

## تحلیل سه‌بعدی اکستروژن مستقیم با روش قاچی و المان محدود

امین صمدی قوشچی<sup>۱</sup>، کارن ابری‌نیا<sup>۲</sup> و محمد کاظم بشارتی گیوی<sup>۳\*</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

<sup>۳</sup> دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - پردیس دانشکده‌های فنی - دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۸۶/۶/۲۶، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده ۸۸/۵/۲۰، تاریخ تصویب ۸۸/۶/۲۲)

### چکیده

روش تحلیل قاچی مدت زیادی است که برای حل مسائل شکل‌دهی فلزات به کار می‌رود. البته به دلیل محدودیت در فرمولاسیون، استفاده از آن محدود به مسائل تقارن محوری و کرنش صفحه‌ای شده است. در این مقاله یک فرمولاسیون جدید پیشنهاد شده است که می‌تواند در مسائل سه بعدی شکل‌دهی فلزات استفاده شود. عوامل بررسی‌شده، به هندسه شکل اکستروژن شده نهایی، قالب و رژیم سیلان ماده نسبت داده می‌شود. به عنوان مثال، اکستروژن مستقیم مقاطع مربعی با استفاده از فرمولاسیون جدید مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در این روش بیشتر محدودیت‌های موجود در فرمولاسیون‌های قبلی رفع شده است. نتایج تحلیلی به دست آمده با نتایج تحلیل المان محدود، مقایسه و تطابق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** اکستروژن، روش قاچی، تحلیل سه‌بعدی، المان محدود

### مقدمه

گرفتن حالت کرنش صفحه‌ای بررسی کردند. چن و لینگ [۵] از تئوری حد بالا برای حالت متقارن و برای قالب‌های مختلف از قبیل کسینوسی، بیضوی و هذلولی استفاده کردند. سپس ناگپال و آلتن [۶] جریان سه‌بعدی مواد را حین فرآیند اکستروژن بررسی کردند و برای تعریف دو تابع ابتدایی و انتهایی قالب که پروفیل قالب را مشخص می‌کند، از توابع چند جمله‌ای عمومی استفاده کردند که بعدها محققان دیگر نیز از آن استفاده کردند.

یانگ [۷] در سال ۱۹۸۶ مقاله‌ای را در زمینه تحلیل سه‌بعدی تئوری و تجربی اکستروژن روانکاری شده مقاطع مارپیچی عمومی ارائه داد. او در مقاله خود بر مبنای نتایج کار تئوریک و با استفاده از سیستم‌های طراحی و ساخت به کمک کامپیوتر، سه نوع قالب بیضوی، مارپیچی، کلور بیضوی و چرخ دنده تروئیدی ساخت و نتایج تجربی خوبی نزدیک به پیش‌بینی‌های تئوریک به دست آورد.

هان، یانگ و کیوشی [۸] در همان سال یک رابطه جدید برای اکستروژن سه‌بعدی و کاربرد آن در مقاطع کلور ارائه کردند. آنها همچنین متوجه شدند که الگوی خطوط جریان در حد زیادی به شرایط روانکاری و شرایط هندسی قالب وابسته است. در همان زمان، هان و

بر اساس دما، فرآیند اکستروژن شامل دو دسته گرم و سرد است و بر مبنای فرآیند به سه دسته مستقیم، غیر مستقیم و هیدروستاتیک تقسیم می‌شود. در روش مستقیم، قطعه در محفظه‌ای با دیوارهای ضخیم قرار دارد و توسط قالبی که به وسیله یک نگهدارنده ثابت شده است، خارج می‌شود. جهت جریان مواد با جهت حرکت کوبه یکی است.

تئوری‌های مختلفی برای حل مسائل اکستروژن وجود دارند که از آن جمله می‌توان به تئوری‌های کار ایده‌آل<sup>۱</sup>، قاچی<sup>۲</sup>، میدان خطوط لغزش<sup>۳</sup>، حد بالا<sup>۴</sup> و روش‌های عددی<sup>۵</sup> اشاره کرد. پژوهش‌های زیادی بر اساس این تئوری‌ها انجام شده است که در ادامه به برخی از آنها اشاره خواهیم کرد.

ترسکا [۱] از اولین کسانی بود که فرآیند اکستروژن را بررسی عملی کرده است. او در سال ۱۸۶۴ با استفاده از روش کار ایده‌آل به تحلیل این موضوع پرداخت. پس از آن هیل [۲] تئوری میدان خطوط لغزش را برای تحلیل اکستروژن به کار برد. بررسی دیگر توسط پراگر و هاج [۳] بر اساس روش حد بالا انجام شد.

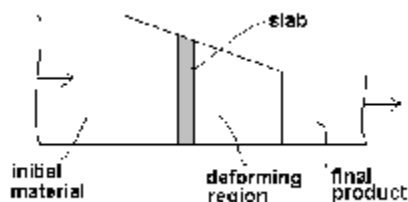
جانسون و ملور [۴] در سال ۱۹۵۴ تئوری حد بالا را برای تحلیل مسائل پیچیده اکستروژن و با در نظر

یک روش جایگزینی مناسب برای روش تحلیل المان محدود در سرعت‌های محاسباتی بالا است.

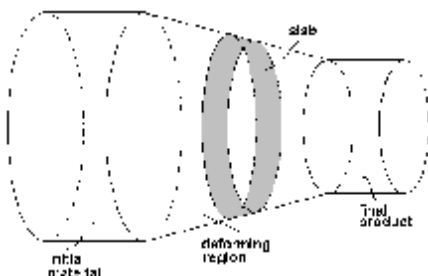
ژو و همکارانش [۱۵] در سال ۲۰۰۶، یک روش تحلیلی- نظری برای بحث و بررسی فشار دورانی یا گردشی مربوط به یک رینگ بر اساس روش تحلیل قطعه‌ای ارائه داده‌اند. ابری‌نیا و مکارمی نیز [۱۶] در مقاله‌ای با استفاده از روش حد بالا، موضوع اکستروژن مقاطع عریض را مورد تحلیل قرار دادند.

### تحلیل قاچی اکستروژن

در تحلیل‌های قاچی معمول که برای مسائل دوبعدی (کرنش مسطح) و یا سه‌بعدی (محور متقارن) انجام شده است، به طور معمول یک قاچ از منطقه تغییر شکل به عنوان المان تحت نیروهای وارده در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). از آن جا که تغییرات نیرو روی این المان، فقط در یک جهت در نظر گرفته می‌شود، بنابراین به دست آوردن معادلات دیفرانسیلی به سهولت امکان‌پذیر است.



شکل ۱: منطقه تغییر شکل برای تحلیل قاچی (کرنش مسطح).



شکل ۲: منطقه تغییر شکل برای تحلیل قاچی (محور متقارن).

برای حالت محور متقارن نیز به دلیل تقارن محوری، در واقع مسئله بسیار شبیه کرنش صفحه‌ای است (شکل ۲)، با این تفاوت که در این مورد اگر چه قاچ به شکل مخروطی است، اما تغییرات مثل قبل صفحه‌ای (در

کیم [۹] در ادامه تلاش‌های قبلی خود، روشی را برای اکستروژن مقاطع دلخواه ارائه کردند که در این کار روش جدیدی برای تعریف سطح با استفاده از توابع مرکب و سری فوریه پیشنهاد شده بود. سپس هان و یانگ [۱۰] بررسی بیشتری روی جریان مواد در اکستروژن چرخنده‌های تروئیدی انجام دادند. لی، یانگ و لانگ [۱۱] مقاله‌ای درباره تحلیل عددی اکستروژن سه‌بعدی مقاطع بیضوی ارائه دادند. آنها در کار خود از روش باقیمانده‌های وزنی استفاده کردند و ملاحظه کردند که توافق خوبی بین نتایج آنها و نتایج تئوریک وجود دارد.

چیتکارا و ابری‌نیا [۱۲] در سال ۱۹۹۰ مقاله‌ای ارائه کردند که در آن یک میدان سرعت کلی در مختصات استوانه‌ای برای جریان مواد در نظر گرفته شده بود که از مزایای آن سازگاری سینماتیکی با شرایط مرزی در سطوح ورودی و خروجی قالب و همچنین سهولت تبدیل مختصاتی فضای تغییر شکل درون قالب به یک مکعب واحد در مختصات دکارتی و در نتیجه ساده‌تر شدن محاسبات توان تغییر شکل، توان اصطکاکی و توان ناشی از انفصال سرعت از ویژگی‌های مهم آن است. سپس ابری‌نیا در رساله دکترای خود از این میدان سرعت استفاده کرده و یک حل کلی برای اکستروژن مقاطع با شکل‌های مختلف از جمله مربع، مستطیل، بیضی، دایره، مقطع T شکل، مقطع I شکل و غیره از بیلت استوانه‌ای به دست آورد.

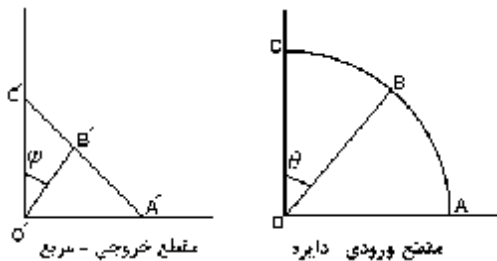
چیتکارا و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۰۱، روش تحلیل قطعه‌ای را برای اکستروژن لوله‌های دو فلزی دارای تقارن محوری که ویژگی‌های عملکردی خاصی نسبت به لوله‌های تک فلزی دارند، به کار بردند و نتایج حاصل از آن را با یک سری آزمایش‌های انجام‌شده روی لوله‌های دو فلزی ساخته شده از جنس آلومینیوم خاص تجاری و مس کاتدی خالص و نیز نتایج روش حد بالا که توسط خودشان انجام شده بود مقایسه کردند و مشاهده شد که نتایج حاصل از آن، همخوانی مناسبی با یکدیگر دارند.

کومار و همکارانش [۱۴] در سال ۲۰۰۵ از روش تحلیل قطعه‌ای برای مطالعه تأثیرات اصطکاک و کرنش سختی در فرآیند نورد سرد ورق استفاده کردند و نشان دادند که کد نوشته شده توسط روش تحلیل قطعه‌ای (که تلفیقی از کرنش سختی و مدل اصطکاکی "وان هیم" بود)

مانند  $B$  که ابتدا روی محیط دایره ورودی قرار دارد، هنگام تغییر شکل روی خط  $BB'$  حرکت کرده و محل آن روی قاچ نقاط  $B_1$  و  $B_2$  هستند. هندسه قاچ را می توان بر حسب ابعاد مختلف آن (به طور مثال بعد شعاعی که متغیر است  $O_1B_1$ ) با استفاده از ابعاد مقطع بیلت اولیه (به طور مثال شعاع دایره  $r=OB$ ) و ابعاد مقطع خروجی ( $O'B'=k$ ) تعریف کرد:

$$O_1B_1 = r \left(1 - \frac{z}{OO'}\right) + k \left(\frac{z}{OO'}\right) \quad (1)$$

در اینجا  $k = f(\theta)$  است که برای مثال برای اکستروژن شکل (۳) با توجه به شکل مقطع ورودی (دایره) و شکل مقطع خروجی (مربع) از روابط تداوم یا حجم ثابت به دست می آید (به شکل ۴ نگاه کنید):



شکل (۴) ربع مقاطع ورودی و خروجی.

نسبت اکستروژن عبارت است از:

$$\eta = \frac{\text{Area of circle}}{\text{Area of square}} = \frac{\pi(OB)^2}{(A'C')^2} = \frac{\pi r^2}{a^2} \quad (2)$$

برای ارضای شرایط تداوم یا حجم ثابت (شکل ۳ و ۴) داریم:

$$\eta(\text{Area } O'B'C') = \text{Area } OBC \quad (3)$$

اکنون مساحت  $OBC$  عبارت است از:

$$\text{Area } ABC = \frac{\theta r^2}{2} \quad (4)$$

و مساحت  $O'B'C'$  عبارت است از:

$$\text{Area } O'B'C' = \frac{1}{2}(O'B' \sin \varphi)(O'C') \quad (5)$$

که  $O'B' = k$  و  $O'C' = \frac{a}{\sqrt{2}}$  است:

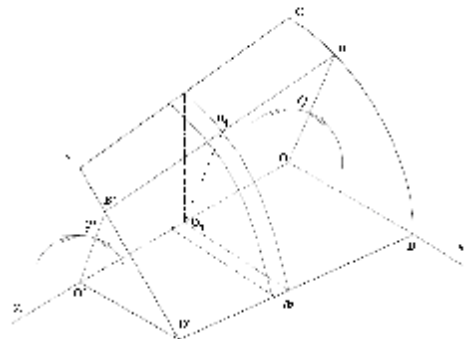
$$\frac{\pi r^2}{a^2} \left(\frac{1}{2} k \sin \varphi \frac{a}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\theta r^2}{2} \quad (6)$$

پس از ساده سازی داریم:

$$k \sin \varphi = \theta a \sqrt{2} \quad (7)$$

جهت  $r$  و  $z$ ) است و به دلیل تقارن محوری در جهت  $\theta$ ، تغییراتی وجود ندارد. بنابراین معادلات تعادل بسیار شبیه کرنش صفحه ای است. اما به هر حال باید توجه داشت که جریان ماده در فرایندهای صنعتی به ندرت حالت کرنش صفحه ای و یا حتی محور متقارن دارند و اغلب حالت سه بعدی دارند (به خصوص برای فرایند اکستروژن که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است).

برای تحلیل مسائل سه بعدی تغییر شکل فلزات، نیاز به فرمولاسیون مسئله در سه جهت  $r$ ،  $\theta$  و  $z$  است. برای روشن تر شدن موضوع، شکل (۳) را در نظر بگیرید که در آن ربع منطقه تغییر شکل اکستروژن دایره به مربع نشان داده شده است (به دلیل تقارن شکل خروجی پروفیل). همان طور که ملاحظه می شود، اگر یک قاچ از منطقه را برای فرمولاسیون تعادل نیروها در نظر بگیریم، آنگاه هندسه قاچ با تغییرات  $r$ ،  $\theta$  و  $z$  تغییر می کند. بنابراین در اینجا برای فرمولاسیون مسئله، یک قاچ کلی مطابق با شکل (۴) و به طول  $dz$  در نظر می گیریم.



شکل ۳: ربع منطقه تغییر شکل بیلت دایره ای به مقطع مربعی (تحلیل سه بعدی).

همان طور که در شکل (۳) ملاحظه می شود، مواد ورودی از مقطع  $OCB$  به داخل منطقه تغییر شکل وارد می شود و در این تحلیل فرض می شود که این مواد بین دو صفحه  $OCC'O'$  و  $OBB'O'$  حرکت کرده و از قاچ مورد نظر نیز عبور کرده و از مقطع خروجی  $O'C'B'$  خارج می شود. تفاوت عمده بین تحلیل سه بعدی و کرنش صفحه ای و محور متقارن در اینجا است که سطح  $OBB'O'$  یک سطح تخت نیست، بنابراین دو زاویه  $\theta$  و  $\varphi$  با هم برابر نیستند. از طرف دیگر نقطه ای

محوری z به این ترتیب است:

$$(P \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha) dz / \cos \alpha \times S = \sigma_z \times (A + dA) - (\sigma_z + d\sigma_z) \times A \quad (9)$$

$$(P \cdot \sin \alpha + \tau \cdot \cos \alpha) dz / \cos \alpha \times S = \sigma_z \times S \times \tan \alpha \times dz - d\sigma_z \times A \quad (10)$$

که A و S به ترتیب عبارتند از سطح مقطع و محیط المان قاچی در نظر گرفته شده که بر اساس روابط ذیل به دست می‌آیند:

$$S = (a \cdot t) + 0.5\pi R \left(1 - \frac{z}{OO'}\right) \quad (11)$$

$$A = A_2 \times z / L + A_1 \left(1 - \frac{z}{OO'}\right) \quad (12)$$

با ساده‌سازی روابط بالا، رابطه نهایی زیر برای تعادل نیروها در راستای محوری حاصل می‌شود.

$$(P \cdot \tan \alpha + \tau) \cdot S \times dz = \sigma_z \cdot \tan \alpha \times S \times dz - d\sigma_z \times A \quad (13)$$

رابطه تعادل نیروها در راستای شعاعی،  $\tau$ ، نیز به این ترتیب است:

$$\sigma_r \times dz \times S = (P \cdot \cos \alpha - \tau \cdot \sin \alpha) \cdot dz / \cos \alpha \times S \quad (14)$$

با ساده‌سازی رابطه بالا، رابطه نهایی زیر برای تعادل نیروها در راستای شعاعی حاصل می‌شود:

$$\sigma_r = P - \tau \tan \alpha \quad (15)$$

$\sigma_r$  بر حسب  $\sigma_\theta$  به این ترتیب در نظر گرفته می‌شود:

$$\sigma_r = \frac{K(z)}{S} \sigma_\theta \quad (16)$$

معیار تسلیم ترسکا برای تحلیل در نظر گرفته شده است که این طور بیان می‌شود: تسلیم زمانی رخ می‌دهد که بزرگ‌ترین مقدار قدر مطلق یکی از سه تنش برشی حداکثر در ماده به مقدار معینی برسد.

برای تنش تسلیم با استفاده از معیار ترسکا خواهیم داشت:

$$\sigma_0 = |\sigma_3 - \sigma_1| \Rightarrow \sigma_0 = \sigma_z - \sigma_\theta \quad (17)$$

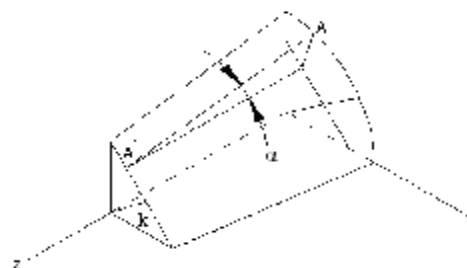
برای به دست آوردن رابطه تنش محوری  $\sigma$  از روابطی که برای تعادل نیروها در دو راستای محوری و شعاعی ذکر شد و نیز مدل اصطکاکی زیر استفاده می‌شود. مدل اصطکاکی کلمب که در این مدل، فرض بر آن است که تنش برشی بر حسب ضریب اصطکاکی کلمب تغییر

از طرف دیگر با توجه به مقطع مربع در شکل (۴) داریم:

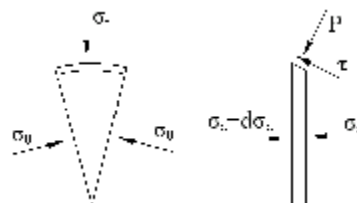
$$k \cos \varphi = O'C' = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

پس ملاحظه می‌شود که مجموعه معادلات (۷) و (۸) رابطه بین  $\theta$  و  $\varphi$  و نیز تابع  $k$  بر حسب  $\theta$  را به دست می‌دهند.

از طرف دیگر در تعریف معادلات تعادل در روش معمول قاچی (برای مسائل کرنش صفحه‌ای و محور متقارن) از زاویه نیم مخروط  $\alpha$  استفاده می‌شود. در تعریف جدید برای فرمولاسیون مسائل سه‌بعدی زاویه  $\alpha$  طبق شکل (۵) تعریف می‌شود. ملاحظه می‌شود که زاویه  $\alpha$  در این مورد با تغییرات زاویه  $\theta$  تغییر می‌کند.



شکل ۵: الگوی سیلان مورد نظر در فرآیند اکستروژن مستقیم.



شکل ۶: مؤلفه‌های تنش و نیروی وارده در تحلیل قاچی.

حال برای نوشتن رابطه تعادل نیروها در راستای محوری و شعاعی، نیروهایی را که به قاچ (در شکل (۳)) قاچ کلی به شکل سه‌بعدی و در شکل (۶) نمای دوبعدی آن نشان داده شده است) وارد می‌شوند، به این ترتیب مشخص می‌کنیم.

با توجه به شکل (۳) مشخص می‌شود که تنش‌های  $\sigma_z$  و  $\sigma_z + \sigma dz$  در راستای محوری به قطعه وارد می‌شوند. فشار قالب، P، و تنش برشی در فصل مشترک قالب و فلز،  $\tau$ ، دارای دو مؤلفه در راستای محوری و شعاعی است. بنابراین رابطه تعادل نیروها در راستای

این راستا فلز سرب با توجه به امکانات آزمایشگاهی موجود انتخاب شد.

رابطه تنش- کرنش مؤثر این ماده عبارت است از:

$$\sigma = 15 + 14.18(\bar{\epsilon})^{0.19} \quad (24)$$

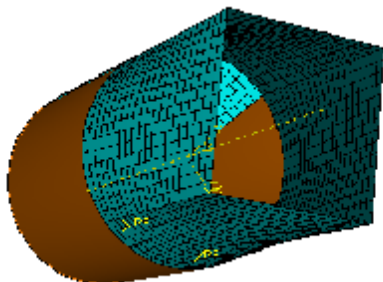
خواص این ماده در جدول (۱) نمایش داده شده است. در این فرآیند، قالب به طور کامل مقید شده است و امکان حرکت در هیچ راستایی برای آن مقدور نیست.

جدول ۱: ویژگی‌های آلیاژ مورد استفاده.

ویژگی	مقدار
مدول الاستیسته	۱۵ GPa
تنش تسلیم	۱۵ Mpa
استحکام نهائی	Mpa ۲۵
چگالی	۱۱۳۴۰ Kg/m <sup>3</sup>
ضریب پواسون	۰/۴۲

همچنین سنبه به جز در راستای طولی در بقیه راستاها مقید شده است. در این راستا به میزان ۲۰ میلی‌متر قابلیت جا به جایی دارد. برای جلوگیری از ایجاد بارهای ضربه‌ای و تأثیر بر نیروهای فرآیند، حرکت سنبه به طور آرام<sup>۸</sup> با سرعت ۱۰ میلی‌متر بر دقیقه در نظر گرفته شده است.

در این مقاله برای شبیه‌سازی، از نرم‌افزار ABAQUS استفاده شد. المان‌ها برای قطعه تغییر شکل‌پذیر، از نوع هشت نقطه‌ای C3D8R و برای قالب صلب از نوع چهار نقطه‌ای R3D4 انتخاب شدند. در فرآیند اکستروژن، سنبه حرکت کرده و مواد طی تغییر شکل پلاستیک زیادی به شکل سطح مقطع خروجی قالب در می‌آیند.



شکل ۷: نمونه‌ای از قالب مش‌بندی شده.

می‌کند، یعنی  $\tau = \mu P$ . با قرار دادن مقدار تنش برشی اصطکاکی در رابطه دوم تعادل نیروها به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\sigma_r = P - \tau \cdot \tan \alpha \rightarrow P = \sigma_r / (1 - \mu \cdot \tan \alpha) \quad (18)$$

با قرار دادن مقدار P در رابطه اول تعادل نیروها خواهیم داشت:

$$\left[ \sigma_r \left( \frac{\mu + \tan \alpha}{1 - \mu \cdot \tan \alpha} \right) - \sigma_z \cdot \tan \alpha \right] \times S \times dz = -d\sigma_z \times A \quad (19)$$

حال با استفاده از رابطه (۱۵) خواهیم داشت:

$$\sigma_z = \frac{K(z)}{S} \sigma_\theta = \frac{K(z)}{S} (\sigma_z - \sigma_0) \quad (20)$$

در نتیجه رابطه نهایی  $\sigma_z$  به این شکل به دست می‌آید:

$$\frac{d\sigma_z}{d_z} = - \frac{\left[ \frac{K(z) \times (\mu + \tan \alpha)}{S \cdot (1 - \mu \tan \alpha)} \times (\sigma_z - \sigma_0) - \sigma_z \tan \alpha \right] \times S}{A} \quad (21)$$

برای به دست آوردن مقدار عددی  $\sigma_z$  از معادله دیفرانسیلی به دست آمده، روش حل رانگ - کوتای مرتبه چهارم در زبان برنامه‌نویسی فرترن (Fortran)، با اعمال شرایط مرزی زیر استفاده شد:

$$z = L \rightarrow \sigma_z = 0 \quad (22)$$

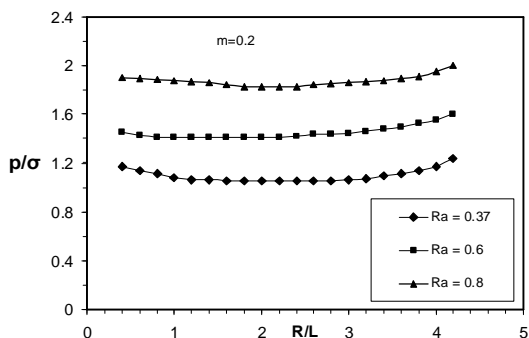
$$z = 0 \rightarrow \sigma_z = \sigma_E \quad (23)$$

## تحلیل المان محدود

برای شبیه‌سازی اکستروژن، ابتدا باید سه قطعه مجزا تعریف کرد که عبارتند از:

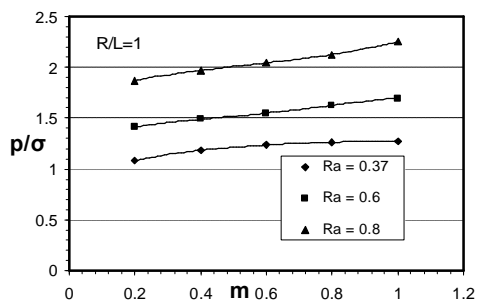
۱. قالب: در این فرآیند، قالب از نوع پوسته صلب<sup>۶</sup> در نظر گرفته شده است و شامل دو قسمت، یکی محفظه استوانه‌ای (شکل ۷) برای قرارگیری بیلت و دیگری قسمت اصلی قالب که بیلت استوانه‌ای را به اشکال دیگر تبدیل می‌کند.
  ۲. سنبه: این قسمت نیز از نوع پوسته صلب انتخاب شده است.
  ۳. بیلت اولیه: این قطعه از نوع سه‌بعدی تغییر شکل‌پذیر<sup>۷</sup> انتخاب شده است (شکل ۸).
- لازم به ذکر است که در همه موارد، قطر بیلت اولیه و طول آن ۲۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده‌اند.
- خصوصیات مواد، بیشترین تأثیر را بر نیروی فرآیند می‌گذارند، بنابراین باید به دقت انتخاب شوند. در

شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، افزایش درصد کاهش سطح مقطع باعث افزایش فشار نسبی اکستروژن است. همچنین برای درصد کاهش سطح مقطع معین، طول نسبی بهینه برای قالب وجود دارد. عامل اصطکاک<sup>۱۱</sup> در این نمودار ۰.۲ در نظر گرفته شده است.

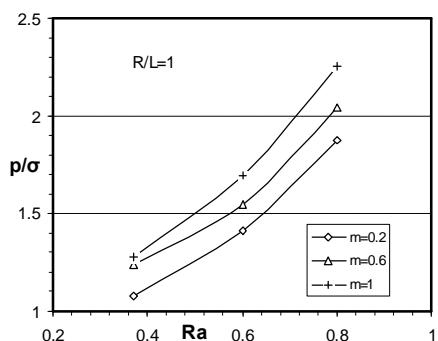


شکل ۱۰: تأثیر درصد کاهش سطح مقطع بر فشار اکستروژن.

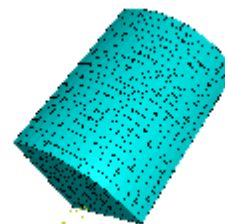
نمودار (۱۱) تغییرات فشار نسبی اکستروژن را نسبت به تغییرات در شرایط اصطکاکی نشان می‌دهد. در این نمودار تغییرات درصد کاهش سطح مقطع نیز لحاظ شده است. این نمودار برای طول بهینه قالب رسم شده است. افزایش اصطکاک همان طور که انتظار می‌رود، باعث افزایش فشار می‌شود.



شکل ۱۱: تأثیر شرایط اصطکاکی و درصد کاهش سطح مقطع بر فشار اکستروژن برای طول قالب بهینه.



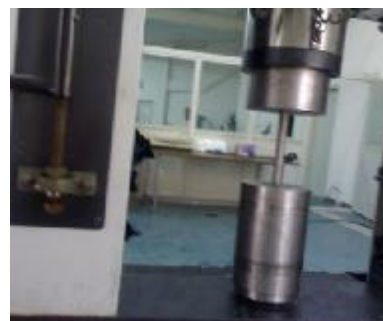
شکل ۱۲: تأثیر شرایط اصطکاکی و درصد کاهش سطح مقطع بر فشار اکستروژن برای طول قالب بهینه.



شکل ۸: نمونه‌ای از بیلت اولیه مش‌بندی شده.

## آزمایش‌ها

برای اعتبارسنجی نتایج تئوری، آزمایش‌های تجربی اکستروژن مقطع مربع شکل از بیلت دایره‌ای با استفاده از قالب همگرای دوخطی انجام شد.



شکل ۹: آزمایش اکستروژن بیلت دایره‌ای به مقطع مربعی با استفاده از قالب همگرای دوخطی.

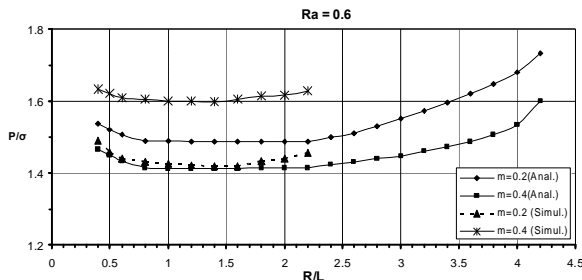
برای انجام این آزمایش‌ها از ابزار و پرس نشان‌داده شده در شکل (۹) استفاده شد. مواد مورد استفاده برای آزمایش اکستروژن، سرب تجاری بوده است.

## نتایج و بحث و بررسی

با استفاده از نتایج به دست آمده در بخش‌های قبلی، نتایج مربوط به اکستروژن دایره به مربع به شکل نمودارهای (۱۰) الی (۱۴) رسم شده‌اند. فشار نسبی اکستروژن با معکوس تغییرات طول نسبی که پارامتری شبیه نیم زاویه مخروط در روش‌های متداول تحلیل قچی<sup>۹</sup> در نمودار (۱۰) نشان داده شده است. توجه شود که این نمودار برای قالب‌های همگرای دوخطی<sup>۱۰</sup> رسم

در این مقاله مقایسه شده‌اند. در شکل (۱۳) درصد کاهش سطح مقطع ۳۷ درصد و در شکل (۱۴) درصد کاهش سطح مقطع ۶۰ درصد است. تأثیر اصطکاک نیز در این نمودارها نشان داده شده است. به طور کلی مقادیر به دست آمده از شبیه‌سازی و تحلیل قاچی در نزدیکی طول بهینه قالب که پایین‌ترین فشار اکستروژن را به دست می‌دهد، توافق خوبی با هم دارند.

در اینجا لازم است تا به تفاوت مدل‌های رفتاری ماده که برای روش تحلیلی قاچی (ترسکا) و روش المان محدود (رابطه عملی توانی) استفاده شده است، اشاره شود. در اصل هدف از استفاده از مدل رفتاری ماده، چه در روش‌های تحلیلی و چه در روش‌های عددی، دستیابی به تعریف نزدیک‌تر به واقعیت از فیزیک واقعی مسئله است. اما برای سادگی و سهولت در موضوع تحلیل، در اینجا از مدل رفتار ماده ترسکا برای روش تحلیلی استفاده شده است، ولی چون برای روش عددی المان محدود، استفاده از رابطه توانی امکان‌پذیر بوده و جواب‌های بهتری نیز می‌دهد، از این مدل استفاده شده است. در واقع استفاده از دو مدل رفتاری متفاوت، تناقضی در مقایسه نتایج ایجاد نمی‌کند. زیرا هدف از هر یک از روش‌های تحلیلی و عددی، دستیابی به جواب‌های نزدیک‌تر به واقعیت است. بنابراین با وجود استفاده از مدل ترسکا، باز هم مشاهده می‌شود که جواب‌های به نسبت خوبی به دست می‌آید.



شکل ۱۴: مقایسه نتایج تحلیل قاچی و المان محدود برای درصد کاهش سطح مقطع ۶۰ درصد.

### نتیجه‌گیری

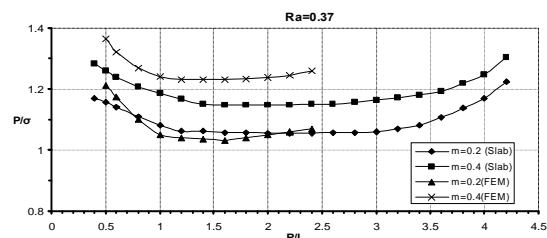
با استفاده از روش‌های تحلیل قاچی، آزمایش‌های تجربی و تحلیل المان محدود، تحلیل‌های جامعی روی فرآیند اکستروژن مستقیم مقاطع مربعی شکل انجام گرفته و تأثیر عوامل مختلف روی این فرآیند بررسی شد. در نهایت نتایج حاصل از این روش‌ها با یکدیگر مقایسه شده و با توجه به همخوانی خوب آنها، درستی تحلیل‌های انجام

در نمودار (۱۲) که برای شرایط اصطکاکی متفاوت و طول بهینه قالب رسم شده است، تغییرات فشار نسبی اکستروژن نسبت به درصد کاهش سطح مقطع مشاهده می‌شود. افزایش درصد کاهش سطح مقطع که بیانگر نسبت اکستروژن (نسبت سطح مقطع ورودی به خروجی) نیز هست، باعث افزایش شدید فشار نسبی اکستروژن می‌شود. با توجه به اینکه در صنعت به طور معمول، درصد کاهش سطح مقطع بالا مورد نیاز است، بنابراین اعداد بالایی نمودار کاربرد بیشتری دارند.

جدول ۱: مقایسه نتایج با کارهای دیگران.

Ref.	R/ L	RA %	P/Y
Ref.[5] upper bound	1.0	60	1.75 for m=0.4 1.5 for m=0.2
Authors [slab method]	1.0	60	1.70 for m=1.0 1.62 for m=0.8 1.58 for m=0.6 1.50 for m=0.4
Authors [exp]	1.0	60	1.65

در جدول (۱) نتایج به دست آمده از تحلیل قاچی ارائه شده در این مقاله، در مقایسه با نتایج دیگران و نیز نتایج تجربی نویسنندگان مشاهده می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج تحلیل قاچی جدید نسبت به نتایج حد بالا بهبود یافته و به نتایج تجربی نزدیک شده‌اند. لازم به ذکر است که با توجه به نتایج تجربی، فشار حلقه برای تعیین مقدار اصطکاک برای سرب (مرجع ۱۲)، عامل اصطکاک در حدود ۰/۲۵ برای آزمایش‌ها در نظر گرفته شده است.



شکل ۱۳: مقایسه نتایج تحلیل قاچی و المان محدود برای درصد کاهش سطح مقطع ۳۷ درصد.

در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی المان محدود، با نتایج تحلیل قاچی ارائه شده

- ۵- با افزایش ضریب اصطکاک، طول بهینه قالب به ازای مقادیر کمتر  $R/L$  به دست می‌آید.
- ۶- با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، طول بهینه قالب تا حدودی ثابت می‌ماند.
- ۷- درصد کاهش سطح مقطع در مقایسه با عوامل دیگر، بیشترین تأثیر را روی نیروی اکستروژن و به دنبال آن فشار نسبی اکستروژن دارد.
- ۸- ضریب اصطکاک، بیشترین تأثیر را بر مؤلفه اصطکاکی نیرو دارد و بر مؤلفه‌های دیگر نیرو، تأثیر چندانی ندارد.
- ۹- درصد کاهش سطح مقطع بیشترین تأثیر را روی مؤلفه تغییر شکل نیرو دارد، اما تأثیر آن بر دیگر مؤلفه‌های نیرو ناچیز است.

- شده تأیید شد. خلاصه نتایج به دست آمده عبارتند از:
- ۱- یک فرمولاسیون جدید برای کاربرد روش تحلیل قاچی در حل مسائل سه‌بعدی شکل‌دهی ارائه شد. به عنوان مثال مسئله اکستروژن مقطع مربعی از بیلت مدور با موفقیت مورد تحلیل قرار گرفت.
- ۲- افزایش  $R/L$  بیشترین تأثیر را روی مؤلفه تغییر شکل نیرو و کمترین تأثیر را روی مؤلفه اصطکاکی نیرو دارد.
- ۳- با افزایش ضریب اصطکاک، فشار نسبی اکستروژن افزایش می‌یابد. البته شیب این افزایش در مقادیر بالاتر درصد کاهش سطح مقطع، بیشتر نیز می‌شود.
- ۴- با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، نیروی لازم برای تغییر شکل پلاستیک ماده افزایش یافته و در نتیجه فشار نسبی اکستروژن افزایش می‌یابد.

## مراجع

- 1 - Tresca, H. (1864). "Sur l'écoulement des corps solides soumis a fortes pressions." *Comp. Rend., Acad. Sci. Paris*, 59, II 754; 64, I 809.
- 2 - Hill, R. (1948), "A theoretical analysis of stresses and strain in extrusion and piercing." *J. Iron and Steel Inst.* 159.
- 3 - Prager, W. and Hodge, P. G. (1951), *Theory of perfectly plastic solids*. Chapman and Hall.
- 4 - Johnson, W. and Mellor, P. B. (1962). *Plasticity for mechanical engineers*, Van Nostrand London, Revised edition Johnson, W. and Mellor, P. B. "Engineering plasticity", Ellis Hardwood.
- 5 - Chen, C. T. and Ling, F.F. (1968), "Upper bound solution to axisymmetric extrusion problem." *Int.J.Mech.Sci.*, Vol. 10, PP. 863-879.
- 6 - Nagpal, V. and Altan, T. (1975). "Analysis of three dimensional metal flow in extrusion of shapes with the use of dual stream function." *Proc. 3<sup>rd</sup> NAMRC*, Carnegie Mellon Univ., Pittsburgh, Pa. May.
- 7 - Yang, D. Y. (1986). "Analytical and experimental investigation into lubricated three dimensional extrusion of general helical sections." *Annals of the CIRP.*, Vol. PP. 169 – 172.
- 8 - Han, C. H., Yang, D. Y. and Kiuchi, M. (1986). "A new formulation for three-dimensional extrusion and its application to extrusion of clover sections." *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, Issue 4, PP. 201-218.
- 9 - Yang, D. Y., Han, C. H. and Kim, M. U. (1986). "A generalized method for analysis of three-dimensional extrusion of arbitrarily-shaped sections." *Int.J.Mech.Sci*, Vol. 28, Issue 8, PP. 517-534.
- 10 - Han, C.H. and Yang, D. Y. (1988). "Further investigation into extrusion of trochoidal gear sections considering three-dimensional plastic flow." *Int.J.Mech.Sci*, Vol. 30, Issue 1, PP. 13-30.
- 11 - Lee, C. M., Yang, D. Y. and Lang, K. (1989). "Numerical analysis of three dimensional extrusion of elliptic sections by the method of weighted residuals." *Int.J.Mech.Sci*, Vol. 31, No. 5, PP. 327 – 408.
- 12 - Chitkara, N. R. and Abrinia, K. (1990). "Analysis generalized upper solution for three dimensional extrusion of shaped section using CAD – CAM bilinear surface dies." *28th International MATADOR Conferences on CIM. FMS & Robotics. CAD – CAM Manufacturing Metrology and Metal forming*. 18th and 19th April.



- 13 - Chitkara, N. R. and Aleem, A. (2001). "Extrusion of axi-symmetric bi-metallic tubes: some experiment using hollow billets and the application of a generalized slab method of analysis." *Int. J. Mechanical Sciences*, Vol. 43, PP. 2857-2882.
- 14 - Kumar, D. and Dixit, U. S. (2005). "A slab method study of strain hardening and friction effects in cold foil-rolling process." *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 164-165, PP. 2121-2130.
- 15 - Tzou, G., Hung, H. and Hasio, Y. (2006). "Investigation of a slab method analysis and FEM simulation on rotating compression forming of ring." *J. of Materials processing technology, Proceedings of the 11th International Conference on Metal Forming*, PP. 15-153.
- 16 - Abrinia, K. and Makaremi, M. (2008). "A new three-dimensional solution for the extrusions of sections with larger dimensions than the initial billet." *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 205, PP. 259-271.

### واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1 - Ideal Work Method
- 2 - Slab Method
- 3 - Slip Line Field Method
- 4 - Upper Bound Method
- 5 - Finite Element and Finite Difference method
- 6 - Rigid Shell
- 7 - Deformable Solid
- 8 - Smooth
- 9 - Slab Method
- 10 - Bilinear Converging Die
- 11 - Friction Dactor