نشریه دانشکده فنی، دوره ۴۲، شماره ۴، مرداد ماه ۱۳۸۷، از صفحه ۴۹۷ تا ۵۰۸

اندرکنش سد و مخزن در دامنه زمان به وسیله روش انتگرال حلقوی منفرد مجزا (DSC)

کیانوش کریمی [۱] و رضا عطارنژاد [۲]*

[۱] دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

[۲] دانشیار دانشکده مهندسی عمران - پردیس دانشکده های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۵/۱۱/۲۵ ، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۶/۱۲/۸ ، تاریخ تصویب ۸۷/۱۲/۲۰)

چکیده

در این مقاله تحلیل دینامیکی از نوع تاریخچه زمانی یک سد با ضخامت ثابت و مخزن نیمه بی نهایت، با یک روش عددی نوین به نام انتگرال حلقوی منفرد مجزا(DSC)، مورد بررسی قرار می گیرد. با توجه به حیاتی بودن مسئله طراحی سد، یافتن یک روش عددی کارا، سریع و دقیق که قابلیت مدل سازی شرائط مرزی پیچیده را داشته باشد، ضروری به نظر می رسد. بدین منظور روش انتگرال حلقوی منفرد مجزا در این مقاله نخستین بار برای تحلیل مسئله اندرکنش سد و مخزن به کار گرفته شده است. در ابتدای مقاله روش مذکور به صورت اجمالی معرفی شده و نحوه اعمال شرائط مرزی در آن، تشریح می گردد. سپس معادله حرکت اندرکنش سازه سد (یک تیر اویلر ـ برنولی طره ای) با مخزن نیمه بی نهایت در حالت پر و تحت زلزله ال سنترو، به وسیله روش DSC و با به کارگیری هسته دلتای شانون تنظیم شده، مدل سازی شده و با نتایج حاصل از روش Lee & Tsai به عنوان نتایج شاهد مقایسه می شود. در نهایت نشان داده می شود که روش DSC با سایر روش های عددی از نظر دقت و پایداری قابل رقابت می باشد.

واژه های کلیدی: اندرکنش سد و مخزن - تحلیل در حوزه زمان - انتگرال حلقوی منفرد مجزا - هسته دلتای شانون

مقدمه

با توجه به اهمیت چشم گیر مسئله اندرکنش سد و مخزن، یافتن یک روش محاسباتی برتر که با مشخصات فیزیکی مسئله تطابق کافی داشته، فرض های ساده کننده در آن کمتر بوده و سرعت و دقت مناسبی داشته باشد، امری ضروری است. به منظور نیل به این هدف در این مقاله روش جدیدی تحت عنوان انتگرال حلقوی منفرد مجزا[۱] به منظور مدل سازی مسئله اندرکنش معرفی می گردد. الگوریتم انتگرال حلقوی منفرد مجزا، به عنوان یک روش برای حل عددی مسائل تکینه شکل گرفته است. به طورکلی این روش علاوه بر اینکه راه حل متفاوتی را برای سایر مسائل ارائه می دهد، قادر است برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به عنوان یک الگوی برتر و مفید مورد استفاده قرار گیرد. در حال حاضر روشDSC، در تعدادی از مسائل علمی و مهندسی به کار گرفته شده است که از آن جمله می توان به مسائل کوانتوم [۱]، مسائل فیزیک کلاسیک[۲]، شبیه سازی جریان سیالات در دامنه های ساده و پیچیده[۳]، اشاره نمود. در تحلیل سازه ها، روش DSC تنها الگوریتم عددی موجود برای حل آن دسته از مسائلی است که نیاز به پیش بینی فرکانس های بالای ارتعاش دارند[۴]. ساختار ریاضی روش DSC، تئوری تحلیل موجک[۲] [۵] وتئوری پخش[۳][۶] می باشد. با انتخاب مناسب پارامترهای به کار رفته در هسته DSC، این روش دقت قابل کنترلی را برای مسئله ایجاد نموده و انعطاف پذیری چشمگیری در مدل سازی هندسه‌های پیچیده و شرایط مرزی به دست می‌دهد. انواع مختلف هسته های دلتا از جمله هستهٔ دلتای شانون و دیریکله در روش DSC مورد استفاده قرار می گیرند[۱]. قبل از به کارگیری روش DSC درمسئله مورد نظر، ابتدا توضیحاتی در مورد سایر روش های محاسبه فشار هیدرودینامیک و تحلیل اندرکنش سد و مخزن ارائه می شود.

توزیع فشار هیدرورینامیک بر روی سدهای صلب اولین بار توسط وسترگارد در سال ۱۹۳۳ انجام گرفت [۷]. Chopra در سال ۱۹۶۷ یک راه حل تحلیلی برای فشار هیدرودینامیک برای یک سد در حالت صلب و به صورت قائم ارائه نمود [۸]. در سال ۱۹۷۸ فرمولاسیون فشار

* نویسنده مسئول : تلفن : ۶۱۱۱۲۲۲۵ ، فاکس : ۶۶۴۰۳۸۰۸ ، Eamil: rattar@ut.ac.ir

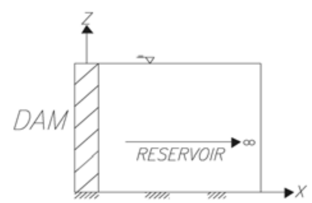
هیدرودینامیک برای سدهای صلب با دیواره بالادست مایل با زاویه ثابت و با صرفنظر از تراکم پذیری سیال توسط Chwang ارائه گردید [۹]. Mei در سال ۱۹۷۹ یک روش دقیق برای اندرکنش سیال و سازه در حوزه فرکانس به دست آورد [۱۰] و بالاخره در سال ۱۹۸۶ Liu روش Chwang را توسعه داده تا یک روش دقیق برای سدهای صلب و با سطح شیبدار و مخزن مثلثی، دست پیدا نمود [۱۱].

برای تحلیل دو بعدی و سه بعدی در دامنه زمان Lee و Tsai یک روش نیمه تحلیلی برای بیان شرائط انتشار در ناحیه دور در حوزه سیال ارائه کردند [۱۳ و ۱۲]. هم چنین یک روش دقیق تحلیلی برای سدهای صلب با دیواره قائم که تحت نیروهای زلزله قرار می گیرند، پیشنهاد داده و توانستند روشی نیمه تحلیلی در دامنه زمان برای حل مسئله اندرکنش سد و مخزن ارائه نمایند [۱۴]. در این روش سد به صورت یک تیر اویلر- برنولی طره ای با مقطع ثابت در نظر گرفته شده است.

در مقاله حاضر ابتدا فرمولاسیون ارائه شده توسط Lee و Tsai [۱۴] برای مسئله اندرکنش به منظور مقایسه با روش DSC، ارائه می شود. سپس روش DSC و نحوه مدل سازی شرائط مرزی در آن تشریح می گردد. در ادامه، مسئله اندرکنش با فرضیات مشابه روش Lee & Tsai، به وسیله DSC و با انتخاب سه دستهٔ مختلف از پارامترهای مؤثر بر این روش، تحلیل و پاسخ تغییر مکان تاج سد و نیز فشار هیدرودینامیک در حالت مخزن پر و تحت اثر زلزله ال ـ سنترو، به دست آمده و نتایج حاصل با موارد مشابه در روش Lee و Tsai مقایسه می شود، تا میزان تأثیر پارامترهای DSC بر دقت و پایداری جواب ها بررسی شود.

فرمولاسیون Lee & Tsai

معادله حرکت انعطاف پذیر سد در اثر شتاب زمین ناشی از زلزله و فشار هیدرودینامیک ناشی از تأثیر مخزن (شکل۱) به صورت رابطه زیر(۱) نوشته می شود [۱۴]:



شکل۱: سیستم سد انعطاف پذیر و مخزن پر نیمه بی نهایت، تحت اثر ارتعاش زمین با شتاب $\ddot{u}_g$.

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EI\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=-m\ddot{u}_g-P(0,z,t) \qquad (۱)$$

که در آن، E مدول الاستیسیتهٔ سد، I ممان اینرسی مقطع عرضی تیر نسبت به محوری که تیر حول آن دوران می‌کند (محور yها)، m جرم واحد طول تیر، u تغییر مکان های سازه نسبت به تکیه‌گاه زمین، $\ddot{u}_g$ شتاب های زلزله که در راستای محور x بر سازه اعمال می‌شود و p فشار هیدرودینامیک (مازاد بر فشار هیدرواستاتیک) می‌باشد. در رابطهٔ مذکور m و EI را می‌توان نسبت به z متغیر و پاسخ سازه به تأثیر نیروهای سیال و زلزله را به صورت ترکیب خطی از اشکال مودی $\phi_n(z)$ و تابع کلی زمان $Y_n(t)$ فرض نمود. بنابراین خواهیم‌داشت:

$$u(z,t)=\sum_{n=1}^{N}\phi_n(z)Y_n(t) \qquad (۲)$$

که در آن ϕ شکل مود ارتعاش و Y مختصه کلی است. در این صورت معادله (۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$M_n\ddot{Y}_n(t)+\omega_n^2 M_n Y_n(t)=-V_n(t)-P_n(t) \qquad (۳)$$
$$n=1,2,3,\ldots,\infty$$

که در آن:

$$M_n=\int_0^h m(x)[\phi_n(x)]^2\,dx \qquad (۴)$$

بار عمومی ناشی از لرزش زمین، V_n، طبق رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$V_n(t)=\int_0^h m(z)\ddot{u}_g(t)\phi_n(z)dz \qquad (۵)$$

و بار عمومی ناشی از تأثیر فشار هیدرودینامیک روی سد:

$$P_n(t)=\int_0^h p(x=0,z,t)\phi_n(z)dz \qquad (۶)$$

که ω_n فرکانس طبیعی سازه بدون مخزن در مود n ام می باشد.

فشار هیدرودینامیک در حوزه سیال در سیستم سد و مخزن از معادله فشار موج پیروی می کند:

$$\nabla^2 P(x,z,t)=\frac{1}{c^2}\ddot{P}(x,z,t) \qquad (۷)$$

در رابطهٔ فوق c سرعت انتشار صوت در سیال بوده و پارامتر p فشار هیدرودینامیک موجود در حوزه سیال می‌باشد.

شرائط مرزی و اولیه

در ناحیه تماسی سازه و سیال:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0}=-\rho\left[\ddot{u}_g(t)+\sum_{n=1}^{N}\phi_n(z)\ddot{Y}_n(t)\right] \qquad (۸)$$

در کف مخزن:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=0} = 0 \qquad (۹)$$

در سطح آزاد مخزن:

با صرفنظر از امواج سطحی داریم:

$$\left. p\right|_{z=h} = 0 \qquad (۱۰)$$

با فرض این که مخزن در زمان صفر در شرائط آزاد باشد، داریم:

$$\left. p\right|_{t=0} = 0 \qquad (۱۱)$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=0} = 0 \qquad (۱۲)$$

در این روش فرض شده است که امواج آب هنگام پخش شدن از سد تنها دور می شوند. توزیع فشار هیدرودینامیک به کمک حل معادله (۷) با اعمال شرائط مرزی فوق و تبدیلات لاپلاس به دست می آید. جمله مربوط به آن به دو جزء مربوط به حرکت جسم صلب سد و تغییر مکان سد تجزیه شده و به صورت زیر نوشته می شود [۱۴]:

$$p_n(t) = p_n^r(t) + p_n^f(t) \qquad (۱۳)$$

$$p_n^r(t) = \frac{4\rho c}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)} Q_{nk} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) J_0\left[\lambda_k . c(t-\tau)\right] d\tau$$

$$P_n^f(t) = \frac{2\rho c}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{N} Q_{nk} Q_{mk} \int_0^t \ddot{Y}_m(\tau) J_0\left[\lambda_k c(t-\tau)\right] d\tau$$

(۱۴)

با فرض تغییرات خطی شتاب زمین در دو گام زمانی متوالی و با فرض شتاب میانگین ثابت برای سازه در نهایت معادله زیر حاصل می شود:

$$M_n \ddot{Y}_n(t) + \omega_n^2 M_n Y_n(t) = -V_n(t) - P_n^r(t) - F_n(t) - \sum_{m=1}^{N} W_{mn} \ddot{Y}_n . \qquad (۱۵)$$

اگر قسمت $\sum_{m=1}^{N} W_{mn} \ddot{Y}_n(t)$، از طرف راست رابطهٔ بالا به طرف چپ منتقل شده و با قسمت $M_n \ddot{Y}_n(t)$ جمع شود، رابطهٔ ماتریسی تحلیل اندرکنش سد و مخزن به شکل رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N1} & m_{N2} & \cdots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Y}_1(t) \\ \ddot{Y}_1(t) \\ . \\ . \\ . \\ \ddot{Y}_N(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ Y_N(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_1(t) \\ L_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ L_N(t) \end{Bmatrix}$$

(۱۶)

که در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\mathrm{m_{ii}} = \begin{cases} \mathrm{W_{ij}} & \mathrm{i \neq j} \\ \mathrm{W_{ij} + M_i} & \mathrm{i = j} \end{cases} \qquad (۱۷)$$

$$\mathrm{K_{ii}} = \omega_{\mathrm{i}}^2 \mathrm{M_i} \qquad (۱۸)$$

$$L_i(t) = -V_i(t) - P_i^r(t) - F_i(t) \qquad (۱۹)$$

معرفی روش انتگرال حلقوی منفرد مجزا (DSC)

DSC یک روش عمومی برای حل عددی کانولوشن منفرد می‌باشد. با به کارگیری و اختصاص دادن یا تقریب ساختار یک هسته منفرد، DSC می‌تواند یک الگوریتم کاملاً مؤثر، با دقت و قابل اعتماد برای کاربردهای مختلف باشد[۲]. از آن جا که پایه و مبنای این روش تئوری پخش می‌باشد، لذا تابع T را به عنوان تابع توزیع(پخش) در نظر گرفته و $\eta(x)$ یک المان از فضای تابع آزمون خواهد بود. در این صورت انتگرال حلقوی منفرد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(t-x)\eta(x)dx \qquad (۲۰)$$

در این رابطه $T(t-x)$ یک هسته منفرد بوده و بر اساس شکل و اجزای هسته T، انتگرال حلقوی منفرد($F(t)$) یک توزیع مرکزی برای بسیاری از مسائل علمی و مهندسی می‌باشد. انواع هسته‌های منفرد که در مسائل مختلف کاربرد دارند، هسته‌های هیلبرت و هسته‌های نوع دلتا می باشند که نوع هیلبرت بیشتر در مسائل انتشار امواج، پرتو- نگاری و ... کاربرد داشته ضمن این که نوع دلتا در حل عددی معادلات دیفرانسیل کاربرد فراوانی دارد و شکل عمومی آن ها به صورت زیر می باشد:

$$T(x) = \delta^{(n)}(x)(n = \circ, 1, 2, \ldots) \qquad (۲۲)$$

به علت تکینگی هسته‌ها و غیر قابل محاسبه بودن آنها با رایانه و توزیع مستقیم هسته‌ها، یک تقریب T_α برای تابع توزیع T مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\lim_{\alpha\to\alpha_\circ} T_\alpha(x) \to T(x) \qquad (۲۳)$$

که در آن α_o یک حد عمومی می‌باشد. به منظور حل معادلات دیفرانسیل در مسائل مهندسی، که موضوع تحقیق حاضر می‌باشد، پس از بررسی‌های فراوان، هسته‌های نوع دلتای دیراک به عنوان هسته‌های DSC انتخاب شده‌اند. بنابراین اگر $T(x)=\delta(x)$ باشد، $T_\alpha(x)$ نیز از نوع دلتا بوده و خواهیم داشت:

$$F_\alpha(t)=\sum_k T(t-x_k)\, f(x_k) \qquad (۲۴)$$

$\{x_k\}$ یک مجموعه مناسب از نقاط مجزای شبکه است که این تقریب بر روی آنها تعریف می‌شود و $F_\alpha(t)$ یک تقریب برای $F(t)$ می‌باشد. نمونه مختلف هسته دلتا که در مسائل مختلف کاربرد دارند، در ادامه معرفی می‌شوند:

۱. هسته‌های نوع دلتای شانون:

$$\lim_{\alpha\to\infty} < \frac{\sin \alpha x}{\pi x}, \eta(x) > = \eta(\circ) \qquad (۲۵)$$

هسته‌های نوع دلتای دیریکله:

$$\frac{\sin\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)(x-x')\right]}{2\pi \sin\left[\frac{1}{2}(x-x')\right]} \qquad (۲۶)$$

نتایج بررسی بر روی معادلات به کار رفته در مسائل مهندسی و موضوعات مورد تحقیق این مقاله نشان می‌دهد که استفاده از هسته دلتای شانون[۴] با اعمال تغییراتی، نتایج بسیار مطلوبی را به دست می‌دهد. با استفاده از الگوریتم نمونه‌گیری درون یابی در فرکانس Nyquist یعنی $\alpha=\frac{\pi}{\Delta}$، هسته دلتای شانون به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\sin\left[\alpha(x-x')\right]}{\pi(x-x')} \;\to\; \frac{\sin \frac{\pi}{\Delta}(x-x_k)}{\frac{\pi}{\Delta}(x-x_k)} \qquad (۲۷)$$

اهمیت تئوری نمونه‌گیری شانون این است که با جداسازی و شبکه بندی مجموعه نامحدودی از مقادیر $\{f(x_k)\}$، می‌توان یک تابع L^2 (نوار محدود) را روی یک خط افقی پوشش داد. توالی و تناوب و نظم این هسته به کمک یک تنظیم کننده (Regulator)، بهبود می‌یابد:

$$\lim_{\sigma\to\infty} R_\sigma = 1 \qquad (۲۸)$$

برای تناوب دلتا، بر اساس رابطه (۲۳)، خواهیم داشت:

$$\int \lim_{\alpha\to\alpha_\circ} T_\alpha(x) R_\sigma(x)\,dx = R_\sigma(\circ) = 1 \qquad (۲۹)$$

شرط $R_\sigma(0)=1$، یکی از نیازهای اختصاصی برای نظم دهنده از نوع دلتا می‌باشد. یک تنظیم کننده عمومی و تیپ که در این مقاله و تحقیقات دیگر [۴ و ۵] مورد استفاده قرار می‌گیرد، $R_\sigma(x)=\exp(-x^2/2\sigma^2)$ می‌باشد. این تنظیم کننده، یک تابع از کلاس Schwartz بوده و با استفاده از آن هسته دلتای شانون به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)}{\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)} \longrightarrow \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)}{\left(\frac{\pi}{\Delta}\right)(x-x_k)}\; e^{-\left((x-x_k)^2/2\sigma^2\right)} \qquad (۳۰)$$

این تنظیم کننده سبب می‌شود که هسته شانون، قابلیت توزیع ملایم‌تری داشته و از نظر عددی برای استفاده در روش محلی برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، عملکرد بسیار مناسبی نشان دهد. به منظور تقریب زدن مشتقات یک تابع نسبت به متغیرهای فضایی در یک نقطه مجزای مشخص، DSC معمولا از یک ترکیب خطی وزن دار از مقادیر تابع در 2M+1 نقطه (M نقطه در سمت چپ و M نقطه در سمت راست نقطه مورد نظر) در جهت متغیرهای فضایی استفاده می کند، که M نیمه عرض نوار محاسباتی می باشد. m امین مشتق تابع f(x) در i امین نقطه به صورت زیر خواهد بود:

$$f^{(m)}(x_i) \approx \sum_{k=-M}^{M} C_k^{(m)}.\, f(x_i+k) \quad i=\circ,1,\dots,N-1 \qquad (۳۱)$$

که در آن $C_k^{(m)}$: m امین مشتق هسته دلتای شانون تنظیم شده در نقطه k و N تعداد کل نقاط شبکه در دامنه محاسباتی می باشد. با نوشتن رابطه فوق به صورت ماتریسی، بخش دیفرانسیلی ماتریس فوق به صورت زیرتعریف می شود:

$$\left[D_q^{(m)}\right]_{i,j} = \begin{cases} C_{j-i}^{(m)} & if \quad -M < j-i < M \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (۳۲)$$

برای $j=-M,\dots,N-1+M \;,\; i=\circ,\dots,N-1$:$D_q^{(m)}$ یک ماتریس دیفرانسیلی $N\times(2M+N)$ است و q جهت دیفرانسیل گیری بوده $(q=x,y)$ و m مرتبه مشتق گیری است. توسعه و گسترش به ابعاد بالاتر (دو بعد) می تواند به صورت محصولات تنسوری تحقق یابد. مقدار $C_k^{(m)}$ به صورت تحلیلی قابل محاسبه بوده که تا مشتقات مرتبه چهارم آن به دست آمده است،به عنوان

مثال برای حالت $x \neq x_k$ و با فرض هسته دلتـای شـانون تنظیم شده دارِیم:

$$\delta_{\frac{\pi}{\Delta},\sigma}^{(1)}\left(x_m-x_k\right)=\frac{\cos\frac{\pi}{\Delta}\left(x-x_k\right)}{\left(x-x_k\right)}\times\exp\left(\frac{-\left(x-x_k\right)^2}{2\sigma^2}\right)-\frac{\sin\frac{\pi}{\Delta}\left(x-x_k\right)}{\frac{\pi}{\Delta}\left(x-x_k\right)^2}\times$$
$$\exp\left(\frac{-\left(x-x_k\right)^2}{2\sigma^2}\right)-\frac{\sin\frac{\pi}{\Delta}\left(x-x_k\right)}{\frac{\pi}{\Delta}\sigma^2}\exp\left(\frac{-\left(x-x_k\right)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad (۳۳)$$

نحوه اعمال شرائط مرزی معادل تکیه گاه ساده و گیردار

در زمینـه مـدل سـازی شـرایط مـرزی تحقیقـات گسترده ای انجام گرفته است. در واقع یک الگـوی عـددی کامل باید روشی برای مدل کـردن شـرایط مـرزی داشـته باشد. برای شرایط مرزی معادل تکیه گاه سـاده و گیـردار، استفاده از تابع یک بعدی مفـروض f(x) بـه همـراه فـرض رابطه ای مشخص و سپس افزودن الگـوریتم DSC بـر آن، می تواند زمینه مدل سازی آنها را فراهم آورد. مثلاً در مرز چپ رابطه بین نقاط جعلی (خارج از دامنه) و نقاط درونی (داخل دامنه)، به صورت زیر فرض می شود [۲]:

$$f\left(x_{-i}\right)-f\left(x_{\circ}\right)=a_i\left[f\left(x_i\right)-f\left(x_{\circ}\right)\right] \qquad i=1,\ldots,M \qquad (۳۴)$$

که در آن x_0 نقطه مـرز چـپ مـی باشـد و بـا اسـتفاده از تقریب DSC برای اولین و دومین مـشتقات تـابع f(x) بـه صورت زیر و استفاده از یـک سـری تکنیـک هـای خـاص، شرایط مرزی ساده و گیردار به صـورت زیـر مـدل سـازی می شوند:

$$f\left(x_{-i}\right)=a_i\,f\left(x_i\right)+\left(1-a_i\right)f\left(x_{\circ}\right) \qquad (۳۵)$$

$$f'\left(x_{\circ}\right)=\sum_{i=-M}^{M}C_i^1\,f\left(x_i\right)=\left[C_{\circ}^1-\sum_{i=1}^{M}\left(1-a_i\right)C_i^1\right]f\left(x_{\circ}\right) \qquad (۳۶)$$
$$+\sum_{i=1}^{M}\left(1-a_i\right)C_i^1\,f\left(x_i\right)$$

$$f''\left(x_{\circ}\right)=\sum_{i=-M}^{M}C_i^2\,f\left(x_i\right)=\left[C_{\circ}^2+\sum_{i=1}^{M}\left(1-a_i\right)C_i^2\right]f\left(x_{\circ}\right)$$
$$+\sum_{i=1}^{M}\left(1+a_i\right)C_i^2\,f\left(x_i\right)$$

(۳۷)

برای تکیه گاه ساده، شرایط مرزی معادل $f(x_0)=0$: و $f'(x_0)=0$ خواهـد بـود. بـا اسـتفاده از یـک تکنیـک محاسباتی، مشخص می شود که با انتخاب $a_i=-1$ برای $i=1,2,\ldots,M$، معادلات مربوط به این شـرط مـرزی ارضـاء می شوند. در واقع شرایط مرزی ساده با بسط غیر متقـارن مدل شده اند. برای تکیه گاه گیردار مشخص می گردد که با انتخاب $a_i=1$ برای $i=1,2,\ldots,M$، معادلات مربـوط بـه این شرط مرزی ارضاء می شوند.

نحوه اعمال شرائط مرزی معادل لبه آزاد

بـرای تکیـه گـاه لبـه آزاد، شـرایط مـرزی معادل $f''(x)=0$ و $f'''(x)=0$ خواهد بود. برای شرط مرزی سرآزاد از یک روش مرز تطبیق یافته تکـرار شـونده استفاده می شود. در ایـن روش بـه صـورت پـی در پـی از شرط مرزی داده شده استفاده گردیده، تـا یـک تعـداد بـه اندازه کافی زیاد از نقاط جعلی ایجاد شده تـا یـک هـسته یکسان انتقالی DSC بتواند بطور صحیح نزدیـک لبـه آزاد اجرا شود.این روش (IMB[5]) از یـک الگـوی مـشابه بـا نـام روش سطح مشترک تطبیق یافته تکراری که اخیراً توسـعه یافته [۱۵] الگو برداری می کند. روش IMB، یـک دامنـه ساختگی (جعلی) خارج از مرزهـا را در نظـر مـی گیـرد و شرائط مرزی را در امتداد مرز برقرار می سازد.در شکل (۲) این روند به وضوح نشان داده مـی شـود. در مرحلـه اول از آنجا که دو شرط مرزی در دسترس اسـت، فقـط دو نقطـه جعلی تعیین گردند. به منظور دستیابی به درجـات بـالای دقت برای شرایط مـرزی، تقریـب تفاضـلات محـدود(FD) یک طرفه به کار گرفته می شود که شامل ضـرائب روی L نقطه شبکه روی وجه داخلی مرز می باشد. بنابراین شـرط مرزی بوسـیله روش تفاضـلات محـدود یـک طرفـه (L+3 نقطه ای) تقریب زده می شود.

$$\overset{(k)}{W_1}\,f_2+\overset{(k)}{W_2}\,f_1+\sum_{i=3}^{L+3}\overset{(k)}{W_i}\,g_{i-2}=0 \qquad (۳۸)$$

با بازنویسی رابطه (۳۸) برای هردو رابطه شرط مـرزی لبـه آزاد ($f''(x)=0$ و $f'''(x)=0$) بـه کمـک روش فـوق، برای مشتق مرتبه دوم و مشتق مرتبه سوم داریم:

$$\begin{cases}\overset{(2)}{W_1}\,f_2+\overset{(2)}{W_2}\,f_1+\sum\limits_{i=3}^{L+3}\overset{(2)}{W_i}\,g_{i-2}=0\\[2mm] \overset{(3)}{W_1}\,f_2+\overset{(3)}{W_2}\,f_1+\sum\limits_{i=3}^{L+3}\overset{(3)}{W_i}\,g_{i-2}=0\end{cases} \qquad (۳۹)$$

ضـرایب $\overset{(k)}{W_i}$ بـرای $i=1,2,\cdots,L+3$ و $k=2,3$ وزنهای روش تفاضلات محدود یک طرفه میباشـند. f_1 و f_2 مقــادیر نــامعلوم تــابع روی نقــاط جعلــی و g_i بــرای $i=1,2,\cdots,L+1$ مقادیر معلوم تابع روی سـمت راسـت مرز می باشند. بـا حـل دسـتگاه (۳۹) مقـادیر f_1 و f_2، بـر حسب مقادیر معلوم داخل مرز تعیین می شوند. حال با جا به جایی مرز واعمال کردن شرط مرزی در نقطه f_2 ،مقادیر

f_1 و f_2 در داخل دامنه و جزء مقادیر معلوم قرار می گیرند. با ادامه این روند به تعداد مجهولات خارج از دامنه، معادله خواهیم داشت و روند تکراری فوق تحت عنوان روش IMI مورد استفاده قرار می گیرد. میزان دقت آن به طول L بستگی دارد که می تواند کوچکتر یا بزرگتر از M باشد. البته شرایط $L\geq 2$ و $M\geq 2$ باید در تمامی روابط برقرار باشد.

تحلیل اندرکنش سد و مخزن به وسیله روش DSC

در این بخش با توجه به فرضیات مشابه روش Lee و Tsai، سازه سد مانند گذشته به صورت یک تیر طره ای با مقطع ثابت در نظر گرفته می شود. سپس در معادله حرکت مربوطه، تابع و مشتقات آن نسبت به متغیرهای فضایی به کمک الگوریتم انتگرال حلقوی منفرد مجزا، تقریب زده می شود. معادلات فشار هیدرودینامیک مجدداً با رویکرد به روش DSC از ابتدا تعیین شده و تغییرات لازم اعمال می گردد. در حل مسئله اندرکنش سد ـ مخزن به کمک الگوریتم DSC معادله (۱) به طور مستقیم مورد تحلیل قرار می گیرد.

به منظور تقریب مشتقات مرتبه چهارم تابع $u(z,t)$ نسبت به متغیر مکانی z به کمک روش DSC، با توجه به مطالب مطرح شده در بخش ۳ مقاله و با استناد به این نکته که طی بررسی های انجام گرفته، هسته تنظیم شده دلتای شانون هماهنگی و سازگاری بیشتری با مسئله اندرکنش دارد، لذا از رابطه تقریب کانولوشن منفرد مجزا با هسته تنظیم شده دلتای شانون استفاده می شود و خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}=\left.\frac{\partial^4 u(z,t)}{\partial z^4}\right|_{x=i}=\sum_{K=-M}^{M}\delta^{(4)}_{\frac{\pi}{\Delta},\sigma}\left(z_i-z_k\right)u_{i+k}(z,t) \tag{۴۰}$$

در واقع طول تیر (ارتفاع سد) به نحوی شبکه بندی می گردد که N نود (نقطه) روی سازه قرار گرفته و M نقطه جعلی[۶]، به طور متقارن از هر مرز به سمت خارج دامنه و با فاصله یکسان نسبت به نقاط داخل دامنه، در نظر گرفته می شود. فاصله نقاط شبکه یکسان بوده و از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta=\frac{(N-1)}{h} \tag{۴۱}$$

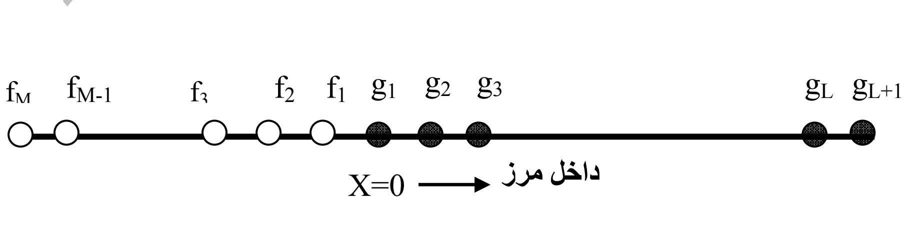
با تقریب زدن مشتقات چهارم تابع $u(z,t)$ نسبت به z در تمام نقاط شبکه (N نقطه) به وسیله رابطه (۴۰) ماتریس ضرائب DSC حاصل می شود. درایه های این ماتریس، ضرائب $\delta^{(4)}_{\frac{\pi}{\Delta},\sigma}(z_i-z_k)$ می باشند که مشابه رابطه (۳۳) به صورت تحلیلی محاسبه می شوند. این ماتریس مستطیلی بوده و دارای N سطر و (N+2M) ستون می باشد. با توجه به این که سازه سد به صورت یک تیر طره ای مدل شده است، دارای شرائط تکیه گاهی گیردار و سر آزاد در دو انتهای خود می باشد:

$$Z=0\ :u(z,t)=0\ ,\ \frac{\partial\ u(z,t)}{\partial z}=0 \tag{۴۲}$$

$$Z=h\ :\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=0\ ,\ \frac{\partial^3 u(z,t)}{\partial z^3}=0 \tag{۴۳}$$

برای مدل سازی شرط مرزی تکیه گاه گیردار بر اساس مطالب بخش قبل از بسط متقارن استفاده می شود، بنابراین در نقطه $z=0$ خواهیم داشت:

$$u_{-k}(z,t)=u_k(z,t)\quad ,k=1,2,\cdots,M \tag{۴۴}$$



شکل۲: مرز تطبیق یافته تکرار شونده.

در واقـع مـی تـوان M معادلـه بـه فـرم کلـی $u_{-k}(z,t)-u_k(z,t)=0 \quad ,k=1,2,\cdots,M$ را بـه N معادله قبلی اضافه نمود. از آن جا که در محاسبات عـددی همواره سعی می شود که بـا کـاهش ابعـاد یـک مـاتریس سرعت عملیات را افزایش دهند، لذا با اعمال تکنیک هـای عددی، اعمال شـرط مـرزی گیـردار سـبب کـاهش ابعـاد ماتریس خواهد شد. برای سر آزاد نیز مطابق بخش قبل، با استفاده از روش IMB و کاربرد یک تکنیک عددی خـاص، باز هم ابعاد ماتریس ضرائب کاهش یافته و در نهایـت ایـن ماتریس به یک ماتریس $N\times N$ تبدیل می شود کـه بـا حل مسئله سازگاری ابعادی دارد. به منظور تعیین معادلـه فشار هیدرودینامیک در حوزه سـیال بـا رویکـرد بـه روش DSC، تمام فرضیات و شرائط مرزی و اولیه مطـابق بخـش قبل می باشد، فقط شرط مرزی در ناحیه تماسـی سـازه و سیال به صورت زیر نوشته می شود:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0}=-\rho\left[\ddot{u}_g(t)+\ddot{u}(z,t)\right] \qquad (۴۵)$$

با اعمال تبدیل لاپلاس و روش جداسازی متغیرها و نیز برقراری شرائط مرزی، توزیع فشار هیـدرودینامیک را با رویکرد به روش DSC، می توان به صورت زیر نوشت:

$$p(0,z,t)=p_k^r(z,t)+p_k^f(z,t) \qquad (۴۶)$$

$$p_k^r(z,t)=\frac{4\rho C}{\pi}.\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)}.\cos\lambda_k z.\int_0^t \ddot{u}_g(\tau).J_0[\lambda_k.c(t-\tau)].d\tau \qquad (۴۷)$$

$$p_k^f(z,t)=\frac{2\rho C}{h}.\sum_{k=1}^{\infty}.\cos\lambda_k z.\left\{\int_0^t\left[\int_0^h \ddot{u}(z,\tau).\cos\lambda_k z.dz\right]\times J_0[\lambda_k.C.(t-\tau)].d\tau\right\} \qquad (۴۸)$$

با فرض تغییـرات خطـی شـتاب زمـین در دو گـام زمـانی متوالی و با فرض شتاب میانگین ثابت برای سازه در نهایت معادلـه $p_k^f(z,t)$ بـه شـکل خلاصـه زیـر نوشـته می شود:

$$p_k^f(z,t)=F_k(z,t)+W_k(z,t) \qquad (۴۹)$$

معادله حرکت سازه در اندرکنش سـد و مخـزن، را با توجه به الگوریتم DSC و در نظر گرفتن فرم ماتریـسی، می توان به صورت معادله زیر نوشت:

$$EI\times[K]_{N\times N}\times[u(z,t)]_{N\times1}+[m]_{N\times N}[\ddot{u}(z,t)]_{N\times1}= -[m]_{N\times N}\times[\ddot{u}_g(t)]_{N\times1}-[P_k^r(z,t)]_{N\times1}-[W_k(z,t)]_{N\times1} -[F_k(z,t)]_{N\times1} \qquad (۵۰)$$

که در آن $[K]_{N\times N}$ ماتریس ضرائب DSC پس از اعمـال شرائط مرزی و کاهش آن به مـاتریس $N\times N$ مربعـی و ماتریس $[m]_{N\times N}$ ماتریس جـرم متمرکـز در محـل نقـاط اصلی شبکه می باشد که یک مـاتریس قطـری بـوده و بـه شکل زیر تعریف می شود:

$$[m]_{N\times N}=\begin{cases} m_{ii}=m\times\Delta & for \quad i=2,3,\cdots,N-1 \\ m_{ii}=m\times\dfrac{\Delta}{2} & for \quad i=1,N \end{cases} \qquad (۵۱)$$

که در آن m جرم واحد طول سازه می باشد. بـا توجـه بـه رابطه (۴۹)، و با انتقال قسمت $W_k(z,t)$ از سمت چپ بـه سمت راست معادله(۵۰) ، این معادله را در نهایت به شکل ماتریسی زیر می توان باز نویسی نمود:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1N} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{N1} & M_{N2} & \cdots & M_{NN} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}(z_1,t) \\ \ddot{u}(z_2,t) \\ . \\ . \\ . \\ \ddot{u}(z_N,t) \end{Bmatrix}+ EI\times\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ K_{N1} & \cdots & \cdots & K_{NN} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u(z_1,t) \\ u(z_2,t) \\ . \\ . \\ . \\ u(z_N,t) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} L(z_1,t) \\ L(z_2,t) \\ . \\ . \\ . \\ L(z_N,t) \end{Bmatrix} \qquad (۵۲)$$

در رابطه ماتریسی فوق داریم:

$$L(z_i,t)=-[m_i]_{N\times N}\times[\ddot{u}_g(t)]_{N\times1}-[P_k^r(z_i,t)]_{N\times1}-[F_k(z_i,t)]_{N\times1} \qquad (۵۳)$$

$$W_k(z,t)=\sum_{k=1}^{\infty}[P]_{N\times N}\times\ddot{u}(z,t) \qquad (۵۴)$$

$$[M]_{N\times N}=\sum_{k=1}^{\infty}[P]_{N\times N}+[m]_{N\times N} \qquad (۵۵)$$

بدین ترتیب معادله حاکم تغییر یافتـه بـه صـورت فوق، از طریق روش نیومارک، مجزا سـازی زمـانی شـده و پاسخ تغییر مکان سازه سد در هر نقطه و در هر گام زمانی محاسبه می شود. از آن جا که مـاتریس هـای $[K]_{N\times N}$ و $[M]_{N\times N}$ در تمام گام های زمانی ثابت مـی باشـند، لـذا مسئله به طـور کامـل بـا شـرائط روش حـل نیومـارک در مسائل خطی مطابقت دارد.

مقایسه و بررسی نتایج

در این قسـمت نتایج حاصل از اندرکنش سـد و

مخزن نیمه بی نهایت با فرض تراکم پذیری سیال و صرف نظر از امواج سطحی، بوسیله روش DSC ارائـه مـی شـود. سپس نتایج حاصله با نتایج و گراف هـای حاصـل از روش Lee & Tsai مقایسه می شود. مطابق شکل (۳)، سیستمی شامل یک تیر منشوری با مقطع ثابت به ارتفاع ۱۸۰ متر و بـه ضـخامت ۱۵ متـر در نظـر گرفتـه مـی شـود، مـدول الاستیسیته ایـن تیـر EI=3/5E7 تـن بـر مترمربـع و وزن مخصوص آن ۲/۴ تن بر مترمکعب می باشد. سرعت صوت در آب C=1438/656 متر بـر ثانیـه در نظـر گرفتـه شـده است. جرم حجمی آب $\rho = 1$ تن بر مترمکعب می باشد. سازه فوق در هـر دو روش، تحـت مؤلفـه افقـی شـمالی – جنوبی زلزله ال سنترو (۱۹۴۰) و به مدت ۶ ثانیـه، مـورد تحلیل قرار می گیرد. در تحلیل Tsai و Lee، ۵ مود بـرای سازه و ۳۵ جمله اول حد مجموعهـا در نظـر گرفتـه شـده است. نتایج مربوط به روش Tsai و Lee در شکل های (۴) و (۵) ارائه گردیده است. در روش DSC به جهت مقایسه و بررسی میزان تأثیر پارامترها، سه حالت مختلف در تحلیـل مدنظر قرار گرفته است:

حالت اول:

$$N = 100,\ M = 26,\ r = 3,\ L = 17$$

حالت دوم:

$$N = 150,\ M = 36,\ r = 4,\ L = 27$$

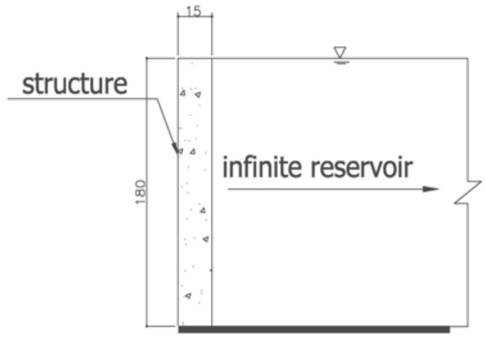
حالت سوم:

$$N = 250,\ M = 56,\ r = 4.2,\ L = 41$$

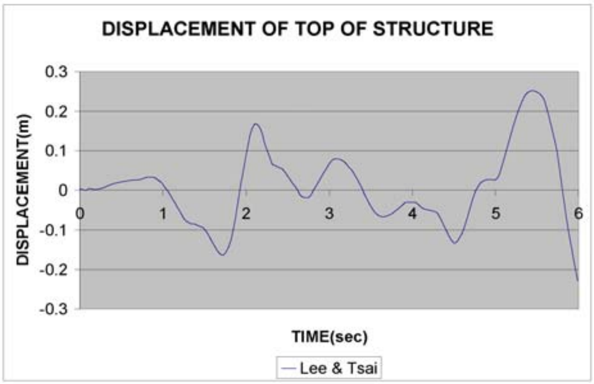
لازم به یادآوری است کـه پـارامتر N تعـداد نقـاط شبکه اصلی، M تعـداد نقـاط جعلـی، $r = \sigma.\Delta$ تنظـیم کننده و L تعداد نقاط داخل دامنه می باشد کـه در مـدل سازی لبه آزاد به کار گرفته می شود. تغییر مکان تاج سـد در هر سه حالت تحت اثر زلزله ال سنترو، به دسـت آمـده است (شکل۶ تا ۸). نتایج هر سـه حالـت بـا مقـدار تغییـر مکان حاصل از روش Tsai و Lee مقایسه شده و بهترین و دقیق ترین جواب ممکن و پارامتـرهای نظیـر آن تعیـین می شوند (شکل۹). در شکل (۱۰)، بهترین جواب به دست آمده برای روش DSC در حالت سوم بـا روش Tsai و Lee مقایسـه شـده اسـت. سـپس بـرای ایـن پارامترهـا فـشار هیدرودینامیک در کف مخزن بـه دسـت آمـده و بـا فـشار نـظیـــر آن در روش Tsai و Lee مقایســه مــی گـــردد (شکل های ۱۱ و ۱۲).

نتیجه گیری

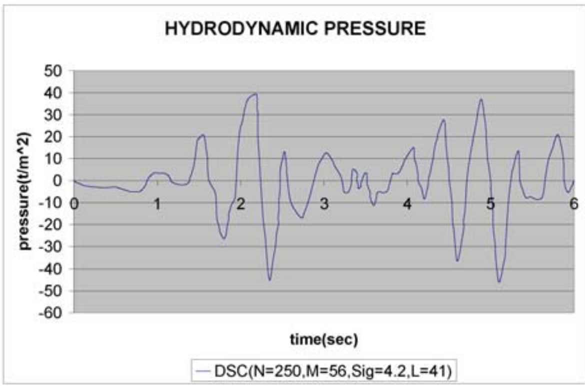
- از مقایسه نتایج و شکلها، این نتیجه حاصل می شود که مقــادیر پاســخ تغییــر مکــان تــاج ســد و فــشار هیـدرودینـامیک، به شدت متأثـر از پارامتـرهای DSC می باشند، و انتخاب نادرست این پارامترها سـبب غیـر واقعی بودن جوابها و تنزل دقت آنها می گردد.
- افزایش N، یعنی افزایش تعداد نقاط شبکه به طور کلی سبب کوچکتر شدن Δ می شود و این امر سـبب نمونـه گیری مناسب تر هـسته شـده و دقـت آن و در نتیجـه دقت جواب ها را افزایش می دهد. از طرفی افـزایش N سبب افـزایش زمـان تحلیـل و هزینـه محاسـباتی مـی گردد.
- افزایش پـارامتر M تـا یـک حـد معـین بـه شـدت بـر جواب ها و دقت آنها مؤثر است. پس از رسـیدن مقـدار M به این حد تجربی تأثیر آن بر جواب هـا کمترشـده، اما از دست نمی رود، در حالی که برای مقادیر کمتـر از M بهینه دقت جواب ها در بعضی موارد بسیار تنزل می کنـد. در مـسئله مـورد بحـث معمـولاً بـرای N=250، مقادیر M بیش از ۵۰ اثر کمتری برافزایش دقت جـواب ها دارد.
- در مسئله مورد بحث، متناسب با اندازه شبکه یعنی Δ و نیز مقدار M به منظـور تنظـیم هـسته، یـک پـارامتر بهینه r وجود دارد که: $r = \sigma.\Delta$. بـر اسـاس بررسـی های انجام شده با تحلیل های مختلف، r بهینه در ایـن مسئله معمولاً عددی بین (4/1-5) به دست می آید.
- افزایش L، همان طور که ازمقایسه شـکل هـای (۶) تـا (۹) به وضوح قابل مشاهده مـی باشـد، سـبب افـزایش دقت روش IMB در مدل سازی شرط مرزی می شـود. اما برای هر M نیز می توان L بهینـه ای یافـت کـه بـه ازای آن دقت مورد نظر حاصل شود.
- بررسی شکل های (۶) تا (۹)، نشان می دهند که عمده خطای ایجاد شده در این روش، خطای ناشی از استفاده از روش های عددی انتگـرال گیـری در محاسـبه فـشار هیدرودینامیک با رویکرد به روش DSC، می باشد. این خطا به صورت تجمعی و با افزایش گام زمـانی از دقـت جواب ها مـی کاهـد و خطـای ناشـی از روش DSC در مقایسه با این خطا کوچکتر است. به همین دلیل تطابق جواب ها در مورد جا به جـای نـسبتاً مناسـب ولـی در مورد فشار هیدرودینامیک تطابق کمتری وجود دارد.



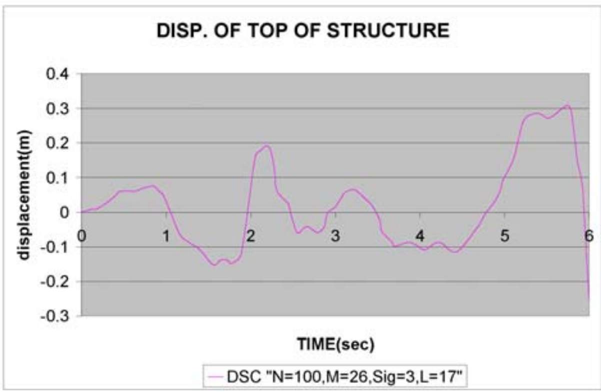
شکل۳ : سیستم سد – مخزن مورد مطالعه .



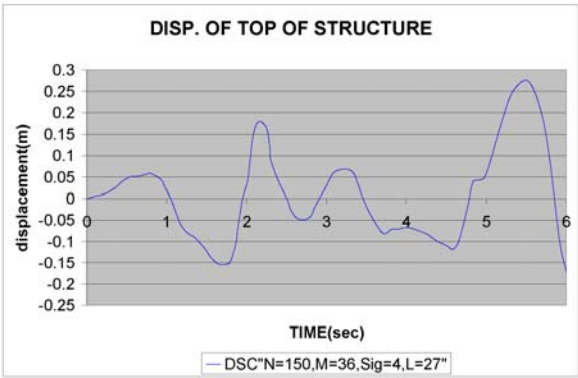
شکل۴ : تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) در حالت مخزن پر، تحت زلزله ال سنترو به روش Lee & Tsai بر حسب زمان.



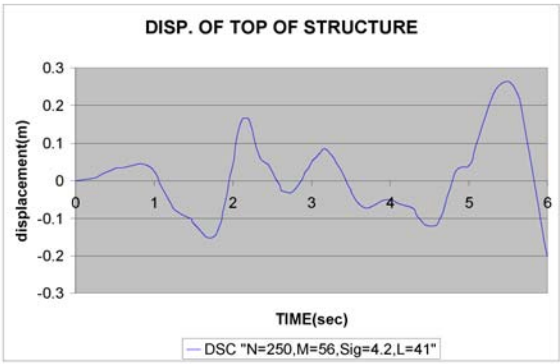
شکل۵ : فشار هیدرودینامیک در کف مخزن (تن بر متر مربع) بر اساس روش Lee & Tsai .



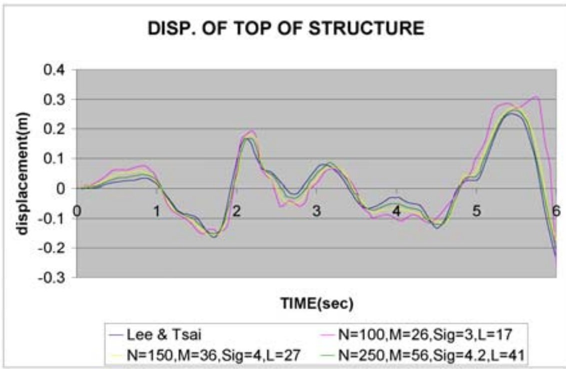
شکل۶ : تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) در حالت مخزن پر بر اساس روش DSC
(پارامترها $N=100,\ M=26,\ r=3,\ L=17$**).**



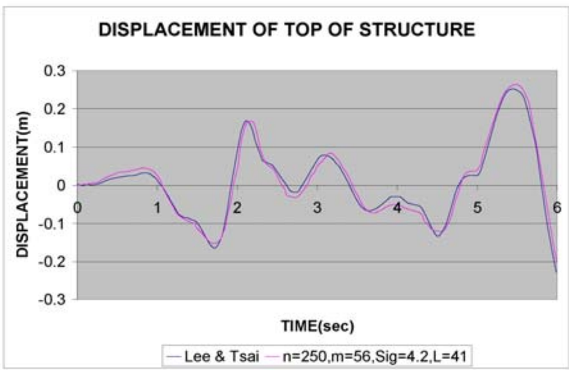
شکل۷: تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) در حالت مخزن پر بر اساس روش DSC
(پارامترها $N=150,\ M=36,\ r=4,\ L=27$**).**



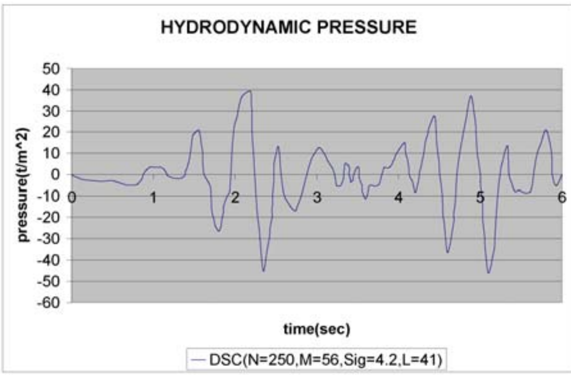
شکل۸: تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) در حالت مخزن پر بر اساس روش DSC
(پارامترها $N=250,\ M=56,\ r=4.2,\ L=41$**).**



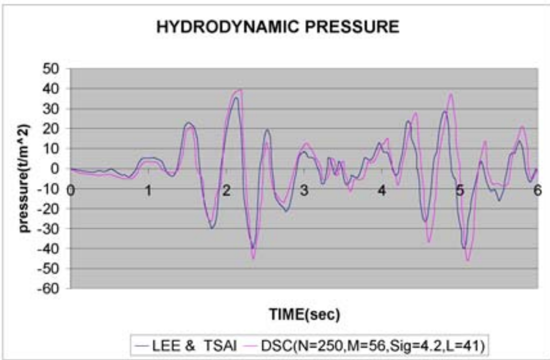
شکل۹: مقایسه تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) با مخزن پر در هر سه حالت روش DSC با روش Lee & Tsai.



شکل۱۰: مقایسه تغییر مکان تاج سد (بر حسب متر) با مخزن پر به کمک DSC در حالت
$N=250,\ M=56,\ r=4.2,\ L=41$ **با روش Lee & Tsai.**



شکل۱۱: فشار هیدرودینامیک (بر حسب تن بر متر مربع) در کف مخزن بر اساس روش DSC (پارامترها $N = 250,\ M = 56,\ r = 4.2,\ L = 41$).



شکل۱۲: مقایسه فشار هیدرودینامیک در کف (بر حسب تن بر متر مربع) مخزن بر اساس روش DSC در حالت $N = 250,\ M = 56,\ r = 4.2,\ L = 41$ با روش Lee & Tsai.

مراجع

1 - Wei, G. W. (2000). “Solving quantum eigenvalue problems by discrete singular convolution.” *J. Phys.* Vol. B33, PP. 343-352

2 - Wei, G. W. (2001). “A new algorithm for solving some mechanical problems.” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol. 190, PP. 2017-2030.

3 - Wan, D. C. and Wei, G. W. (2002). “Discrete singular convolution-finite subdomain method for the solution of incompressible viscous flows.” *J. Comput.Phys.* Vol. 180, PP. 229-255.

4 - Wei, G. W. (2001). “Vibration analysis by discrete singular convolution.” *J. Sound Vibration*, Vol. 244, PP. 535-553.

5 - Wei, G. W. (1998). “Quasi wavelets and quasi interpolating wavelets.” *Chem. Phys. Lett.*, Vol. 296, PP. 215-222.

6 - Wei, G. W., Zhang, D. S., Kouri, D. G. and Hoffman, D. K. (1997). “Lagrange distributed approximating functionals.” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 79, PP. 775-77.

7 - Westergaard, H. M. (1933). “Water pressures on dams during earthquakes.”*ASCE*. Vol. 98, PP. 418-433

8 - Chopra, A .K. (1967). “Hydrodynamic pressures on dams during earthquakes.” *Journal of engineering Mechanics, ASCE,* Vol. 93, No. 6, PP. 205-223.

9 - Chwang, A. T. (1978). “Hydrodynamic pressures on sloping dam during earthquake. Part2.Exact theory.” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 87, PP. 343-348.

10 - Mei, C. C., Foda, M. A. and Tong, P. (1979). "Exact and hybrid –element solution for the vibration of a thin elastic structure seated on the sea floor." *Appl. Ocean Res*., Vol. 1, No. 2, PP. 79-88.

11 - Liu, P. L. F (1986). "Hydrodynamic pressures on rigid dams during earthquake." *J. Fluid Mech.,* Vol. 165, PP. 131-145.

12 - Tsai, C. S., and Lee, G. C. (1990). "Method for the transient analysis of three-dimensional dam-reservoir interactions." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE,* Vol. 116, No. 10, PP. 2151-2172.

13 - Tsai, C. S., Lee, G. C. and Ketter, R. L. (1990a). "A semi-analytical method for time-domain analysis of dam-reservoir interaction ." *International J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, No. 5, PP. 913-933.

14 - Lee, G. S. and Tsai, C. S. (1991). "Time-domain analysis of dam-reservoir system part 1; exact solution." *Journal of Engineering Mechanics, ASCE,* Vol. 117, No. 9, PP. 1990-2006.

15 - Zhao, S., Wei, G. W. and Xiang, Y. (2005). "DSC analysis of free-edged beams by an iteratively matched boundary method." (*Short Communication*). *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 284, PP. 487-493.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1 - Discrete Singular Convolution
2 - Wavelet theory
3 - Distribution Theory
4 - Shannon Kernel
5 - Iteratively Matched Boundary
6 - Fictious Point