تخمین هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر خاک با روش مسئله معکوس

پرویز فتحی، جمال محمد ولی سامانی و مهدی کوچک زاده ' ☀

چکىدە

هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مهمترین پارامترها در تعیین فاصله زهکشها هستند. این خصوصیات دارای تغییرات زمانی و مکانی بوده و تعیین مقدار میانگین آنها مشکل و هزینهبر میباشد. در تحقیق حاضر با حل عددی معادله دیفرانسیلی یک بعدی حاکم بر جریان اشباع و غیر ماندگار بطرف زهکشها و انتخاب الگوریتم مناسب بهینه سازی، مدل معکوس عددی مناسب بسط و از آن جهت پیش بینی مقادیر میانگین هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر استفاده گردید. در این تحقیق از روش حجم کنترل برای حل عددی معادله دیفرانسیلی حاکم استفاده شد. علاوه بر مدل عددی ، از مدل تحلیلی گلور – دام نیز به عنوان مدل شبیه سازی در روش مسئله معکوس استفاده گردید. با واسنجی و ارزیابی دو مدل معکوس عددی و تحلیلی، در نهایت دقت آنها در برآورد مقادیر هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر با هم مقایسه شد. نتایج نشان داد، مقادیر هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر برآوردی از روشمسئله معکوس باعث افزایش دقت مدل عددی در پیشبینی نیمرخ سطح ایستابی در اطراف زهکشها میگردد. نتایج همچنین نشان داد که کارایی مدل عددی در پیشبینی نیمرخ سطح ایستابی بهتر از مدل تحلیلی گلور –دام (۰/۷۵) است.

واژه های کلیدی: زهکشی زیرزمینی، روش مسئله معکوس، هدایت آبی اشباع، تخلخل موثر.

مقدمه

امروزه از تئوریهای ماندگار و غیرماندگار و غیرماندگار زهکشی بطور گستردهای برای تعیین فاصله زهکشها استفاده می شود. این مدلها در بعضی شرایط نتایج خوبی بدست می دهند اما در برخی شرایط دیگر کاربرد این مدلها نتایج امیدوار کنندهای بدست نمی دهند. وجود فرضیات ساده کننده در استخراج این معادلات و عدم تخمین یا اندازه گیری نسبتاً دقیق پارامترهای طراحی، از جمله دلایل مهمی است که در این زمینه مطرح می گردد.

الا و مکانی زیاد این پارامترها، تعیین مقادیر واقعی آنها کاری مشکل و طاقت فرساست. تحقیقات اخیر نشان داده است که ضریب تغییرات این پارامترها بسیار زیاد بوده و در محدوده ۵۰ تا ۲۰۰ درصد میباشد Warrick و Rao ۱۹۸۸ لیال المهابی همچنین نشان داده است که خصوصیات مرتبط با جریان در خاک نظیر هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر دارای توزیع لوگ – نرمال می باشند.

van de Pol, ۱۹۷۹ Nielsen و Biggar و ANT ، Malik ,۱۹۷۷ Simmons ,۱۹۷۷ علاوه بر آن تخلخل مؤثر خاک همچنین تابعی از ارتفاع سطح ایستابی است Pandey و همکاران ۱۹۸۹ ، ۱۹۸۹ ،۱۹۹۲

بنابراین با نظری اجمالی به نتایج تحقیقات صورت گرفته، می توان به این نکته پی برد که عمل به ظاهر ساده تعیین مقادیر میانگین پارامترهای طراحی زهکشی یک مسئله پیچیده مهندسی بشمار می آید.

اخیراً از روش های مسئله معکوس Inverse Problem بطور گسترده ای در تحقیقات هیدرولیک و انتقال املاح در خاک استفاده می شود.

۱ – مدل شبیه سازی

۱- به ترتیب دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی - دانشگاه تربیت مدرس، تهران، دانشیار گروه مهندسیسازههای آبی, استادیار گروه مهندسی آبیاری و زهکشی و دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی

^{* -} و صول: ۸۳/٦/۱۰ و تصویب: ۸۳/۱۰/۲٤

۲- الگوريتم بهينهسازي

در این روش با استفاده از الگوریتم بهینهسازی مقادیر پارامترهای ورودی به مدل شبیهسازی طوری تعیین میگردد که خطای پیش بینی مدل حداقل گردد.

Dyne و ۱۹۸۳ (۱۹۸۳) برای اولین بار از این روش برای تخمین پارامترهای ثابت معادله وانگنختاین با استفاده از داده های مربوط به نیمرخ رطوبتی اندازه گیری شده بعد از آبیاری، بهره گرفتند.

Ritter و همکاران (۲۰۰۳) در قالب یک طرح تحقیقاتی مقادیر پارامترهای ثابت معادله وان گنختاین را با استفاده از اندازهگیری زمانی نیمرخ های رطوبتی و روشهای معکوس پیش بینی و با مقادیر آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار دادند.

مواد و روش ها

تهیه مدل عددی

در این تحقیق از مدل عددی یک بعدی جریان اشباع بطرف زهکشها به عنوان مدل شبیه سازی در روش مسئله معکوس استفاده گردید. در مدل عددی، محدودیتهای عمده مدلهای تحلیلی زهکشی از جمله هندسه و شرایط مرزی میدان محاسباتی از بین رفته و آنالیز دقیق تری میسر می شود.

ميدان حل

سطح ایستابی و علائم مربوطه در اطراف یک زهکش زیرزمینی به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این شکل L فاصله بین دو زهکش، H ارتفاع سطح ایستابی در بالای لایه نفوذ ناپذیر، h ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکشها، de فاصله عمودی زهکش تا لایه نفوذ ناپذیر میباشد. در این تحقیق بمنظور لحاظ نمودن انحنای جریان در اطراف زهکش و وجود جریان شعاعی از عمق معادل استفاده گردیده است. H_0 بترتیب ارتفاع سطح ایستابی اولیه در بالای لایه نفوذناپذیر و سطح زهکش میباشد.

در این تحقیق با توجه به قرینه بودن جریان آب در حد فاصل دو زهکش زیرزمینی، محدوده بررسی جریان

آب بطرف زهکشها از محل نصب زهکش تا حد واسط دو زهکش میباشد (شکل ۱).

- معادله حاکم بر جریان

معادله بوسینسک از جمله معادلات دیفرانسیلی هستند که در شبیه سازی جریان اشباع آب بطرف زهکشها کاربرد وسیعی پیدا نموده است Chauhan و همکاران کاربرد وسیعی پیدا نموده است ۱۹۷۸. این معادله بر مبنای فرضیات دوپوئی – فورشهایمر و اصل پیوستگی جریان استوار بوده و معادله دیفرانسیلی درجه ۲، پارابویک و غیرخطی است. شکل عمومی این معادله بصورت زیر است.

$$k\frac{\delta}{\delta x} \left[H \frac{\delta H}{\delta x} \right] = f \frac{\delta H}{\delta t} \tag{7}$$

که در آن H: ارتفاع سطح ایستابی نسبت به لایه نفوذناپذیر، f,k: هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر خاک، x: فاصله افقی از زهکش و t: زمان از شروع زهکشی می باشد.

شرایط اولیه و مرزی

شرایط اولیه و مرزی مورد استفاده در این تحقیق بصورت زیر می باشد:

$$\begin{split} H(x,t) &= H_o & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \ , \ t = 0 \\ x &= 0 \ , \ t > 0 & H(x,t) = d_e \\ \frac{\delta H}{\delta x} &= 0 & x = \frac{L}{2} \ , \ t > 0 \end{split}$$

روش حل

در این تحقیق از روش حجم کنترل برای حل عددی معادله حاکم بر جریان استفاده گردید. این روش ابتدا به عنوان یک فرمولبندی در روش تفاضل محدود مطرح گردید اما بعدها به عنوان روشی جداگانه توسعه و در نرم افزار های تجارتی سیالات مورد استفاده قرار گرفت. انتگرال گیری از حجم کنترل، روش حجم محدود را از سایر روشها نظیر اجزا محدود و تفاضل محدود متمایز می کند. ایده اصلی منفصل سازی با استفاده از حجم کنترل از نظر درک ساده و از نظر فیزیک قابل تفسیر است. دیدگاه حجم کنترل بقای محلی هر خاصیت از سیال را برای هر حجم کنترل تضمین می کند. این روش با کارایی و پایداری مناسب در علوم مختلف مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش از معادله حاکم بر جریان معادله بوسینسک روی حجم کنترل (شکل ۲) انتگرال گیری می شود:

¹-Boussinesq equation

² - Dupuit - Forchheimer

(٣)

 $\int_{w}^{+\Delta t} \int_{w}^{e} \left[k(H \frac{\delta H}{\delta x}) \right] dx dt = \int_{w}^{e} \int_{w}^{+\Delta t} f \frac{\delta H}{\delta t} dt dx$ با انجام انتگرال گیری، معادله دیفرانسیلی حاکم منفصل سازی و به یک معادله جبری بشکل زیر تبدیل شود. $a_i H_{i-1}^{n+1} + c_i H_{i+1}^{n+1} + d_i H_i^n = b_i H_i^{n+1}$ که در آن

$$c_{i} = \frac{k \Delta t H_{e}^{n+1}}{\Delta x} \qquad a_{i} = \frac{k \Delta t H_{w}^{n+1}}{\Delta x}$$

$$b_{i} = a_{i} + c_{i} + d_{i} \qquad d_{i} = f \Delta x$$

$$U^{n+1} + U^{n+1}$$

$$H_e^{n+1} = \frac{H_{i+1}^{n+1} + H_i^{n+1}}{2}$$
$$H_w^{n+1} = \frac{H_{i-1}^{n+1} + H_i^{n+1}}{2}$$

که در آن $H_{i-1}^{n+1}, H_i^{n+1}, H_{i+1}^{n+1}$ به ترتیب ارتفاع سطحی ایستابی در گرههای i-1,i,i+1 و در زمان i+1بترتیب طول گام مکانی و زمانی میباشد. $\Delta t, \Delta x$

اعمال این معادله جبری بر گرههای محاسباتی، دستگاه معادلاتی را تشکیل می دهند که با اعمال شرایط اولیه و مرزی و به روش تکرار گوس – سایدل ، می توان مقادیر پتانسیل هیدرولیکی (H) را در زمان و مكانهای مختلف محاسبه نمود.

ارزیابی صحت مدل عددی

برای اثبات صحت مدل عددی، مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش توسط مدلهای عددی و گلور- دام مورد پیشبینی قرار گرفت. در این حالت پارامترهای ورودی به دو مدل بصورت زیر در نظر گرفته

 $h_o = 1.22 \ m$ $d_e = 0.38 \ m$ $L = 9.4 \ m$ $f = 0.031 \ m^3 / m^3 \ k = 0.0375 \ m / day$

مقادير ارتفاع سطح ايستابي پيشبيني شده بوسيله مدل های عددی و گلور - دام در شکل ۳ ترسیم گردیده است. این شکل نشان میدهد، در تمامی زمانها نتایج این دو مدل همخوانی مناسبی دارند. این مطلب بیانگر صحت پیش بینی مدل عددی پیشنهادی می باشد.

الگوريتم بهينه سازي

بسط مدل معكوس مناسب مستلزم انتخاب الگوریتم بهینه سازی قوی در تعیین حداقل مطلق خطای پیش بینی مدل شبیه سازی می باشد. در این تحقیق به علت

در برنامه کامپیوتری تهیه شده با زبان برنامه نویسی ، تابع هدفی که حداقل می گردد، بصورت زیر تعریف شده است.

$$F = \sum_{i=1}^{n} (h_i^m - h_i^c)^2$$
 (6)

که در آن h_i^m : مقدار ارتفاع سطح ایستابی اندازه گیری شده در بالای سطح زهکش، h_i^c : مقدار ارتفاع سطح ایستابی محاسبه شده در بالای سطح زهکش ها است که با مدل عددی تهیه شده و معادله گلور - دام (معادله ٦) در هر نقطه و در هر زمان، محاسبه می گردد و n: تعداد نقاط اندازه گیری است.

(7)

$$h_i^c(x,t) = \frac{4h_o}{\pi} \sum_{m=1,3,5,...}^{\infty} \frac{1}{m} \cdot e^{-m^2 \cdot a' \cdot t} \cdot Sin\left(\frac{m \pi x}{L}\right)$$

که در آن

$$a' = \frac{\pi^2 kD}{fL^2} \tag{V}$$

$$D=d_e+rac{h_o}{2}$$
 (A) در این معادلات D مقدار متوسط پتانسیل

هيدروليكي مي باشد.

باتوجه به تابع هدف مسئله که محاسبه مشتق آن امکان پذیر نیست، لذا بایستی از روش های مستقیم که نیازی به محاسبه مشتق تابع ندارند، استفاده شود. در این تحقیق از روش تابع جریمه ٔ برای تبدیل مسئله مقید به نامقید استفاده شد. در این روش محدودیتهای مساله با تغییر متغیر حذف می گردد و در نتیجه می توان از یکی از روشهای بهینهسازی نامقید برای این حالت استفاده نمود .(۱۹۸ Greig)

روشهای مختلف بهینه سازی نامقید را Box (۱۹۹۹) برای توابع هدف ۲،۳،۵،۱۰ و ۲۰ متغیر مستقل مقایسه نموده است. این مقایسهها بر اساس تعداد متغیرهای مستقل انجام شده است. به دلیل نتایج خوب و عدم نیاز به محاسبه مشتق تابع هدف، روش پاول از بین روش های مختلف انتخاب گردید.

روش پاول، روشی بسیار قوی در به دست آوردن نقطه حداقل توابع چند متغیره بدون محدودیت به حساب می آید. در این روش برای پیدا کردن نقطه با تابع هدف

خصوصیات طبیعی و فیزیکی پارامترهای مورد مطالعه، برای کالیبراسیون مدل باید از یکی از روش های بهینه سازى مقيد استفاده شود.

³ - Penalty function

¹ -Gauss - Seidel

² - Absolute minimum

حداقل، n امتداد هادی در نظر گرفته و روی آن حرکت میکنیم تا نقطه بهینه روی یکی از این امتداد ها بدست آید (۱۹۸۰Greig).

تشريح مدلهاى معكوس

در مدلهای معکوس پیشنهادی، مدل ریاضی که خصوصیات جریان آب بطرف زهکشها را شبیه سازی می کند، مدل عددی یک بعدی غیرماندگار زهکشی و مدل تحلیلی گلور – دام می باشد. از این مدلها برای محاسبه تئوری ارتفاع سطح ایستابی در بالای سطح زهکشی در هر زمان و در هر نقطه استفاده می گردد.

حداقل بودن تابع هدف این مطلب را آشکار می کند که مقادیری برای هدایت آبی و تخلخل موثر در نظر گرفته که در هر نقطه و در هر زمان مقادیر ارتفاع سطح ایستابی محاسبه شده از مدل عددی و تحلیلی (h_c) با تقریب خوبی نزدیک به مقادیر اندازه گیری شده آنها (h_m) است. به عبارت بهتر منحنی سطح ایستابی که مدلهای عددی و تحلیلی پیش بینی می نمایند و منحنی که از آزمایش به دست آمده است، با مقدار خطای حداقل بر هم منطبق خواهند شد.

واسنجى مدل ١

برای واسنجی و اعتبارسنجی مدل عددی و تحلیلی از اطلاعات و دادهها ی ارائه شده توسط Pandey و همکاران (۱۹۹۲) استفاده گردید. آنان در قالب یک طرح تحقیقاتی نیمرخ سطح ایستابی،هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر را اندازه گیری نمودند. آنها با استفاده از یک مدل تانک ماسه نیمرخ های سطح ایستابی در زمان های ۲، ۳، ۵، ۲، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ روز از شروع زهکشی را اندازه گیری نمودند. مقدار هدایت هیدرولیکی خاک مورد گیری نمودند. مقدار دوش های چاهک و چاهک معکوس برابر ۰۷۷۵ متر در روز برآورد شد. مقدار تخلخل موثر نیزدر آزمایشگاه برابر ۱۷۰۲۰ اندازه گیری گردید.

در این واسنجی نخست مقادیر ارتفاع سطح ایستابی در زمان های ۲،۴ و ۶ روز از آغاز زهکشی و در فواصل مختلف از زهکش تعیین گردید و به عنوان داده های ورودی به برنامه کامپیوتری معرفی شد. برنامه اجرا و مقادیر بهینه هدایت آبی و تخلخل موثر در دو مدل معکوس عددی و تحلیلی تعیین گردید. این مقادیر در جدول ۱ قید شده است.

اعتبار سنجى مدل

برای تشخیص اینکه کدام یک از مقادیر خصیوصیات هیدرولیکی (جدول ۱) دارای دقت بالاتری در پیش بینی نیمرخ سطح ایستابی است، از مقادیر مذکور برای پیش بینی نمیرخ سطح ایستابی در زمانهای ۳ و ۵ روز از آغاز زهکشی استفاده گردید که در شکل های ٤ و ٥ نشان داده شده است. همچنین با استفاده از این مقادیر تغییرات زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد فاصل دو زهکش پیش بینی و با مقادیر اندازه گیری شده آنها مقایسه گردید (شکل شماره ۲). بدیهی است مقادیری دقت بالاتری دارند که نیمرخهای سطح ایستابی پیش بینی شده با بالاتری دارند که نیمرخهای سطح ایستابی پیش بینی شده با آنها تطابق بیشتری با واقعیت داشته باشد.

مقایسه کمی مدل های معکوس عددی و تحلیلی

برای مقایسه کمی عملکرد مدل معکوس عددی و تحلیلی میتوان از تجزیه و تحلیل خطاهای باقیمانده و تحلیل میتوان از تجزیه و تحلیل خطاهای باقیمانده و اختلاف بین مقادیر اندازه گیری و برآورد شده، بهره گرفت. آمارههای زیادی برای ارزیابی عملکرد مدلها وجوددارد (T۰۰۲). در این مقاله از جذر میانگین مربعات خطائ (T۰۰۲). در این مقاله از جذر میانگین مربعات خطائ (EF)، خطای حداکثر (ME میانگین مدل (EF) برای ارزیابی عملکرد مدل معکوس عددی و تحلیلی استفاده شد. بیان ریاضی این آماره ها بصورت زیر می باشد:

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (h_{i}^{c} - h_{i}^{m})^{2}}{n}\right]^{1/2}$$

$$ME = \max \left|h_{i}^{c} - h_{i}^{m}\right|_{i=1}^{n}$$
(A)

$$EF = rac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (h_{i}^{m} - \bar{h})^{2} - \displaystyle\sum_{i=1}^{n} (h_{i}^{c} - \bar{h})^{2}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} (h_{i}^{m} - \bar{h})^{2}}$$
 در آن h_{i}^{m} و h_{i}^{m} بترتیب مقدار ارتفاع سطح

که در آن h_i^c و h_i^m بترتیب مقدار ارتفاع سطح ایستابی پیش بینی و اندازه گیری شده، n تعداد نقاط

اندازه گیری، $ar{h}$ مقدار میانگین ارتفاع سطح ایستابی اندازه گیری شده، است.

در شرایطی که مقادیر ارتفاع سطح ایستابی پیشبینی و اندازه گیری شده با هم برابر باشند (بهترین حالت) مقدار EF=1, ME=0, RMSE=0 ماره ها به ترتیب، خواهد بود. مقادیر محاسبه شده آماره های فوق الذکر برای

³ - Residual error

⁴ - Root mean squar error

⁵ - Maximum error

⁶ - Modeling efficiency

¹ - Calibration

² - Verification

تمامی نقاط نیمرخ سطح ایستابی در جدول شماره ۲ نشان داده شده است.

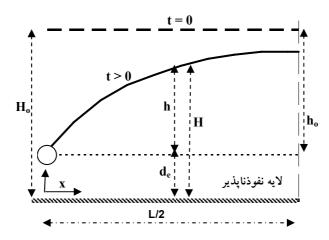
بحث و نتیجه گیری

مشاهده شکلهای ۴ و ۵ نشان می دهد که نیم رخهای سطح ایستابی پیش بینی شده با مقادیر بهینه هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر به مراتب دقیق تر از نیم رخهایی است که با استفاده از ارقام آزمایشگاهی این خصوصیات پیش بینی شده اند. این موضوع را می توان به عدم تطابق شرایط واقعی هیدرولیک جریان به طرف زهکش با شرایط آزمایشگاهی تعیین هدایت آبی اشباع و تخلخل مؤثر مرتبط دانست. مشاهده این اشکال نشان می دهد که تأثیر خطای اندازه گیری خصوصیات هیدرولیکی فوق الذکر بر دقت پیش بینی مدلهای ریاضی بسیار قابل فوق الذکر بر دقت پیش بینی مدلهای ریاضی بسیار قابل توجه است.

شکل ۶ نشان می دهد که استفاده از مقادیر اندازه گیری شده هدایت آبی و تخلخل موثر، خطای قابل توجهی در پیش بینی نوسانات زمانی سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش ایجاد نموده است.

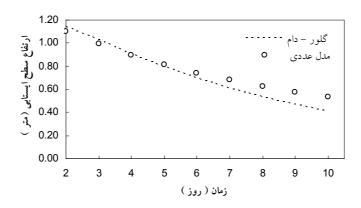
مشاهده جدول ۲ نشان می دهد که مقادیر جذر میانگین مربعات خطا، خطای حداکثر روش معکوس عددی کمتر از

مدل معكوس گلور- دام مىباشد. اين جدول همچنين نشان می دهد که کارایی مدل معکوس عددی (۱/۹۳) در پیش بینی کل نیمرخ سطح ایستابی بهتر از مدل معکوس تحلیلی (۰/۷۵) است. بنابراین مدل معکوس عددی با کارایی و دقت بهتری نیمرخ سطح ایستابی را پیش بینی مینماید. نتایج این تحقیق نشان میدهد که روش مسئله معکوس با مدل عددی یک بعدی غیرماندگار جریان اشباع بطرف زهکش،روشی موثر در پیش بینی هدایت آبی و تخلخل موثر بوده و دقت پیش بینی آن بسیار بهتر از روش مسئله معكوس مدل تحليلي مي باشد. در اين تحقيق مشاهده گردید که انطباق خوبی مابین نیمرخ های سطح ایستابی پیش بینی شده بوسیله مدل عددی و نیمر خهای آزمایشگاهی مشابه وجود دارد و خطای ایجاد شده کمتر از مدل تحلیلی گلور- دام است (جدول۲). وقتی دو نیمرخ سطح ایستابی پیش بینی شده و اندازه گیری شده با دقت قابل قبولی بر هم منطبق شود، هدف ما که همان پیش بینی صحیحتر افت سطح آب در زمانها و مکانهای مختلف است، برآورده شده است. یعنی اینکه طراحی فاصله زهكش ها با دقت خيلي بالاترى صورت گرفته است.



شکل ۱- شماتیک و علائم توصیف کننده مسائل زهکشی زیر زمینی

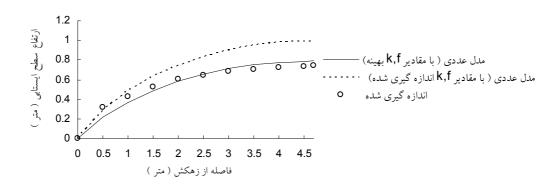




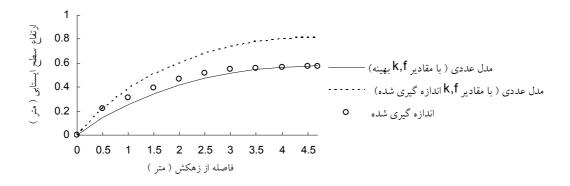
شکل ۳- تغییرات زمانی ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش

جدول ۱- مقادیر هدایت آبی اشباع و تخلخل موثر اندازه گیری و پیش بینی شده بوسیله مدل های مختلف مسئله معکوس

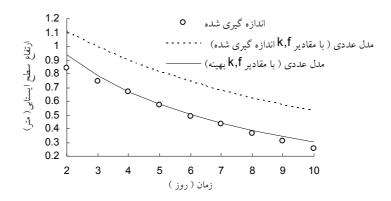
$F = (m^3/m^3)$	K (m / days)	
٠/٠٣١	٠/٠٣٧۵	اندازه گیری شده
+/+1744	٠/٠٣٧۵٣	مدل معکوس عددی
•/•٢۴٣	٠/٠٣٩۶	مدل معكوس تحليلي



شکل ٤- نيمرخ سطح ايستابي اندازه گيري شده و تخميني از مدل عددي در زمان سه روز از شروع زهكشي.



شکل ۵- نیمرخ سطح ایستابی اندازه گیری شده و تخمینی از مدل عددی در زمان پنج روز از شروع زهکشی.



شکل ٦- تغییرات زمانی مقدار ارتفاع سطح ایستابی در حد واسط دو زهکش

جدول ۲– مقدار اَماره ها برای کل نقاط نیمرخ سطح ایستابی		
	مدل عددی	مدل تحلیلی گلور – دام
RMSE (m)	٠/٠۵٠٩	-/-9٣9
ME (m)	•/1994	٠/٢٧٨۵
EF	٠/٩٢٧٨	•/٧۵۴٧

فهرست منابع:

- 1. Biggar, J. W. and Nielsen, D. R., 1976. Spatial variability of the leaching charactrestics of a field soil. Water Resource Research. 12: 78-84
- 2. Box, M. J., 1966. A comparison of several current optimization methods and use of transformation in constrained problems. The Computer Journal, 9: 67-77
- 3. Chauhan, H. S. Schwap, G. O. and Hamdy, M. Y., 1968. Analytical and computer solutions of transient water tables for drainage of sloping lands. Water Resour. Res., 4: 573 579
- 4. Dgne, J. H. and Hruska, S., 1983. In situ determination of soil hydraulic properties during drainage. Soil Science Society of American Journal. 47: 619 624
- 5. Greig, M. D., 1980. Optimization. Longman Publishing Company. New York.
- 6. Homaee, M. Dirksen, C. and Feddes, R. A., 2002. Simulation of root water uptake I. Non-uniform transient salinity using different macroscopic reduction functions. Agricultural Water Management, 57: 89-109

- 7. Hopmans, J. W. and Simunek, J., 1999. Revew of inverse estimattion of hydraulic properties. In: Van Genuchten, M. TH., Leij, F. J., Wu, L. (Eds), Proceedings of the International Workshop, characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media. University of California, Riverside, CA. PP: 713 724
- 8. Jury, W. A., 1985. Spatial variability of soil physical parameters in solute migration. A critical literature review. ERRI Report no. EA-4228. Electric power research institute, Palo Alto, California.
- 9. Kumar, S., Gupta, S. K. and Ram, S. 1994. Inverse technique for estimating transmissivity and drainable pore space utilizing data from subsurface drainage experiment. Agricultral Water Management. 26: 41-58
- 10. Lorraine, E. F. and Selker, J. S., 2003. Use of porosity to estimate hydraulic properties of volcanic tuffs, Advances in Water Resources. 26: 5, 561 571
- 11. Malik, R. S., Chauhan, P. S. and Dahiya, I. S., 1983. Spatial variability of infiltration parameters. J. Indian Soc. Soil Sci., 32: 644-648
- 12. Nikam, P. J., 1989. Effect of evapotranspiration and vatiable drainable pore space on subsurface drainage design. M. Tech. Thesis, G. B. Pant University of Agricultural and Technology, Pantnagar, India (unpublished)
- 13. Pandey, R. S., Bhattacharya, A. K., Singh, O. P. and Gupta, S. K., 1992. Drawdown solutions with variable drainable porosity. J. Irrig. Drain. Eng., 118: 382-395
- 14. Rao, K. V. G. K., Singh, O. P., Gupta, R. K., Kamra, S. K., Pendy, R. S. Kumbhare and Abrol, I. P., 1986. Drainage investigations for salinity control in Haryana. Central soil Salinity Research Institute, Karnal, Bull. N., 10: 95 pp.
- 15. Ritter, A., Hupet, F., Carpena, R. M., Lambot, S. and Van Clooster, M., 2003. Using inverse methods for estimating soil hydraulic properties from field data as an alternative to direct methods. Agriculture Water Management. 59: 77-96
- 16. Simmons, C. S., 1982. A stochastic convective transport representation of dispersion in one dimensional porous media system. Water Resour. Res., 18: 1193-1241.
- 17. Van de Pol, R. M., Wierenga, P. J. and Nielsen, D. R., 1977. Solute movement in a field soil. Soil Sci. Soc. Am. J., 41: 10-13
- 18. Van Schilfgaarde, J., 1974. Non-steady flow to drains. In: J. van Schilfgaarde (Editor), Drainage for Agriculture. American Soc. Of Agronomy, Madison, pp. 245-270
- 19. Warrick, A. W. and Nielsen, D. R., 1980. Spatial variability of soil physical properties in the field. In: D. Hillel (Editor), Application of Soil Physics. Academic Press, New York, pp. 319-344
- 20. Zou, Z. Y., Young, M. H., Li, Z. and Wierenga, P. J., 2001. Estimation of depth averaged unsaturated soil hydraulic properties from infiltration expriments. Journal of Hydrology. 242: 26 42