, t) \vec{k} \quad ()$$

Z

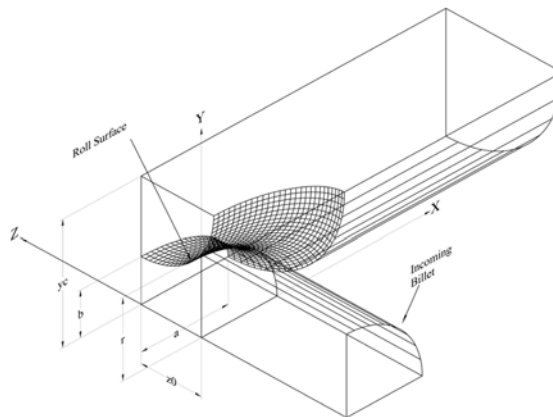
$$M = \frac{\pi V_s^2 u}{4 \cos^2(\frac{\pi q}{4}) [(f_q g_u - f_u g_q) - \frac{h_q}{h_t} (f_i g_u - f_u g_i) - \frac{h_u}{h_t} (f_q g_i - f_i g_q)]} \quad ()$$



شکل ۱: شکل هندسی پیشنهادی برای منطقه تغییر شکل در نورد یک مقطع دلخواه به یک مقطع دلخواه دیگر.



شکل ۲: یک چهارم منطقه تغییر شکل در نورد مربع به بیضی.



شکل ۳: یک چهارم منطقه تغییر شکل در نورد دایره به بیضی.

$$\begin{aligned} \vec{V}_0 &= ur \sin \varphi \cdot \vec{i} + ur \cos \varphi \cdot \vec{j} && \text{Bezier} \\ \vec{V}_1 &= a_1 ur \sin \varphi \cdot \vec{i} + b_1 ur \cos \varphi \cdot \vec{j} + c_1 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}_2 &= a_2 ua \sin \varphi \cdot \vec{i} + b_2 ub \cos \varphi \cdot \vec{j} + c_2 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}_3 &= ua \sin \varphi \cdot \vec{i} + ub \cos \varphi \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k} \end{aligned} \quad ()$$

۴- نورد مستطیل به لوزی

$$\varphi = \frac{\pi q}{2}$$

() ()

$$\frac{2h_0}{2a} \quad \frac{2w_0}{2b}$$

Bezier

$$\begin{aligned} \vec{V}_0 &= uh_0 \tan \varphi \cdot \vec{i} + uh_0 \cdot \vec{j} \\ \vec{V}_1 &= a_1 uh_0 \tan \varphi \cdot \vec{i} + b_1 uh_0 \cdot \vec{j} + c_1 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}_2 &= a_2 a \frac{h_0}{2w_0} \tan \varphi \cdot \vec{i} + b_2 u \frac{b(2w_0 - h_0 \tan \varphi)}{2w_0} \cdot \vec{j} + c_2 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}_3 &= ua \frac{h_0}{2w_0} \tan \varphi \cdot \vec{i} + u \frac{b(2w_0 - h_0 \tan \varphi)}{2w_0} \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

() ()

۳- نورد بیضی به دایره

$$\begin{aligned} \vec{V}'_0 &= uw_0 \cdot \vec{i} + uw_0 \tan \varphi \cdot \vec{j} \\ \vec{V}'_1 &= a'_1 uw_0 \cdot \vec{i} + b'_1 uw_0 \tan \varphi \cdot \vec{j} + c'_1 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}'_2 &= a'_2 ua \left(\frac{2h_0 - w_0 \tan \varphi}{2h_0} \right) \cdot \vec{i} + b'_2 ub \frac{w_0 \tan \varphi}{2h_0} \cdot \vec{j} + c'_2 z_0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}'_3 &= ua \left(\frac{2h_0 - w_0 \tan \varphi}{2h_0} \right) \cdot \vec{i} + ub \frac{w_0 \tan \varphi}{2h_0} \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k} \end{aligned}$$

() ()

$$\vec{V}_0 = ua \sin \varphi \cdot \vec{i} + ub \cos \varphi \cdot \vec{j}$$

$$\vec{V}_1 = a_1 ua \sin \varphi \cdot \vec{i} + b_1 ub \cos \varphi \cdot \vec{j} + c_1 z_0 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{V}_2 = a_2 ur \sin \varphi \cdot \vec{i} + b_2 ur \cos \varphi \cdot \vec{j} + c_2 z_0 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{V}_3 = ur \sin \varphi \cdot \vec{i} + ur \cos \varphi \cdot \vec{j} + z_0 \cdot \vec{k}$$

Bezier

$$M = \frac{\pi u V_e h_0^2}{4 \cos^2 \left(\frac{\pi q}{4} \right) \left[(f'_q g_u - f_u g_q) - \frac{h'_q}{h_i} (f_i g_u - f_u g_i) - \frac{h_u}{h_i} (f_q g_i - f_i g_q) \right]}$$

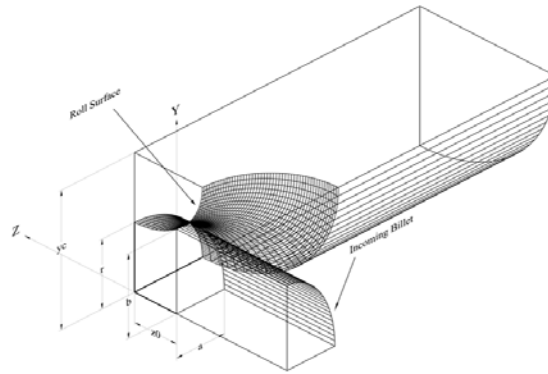
()

$$\varphi = \frac{\pi q}{2}$$

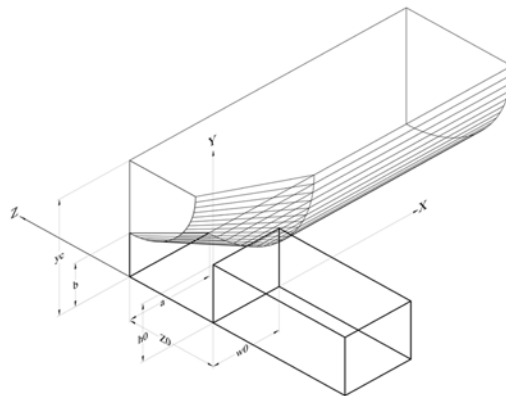
() ()

$$M' = \frac{-\pi u V_e w_0^2}{4 \cos^2 \left(\frac{\pi q}{4} \right) \left[(f'_q g'_u - f'_u g'_q) - \frac{h'_q}{h'_i} (f'_i g'_u - f'_u g'_i) - \frac{h'_u}{h'_i} (f'_q g'_i - f'_i g'_q) \right]}$$

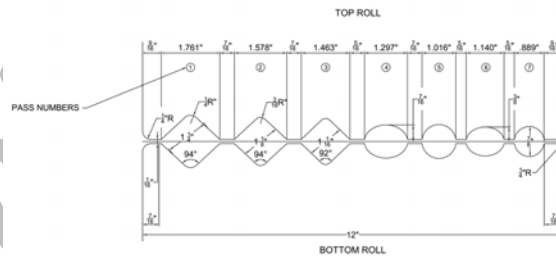
()



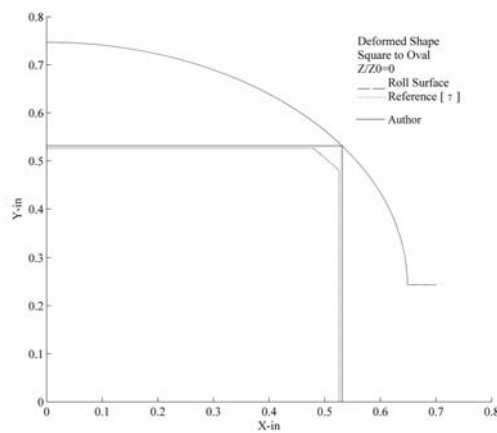
شکل ۴: یک چهارم منطقه تغییر شکل در نورد بیضی به دایره.



شکل ۵: یک چهارم منطقه تغییر شکل در نورد مستطیل به لوزی.



شکل ۶: شبیه‌سازی مقاطع مختلف به روش حد بالا [۷].



شکل ۷: شکل پیش‌بینی شده برای مقطع ورودی $\frac{z}{z_0} = 0$ در نورد مربع به بیضی.

()

$u = 1$

()

()

() ()

نتایج و بحث و بررسی

[]

۱- نورد مربع به بیضی

[]

[]

()

()

$1090^{\circ}C$

AISI1080

()

[]

$$\bar{\sigma} = 77.5 \bar{\epsilon}^{0.192} MPa$$

()

8in

()

()

()

()

$$(q = 1 - \frac{A_{ex}}{A_e})$$

$m=0.2, 0.4, 0.6, 0.75$

()

KN.m

$$\frac{z}{z_0} = 1.0 \quad \frac{z}{z_0} = 0$$

z

(

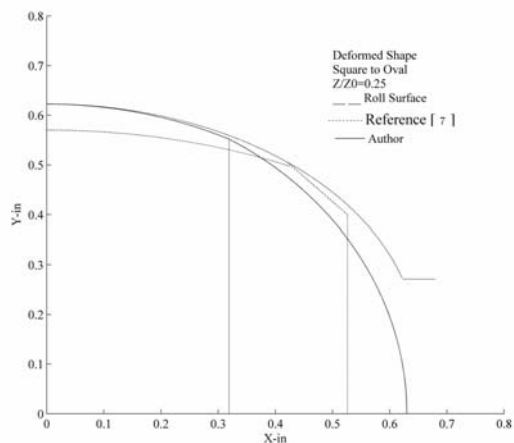
z_0 z

()

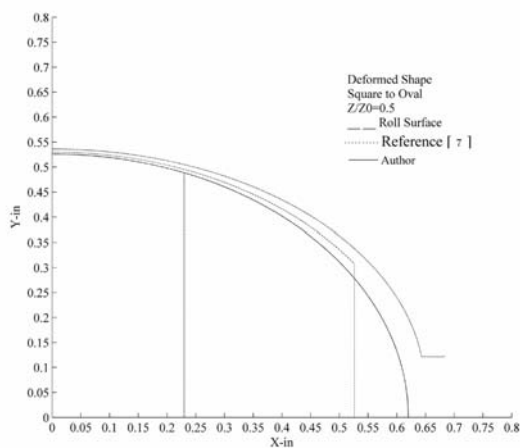
[]

$$\frac{P_{av}}{\bar{\sigma}}$$

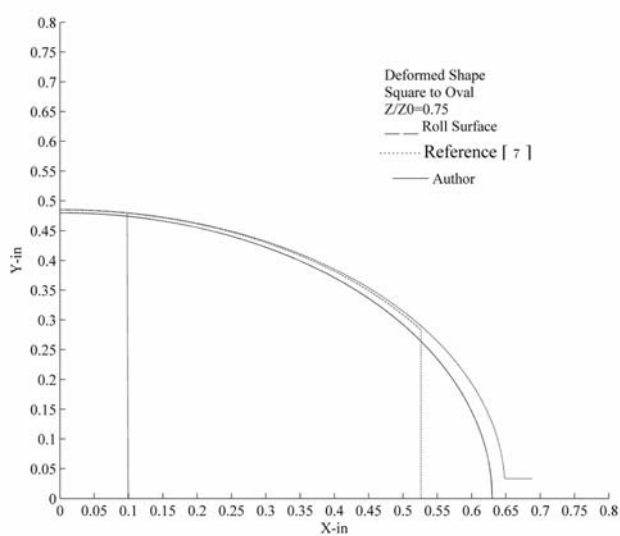
[]



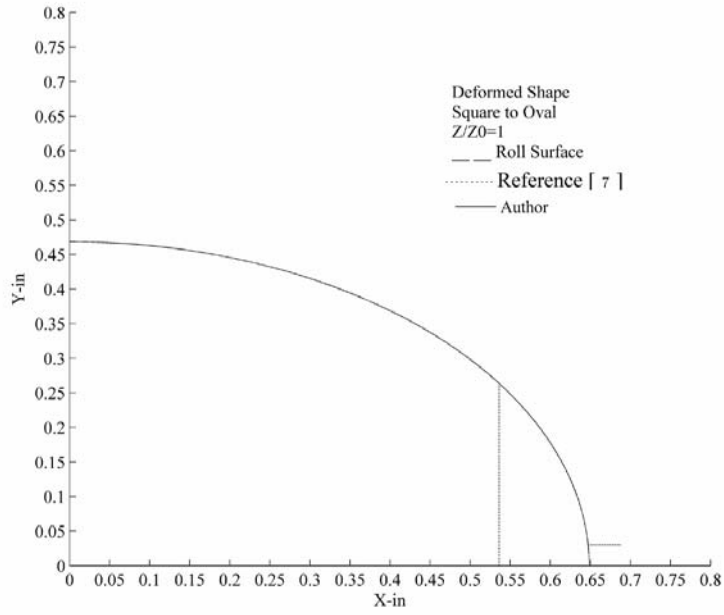
شکل ۸: شکل پیش‌بینی شده برای مقطع $\frac{Z}{Z_0} = 0.25$ در نورد مربع به بیضی.



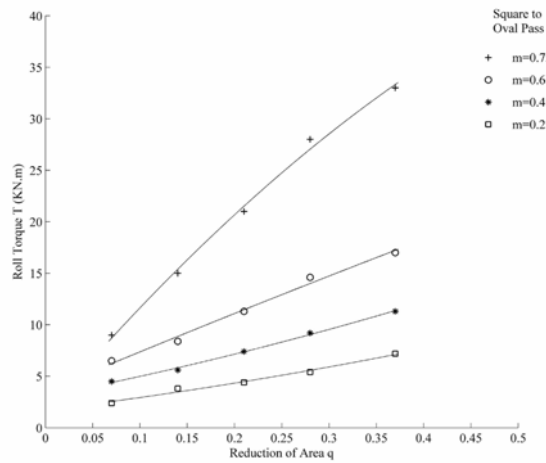
شکل ۹: شکل پیش‌بینی شده برای مقطع $\frac{Z}{Z_0} = 0.5$ در نورد مربع به بیضی.



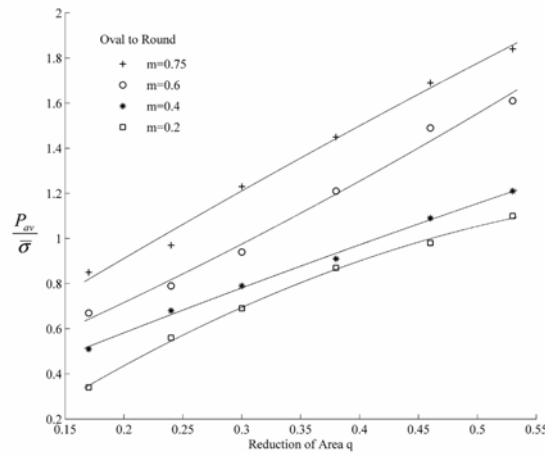
شکل ۱۰: شکل پیش‌بینی شده برای مقطع $\frac{Z}{Z_0} = 0.75$ در نورد مربع به بیضی.



شکل ۱۱: شکل پیش بینی شده برای مقطع خروجی $\frac{Z}{Z_0} = 1$ در نورد مربع به بیضی.



شکل ۱۲: گشتاور مورد نیاز در نورد مربع به بیضی برای مقادیر مختلف کاهش سطح مقطع و ضریب اصطکاک.



شکل ۱۳: نسبت فشار متوسط به تنش سیلان در نورد مربع به بیضی برای مقادیر مختلف کاهش سطح مقطع و ضریب اصطکاک.

جدول ۱: نورد مربع به بیضی [۷].

| | |
|---|-----------------|
| | |
| $2.69 \times 10^{-2} (m)$ | |
| $3.29 \times 2.38 \times 10^{-4} (m^2)$ | (×) |
| 0.75 | |
| 15 | (%) |
| $0.158 \times 10^{-2} (m)$ | |
| $0.254 (m/s)$ | |

جدول ۲: نورد دایره به دایره در چهار مرحله [۲].

| | | |
|---------------------------|-----------------------|--|
| | | |
| | | |
| $30.1 \times 10.4 (mm^2)$ | $43 \times 14.8 mm^2$ | |
| $20.1 \Phi (mm)$ | $29.5 \Phi (mm)$ | |
| $280 (mm)$ | $280 (mm)$ | |
| 22% | 26.87% | |
| 154rpm | 78rpm | |
| 2mm | 3mm | |

جدول ۳: مقایسه فشار و سرعت خروجی به دست آمده از روش حد بالا، آزمایش [۲] و روش خطوط سیلان [۱۱] در نورد دایره به بیضی.

| | | | |
|----------------|----------------|-------|-----|
| | | | |
| $V_{ex} (m/s)$ | $P_{av} (MPa)$ | m | |
| 1.089 | 101.8 | 0.374 | [] |
| 1.228 | 104.5 | 0.374 | |
| 1.119 | 102 | 0.374 | [] |

جدول ۴: مقایسه فشار و سرعت خروجی به دست آمده از روش حد بالا، آزمایش [۲] و روش خطوط سیلان [۱۱] در نورد دایره به بیضی.

| $V_{ex} (m/s)$ | $P_{av} (MPa)$ | m | [] |
|----------------|----------------|-------|-----|
| 2.216 | 122 | 0.313 | [] |
| 2.236 | 126.7 | 0.313 | |
| 2.228 | 122.2 | 0.313 | [] |

جدول ۵: نورد دایره به دایره در چهار مرحله [۲].

| | | |
|-----------------------------|---------------------------|--|
| | | |
| | | |
| 14.2Φ(mm) | 20.1Φ(mm) | |
| 10.4×30.1(mm ²) | 14.8×43(mm ²) | |
| 285(mm) | 280(mm) | |
| 35.5% | 36.51% | |
| 198.5rpm | 105rpm | |
| 2mm | 2.5mm | |

جدول ۶: مقایسه فشار و سرعت خروجی به دست آمده از روش حد بالا، آزمایش [۲] و روش خطوط سیلان [۱۱] در نورد بیضی به دایره.

| $V_{ex} (m/s)$ | $P_{av} (MPa)$ | m | [] |
|----------------|----------------|-------|-----|
| 1.458 | 113.8 | 0.468 | [] |
| 1.507 | 116.6 | 0.468 | |
| 1.493 | 106 | 0.468 | [] |

جدول ۷: مقایسه فشار و سرعت خروجی به دست آمده از روش حد بالا، آزمایش [۲] و روش خطوط سیلان [۱۱] در نورد بیضی به دایره.

| $V_{ex} (m/s)$ | $P_{av} (MPa)$ | m | [] |
|----------------|----------------|-------|-----|
| 2.903 | 136.2 | 0.378 | [] |
| 3.022 | 141.9 | 0.378 | |
| 2.899 | 120 | 0.378 | [] |

Archive of SID

()
 () ()
 () ()
 [] ()
 [])
 ()
 []

۲- نورد دایره به بیضی

[]

۳- نورد بیضی به دایره

[] []

[]

()

() []

() () ()

()

[]

[]

نتیجه گیری

- 1 - Lange, K. Editor, (1985). *Handbook of Metal Forming*, SME Publications.
- 2 - Wusatowski, Z. (1969). *Fundamentals of Rolling*, Pergamon Press, New York.
- 3 - Trinks, W. (1941). *Roll Pass Design*, Penton Publication Company.
- 4 - Teselikov, A. I., Nikitin, G. S., and Rokotyan, S. E. (1981). *The Theory of Lengthwise Rolling*, Mir Publisher, Moscow.
- 5 - Lahoti, G. D. and Kobayashi, S. (1974). "On Hill's General Method of Analysis for Metalworking Processes." *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 16, PP. 521.
- 6 - Saito, Y., Kusumoto, Y., Hattori, T. and Kato, K. (1984). "Deformation Analysis in Shape Rolling Using an Upper Bound Method." *Journal of Advanced Technology of Plasticity*, Vol. II. 11, 1190-1199
- 7 - Kennedy, K. F. (1986). *A Method for Metal Deformation and Stress Analysis in Rolling*, PhD Thesis, Ohio State University.

- 8 - Hill, R. (1963). "A general method of analysis for metal deformation processes." *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, PP. 305-326.
- 9 - Kim, N., Kobayashi, S. and Altan, T. (1992). "Three Dimensional Analysis and Computer Simulation of Shape Rolling by the Finite and Slab Element Method." *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 32, PP. 315-327.
- 10 - Hsiang, S. H., Lin, S. L., "Application of 3D FEM-Slab Method to Shape Rolling." *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 43, 2001, pp. 1155-1177.
- 11 - Bayoumi, L. S. (1998). "Flow and stresses in round-oval-round pass sequence." *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 40, 1998, PP. 1223-1234.
- 12 - Qiulin, D. and Davis, B. J. (1987). *Surface Engineering Geometry for Computer-Aided Design and Manufacture*, Ellis Horwood Ltd., John Wiley & Sons, 1987.
- 13 - Abrinia, K. and Bloorbar, H. (2000). *A new improved upper bound solution for the extrusion of shaped sections using CAD techniques.* COMPLAS VI Conference- Barcelona Spain.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Slab method
- 2 - Flow surfaces