

بررسی مبانی تئوریک و کاربرد الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ در بورس اوراق بهادار تهران

زهرا نصراللهی ■

دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس □ □

مرتضی قره‌باغیان ■

دانشیار گروه اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس □ □

چکیده

اقتصاددانان مالی مدتهای مدیدی است که در صدد توضیح علت تفاوت قیمت داراییهای مختلف هستند. از جمله مدلهایی که در تلاش برای تشریح علل تفاوت قیمت داراییهای مختلف مطرح شده، الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای و الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ است. در این مقاله ضمن معرفی این دو الگو با تأکید بیشتر بر مبانی تئوریک الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ، به آزمون آن در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است.

یافته‌های آزمون تجربی، الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ با استفاده از سبد نمونه سهام شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی سالهای ۱۳۷۱ تا ۱۳۷۶ مؤید تأثیر متغیرهای اقتصاد کلان بر بازده اوراق بهادار مورد معامله در بورس تهران است، همچنین یافته‌های این تحقیق وجود یک رابطه خطی بین ریسک و بازده را در بازار بورس تهران تأیید می‌کند.

کلید واژه‌ها: بورس اوراق بهادار، ریسک، بازده، متغیرهای اقتصاد کلان، الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای، الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ

۱. مقدمه

اهمیت بازار سرمایه در کشورهای در حال توسعه روز به روز بیشتر می‌شود. با توجه به مشکلات و موانع موجود در برابر کشورهای در حال توسعه در استفاده از بازارهای مالی بین‌المللی به نظر نمی‌رسد که این کشورها توان جذب وجوه قابل توجهی از بازارهای مالی بین‌المللی را داشته باشند. از طرفی گسترش و رشد بازارهای سرمایه پیشرفته داخلی، اجازه بهره‌برداری از پس‌اندازها و بهبود تخصیص منابع را می‌دهد. بازارهای سرمایه سازمان یافته

*Archive of SID*

و دارای نقدینگی زیاد، عامل مؤثری در توسعه کل اقتصاد از طریق تخصیص سرمایه به پروژه‌های مهم و ارزیابی سرمایه‌گذاریهائیند. تحصیل کلیه این منافع منوط به کارایی عملکرد بورس اوراق بهادار است. به منظور ایجاد کارایی در این بازار دو شرط اساسی وجود دارد، یکی شفاف‌بودن اطلاعات و ارائه اطلاعات به همگان و دوم توانایی تحلیل و استفاده از اطلاعات منتشر شده در بازار. بنابراین برای کمک به تحقق کارایی در بازار باید ابعاد مختلف بورس اوراق بهادار و مکانیزم‌های تأثیرگذار بر آن شناسایی شود و به منظور افزایش سطح آگاهی مشارکت‌کنندگان در بازار در اختیار آنان قرار گیرد.

از جمله مباحث مهمی که مدت‌های مدید نظر اقتصاددانان مالی را به خود معطوف کرده و از نظر سرمایه‌گذاران نیز یک مبحث کلیدی و تأثیرگذار بر فرایند تصمیم‌گیری آنها تلقی می‌شود، شناخت مکانیزم ایجاد بازده و رابطه ریسک و بازده در بازار بورس اوراق بهادار است. الگوهای موجود مربوط به فرایند ایجاد بازده، رابطه ریسک و بازده را بررسی و عوامل مختلفی را به عنوان متغیر وابسته معرفی کرده‌اند. در ادامه مقاله، ضمن بررسی دو الگوی مطرح در این باره، به آزمون تجربی الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شده است.

۱. طرح مسأله

از جمله الگوهای شناخته شده برای تعیین فرایند ایجاد بازده، الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای^۱ است. الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای الگویی یک عامله است که بازده اوراق بهادار مختلف را تابع شاخص بازار (به عنوان یک بدنه کارا) معرفی می‌کند؛ اما آزمونهای تجربی متعدد انجام شده، توانایی این الگو در توصیف بازده داراییها با تردید مواجه ساخته‌اند. گزینه قابل آزمون دیگری که اخیراً معرفی شده، الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ^۲ است که مدعی است بازده اوراق بهادار مختلف تحت تأثیر عوامل متعددی در سطح اقتصاد کلان و بازار سرمایه قرار دارد.

این تحقیق درصدد آزمون الگوی آربیتراژ و به کاربردن آن در بازار بورس اوراق بهادار تهران است. هدف از این تحقیق پاسخگویی به سؤالات زیر است:

- آیا بازده اوراق بهادار در بورس اوراق بهادار تهران تحت تأثیر متغیرهای اقتصاد کلان قرار دارد؟

- فرایند ایجاد بازده در بورس اوراق بهادار تهران از چه مکانیزمی تبعیت می‌کند؟
با توجه به این سؤالات، فرضهای تحقیق عبارتند از:

- متغیرهای اقتصاد کلان بر بازده اوراق بهادار در بورس تهران تأثیر می‌گذارند.
- فرایند ایجاد بازده در بورس اوراق بهادار تهران یک فرایند خطی است..

۲. الگوهای قیمت‌گذاری دارایی

می‌دانیم که بازده اوراق بهادار متغیر است و این تغییرپذیری توسط واریانس و انحراف معیار اندازه‌گیری می‌شود. از طرفی بازده اوراق بهادار مختلف نیز دارای وابستگی متقابل است که میزان این وابستگی با کوواریانس اندازه‌گیری می‌شود. وجود این همبستگی نتایج جالبی دارد. از یک طرف می‌توان نشان داد که ایجاد تنوع در سبد دارایی (بدره)^۱ باعث حذف بخشی ریسک - نه کل آن - می‌گردد و از طرفی با استفاده از این همبستگیها مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای استخراج می‌شود. مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای یک نظریه مناسب برای قیمت‌گذاری ریسک ارائه می‌دهد (تعیین قیمت یک دارایی در واقع، معادل قیمت‌گذاری بازده ریسکی آن است). مبنای این مدل یک نظریه ساده است که بر طبق آن، نرخ بازده یک سرمایه‌گذاری باید سطح ریسک مربوط به آن را نشان دهد. هرچه ریسک یک سرمایه‌گذاری بیشتر باشد باید بازده بیشتری هم داشته باشد و بالعکس. در این الگو که یک مدل یک عامله است بازده اوراق بهادار به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$R_i = E(R_i) + B_i F + \varepsilon_i \quad (1)$$

که در آن:

B_i ریسک سیستماتیک اوراق بهادار نام (حساسیت بازده دارایی نام نسبت به شاخص بازار)،

ε_i ریسک منحصر به فرد دارایی نام، و

F تغییرات غیرمنتظره در عامل ریسک مشترک (در اینجا شاخص بازار) است.

در این الگو علت همبستگی بازده اوراق بهادار مختلف وجود یک عامل مشترک تأثیرگذار بر بازده کلیه اوراق بهادار معرفی می‌شود که آن عامل مشترک، شاخص بازار است. در این الگو برای اندازه‌گیری ریسک یک دارایی باید حساسیت بازده آن نسبت به شاخص بازار که مجموعه‌ای از داراییهای مختلف است، اندازه‌گیری شود. طبق این مدل، یک رابطه مثبت خطی بین بتای هر نوع از اوراق بهادار (معیار ریسک) و بازده مورد انتظار آن وجود دارد. در این مدل ارتباط بین بازده مورد انتظار و ریسک در حالت تعادل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E(R_i) = R_f + B_i [E(R_m) - R_f] \quad (2)$$



که در آن:

 $E(R_i)$ نرخ بازده مورد انتظار اوراق بهادار A_m ،

R نرخ بازده بدون ریسک،

 B_i ریسک سیستماتیک اوراق بهادار A_m (حساسیت بازده دارایی A_m نسبت به شاخص بازار)، $E(R_m)$ بازده مورد انتظار شاخص بازار است.

الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای در اواسط دهه ۱۹۶۰ بسط یافت، اما گزینه دیگری در مقابل آن وجود دارد که اخیراً مطرح شده است. این مدل که مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ نام دارد، اولین بار توسط استفن راس^۱ (۱۹۷۶) مطرح شد.

این مدل فرایند ایجاد بازده را بررسی کرده، به معرفی نیروهای اقتصادی که به طور سیستماتیک باعث تغییر قیمت کلیه اوراق بهادار می‌شوند می‌پردازد. این فرض ضمنی در مدل‌های عاملی وجود دارد که به واسطه واکنش مشترک دو اوراق بهادار مختلف نسبت به یک یا بیش از یک عامل مشترک، بازده آنها دارای همبستگی است. این نظریه این امر را که عوامل متعددی وجود دارند که بر نوسانات روزانه سهام و اوراق قرضه تأثیر می‌گذارند رد نمی‌کند، ولی تأکید آن بر نیروهای عمده‌ای است که کل داراییها را تحت تأثیر قرار می‌دهند. در واقع بازده سهام در زمان آتی به حوادث متعدد قابل پیش‌بینی و غیرقابل پیش‌بینی بستگی دارد. سرمایه‌گذاران حوادث قابل پیش‌بینی را در انتظارات مربوط به بازده سهام ملحوظ می‌دارند و بنابراین، اثر آنها در قیمت سهام لحاظ می‌شود. اما میزان ریسکی بودن یک دارایی و بنابراین متوسط بازده بلندمدت آن مستقیماً به حساسیتش به تغییرات پیش‌بینی نشده در تعداد اندکی از عوامل سیستماتیک بستگی دارد.

بازده داراییها تحت تأثیر عوامل غیر سیستماتیک در اقتصاد نیز قرار دارد. این عوامل که بر شرکتها یا صنایع خاص تأثیر می‌گذارند، به طور مستقیم به شرایط و محیط کلی اقتصاد ارتباط ندارند. این عوامل را عوامل منحصر به فرد می‌نامند تا از عوامل سیستماتیک که منجر به نوسانات عمده در بازده سهام می‌شوند، متمایز گردند. از آنجا که با استفاده از فرایند ایجاد تنوع، اثر عوامل منحصر به فرد خنثی می‌شود، بازده بدره‌های بزرگ اساساً تحت تأثیر عوامل سیستماتیک قرار دارد. در واقع بازده تحت تأثیر عوامل یکسان است، ولی این بدان معنا نیست که عملکرد بدره‌های بزرگ مشابه و یکسان باشد، چون بدره‌های متفاوت، حساسیت‌های متفاوتی به این عوامل دارند. بدین ترتیب در این الگوی K عامله، بازده هر دارایی از رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$R_i = E(R_i) + b_{ij} \cdot F_j + \dots + b_{ik} \cdot F_k + \varepsilon_i \quad (3)$$

که در آن:

E_i ریسک منحصر به فرد دارایی i ام،

F تغییرات غیرمنتظره در عامل ریسک i ام، و

b_i حساسیت دارایی i ام به عامل ریسک i ام است.

الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ را می‌توان بسط طبیعی و گزینه قابل آزمون در مقابل مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای داشت. برخلاف الگوی قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای که فرض می‌کند ریسک بازار تنها عاملی است که نرخ بازده تعادلی مورد انتظار یک دارایی را تعیین می‌کند، مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ یک مدل قیمت‌گذاری چندعامله است.

فروض اصلی مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ چنینند:

- در بازار سرمایه رقابت کامل برقرار است.

- سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند.

- سرمایه‌گذاران یا نمایندگان آنها دارای عقاید همگن در مورد فرایند «بازده‌های تصادفی آتی»^۱ داراییهای موجود هستند.

- امکان فروش استقراضی اوراق بهادار به طور نامحدود وجود دارد.

- بازده داراییها توسط بیش از یک عامل مشترک مشخص می‌شود.

- تعداد عوامل مشترک به طور قابل توجهی کمتر از تعداد داراییهای موجود است.

در الگوی مذکور فرض می‌شود که بازار متشکل از تعداد زیادی اوراق بهادار، یک بازار کار است، از این جنبه که بازده یک بدهی آربیتراژ برابر با صفر است. اما مفهوم بدهی آربیتراژ چیست؟ واژه آربیتراژ به معنای خرید یک دارایی و فروش همزمان آن به منظور دستیابی به سود بدون ریسک است. تشکیل یک سبد دارایی آربیتراژ به معنای فروش استقراضی^۲ یک تعداد دارایی و خرید همزمان یک تعداد دارایی دیگر به منظور دستیابی به یک بازده بدون ریسک است. بنابراین برای تشکیل سبد دارایی آربیتراژ نیازی به وجوه جدید برای سرمایه‌گذاری نیست. اگر بردار X به نسبتی از ثروت که در هر یک از n دارایی سرمایه‌گذاری شده، اشاره داشته باشد این شرط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$X' \cdot e = 0 \quad (4)$$

که بردار واحد $(\pi, 1)$ واحد است.

بازده تصادفی پیش‌بینی شده این بدهی که شامل n دارایی است و فقط تحت تأثیر یک عامل مشترک قرار دارد، عبارت است از:

$$\frac{R_f}{R_p} = X' \cdot E(R) + X' \cdot b \cdot F + X' \cdot \varepsilon \quad (5)$$



$$E(R) = \begin{vmatrix} E(R_1) \\ \vdots \\ (ER)_n \end{vmatrix} \quad b = \begin{vmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{vmatrix} \quad \varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{vmatrix}$$

اگر سبد دارایی ما دارای تنوع مطلوب باشد آنگاه جمله خطای مستقل از رابطه ۵ حذف می‌شود، زیرا به علت ایجاد تنوع خواهیم داشت:

$$X' \cdot \varepsilon = 0 \quad (6)$$

بنابراین رابطه ۵ تبدیل می‌شود به:

$$R_p = X' \cdot E(R) + X' \cdot b \cdot F \quad (7)$$

به منظور دستیابی به بازده بدون ریسک از سبد دارایی آربیتراژ، باید بتوان سایر عوامل ریسک‌زا را که تحت عنوان ریسک سیستماتیک معرفی شدند حذف کرد. بدین ترتیب سبد دارایی باید به گونه‌ای انتخاب شود که شرط زیر در مورد آن برقرار باشد:

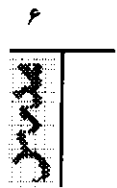
$$X' \cdot b = 0 \quad (8)$$

در صورت برقراری رابطه $X' \cdot b = 0$ نرخ بازده سبد دارایی آربیتراژ توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$R_p = X' \cdot E(R) \quad (9)$$

طبق معادله ۷، بازده تصادفی پیش‌بینی شده سبد دارایی آربیتراژ، یک عدد ثابت است که هیچ‌گونه ریسکی ندارد. با انتخاب وزنهای مناسب، می‌توان کل ریسک سبد دارایی را حذف کرده، به یک بازده بدون ریسک برای سبد دارایی - بدون استفاده از هرگونه وجهی برای سرمایه‌گذاری - دست یافت.

اگر معادله ۹ برقرار باشد، آربیتراژ‌کننده قادر است به گونه‌ای عمل کند که به نرخ بازده مثبت دست یابد. در فقدان وجود فرصتهای آربیتراژ، دستیابی به این نرخ بازده امکان‌پذیر نیست؛ یعنی سبد دارایی که در آن ثروتی به کار نرفته، ریسک هم ندارد و بازدهی نخواهد



داشت. اگرچه این عبارت یک امر بدیهی محسوب می‌شود اما دارای تفسیر جبری خاص خود است.

در جبر خطی، حاصل ضرب دو بردار، زاویه بین آن دو را مشخص می‌کند. اگر حاصل ضرب این دو برابر صفر باشد و می‌گوییم آن دو بردار نسبت به هم متعامد^۱ هستند. بنابراین در معادله ۵، ۸ و ۹ به طور جبری نشان دادیم برداری که (X^T) نسبت به بردار واحد (e) و همچنین بردار ضرایب حساسیت (b) متعامد است نسبت به بردار بازده ثابت مورد انتظار نیز متعامد است ($X^T \cdot E(R) = 0$). مفهوم جبری این عبارت این است که بردار $E(R)$ را می‌توان به صورت ترکیب خطی از دو بردار e و b نوشت. به عبارتی خواهیم داشت:

$$E(R) = \lambda_1 \cdot e + \lambda_2 \cdot b \quad (10)$$

که در آن: λ_1 و λ_2 اعداد ثابت هستند و الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ به دنبال تفسیر این دو عدد است.

در معادله ۱۰، b_i معیاری برای حساسیت اُلمین دارایی نسبت به عامل مشترک است. بنابراین b_i تنها معیار ریسک بازده دارایی اُلم است. اگر یک سبد دارایی یا یک دارایی نسبت به عامل مشترک حساسیت نداشته باشد $b_i = 0$ است و آنگاه طبق معادله ۱۰ نرخ بازده مورد انتظار این دارایی برابر با λ_1 خواهد بود. بنابراین λ_1 باید با نرخ بازده بدون ریسک یا R_f برابر باشد. با علم نسبت به این مطلب که سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز هستند فقط زمانی حاضر به پذیرش ریسک خواهند بود که ریسک تحمل شده توسط آنها به طور مناسب جبران شود. پس ضریب b_i برای یک دارایی ریسک‌دار، صفر نخواهد بود. به منظور دستیابی به بازده مورد انتظار بیش از λ_1 باید یک ضریب غیرصفر مثل λ_2 وجود داشته باشد. λ_2 را عامل صرف ریسک می‌نامند. بنابراین در مدل تک عامله نرخ بازده مورد انتظار یک دارایی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$E(R_i) = R_f + b_i \cdot [E(R_j) - R_f] \quad (11)$$

که در آن $E(R_m)$ نرخ بازده مورد انتظار سبد دارایی است که دارای حساسیت واحد نسبت به عامل مشترک است. اگر بازار به عنوان تنها عامل ریسک معرفی شود، آنگاه خواهیم داشت:

$$E(R_i) = E(R_m) \quad (12)$$

که در آن $E(R_m)$ نرخ بازده مورد انتظار سبد دارایی بازار است و b_i توسط B مدل قیمت‌گذاری



Archive of SID

دارایی سرمایه‌ای برآورد می‌شود. اما نتایج حاصل در مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ متقن‌تر است؛ زیرا این مدل به فرض تعادل در بازار و کارایی سبد دارایی بازار وابسته نیست. اگر بیش از یک عامل مشترک بر بازده پیش‌بینی شده دارایی مورد نظر تأثیر بگذارد - مثلاً K عامل مشترک، که فرض بر این است تعداد این عوامل بسیار کمتر از تعداد داراییهاست - آنگاه می‌توان بردار $E(R)$ را به صورت ترکیب خطی بردار واحد و بردار ضرایب حساسیت بیان کرد. با استدلال مشابه در مورد مدل K عامله، نرخ بازده مورد انتظار λ_m توسط رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$E(R_i) = R_f + b_{ij} \lambda_j + \dots + b_{ik} \lambda_k \quad (\text{الف}) \quad (12)$$

$$E(R_i) = R_f + b_{i1} \cdot [E(R_1) - R_f] + \dots + b_{ik} \cdot [E(R_k) - R_f] \quad (\text{ب})$$

که در آن:

b_{ij} حساسیت دارایی i نسبت به عامل j ، و $E(R_i)$ بازده مورد انتظار سبد دارایی متنوع با حساسیت واحد نسبت به λ_m است.

بنابراین الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ مدلی است که ریسک و بازده داراییها را برحسب حساسیت آنها نسبت به عوامل مشترک مختلف در کل اقتصاد توضیح می‌دهد.

۳. استخراج معادله قیمت‌گذاری آربیتراژ

همان‌طور که قبلاً گفته شد، عوامل سیستماتیک، منابع اولیه ریسک هستند و بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که این عوامل اصلی‌ترین منابع تعیین‌کننده بازده واقعی و انتظار بدره‌اند. مبنای این دیدگاه استدلال معمول اقتصادی مبنی بر اینکه «بازده بیشتر فقط با تحمل ریسک بیشتر حاصل می‌شود» نیست، بلکه این استدلال ساده است که دو سهم مشابه یا اوراق قرضه مشابه باید با قیمت یکسان به فروش برسند. در واقع دو دارایی که جایگزینهای نزدیک برای هم می‌باشند باید با قیمت‌های یکسان فروخته شوند و در هیچ جای اقتصاد جایگزینهای نزدیکتری از دو دارایی مالی که دارای بازده یکسان باشند وجود ندارد. دو بدره با حساسیت‌های یکسان نسبت به عوامل سیستماتیک مشابه، جایگزینهای بسیار نزدیکی برای هم محسوب می‌شوند. آنها صرفاً در مقدار محدودی ریسک منحصر به فرد که هر یک باید تحمل کنند با هم اختلاف دارند. در نتیجه آنها باید بازده انتظاری یکسانی به سرمایه‌گذاران ارائه دهند؛ همان‌گونه که دو اوراق قرضه یا دو سهم مشابه بازده انتظاری یکسانی دارند. به این قانون اصطلاحاً «قانون قیمت واحد» گفته می‌شود که نظریه قیمت‌گذاری آربیتراژ بر آن مبتنی است. بر اساس این قانون نمی‌توان یک کالای واحد را با قیمت‌های متفاوتی به فروش رسانید. اگر چنین اتفاقی بیفتد، آربیتراژ‌کنندگان کالا را از جایی که ارزان است خریداری می‌کنند و منجر به افزایش قیمت آن می‌شوند و در جایی که قیمت آن بالاست به فروش می‌رسانند و منجر به کاهش قیمت آن

Archive of SID

می‌شوند. آنها این عمل را تا حدی ادامه می‌دهند که قیمت‌ها با هم برابر شوند. به همین نحو، طبق قانون قیمت واحد، اوراق بهادار دارای ریسک مشابه باید دارای نرخ بازده انتظاری مشابه نیز باشند. مثلاً نرخ بازده یک دوره‌ای دو دارایی با ریسک مساوی را که توسط معادله ۱۴ الف و ۱۴ ب نشان داده شده در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} R_1 &= E(R_1) + \varepsilon_1 \text{ (الف)} \\ R_2 &= E(R_2) + \varepsilon_2 \text{ (ب)} \end{aligned} \quad (14)$$

فرض می‌شود متغیر تصادفی ε_1 در معادلات بالا دارای امید ریاضی صفر $E(\varepsilon_1) = 0$ بوده و برای هر دو دارایی یکسان است. به منظور جلوگیری از آربیتراژ، بازده انتظاری دو دارایی با ریسک مشابه باید برابر باشد، یعنی $E(R_1) = E(R_2)$. با این حال فرض کنید که این بازده‌های انتظاری برابر نیستند به صورتی که $E(R_1) > E(R_2)$ باشد. در این صورت، یک سرمایه‌گذار زیرک می‌تواند از طریق فروش استقراضی دارایی دوم و سرمایه‌گذاری وجوه نقدی حاصل از آن (X_2) در دارایی اول - به همان میزان - سبد دارایی آربیتراژ سودآوری برای خود تهیه کند ($|X_1| = X_2$). این سبد دارایی آربیتراژ به سرمایه‌گذاری اولیه نیاز ندارد، زیرا $(X_2 = 0 - X_1)$ ریسک این سبد دارایی برابر با صفر است، زیرا فرضی می‌شود سود (ضرر) ناشی از خرید اوراق بهادار با ضرر (سود) همزمان فروش استقراضی به مقدار مساوی خنثی می‌شود. اما سود انتظاری سبد دارایی آربیتراژ با اطمینان کامل مثبت است، زیرا $[E(R_1) - E(R_2)] > 0$

فرض کنید نرخ بازده یک دوره‌ای کلیه داراییها توسط عامل F مطابق با مدل خطی $C = 10$ ایجاد شود:

$$\begin{aligned} R_i &= a_i + b_i \cdot F \text{ (ج)} \\ i &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن F یک متغیر تصادفی با ارزش انتظاری برابر با صفر است ($E(F) = 0$). ضریب b_i در معادله «ج ۱۴» معیاری برای ریسک غیرقابل تنوع است و نشان می‌دهد که آلمین دارایی دارای چه میزان حساسیت نسبت به تغییرات عامل مشترک است. بر طبق قانون قیمت واحد، دو دارایی ریسکی با مقادیر مساوی b_i باید دارای نرخ بازده انتظاری مشابه باشند. این امر با استفاده از معادله زیر بیان شده است:

$$\begin{aligned} E(R_i) &= a_i \\ i &= 1, \dots, n \\ E(F) &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$



Archive of SID

پس نرخ بازده انتظاری این دو دارایی باید مساوی باشد ($E(R_1) = E(R_p)$) زیرا این داراییها حساسیتی مساوی ($b_1 = b_p$)، نسبت به عامل ریسک مشترک دارند. اما فرض کنید ($b_1 \neq b_p$) باشد. در این صورت فرد آربیتراژ کننده می تواند سود بدون ریسکی را از طریق سرمایه گذاری به میزان X در دارایی اول و $1 - X$ در دارایی دوم به دست آورد ($0 < X < 1$). معادله ۱۶ الف نرخ بازده میانگین موزون این بدنه را مشخص می کند:

$$R_p = X \cdot R_1 + (1 - X) R_2 \text{ (الف)}$$

$$R_p = X \cdot (a_1 + b_1 \cdot F) + (1 - X) \cdot (a_2 + b_2 \cdot F) \text{ (ب)}$$

$$R_p = X \cdot (a_1 + b_p) + a_2 + [X \cdot (b_1 - b_2) + b_2] \cdot F \text{ (ج)}$$

اگر مقدار X (نسبت سرمایه گذاری) به گونه ای انتخاب شود که $X = \frac{b_2}{b_2 - b_1}$ ، آنگاه این مقدار را می توان در معادله «ج ۱۶» برای X جایگزین کرد. در این صورت خواهیم داشت:

$$R_p = a_2 + \frac{b_2 (a_1 - a_2)}{b_2 - b_1} \text{ (۱۷)}$$

در معادله ۱۷ بازده بدنه، بدون ریسک است، زیرا عامل تصادفی سیستماتیک F از معادله حذف شده است. در بازارهای سرمایه کامل، یک سرمایه گذاری مطمئن، نرخ بازده بدون ریسکی که با R_f مشخص می شود دارد. پس می توان نوشت: $R_f = R_p$ و می توان معادله ۱۷ را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$R_f = a_2 + \frac{b_2 \cdot (a_1 - a_2)}{b_2 - b_1} \text{ (۱۸)}$$

با ضرب طرفین معادله ۱۸ در $(b_2 - b_1)$ خواهیم داشت:

$$\frac{(a_1 - R_f)}{b_2} = \frac{(a_2 - R_f)}{b_1} \text{ (الف)}$$

می دانیم که $E(R_1) = a_1$ با جانشین کردن این رابطه به جای a_1 در معادله ۱۹ الف خواهیم داشت:

$$\frac{[E(R_1) - R_f]}{b_1} = \frac{[E(R_2) - R_f]}{b_2} = \lambda \text{ (ب)}$$

در معادلات ۱۹ الف و ۱۹ ب مقدار ثابت، λ نامیده می شود. به این عامل «صرف ریسک» گفته می شود.

معادله ۱۹ ب را می‌توان به صورت معادلات ۲۰ الف و ۲۰ ب بازنویسی کرد تا خط قیمت‌گذاری آربیتراژ به دست آید:

$$E(R_i) = R_f + B_i \left[\frac{[E(R_i) - R_f]}{b_i} \right] \quad \text{الف)} \quad (20)$$

$$E(R_i) = R_f + B_i \cdot \lambda \quad \text{ب)}$$

در الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ یک عامله، صرف ریسک را می‌توان به عنوان نرخ بازده مازاد $[E(R_i) - R_f]$ برای دارایی ریسکی با $b_i = 1$ تعبیر کرد. معادله ۲۰ الف و ۲۰ ب اساس این مدل است. بر طبق این دو معادله در فقدان فرصت‌های سودآور آربیتراژ، نرخ بازده از هر دارایی ریسکی برابر است با نرخ بازده بدون ریسک به علاوه یک صرف ریسک.

۴. مثالی از یک بدره آربیتراژ

یکی از فروض اولیه مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ این است که هر سرمایه‌گذار قادر به افزایش بازده بدره خود بدون افزایش ریسک آن است او این کار را با تشکیل بدره آربیتراژ انجام می‌دهد. طبق مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ بازده اوراق بهادار به عوامل متعددی بستگی دارد. فرم ساده این مدل (برای مدل یک عامله) به صورت زیر معرفی شد:

$$R = E(R) + b \cdot F + \varepsilon \quad (21)$$

سرمایه‌گذاری را در نظر بگیرید که سه سهم دارد و ارزش بازاری هر کدام ۴۰۰۰ میلیارد ریال است. بدین ترتیب کل ثروت سرمایه‌گذاری شده او ۱۲۰۰۰ میلیارد ریال خواهد بود. بازده انتظاری و ریسک سیستماتیک سهام این فرد در جدول زیر درج شده است.

سهام	$E(R_i)$	b_i
۱	۱۵	۰/۹
۲	۲۱	۲
۳	۱۲	۱ و ۸

آیا این بازده‌های انتظاری و حساسیت نسبت به عوامل موقعیت تعادلی او را نشان می‌دهد؟ اگر نه، چه اتفاقی برای قیمت سهام و بازده انتظاری رخ خواهد داشت تا تعادل برقرار شود؟ طبق مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ سرمایه‌گذار درصدد تشکیل بدره آربیتراژ است، به نحوی که بدون افزایش ریسک، بازده انتظاری را افزایش دهد. اما بدره آربیتراژ چیست؟ در وهله اول



این بدره، بدره‌ای است که نیاز به وجوه اضافی برای سرمایه‌گذاری ندارد. اگر X وزن اوراق بهادار ادر بدره آر بیتراژ باشد آنگاه این شرط بدره آر بیتراژ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \quad (22)$$

به علاوه بدره آر بیتراژ حساسیتی نسبت به عوامل سیستماتیک اقتصاد ندارد. از آنجا که حساسیت یک بدره نسبت به عوامل سیستماتیک برابر است با میانگین موزون حساسیت‌های آن اوراق بهادار نسبت به آن عوامل، این شرط را می‌توان بدین صورت نوشت:

$$\begin{aligned} b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + b_3 \cdot X_3 &= 0 \\ 9X_1 + 3X_2 + 18X_3 &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

پس در این بدره، حساسیتی نسبت به عامل سیستماتیک وجود ندارد. در اینجا می‌توان تعداد زیادی بدره آر بیتراژ را معرفی کرد. این بدره‌ها، بدره‌هایی هستند که شرایط ۲۲ و ۲۳ را دارند. در واقع دو معادله و سه مجهول داریم؛ بدین معنا که بی‌نهایت ترکیب X_1 و X_2 و X_3 وجود دارد که این روابط را برآورد می‌کند. یک روش برای یافتن جواب برای این معادلات، مشخص کردن یک مقدار اختیاری مثلاً $0/1$ برای متغیر X_1 است و در نتیجه دو معادله با دو مجهول خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} 1 + X_2 + X_3 &= 0 \\ 0.9 + 3X_2 + 1/8X_3 &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

جواب این معادلات برابر خواهد بود با $X_2 = 0/75$ و $X_3 = -0/175$. پس می‌توان بدره آر بیتراژی را با استفاده از این وزنها تشکیل داد. به منظور حصول اطمینان از این مطلب که این بدره یک بدره آر بیتراژ است باید در ابتدا بازده انتظاری آن را مشخص کنیم. اگر این مقدار مثبت باشد آنگاه یک بدره آر بیتراژ به دست آمده است. اگر بازده انتظاری منفی باشد با تغییر علامت وزنها، بازده انتظاری مثبت خواهد شد. مجموع وزنهاي جدید که معرف بدره‌ای است که دارای حساسیت صفر نسبت به عامل مشترک است، برابر با صفر خواهد بود. شرط سوم بدره آر بیتراژ به فرم ریاضی عبارت است از:

$$\begin{aligned} X_1 \cdot R_1 + X_2 \cdot R_2 + X_3 \cdot R_3 &> 0 \\ 15X_1 + 21X_2 + 12X_3 &> 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$(15) \cdot (0.1) + (21) \cdot (0/75) + (12) \cdot (-0/175) = 975\%$$

چون این مقدار مثبت است پس یک بدره آر بیتراژ به دست آمده است. در این بدره 12000 میلیارد ریال از سهام اول و 900 میلیارد ریال از سهام دوم خریداری می‌شود که این مقدار را از

حاصل ضرب وزنهای مربوط در ارزش بازاری جاری بدیده به دست آوردیم. اما این وجوه از کجا به دست آمده است؟ در واقع این وجوه از طریق فروش ۲۱۰۰ میلیارد ریال از سهام سوم (۱۲۰۰) = (۱۲۰۰۰) (۰/۱۷۵) = $X_p \cdot W_p$ فراهم آمده است.

۵. تغییر موقعیت سرمایه‌گذار

چگونه بدیده آربیتراژ موقعیت سرمایه‌گذار را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

بدره جدید	بدره آربیتراژ	بدره قدیمی	وزنها	آماره‌ها
۰/۳۲۲	۰/۱	۰/۲۲	X _۱	—
۰/۴۰۸	۰/۷۵	۰/۲۲	X _۲	—
۰/۱۵۸	- ۰/۱۷۵	۰/۲۲	X _۲	—
۱۶/۹۷۵	۰/۹۷۵	۱۶	R _p	—
۱/۹	۰	۱/۹	b _p	—
۱۱	اندک	۱۱	a _p	—

در وضعیت جدید ارزش سهم ۱ در بدیده جدید ۵۲۰۰ (۱۲۰۰ + ۴۰۰۰) میلیارد ریال است و وزن آن ۰/۴۳ $\left(\frac{۵۲۰۰}{۱۲۰۰}\right)$ است؛ یعنی جمع وزن آن در بدیده قدیم و بدیده آربیتراژ. به همین ترتیب بازده انتظاری بدیده جدید برابر است با مجموع بازده انتظاری بدیده قدیم و بدیده آربیتراژ (۱۶/۹۷۵٪ = ۰/۹۷۵ + ۱۶). بازده انتظاری بدیده جدید را می‌توان با استفاده از وزنهای بدیده جدید و بازده انتظاری آنها در بدیده جدید به دست آورد:

$$۱۶/۹۷۵\% = (۱۲) \cdot (۰/۱۶) + (۲۱) \cdot (۰/۴۱) + (۱۵) \cdot (۰/۴۳)$$

اما ریسک بدیده جدید چگونه تغییر خواهد کرد؟ فرض کنید انحراف معیار بدیده قدیم ۱۱ درصد باشد. چون تنها منبع ریسک بدیده آربیتراژ، ریسک غیرعاملی است پس واریانس این بدیده بسیار اندک است. از طرفی تنها تفاوت واریانس بدیده جدید با بدیده قدیم به علت ریسک غیرعاملی است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ریسک بدیده جدید نیز همان ۱۱ درصد خواهد بود.

۶. تغییر در قیمت سهام

با توجه به اینکه افراد زیادی اقدام به تشکیل بدیده آربیتراژ می‌کنند، قیمت‌های بازاری اوراق بهادار تغییر کرده، بازده انتظاری آنها تعدیل می‌شود. در اثر فشار خرید سهام ۱ و ۲ قیمت آنها افزایش و بازده انتظاری آنها کاهش می‌یابد. در طرف مقابل، فشار فروش سهام ۳ منجر به کاهش قیمت آن و افزایش بازده انتظاری می‌شود. این جریان خرید و فروش تا زمانی ادامه می‌یابد که فرصت‌های آربیتراژ حذف شود. همان‌طور که گفته شد یک رابطه خطی بین بازده



انتظاری و حساسیتها به صورت زیر وجود دارد:

$$E(R_i) = \lambda_n + \lambda_1 \cdot b_i \quad (26)$$

λ_0 و λ_1 ثابتند و این معادله، معادله قیمت‌گذاری آربیتراژ زمانی که بازده توسط یک عامل ایجاد می‌شود، است. این معادله خطی به ما می‌گوید که در تعادل یک رابطه خطی بین بازده انتظاری و حساسیت‌ها وجود دارد. در این مثال یک جواب تعادلی عبارت است از $\lambda_0 = 8$ و $\lambda_1 = 4$. پس رابطه قیمت‌گذاری ما عبارت است از:

$$E(R_i) = 8 + 4 \cdot b_i \quad (27)$$

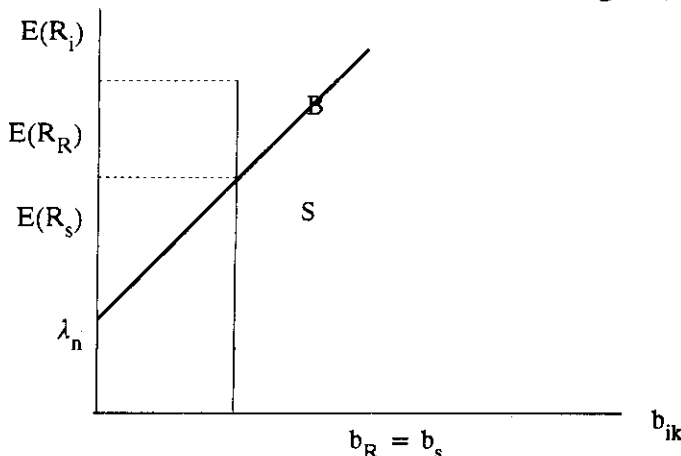
که مقادیر تعادلی زیر را برای بازده انتظاری سهام ۱ و ۲ و ۳ به دست می‌دهد:

$$R_1 = 8 + (4) \cdot (9) = 44\%$$

$$R_2 = 8 + (4) \cdot (3) = 20\%$$

$$R_3 = 8 + (4) \cdot (1/8) = 15.5\%$$

بازده انتظاری سهام ۱ و ۲ در اثر فشار خرید به ترتیب از ۱۵ و ۲۱ درصد به ۱۱/۶ و ۲۰ درصد کاهش و بازده انتظاری سهام ۳ در اثر فشار فروش از ۱۲ درصد به ۱۵/۲ درصد افزایش می‌یابد. نمودار ۱ معادله قیمت‌گذاری دارایی را نشان می‌دهد. ریسک بر روی محور افقی و نرخ بازده مورد انتظار دارایی در طول محور عمودی نشان داده شده است، خط قیمت‌گذاری آربیتراژ محور عمودی را در نقطه نرخ بهره بدون ریسک $R_f = \lambda_0$ قطع می‌کند. قیمت‌گذاری هر اوراق بهاداری که خارج از این خط باشد، طبق مدل APT غلط بوده، برای سرمایه‌گذار فرصت آربیتراژ به وجود می‌آورد.



نمودار ۱ رابطه ریسک و بازده مورد انتظار

اوراق بهادار B مثالی از این اوراق بهادار است. اگر سرمایه‌گذار به خرید اوراق بهادار B و فروش اوراق بهادار S اقدام کند آنگاه بدهی آربیتراژ تشکیل می‌شود. اگر اوراق بهادار B در زیر خطر الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ واقع شده بود، سرمایه‌گذار اقدام به خرید S و فروش B می‌کرد. اما این فرایند چگونه انجام می‌شود. سرمایه‌گذار در ابتدا اقدام به فروش اوراق بهادار S می‌کند و سپس به مقدار مساوی از سهام B خریداری خواهد کرد. بنابراین نیازی به وجوه جدید ندارد. از طرفی به واسطه اینکه اوراق بهادار S و B هر دو حساسیتهای یکسان به عامل مشترک دارند، فروش اوراق بهادار S و خرید B بدهی ایجاد می‌کند که حساسیتی نسبت به عامل مشترک ندارد. بدهی آربیتراژ از این نظر منجر به ایجاد بازده انتظاری مثبت می‌شود که بازده انتظاری B بیش از بازده انتظاری S است. پس در اثر خرید اوراق بهادار B قیمت آن افزایش و قیمت اوراق بهادار S کاهش می‌یابد و این جریان تا زمانی ادامه می‌یابد که بازده انتظاری این سهم، آن را بر روی خط قیمت‌گذاری آربیتراژ قرار دهد.

۷. بررسی عوامل

حساسیتهای را به صورت واکنش بازده دارایی نسبت به نوسانات پیش‌بینی نشده در عوامل اقتصادی تعریف کردیم. اما این عوامل کدامند؟ با مشخص شدن این عوامل قادر خواهیم بود حساسیت سهام منفرد نسبت به هر کدام از عوامل را مشخص کنیم. مثلاً می‌توان بخشی از نوسانات مشاهده شده در قیمت یک سهم معین را به نوسانات یک عامل اقتصادی نسبت داد. متأسفانه انجام دادن این عمل مشکلتر از آن است که به نظر می‌رسد. در واقع سهام تحت تأثیر نیروهای منحصر به فرد زیادی است و نظریه مناسبی که مدعی وجود رابطه معین بین بازارهای مالی و متغیرهای اقتصاد کلان باشد وجود ندارد. با وجود این، به نظر می‌رسد که قیمت سهام نسبت به عوامل و نیروهای خارجی واکنش نشان می‌دهد. البته این واکنش فقط نسبت به تغییرات پیش‌بینی نشده در متغیرهای اقتصادی است. در واقع تغییرات پیش‌بینی شده، مورد انتظار بوده، اثر آنها در بازده انتظاری لحاظ شده است. بازده پیش‌بینی نشده عامل تعیین‌کننده آنها بوده، اندازه‌گیری آنها یکی از مراحل مهم آزمون مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ است. اما کدام عوامل اقتصادی بر بازده پیش‌بینی نشده بدهی‌های بزرگ تأثیر می‌گذارند. در تحقیقات تجربی به چهار عامل اقتصادی اشاره شده که عبارتند از:

۱. تغییرات پیش‌بینی نشده در تورم،
۲. تغییرات پیش‌بینی نشده در تولیدات صنعتی،
۳. تغییرات پیش‌بینی نشده در صرف ریسک،



۲. تغییرات پیش‌بینی نشده در ساختار نرخهای بهره^۱ [۲].

طرح این متغیرها به عنوان عوامل تعیین‌کننده بازده به این علت است که این متغیرها در فرمول سنتی ارزیابی جریان‌های نقدی تنزیل شده^۲ تأثیر می‌گذارند.

بر طبق این مدل، قیمت سهام را می‌توان به صورت سودهای انتظاری تنزیل شده به صورت زیر نوشت:

$$P = \frac{E(c)}{K} \quad (۲۸)$$

که در آن: P قیمت سهام، C جریان‌های نقدی آتی و K تنزیل است. بنابراین نیروهای سیستماتیکی که بر بازده تأثیر می‌گذارند، عواملی هستند که یا بر نرخ تنزیل (K) تأثیر می‌گذارند یا بر جریان‌های نقدی مورد انتظار E(C).

نرخ تنزیل، میانگینی از نرخهای مختلف در طول زمان است که هم تحت تأثیر سطح نرخهای مختلف و هم تحت تأثیر تفاوت بین نرخهای مختلف قرار دارد. بنابراین تغییرات پیش‌بینی نشده در نرخهای بهره بدون ریسک بر قیمت‌گذاری تأثیر گذاشته، از طریق تأثیر بر ارزش زمانی جریان‌های نقدی آتی بر بازده تأثیر می‌گذارد. نرخ تنزیل تحت تأثیر صرف ریسک نیز قرار دارد. صرف ریسک ترکیبی است از ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار و تصور او در مورد سطح عمومی ناطمینانی. بنابراین تغییرات پیش‌بینی نشده در صرف ریسک نیز بر بازده تأثیر می‌گذارد.

ساختار نرخ بهره از این بابت مطرح می‌شود که جریان‌های نقدی داراییها معمولاً طی چندین سال ایجاد می‌شود. با توجه به موضوع ریسک و ترجیحات زمانی، نرخ‌های که برای تنزیل جریان‌های نقدی مربوط به آینده نزدیک به کار می‌رود با نرخ‌های که برای تنزیل جریان‌های نقدی آینده دور به کار می‌رود متفاوت است و این دو متغیر، مخرج کسر را تحت تأثیر قرار می‌دهند. از طرف دیگر، جریان‌های نقدی مورد انتظار تحت تأثیر هر دو متغیر اسمی و واقعی قرار دارد. تغییر در نرخ تورم مورد انتظار، هم بر جریان‌های نقدی مورد انتظار اسمی و هم بر نرخ بهره اسمی تأثیر می‌گذارد. در صورتی که قیمت‌گذاری داراییها بر اساس متغیرهای حقیقی^۳ باشد، آنگاه تغییرات پیش‌بینی نشده در سطح قیمت‌ها، دارای تأثیرات سیستماتیک خواهد بود و با تغییر قیمت‌های نسبی همراه با سطح تورم عمومی، ارزش داراییها تغییر می‌کند.

سرانجام تغییر در سطح مورد انتظار تولید واقعی بر ارزش واقعی جریان‌های نقدی جاری تأثیر می‌گذارد. نوسانات پیش‌بینی نشده در میزان فعالیت‌های تولید از طریق تغییر جریان‌های نقدی بر بازده سهام تأثیر می‌گذارند.

1. term structure

2. discounted cash flow (DCF)

3. real term

متغیرهای برشمرده دارای یک مفهوم روشن و صریح بوده، این ذهنیت را ایجاد می‌کنند که سیستماتیک هستند. ارزش هر دارایی با تغییرات پیش‌بینی نشده در یکی از این متغیرها تغییر می‌کند. بنابراین سرمایه‌گذارانی که مالک بده‌هایی هستند که نسبت به تغییر این متغیرها حساسیت بیشتر دارند، یعنی بده‌هایی که به طور متوسط دارای آ‌های بزرگ‌ترند، ارزش بازاری بده‌شان در طول زمان نوسانات بیشتری دارد، اما در مقابل، این نوسانات با بازده بیشتر در بلندمدت جبران می‌شود.

۸. برآورد مدل‌های عاملی

برای برآورد این مدل‌ها تاکنون دو روش عمده مورد استفاده قرار گرفته است: روش سری زمانی و روش تحلیل عاملی.

الف) روش سری زمانی

در این روش محقق از ابتدا فرض می‌کند که عوامل مؤثر بر بازده اوراق بهادار مشخص است. معرفی این عوامل با بررسی اقتصاد کلان، اقتصاد خرد و صنعت آغاز می‌شود.

بعد از شناسایی این عوامل، محقق داده‌های سری زمانی مربوط به این متغیرها را جمع‌آوری، و با استفاده از آنها ضرایب حساسیت، بازده بدون ریسک، انحراف معیار عوامل و همبستگی بین آنها را برآورد می‌کند. قیمت اوراق بهادار بیانگر برآورد سرمایه‌گذاران از ارزش حال درآمدهای آتی بنگاه است. با توجه به اینکه قیمت اوراق بهادار تحت تأثیر متغیرهای کلان اقتصادی قرار دارد، زمانی که پیش‌بینی سرمایه‌گذاران در مورد این متغیرها تغییر کند، قیمت این اوراق بهادار نیز تغییر خواهد کرد و چون بازده اوراق بهادار تحت تأثیر تغییرات قیمت آنها قرار دارد، بازده اوراق بهادار با تغییر در مقادیر انتظاری متغیرهای کلان اقتصادی تغییر می‌یابد. بنابراین باید تغییر در انتظارات - نه تغییرات و متغیرهای واقعی - را اندازه‌گیری کند؛^۱ چون متغیرهای واقعی هم تغییرات پیش‌بینی شده و هم تغییرات پیش‌بینی نشده را بیان می‌کنند.

ب) روش تحلیل عاملی^۲

در روش تحلیل عاملی، عوامل و حساسیتها مشخص نیستند. این روش متغیرهای مؤثر بر بازده اوراق بهادار را مشخص نمی‌سازد و در نتیجه، عوامل و ریسک‌های برآورد شده، تعابیر اقتصادی مشخص و روشنی ندارند؛ ولی به علت جامعیتش و برآوردهای مناسبی که از بازده



Archive of SID

مورد انتظار می‌دهد، توسط اغلب محققان برای آزمون مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ مورد استفاده قرار گرفته، تا جایی که برخی از محققان معتقدند تنها روش مناسب برای آزمون مدل مذکور روش تحلیل عاملی است. محقق در این روش با استفاده از بازده یک نمونه از اوراق بهادار تلاش می‌کند یک یا بیش از یک عامل را که منجر به ایجاد همبستگی بین بازده اوراق بهادار شده برآورد کند. در واقع این فرض ضمنی در مدل‌های عاملی وجود دارد که به واسطه واکنش مشترک دو اوراق بهادار مختلف نسبت به یک یا بیش از یک عامل مشترک، بازده آنها دارای همبستگی است.

ویژگی بازده اوراق بهادار هماهنگی در تغییرات مقطع زمانی آنهاست. منبع اصلی این تغییرات مشخص نیست و به سادگی اندازه‌گیری نمی‌شود. سیستم آماری که در آن تعداد اندکی عوامل غیرقابل مشاهده بر تعداد زیادی متغیر تصادفی تأثیر می‌گذارد، ما را به سمت مدل‌های عاملی رهنمون می‌سازد. در واقع نقطه آغاز مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ این است که بازده داراییها از یک مدل عاملی تبعیت می‌کند.

در یک مدل عالمی، بازده تصادفی هر نوع از اوراق بهادار ترکیب خطی تعداد اندکی عامل مشترک به علاوه یک متغیر تصادفی منحصر به فرد است. فرض کنید π تعداد داراییها و k تعداد عوامل باشد. در این حالت F بردار $(k, 1)$ عوامل تصادفی و B ماتریس (π, k) ، ضرایب خطی است که حساسیت داراییها را نسبت به عوامل مشترک برآورد می‌کند. ε همان بردار $(\pi, 1)$ متغیرهای تصادفی مختص هر دارایی است. در این شرایط بردار $(\pi, 1)$ بازده را می‌توان به صورت مجموع بازده مورد انتظار و مجموع دو منبع بازده تصادفی نوشت:

$$R = E(R) + B \cdot F + \varepsilon \quad (29)$$

به طوری که: $E(\varepsilon) = 0$ ، $E(E \cdot \varepsilon') = 0$ ، $E(F) = 0$.

ماتریس بتا را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$B = E[(R - E(R)) \cdot F'] \cdot [E(FF')]^{-1} \quad (30)$$

با معین بودن بردار بازده R و بردار متغیر F با میانگین صفر، بازده هر اوراق بهادار را می‌توان به صورت بازده مورد انتظار به علاوه K جزء خطی همبسته با F و یک بازده منحصر به فرد مستقل از F با میانگین صفر نوشت. چون عوامل مشترک و ریسکهای منحصر به فرد در این رابطه از هم مستقل هستند، ماتریس کوواریانس بازده دارایی $[\Sigma = E[(R - E(R)) \cdot (R - E(R))']]$ را می‌توان به صورت مجموع دو ماتریس کوواریانس ریسک عاملی هر اوراق بهادار و کوواریانس ریسکهای منحصر به فرد نوشت:

$$\Sigma = B \cdot E(FF') \cdot B' + V \quad (31)$$

$$V = E(\varepsilon_i \varepsilon_j')$$

در مدل‌های عامی فرض می‌شود که بازده‌های منحصر به فرد از هم مستقل هستند؛ یعنی ماتریس کوواریانس ریسک‌های منحصر به فرد (V) یک ماتریس قطری است.

ویژگی مهم مدل‌های عامی این است که می‌توان ماتریس کوواریانس بازده اوراق بهادار را به صورت مجموع یک ماتریس با رتبه k و یک ماتریس قطری با رتبه n نوشت.

در این مقاله برای برآورد ضرایب بتا در مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ از روش تحلیل عاملی استفاده شده است. در تحلیل عاملی، این ضرایب، «بارهای عاملی»^۱ نامیده می‌شوند و با استفاده از ماتریس کوواریانس بازده داراییها برآورد می‌گردند. در رابطه ۳۱، B ماتریس بارهای عاملی و ماتریس کوواریانس عوامل و V ، ماتریس قطری واریانس عوامل منحصر به فرد است.

برآورد مدل مذکور با استفاده از روش تحلیل عامل شامل دو مرحله است:

در مرحله اول الگوریتم تحلیل عامل بازده‌های سری زمانی داراییهای مختلف را تحلیل کرده، عوامل مشترکی را که بر بازده داراییها تأثیر می‌گذارد استخراج می‌کند. در این مرحله متغیرهای توضیحی که «عوامل» نام دارند با استفاده از ماتریس (n, T) بازده داراییها استخراج و با استفاده از آنها، بارهای عاملی برآورد می‌شوند. این مرحله مشابه مرحله برآورد بتا از خط مشخصات در روش قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای است.

در مراحل بعدی با استفاده از بارهای عاملی به دست آمده از مرحله قبل و نیز تحلیل رگرسیون، صرف ریسک هر عامل (β_j) برآورد می‌شود. رگرسیون این مرحله نیز آماره‌های جداگانه‌ای برای هر مقدار صرف ریسک به دست می‌دهد که مشخص می‌سازد صرف ریسک برآورد شده از نظر آماری معنادار است یا نه. اگر آماره t مربوط به یک صرف ریسک به طور معنادار متفاوت از صفر باشد، گفته می‌شود که این عامل در تعیین قیمت‌های بازاری اوراق بهادار توسط بازار در نظر گرفته شده است.

آماره‌های خوبی برازش نیز نشان می‌دهد که این عوامل تا چه حد قادر به توضیح تغییرات بازده اوراق بهادار بوده‌اند.

۹. جامعه آماری

در این تحقیق، سهام ۵۷ شرکت سهامی پذیرفته شده در سازمان بورس اوراق بهادار



تهران در یک دوره زمانی که از فروردین ماه ۱۳۷۱ آغاز و به اسفندماه ۱۳۷۶ ختم می‌شود به طور ماهانه مورد بررسی قرار گرفت (۷۲ مشاهده برای هر شرکت). نحوه انتخاب این تعداد شرکت در این دوره زمانی به این صورت بود که در صنایع مختلف شرکت‌هایی که کاملترین اطلاعات را داشتند و سهامشان در این دوره در بورس اوراق بهادار مورد معامله قرار گرفته بود، انتخاب گردیدند. اسامی این شرکتها در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱ اسامی شرکتهای مورد بررسی

نام شرکت		
پارس پامچال	تولیدی تیم	قند نیشابور
جابرین حیان	مخمل و ابریشم کاشان	قند بیستون
صنعتی کیمیدارو	یزدباف	قند لرستان
داروسازی ابوریحان	نساجی مازندران	صنعتی و کشاورزی شیرین
لابراتوار رازک	ایران پوپلین	خراسان
تولیدی کف	کارخانجات نساجی بروجرد	تولیدی و صنعتی ثابت
سپهر رنگ	پشمبافی ایران برک	خراسان
صنعتی و شیمیایی رنگین	نساجی قائم شهر	قند نقش جهان
کمپرسورسازی ایران	سیمان فارس و خوزستان	قند مرودشت
صنایع پمپ‌سازی ایران	سیمان تهران	قند قهستان
کمپرسورسازی تبریز	سیمان کرمان	فراورده‌های غذایی مشهد
لیفتراک‌سازی سهند	سیمان شرق	چین چین
صنایع سرما آفرین	سیمان شمال	بیسکویت گرجی
ارج	پرسیت	خوراک دام پارس
آبسال	ایرانیت	روغن نباتی پارس
ایران پویا	پر میت	ساسان
کارخانجات تولیدی بهمن	گچ تهران	لبنیات پاک
علاءالدین ایران	شیشه قزوین	صنعتی پارس مینو
اتم‌سفر	شیشه همدان	گروه صنعتی نقش ایران
		ریسندگی و بافندگی کاشان
		کارخانجات ایران مریئوس

۱۰. متغیرهای تحقیق

همان طور که در قسمت قبل گفته شد، ما در این تحقیق به دنبال آزمون مدل قیمت‌گذاری آربیتراژ در بازار بورس اوراق بهادار تهران هستیم. معادله‌های اصلی این مدل عبارتند از:

$$R_i = E(R_i) + b_i \cdot F_1 + \dots + b_{ik} \cdot F_k + \varepsilon_i \quad (\text{الف}) \quad (32)$$

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \cdot b_{i1} + \dots + \lambda_k \cdot b_{ik} \quad (\text{ب})$$

که در آنها:

- R_i نرخ بازده ماهانه شرکت‌های مورد بررسی،
- $E(R_i)$ نرخ بازده مورد انتظار اوراق بهادار اُم،
- F_j عامل مشترک ریسکی اُم،
- b_{ij} حساسیت اوراق بهادار اُم نسبت به عامل اُم، و
- λ_j صرف ریسک است؛ و

$$R_i = \frac{P_{it} + P_{it-1} + D_i (1 + X_i - Y_i) + X_i (P_{it}) + Y_{it} (P_{it} - F.V)}{P_{it} + Y_i \cdot (F.V)}$$

که در آن:

- R_i نرخ بازده اوراق بهادار اُم،
- P_{it} قیمت اوراق بهادار اُم در انتهای دوره t ،
- P_{it-1} قیمت اوراق بهادار اُم در ابتدای دوره،
- D_i سود تقسیم شده اوراق بهادار اُم،
- X_i درصد افزایش سرمایه از طریق سهام جایزه،
- Y_i درصد افزایش سرمایه از طریق آورده نقدی، و
- $F.V$ ارزش اسمی اوراق بهادار اُم است.

۱۱. مراحل مختلف برآورد مدل

- در مرحله اول ماتریس کوواریانس بازده اوراق بهادار با استفاده از سری زمانی بازده به دست آمد.

- با استفاده از روش تحلیل عاملی حداکثر درستنمایی بر روی ماتریس کوواریانسها، تعداد عوامل و ماتریس بارهای عاملی برآورد شد.



- با استفاده از بارهای عاملی برآورد شده در مرحله قبلی و نیز تحلیل رگرسیون، صرف ریسکهای مربوط برآورد گردید.

ذکر این نکته حائز اهمیت است که در مرحله تحلیل عامل به منظور دستیابی به آماره معنادار K.M.O شرکتهایی که بازده آنها کمترین همبستگی را با بازده سایر شرکتهای داشت از فهرست شرکتهای حذف شد و بدین ترتیب در مرحله برآورد بارهای عاملی فقط اطلاعات مربوط به ۴۰ شرکت مورد استفاده قرار گرفت.

در مرحله اول تحلیل عاملی ۱۴ عامل استخراج شد که فقط دو عامل از این چهارده عامل در مرحله بعد توسط بازار قیمت‌گذاری شد. به عبارت دیگر فقط دو عامل دارای صرف ریسک معنادار از نظر آماری بودند. لازم به ذکر است که در سطح هشتماد درصد اطمینان ۴ عامل در بازار قیمت‌گذاری شده است. بدین ترتیب می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در دوره مورد بررسی، دو عامل در سطح کلان اقتصاد بازده اوراق بهادار مورد معامله در بورس اوراق بهادار را تحت تأثیر قرار داده‌اند و این دو عامل حدود بیست و شش درصد تغییرات نرخ بازده اوراق بهادار مورد معامله در بازار بورس را توضیح می‌دهند. همان طور که از نتایج زیر مشخص است، کلیه صرف ریسکهای به دست آمده مثبت است:

متغیرها	ضرایب	خطای معیار	آماره t
C	۲	۰/۳	۶/۵
b_{14}	۲/۷	۱/۲	۲/۳
b_{18}	۲/۵	۱/۴	۳/۱

R-SOU	D-W	F-STAT
۰/۲۶	۲/۱	۶/۷

۱۲. خلاصه و نتیجه‌گیری

نکات اصلی الگوی قیمت‌گذاری آربیتراژ عبارتند از:

- بازده واقعی اوراق بهادار به واسطه تغییرات پیش‌بینی نشده در متغیرهای اقتصاد کلان با مقدار مورد انتظار خود متفاوت است.

- در الگوی مزبور ریسک هر اوراق بهادار، واکنش آن را نسبت به تغییرات غیرمنتظره در متغیرهای اقتصاد کلان نشان می‌دهد.

- هر دو دارایی با حساسیت مشابه نسبت به متغیرهای اقتصادی (ریسک سیستماتیک مشابه) باید بازده انتظاری مشابهی داشته باشند در غیر این صورت سرمایه‌گذاران قادرند

سهام موجود در بدنه خود را با سهامی که دارای حساسیت مشابه اما بازده انتظاری بالاترند جایگزین کرده، به سود بدون ریسکی دست یابند.

انتظار بر این است که داراییهای دارای حساسیت زیاد نسبت به تغییرات متغیرهای اقتصادی، بازده بیشتری به سرمایه‌گذاران ارائه دهند.

در این مقاله با استفاده از آزمونهای تجربی نشان داده شده که:

- فرض ما مبنی بر تأثیر متغیرهای اقتصادی بر بازده اوراق بهادار در بورس تهران رد نمی‌شود. اگرچه R^2 به دست آمده پایین است، ولی این امر می‌تواند ناشی از ناهمگنی نمونه منتخب باشد.

- فرض وجود رابطه خطی بین بازده مورد انتظار و ریسک اوراق بهادار در سطح نود درصد اطمینان رد نمی‌شود.

- در سطح نود درصد اطمینان ۲ عامل در سطح اقتصاد کلان حدود ۳۰ درصد از نوسانات بازده اوراق بهادار را توضیح می‌دهند.

همچنین نشان دادیم که بازده داراییها نسبت به شاخصهای اقتصاد کلان حساس بوده، بازار بورس این منابع ریسک را قیمت‌گذاری می‌کند. وجود نوسانات عمده در این متغیرها باعث افزایش ریسک و نرخ بازده مورد انتظار و در نتیجه، کاهش سرمایه‌گذاری می‌شود. بنابراین می‌توان با اعمال سیاستهایی که منجر به ایجاد ثبات می‌شود، باعث کاهش نرخ بازده مورد انتظار و در نتیجه افزایش سرمایه‌گذاری شد.

۱۳. منابع

- [1] Roll, Richard and A. Ross Stephen "The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning", *Financial Analysts Journal*, 1984 (May - June).
- [2] Ross, Stephen, "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, 1976 (December).