

# بررسی تعادل شبکه های کابلی الاستیک خطی با استفاده از کمینه سازی انرژی پتانسیل

علی اصغر عطایی<sup>۱\*</sup>، مسعود شریعت پناهی<sup>۱</sup> و کاوه ابراهیمی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۲</sup>دانش آموخته کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۴/۸/۲۸، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۶/۶/۳۰، تاریخ تصویب ۸۶/۷/۷)

## چکیده

استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل کل<sup>۱</sup> از جمله روشهای رایج در بررسی وضعیت تعادل سازه ها به شمار می آید. در این روش که جایگزینی برای حل مستقیم معادلات تعادل سازه بصورت تحلیلی و یا با استفاده از روش های عددی نظیر روش اجزای محدود به شمار می آید، انرژی پتانسیل کل سازه با استفاده از روش های بهینه سازی کمینه شده و نیروها و تغییر شکل ها در اعضای سازه در حال تعادل تعیین می گردند. در خصوص سازه های کابلی که اعضای آنها قادر به تحمل نیروی فشاری نیستند تابع انرژی پتانسیل دارای مشتق ناپیوسته است و بنابراین نمی توان برای تعیین وضعیت تعادل این سازه ها با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل کل، از روشهای کلاسیک بهینه سازی که نیاز به استفاده از مشتقات تابع انرژی دارند استفاده نمود. در این مقاله روش جدیدی برای حل مساله غیر خطی تعیین وضعیت تعادل سازه های کابلی در محدوده الاستیک ارائه می گردد. در روش پیشنهادی، ابتدا رابطه تابع انرژی پتانسیل کل شبکه کابلی با فرض تغییر شکل های بزرگ کابل ها که منجر به غیر خطی شدن مساله می شود استخراج گردیده و سپس این انرژی با استفاده از یک روش بهینه سازی مستقیم (غیر مبتنی بر مشتقات) کمینه می گردد و در نتیجه وضعیت هر کابل در وضعیت تعادل شبکه مشخص می گردد. روش پیشنهادی قادر است نیروهای وارد به هر کابل و نیز موقعیت کابل های شل<sup>۲</sup> را با سرعت و دقت بالایی در مقایسه با روش های کلاسیک تعیین نماید. برای نشان دادن کارایی و نحوه عملکرد روش پیشنهادی، چند مساله نمونه مورد بررسی قرار می گیرد.

واژه های کلیدی: Powell - - - -

مقدمه

« »

روشهای تحلیل شبکه های کابلی

روش کاهش دینامیکی<sup>۳</sup>



تغییر شکل در کابلها (فرضیات اساسی)

کمینه سازی انرژی پتانسیل در شبکه های کابلی

$$\pi = U + V \quad (1)$$

که در آن  $\pi$  انرژی پتانسیل کل،  $U$  انرژی پتانسیل کشش و  $V$  انرژی پتانسیل نیروهای خارجی است.

$$\pi = \sum_{i=1}^C e_i - \sum_{j=1}^N F_j^T (\Delta X_j) \quad (2)$$

$$\Delta X_j = X_j^{Final} - X_j^{Initial} \quad (3)$$

$$\pi = \sum_{i=1}^C e_i - \sum_{j=1}^N F_j^T (X_j^{Final}) - \underbrace{\sum_{j=1}^N F_j^T (X_j^{Initial})}_{\substack{=R \\ \text{مقدار ثابت}}} \quad (4)$$

$$\pi' = \sum_{i=1}^C e_i - \sum_{j=1}^N F_j^T (X_j^{Final}) \quad (5)$$

$$\pi' = \pi - R \quad (6)$$

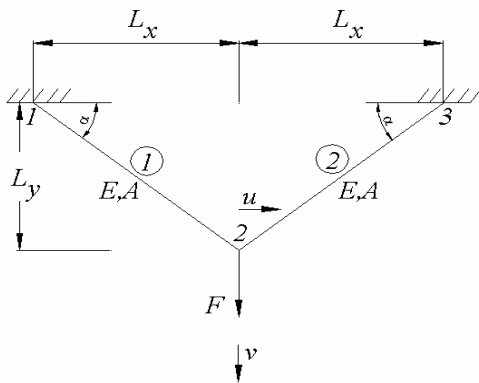
$$\frac{\partial \pi}{\partial \Delta X_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (7)$$

F

F

( )

y



شکل ۲: شبکه ای با دو کابل.

$$\pi = \frac{EA}{2L} \Delta L_1^2 + \frac{EA}{2L} \Delta L_2^2 - Fv$$

( )

$$\Delta L_1 = u \cos \alpha + v \sin \alpha$$

$$\Delta L_2 = -u \cos \alpha + v \sin \alpha$$

( )

$$\pi = \frac{EA}{2L} (u \cos \alpha + v \sin \alpha)^2 + \frac{EA}{2L} (-u \cos \alpha + v \sin \alpha)^2 - Fv$$

( )

$$\frac{2EA}{L} \cos^2 \alpha \cdot u = 0 \quad \text{یا} \quad \frac{\partial \pi}{\partial u} = 0$$

( )

$$\frac{2EA}{L} \sin^2 \alpha \cdot v = F \quad \text{یا} \quad \frac{\partial \pi}{\partial v} = 0$$

( )

$$u = 0 \quad v = \frac{FL}{2EA \sin \alpha}$$

( )

$$\frac{\partial \pi'}{\partial X_j^{Final}} = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, N)$$

( )

N

(X<sub>j</sub><sup>Final</sup>) N

### انرژی کرنشی در کابلها

[ ]

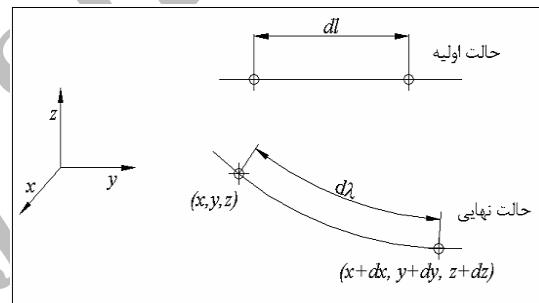
$$e = \frac{1}{2} \int EA \varepsilon^2 dl$$

( )

ε

EA

dl



شکل ۱: وضعیت یک المان از کابل.

( )

$$\varepsilon = \frac{d\lambda - dl}{dl} = \frac{d\lambda}{dl} - 1$$

( )

dλ

dl

$$d\lambda = [(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2]^{\frac{1}{2}}$$

( )

$$\varepsilon = \left[ \left(\frac{dx}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dl}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

( )

$$e = 0 \quad \text{if} \quad d\lambda < dl \quad ( )$$

( )

B

( )

$$\Delta L_1 = \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L \quad ( )$$

$$\Delta L_2 = \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L$$

( )

$$\pi = \frac{EA}{2L} \left\{ \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L \right\}^2 + \quad ( )$$

$$+ \frac{EA}{2L} \left\{ \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L \right\}^2 - Fv$$

$\pi$

$$h = \begin{cases} \frac{EA}{2L} \left\{ \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L \right\}^2 & \text{if: } \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} > L \\ 0 & \text{if: } \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq L \end{cases}$$

$$E=2e8 \text{ KNm} \quad L_y=0.6\text{m} \quad L_x=0.8\text{m}$$

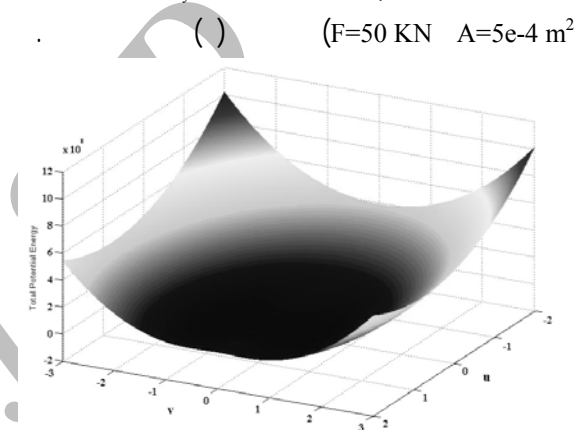
$$(F=50 \text{ KN} \quad A=5e-4 \text{ m}^2)$$

$$g = \begin{cases} \frac{EA}{2L} \left\{ \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - L \right\}^2 & \text{if: } \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} > L \\ 0 & \text{if: } \left[ (L_x + u)^2 + (L_y + v)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \leq L \end{cases}$$

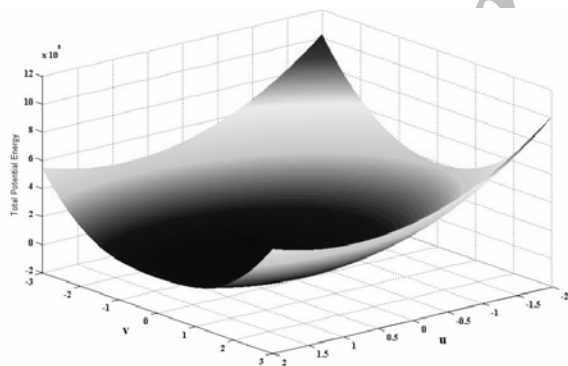
$$\pi = h + g - Fv$$

( )

( )

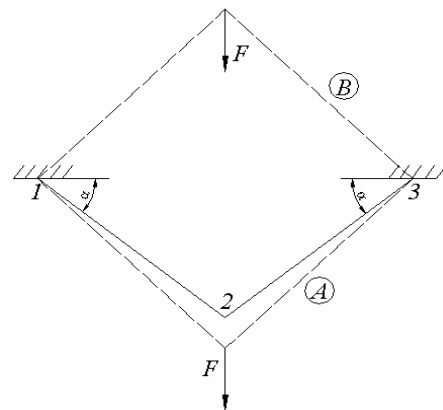


شکل ۳: انرژی پتانسیل بر حسب u و v برای رابطه ۲۶.



شکل ۵: انرژی پتانسیل بر حسب u و v برای رابطه ۲۲.

( )



شکل ۴: حالت‌های تعادل به دست آمده از کمینه سازی رابطه ۲۶.

[ ]

Optimization

( )

/

Powell

مثالهای عددی

روش کمینه سازی پاول (Powell)

( )

Powell

( )

[ ]

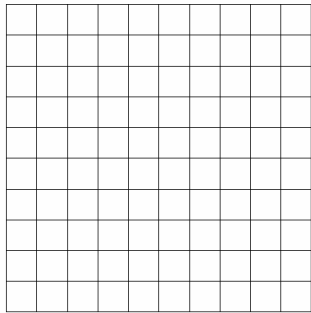
( / )

Particle Swarm

( )

)

(



شکل ۷: شبکه مثال ۲.

( )

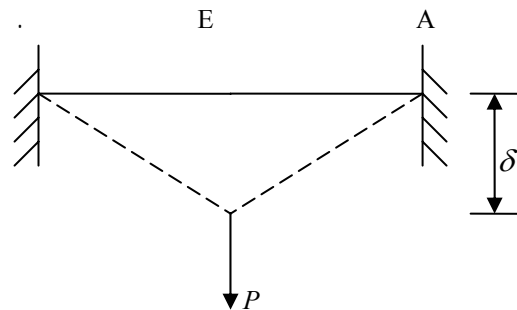
( )

P

/

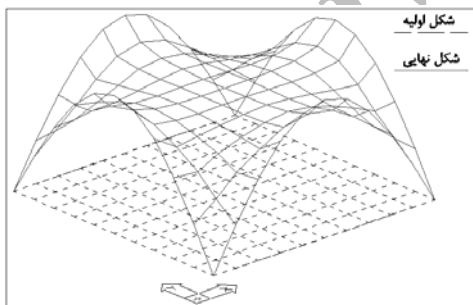
/

$l_0$



شکل ۶: کابل مستقیم تحت بار متمرکز (مثال ۱).

$\delta$



شکل ۸: تغییر شکل شبکه کابلی مثال ۲.

:

P

$$P = 2EA(\delta/l_0) \left[ 1 - 1/\sqrt{1 + (\delta/l_0)^2} \right] \quad ( )$$

$$\delta/l_0 = 1.2905 \quad P/EA = 1$$

( )

$$\delta/l_0 = 1.29045$$

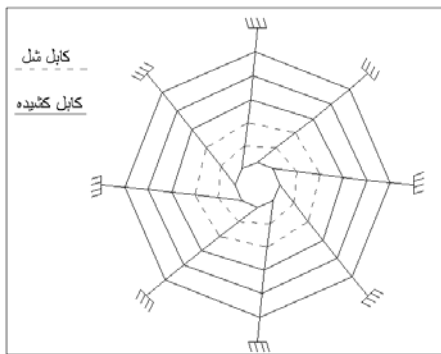
:

( )

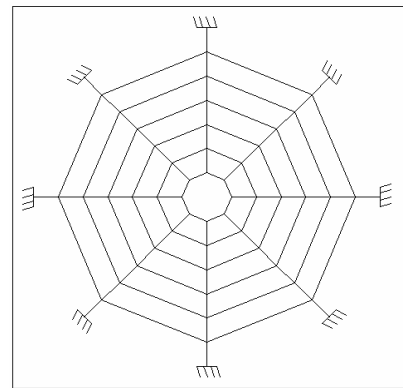
( )

( )

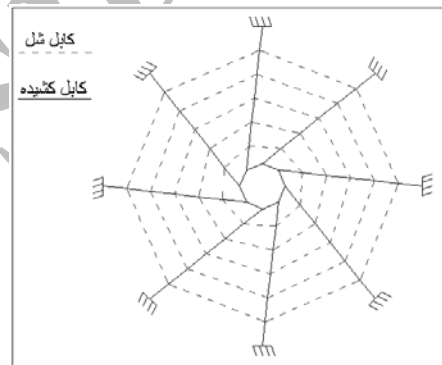
[ ]



شکل ۱۱: تغییر شکل شبکه مثال ۳ (حالت ۲).



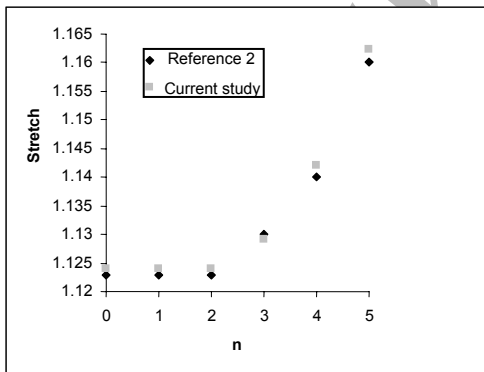
شکل ۹: شبکه مثال ۳.



شکل ۱۰: تغییر شکل شبکه مثال ۳ (حالت ۱).

( )

[ ]



شکل ۱۲: کشیدگی در کابل‌های محیطی (مثال ۳ حالت ۲).

:

( )

$n=0$

$$F=0.07EA$$

$$0.07(1+2n\cos(3\pi/8))$$

$n=5$

(

( )

$$F=0.005EA$$

( ) ( )



جمع بندی و نتیجه گیری

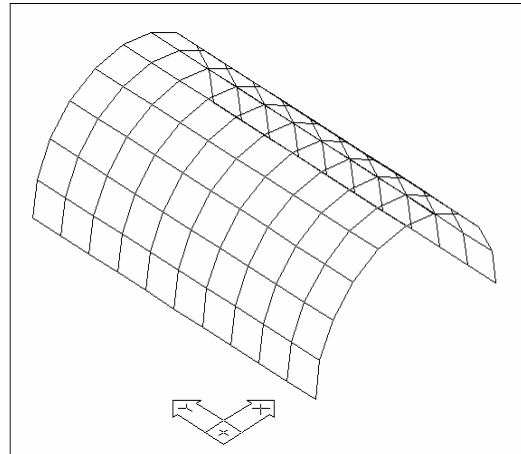
)  
(

" "

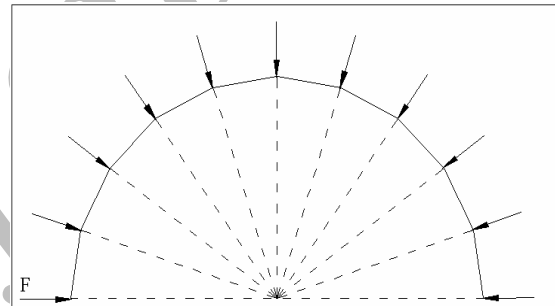
Powell

)

(



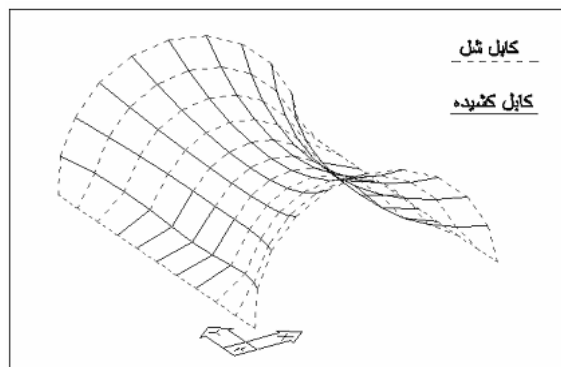
شکل ۱۳ : شبکه مثال ۴.



شکل ۱۴ : مقطع نیرو های وارده به شبکه مثال ۴.

( )

(slack)



شکل ۱۵ : تغییر شکل شبکه مثال ۴.

## مراجع

- 1 - Coyette, J. P. and Guisset, P. (1988). "Cable Network Analysis by a Nonlinear Programming Technique." *Engineering Structures*, Vol. 10, PP. 41-46.
- 2 - Atai, A. A. and Steigmann, D. J. (1997). "On the Nonlinear Mechanics of Discrete Networks." *Applied Mechanics*, Vol. 67, PP. 303-319.
- 3 - Atai, A. A. and Mioduchowski, A. (1998). "Equilibrium Analysis of Elasto-Plastic Cable Nets." *Computers and Structures*, Vol. 66, PP. 163-171.
- 4 - Kwan, A. S. K. (1998). "A New Approach to Nonlinearity of Cable Structures." *Computers & Structures*, Vol. 67, PP. 243-252.
- 5 - Krishna, P. (1978). *Cable-Suspended Roofs*, McGraw-Hill.
- 6 - Mitsugi, J. (1994). "Static Analysis of Cable Networks and Their Supporting Structures." *Computers and Structures*, Vol. 51, No. 1, PP. 47-56.
- 7 - Wallerstein, D.V. (2002). *A Variational Approach to Structural Analysis*, John Wiley and Sons.
- 8 - Ghali, A. (2003). *Structural Analysis: A Unified Classical and Matrix Approach*, Taylor & Francis.
- 9 - Rao, S. S. (1996). *Engineering Optimization*, John Wiley & Sons.
- 10 - Buchholdt, H. A. (1999). *An Introduction to Cable Roof Structures*, Thomas Telford.

## واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Minimum Total Potential Energy
- 2 - Slack
- 3 - Dynamic Relaxation
- 4 - Hypercables
- 5 - Stationary
- 6 - Node
- 7 - Clamp
- 8 - Total Potential Energy
- 9 - Global Minimum
- 10 - Local Minimum
- 11 - Relaxed
- 12 - Steepest Descent
- 13 - Stochastic
- 14 - Population-Based