

# تخمین پارامترهای مدل ARMA فصلی و غیر فصلی جهت پیش بینی جریان آب رودخانه کارون در استان خوزستان با استفاده از برنامه ریزی آرمانی

کوروش محمدی\*

حمید رضا اسلامی\*\*

## چکیده

پیش بینی آبدهی رودخانه یکی از مسائل مهم در هیدرولوژی کاربردی می باشد. روش های مختلفی تاکنون بدین منظور ارائه شده اند که یکی از معروفترین و پرکاربردترین آنها روش «اتورگریسو- میانگین متحرک» (ARMA) می باشد. در این روش بر اساس سری زمانی تاریخی پارامترهای مدل که به منظور پیش بینی مورد نیاز است تعیین شده و پس از کالیبره شدن مدل، می توان از آن برای پیش بینی استفاده کرد. در تعیین این پارامترها سعی بر آن است که خطا در کل سری زمانی به حداقل برسد لیکن در این تحقیق از مدل ARMA برای پیش بینی یک دوره و یا فصل خاص استفاده شده است. برای پیدا کردن بهترین پارامترها از روش برنامه ریزی آرمانی استفاده گردید. به منظور ارزیابی کارایی روش پیشنهادی از اطلاعات و آمار ایستگاه پل شالو روی رودخانه کارون که ۶۸ سال آمار داشت استفاده شده است. روش پیشنهادی با روش معمول تخمین پارامترها که همان روش «حد اکثر درستی» می باشد مقایسه گردیده و نتایج به دست آمده رضایت بخش بود.

واژه های کلیدی: مدل های آماری، پیش بینی آبدهی رودخانه، برنامه ریزی آرمانی، مدل اتورگریسو میانگین متحرک

---

\*- استادیار گروه آبیاری و زهکشی دانشگاه تربیت مدرس، kouroshm@modares.ac.ir

\*\*- معاون بخش تحقیق و توسعه شرکت مهندسی مشاور جاماب، eslami@jamab.com

I-Auto Regressive Moving Average

تاریخ دریافت مقاله ۱۱/۱۰/۲۵ تاریخ دریافت نسخه نهایی ۱۲/۸/۱۵

## مقدمه

در برنامه‌ریزی بهره‌برداری طولانی و موقت از رودخانه یکی از مهم‌ترین مسائل، آگاهی از آبدهی رودخانه می‌باشد. زیرا برآورد پایین آن باعث خسارات‌های ناشی از سیلاب و یا سرریز کردن و از دست رفتن آب شده و برآورد زیاده از حد آن موجب برنامه‌ریزی غلط و اعتماد بیش از اندازه به موجودی آب گردیده که می‌تواند در صورت وقوع بحران خشکسالی، باعث کمبود شدید منابع آب گردد. یکی از روش‌های پیش‌بینی آبدهی رودخانه استفاده از آمار رواناب گذشته به منظور تولید و پیش‌بینی رواناب در آینده است. در روش اخیر که به مدل‌های «سری‌های زمانی» موسوم هستند، مدل اتورگرسیو برای تولید درازمدت جریاناتی با ضریب تغییرات پایین مثل کم‌آبی، مدل «اتورگرسیو- میانگین متحرک»<sup>۱</sup> برای تولید و پیش‌بینی پدیده‌های سالانه و ماهانه و مدل جمع بسته اتورگرسیو میانگین متحرک برای جریانات فصلی، ماهانه، هفته‌ای و غیره، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پس از انتخاب نوع مدل، بایستی پارامترهای مورد نیاز مدل برآورد شوند. از بین روش‌های برآورد پارامترها، روش گشتاورها و حداکثر تابع درستنمایی<sup>۲</sup> متداول‌تر بوده و نتایج قابل قبول‌تری ارائه داده‌اند. در مدل‌های ARMA سعی بر آن است که پارامترهای اصلی آماری یک سری زمانی را تولید کنند و بر آن اساس قادر به دوباره سازی و پیش‌بینی آن سری زمانی گردند. مدل کردن سری‌های فصلی هیدرولوژیکی گاهی اوقات موجب می‌شود که در سطح آمارهای فصلی مدل به‌خوبی جواب داده لیکن در سطح بالاتر (مثلاً سالانه) جواب‌های مناسبی نداشته باشند. بدین منظور از شمای Disaggregating استفاده می‌کنند تا مدل برای بیش از یک سطح (مثلاً هم فصلی و هم سالانه) کالیبره گردد (خلقی، ۱۳۶۸).

اشکالی که در اینگونه موارد بوجود می‌آید این است که انتخاب فصل در اختیار کاربر مدل نیست و مجبور است با آزمون خطاهای متوالی مدل خود را در جهت بهبود هدایت نماید و اغلب نیز در این امر ناموفق می‌ماند. به‌عنوان مثال چنانچه منظور فقط پیش‌بینی آبدهی فصل پاییز باشد، ممکن است مدلی به‌دست آورد که گرچه خطای کل آن در طول سال حداقل باشد و یا حتی در فصل بهار پیش‌بینی خوبی را ارائه نماید، لیکن در فصل پاییز دارای خطای قابل ملاحظه‌ای باشد. از طرفی چنانچه فقط از آمارهای فصل پاییز استفاده کرده و مدلسازی شود این مشکل را به‌وجود می‌آورد که تغییرات رخ داده در فصول زمستان، بهار و تابستان را حذف کرده و به فرض روند کاهشی یا افزایشی پیش آمده را نادیده گرفت که موجب پیش‌بینی نادرست در فصل مورد نظر خواهد شد. لذا استفاده از یک روش که بتواند در عین حال که کل اطلاعات سال را در نظر می‌گیرد لیکن بر حداقل کردن خطا در یک دوره خاص تکیه دارد، ضروری است.

محاسبه پارامترهای مدل اتورگرسیو- میانگین متحرک (ARMA) از مرتبه  $(p, q)$  توسط محققینی از جمله (Ljung and Box (1979), Ansley (1979), Pearlman, Gardner et al. (1980), (1980)، (Melard (1984)، Azrak and Melard (1998) مطالعه گردیده است. بیشتر این روش‌ها

1- Auto Regressive Moving Average (ARMA)

2- Maximum Likelihood

مبتنی بر استفاده از فیلتر کالمن<sup>۱</sup> بوده ولی نیازمند عملیات محاسباتی بسیار زیاد بخصوص برای محاسبه ماتریس کوواریانس ( $p_0$ ) بردار حالت در زمان اولیه ( $t=0$ ) می‌باشد. آزمایش‌های مونت کارلو نشان داده است که برای مدل‌های ARMA با دوره داده‌های کم (به‌عنوان مثال ۵۰ یا ۱۰۰ داده) روش‌های دقیق حداکثر درست نمایی نسبت به روش‌های شرطی حداکثر درست‌نمایی یا حداقل مربع خطا برتری دارد (Azrak and Melard, 1998).

اخیراً اقداماتی صورت گرفته تا از شبکه عصبی مصنوعی برای تعیین پارامترهای مدل ARMA استفاده گردد. Chenoweth et al., 2000 نشان دادند که شبکه عصبی مصنوعی قادر به تعیین مرتبه مدل ARMA با دقت خوب و قابل قبول نبوده و بخصوص برای زمانی که تعداد داده‌ها کمتر از ۱۰۰ باشد، نتایج مناسبی بدست نمی‌دهد.

Hwarng (2001) روش پیش بینی سری زمانی توسط مدل  $ARMA(p,q)$  را با پیش بینی شبکه عصبی مصنوعی مقایسه کرده و به نتایج خوبی نیز دست یافت. او از یک شبکه عصبی مصنوعی با روش «پس انتشار»<sup>۲</sup> برای این کار استفاده نموده و ضمن بیان خلاصه‌ای از کارهای سایر محققین، در نهایت به این نتیجه رسید که نمی‌توان با قاطعیت شبکه عصبی مصنوعی را بهتر از روش استاندارد ARMA دانست.

در خصوص برنامه‌ریزی آرمانی تحقیقات بسیار زیادی صورت گرفته است. برنامه‌ریزی آرمانی یکی از قدیمی‌ترین مدل‌های موجود از تصمیم‌گیری‌های چند معیاره است که تا کنون کاربردهای وسیعی از خود نشان داده است. در دهه ۱۹۶۰ ایده آن توسط Charnes and Cooper (1961) مطرح گردید به طوری که آنها حداقل کردن مجموع قدر مطلق انحرافات از مقاصد مشخصی را مورد بررسی قرار دادند (اصغریور، ۱۳۷۷). از آن زمان تاکنون محققین زیادی این روش را در زمینه‌های گوناگون به کار برده که از آن جمله می‌توان به (Lee (1972), Ijiri (1965), Hillier and Ignizio (1981), Lieberman (1990) و ... اشاره نمود. در این روش یک آرمان برای هر یک از اهداف به‌همراه وزن‌های نسبی مربوط به اهمیت آنها در نظر گرفته شده و سپس انحراف از آرمان‌ها را به حداقل می‌رسانند (Gen et al., 1997).

دو مشکل اصلی که کاربرد مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی در مسائل جاری واقعی دارند یکی بیان ریاضی اهداف و یا محدودیت‌ها و دوم بهینه کردن همزمان همه اهداف است به طوری که بهترین جواب برای تصمیم‌گیرها باشد (Arikan and Gungor, 2001). با پیشرفت کامپیوترها در دهه اخیر و امکان اجرای الگوریتم‌های حل ماتریس‌های بزرگ، تا حدودی مشکل دوم حل گردید. لیکن مسئله اول همچنان به قوت خود باقی است. در این تحقیق سعی شده است تا با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، به حل یکی از مسائل کاربردی در علم هیدرولوژی پرداخت، که همان تخمین پارامترهای مدل ARMA برای پیش بینی سری زمانی آینده جریان رودخانه می‌باشد. هدف در این بررسی حداقل نمودن خطا در کل سری زمانی و همچنین در فصل خاص و مورد نظر است.

## منطقه مورد مطالعه

حوضه آبریز رودخانه کارون واقع در استان خوزستان با مساحت ۲۳۲۵۰ کیلومتر مربع در جنوب غربی ایران واقع شده و بخشی از حوضه آبریز خلیج فارس می باشد که از شمال به حوضه رودخانه های قره چای ساوه، گلپایگان و زاینده رود، از مغرب به حوضه رودخانه دز و کرخه، از مشرق به حوضه رودخانه های گُز و زاینده رود و مسیل آباده و از جنوب به حوضه رودخانه های زهره، مارون و جراحی محدود می گردد. این حوضه بین حدود ۳۰ تا ۳۴ درجه عرض شمالی و ۴۹ تا ۵۲ درجه طول شرقی قرار گرفته است و طیف ارتفاعی گسترده ای را از جلگه های پست ساحلی تا مناطقی که ارتفاع آنها از ۴۰۰۰ متر بیشتر است، شامل می شود.

در حوضه آبریز رودخانه کارون ۸۳ ایستگاه هیدرومتری روی شاخه های اصلی و فرعی رودخانه ها احداث شده است. در این ایستگاه ها آبدهی رودخانه ها، غلظت رسوبات و کیفیت شیمیایی آب در آنها اندازه گیری می شود. طولانی ترین آمار در این حوضه مربوط به رودخانه کارون در شهر اهواز است که از سال ۱۲۷۳ آمار تغییرات سطح آب و آبدهی آن از ۱۳۲۹ آماربرداری و ثبت شده است. از این تعداد ۲۰ ایستگاه تعطیل گردیده و ۳ ایستگاه جدید هستند که در سال های ۱۳۷۰ و ۱۳۷۱ احداث گردیده اند (جاماب، ۱۳۷۸).

سری زمانی آبدهی ماهانه در ایستگاه پل شالو جهت آزمایش روش پیشنهادی انتخاب گردید. دوره آماری ۱۳۸۰-۱۳۱۲ برای این بررسی در نظر گرفته شده که متوسط آبدهی ماهانه آن برابر ۸۲۶/۲ مترمکعب در ماه می باشد. حداقل آن ۳۳۵/۹۱ و حداکثر آن ۱۷۷۵/۴۶ مترمکعب در ماه بوده که حداقل و حداکثر آن به ترتیب در ماه های مهر و فروردین اتفاق افتاده است.

## تبدیل های ریاضی برای نرمال و استاندارد کردن داده ها

در این تحقیق از روش Box-Cox جهت نرمال نمودن داده ها استفاده شده است. روابط ریاضی مورد استفاده در این روش عبارتند از (Karamouz and Delleur, 1982):

$$Z_T = \frac{(Z + \lambda_2)^{\lambda_1} - 1}{\lambda_1 g^{(\lambda_1 - 1)}} \quad \lambda_1 \neq 0 \quad (1-a)$$

$$Z_T = g \cdot \ln(Z + \lambda_2) \quad \lambda_1 = 0 \quad (1-b)$$

که در آن:  $Z$  داده های تاریخی با توزیع غیر نرمال،  $Z_T$  داده های تبدیل شده،  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  پارامترهای تبدیل، و  $g$  میانگین هندسی داده ها می باشد.

ضمناً به منظور همسان سازی اطلاعات ماه های مختلف از رابطه زیر برای استاندارد کردن داده ها استفاده شده است:

$$Y_T = \frac{Z_T - \bar{Z}_T}{\sigma_{ZT}} \quad (2)$$

که در آن،  $Y_T$  داده‌های استاندارد شده هر فصل،  $Z_T$  داده‌های نرمال شده هر فصل،  $\bar{Z}_T$  میانگین داده‌های نرمال شده هر فصل،  $\sigma_{ZT}$  انحراف معیار داده‌های نرمال شده هر فصل می‌باشند. به منظور انجام این تبدیلات و یافتن بهترین ضرایب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  یک برنامه کامپیوتری نوشته شده و انجام این تبدیلات توسط آن صورت می‌گیرد. در برنامه کامپیوتری تهیه شده، به منظور بررسی نتایج مراحل فوق، سری نرمال و استاندارد ساخته شده و امکان رسم نمودار آزمون نرمال فراهم بوده است. هرچه نقاط نمودار که معرف سری تبدیل یافته هستند به خط توزیع نرمال نزدیکتر باشند، نشانگر انجام موفقیت آمیز مراحل فصل بندی است. در این مرحله، امکان مقایسه فصل بندی های مختلف نیز برای انتخاب بهترین گزینه جهت ادامه مراحل مدلسازی وجود دارد. پس از انجام مراحل فوق، سری نرمال و استاندارد شده آماده مدلسازی می‌گردد. نمودارهای شماره ۱ تا ۳ نشان دهنده هیستوگرام توزیع آبدی و منحنی احتمال نرمال را برای داده‌های «ایستگاه پل شالو» قبل از تبدیل نرمال و بعد از آن می‌باشد.

### تخمین پارامترهای سری زمانی آبدی رودخانه کارون

انتخاب بهترین نوع مدل‌های ARMA بر اساس نوع و میزان خود همبستگی، همبستگی های جزئی و نتایج آزمون‌های «پورت ماتو»، «آکائیک» و «کولموگروف-اسمیرنوف» می‌باشد. آزمون «پورت ماتو» و «کولموگروف-اسمیرنوف» برای مشخص نمودن اینکه آیا خطاهای مدل ARMA (مقایسه اطلاعات واقعی با اطلاعاتی که مدل تولید مینماید) کاملاً احتمالی نرمال بدون همبستگی و مستقل می‌باشند، انجام می‌گیرد. آزمون آکائیک براساس حداقل کردن تعداد پارامترها تنظیم شده است و اولویت را به مدل‌هایی می‌دهد که پارامترهای کمتری داشته باشند. هرچند که داشتن همبستگی در تأخیرهای مختلف شرط لازم و کافی برای در نظر گرفتن پارامترهای «اتورگرسیو (AR) و میانگین متحرک (MA)» نمی‌باشد، در اکثر مواقع به عنوان یکی از بهترین شاخص‌ها برای نشان دادن تعداد پارامترها در نظر گرفته می‌شوند.

برای تعیین تعداد پارامتر AR<sup>۱</sup> و MA<sup>۵</sup> از نمودار خود همبستگی (ACF) و خود همبستگی جزئی (PACF) استفاده گردید (نمودارهای ۴ و ۵). با توجه به نمودارهای مذکور مشاهده می‌شود که مقادیر ACF و PACF در سطوح ۱ و ۲ نسبتاً زیاد می‌باشد، بنابراین دو پارامتر اتورگرسیو و دو پارامتر میانگین متحرک می‌تواند مدل مناسبی برای سری زمانی آبدی در محل ایستگاه پل شالو باشد. بدین لحاظ در بررسی‌های بعدی حداکثر مدل ARMA(۲،۲) در نظر گرفته شده است. از طرفی با توجه به «اصل امساک» که استفاده هر چه کمتر از پارامترها را در مدل توصیه می‌نماید کلیه حالات از جمله ARMA(۱،۰) و ARMA(۰،۱) تا ARMA(۲،۲) مورد بررسی قرار گرفت. جهت انجام محاسبات مربوط به تخمین پارامترهای مدل ARMA به روش «حداکثر درست‌نمایی» از نرم افزار MiniTAB تحت نرم افزار ویندوز استفاده گردید.

1- Portemanteau  
4- Auto Regressive

2- Akaike  
5- Moving Average

3- Kolmogorov-Smirnov

## تخمین پارامترهای مدل ARMA با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی

به منظور تعیین پارامترهای مدل‌های ARMA که در بخش قبل با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی بدست آمد، در این بخش از «روش بهینه سازی» استفاده گردید. برنامه‌ریزی آرمانی روشی است که دستاوردهای همزمان با چندین هدف را بررسی می‌کند. اصول کار چنین است که برای هر یک از هدف‌ها، عدد مشخصی به عنوان آرمان تعیین و تابع هدف مربوط به آن معادله سازی می‌شود. سپس جوابی جستجو می‌شود که مجموع وزنی انحراف هر هدف نسبت به آرمانی که برای همان هدف تعیین شده است را حداقل نماید (مدرس و آصف وزیری، ۱۳۷۶). در تعیین این پارامترها با توجه به توضیحات ارائه شده و نتایج بدست آمده از آزمون خودهمبستگی، حداکثر دو پارامتر اتورگرسو و دو پارامتر میانگین متحرک به صورت «فصلی» و «غیر فصلی» در نظر گرفته شد. معادله مورد استفاده در تعیین پارامترهای مدل به شرح زیر می‌باشد:

تابع هدف:

$$\text{MIN} \sum_{i=1}^{NI} [U_m * EP_i + C_m * EN_i] \quad (3)$$

محدودیت‌ها:

$$\begin{aligned} &AR_1 * X_{i-1} + AR_2 * X_{i-2} + \dots + AR_n * X_{i-n} \\ &+ MA_1 * R_{i-1} + MA_2 * R_{i-2} + \dots + MA_n * R_{i-n} + \\ &+ SAR_1 * X_{i-12} + SAR_2 * X_{i-24} + \dots + SAR_n * X_{i-n*12} + \\ &+ SMA_1 * R_{i-12} + SMA_2 * R_{i-24} + \dots + SMA_n * R_{i-n*12} + \\ &+ C_m + EP_i - EN_i < (1 + \text{div}) * X_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &AR_1 * X_{i-1} + AR_2 * X_{i-2} + \dots + AR_n * X_{i-n} \\ &+ MA_1 * R_{i-1} + MA_2 * R_{i-2} + \dots + MA_n * R_{i-n} + \\ &+ SAR_1 * X_{i-12} + SAR_2 * X_{i-24} + \dots + SAR_n * X_{i-n*12} + \\ &+ SMA_1 * R_{i-12} + SMA_2 * R_{i-24} + \dots + SMA_n * R_{i-n*12} + \\ &+ C_m + EP_i - EN_i > (1 - \text{div}) * X_i \end{aligned}$$

$$0 \leq EP_i \leq \text{Ediv} * X_i$$

$$0 \leq |EN_i| \leq \text{Ediv} * X_i \quad (4)$$

که در آن:

$AR_n \dots AR_1$  پارامترهای اتورگرسو غیر فصلی،  $SAR_1 \dots SAR_n$  پارامترهای اتورگرسو فصلی،  $MA_1 \dots MA_n$  پارامترهای میانگین متحرک غیر فصلی،  $SMA_1 \dots SMA_n$  پارامترهای میانگین متحرک فصلی،  $U_m$  ضریب جریمه ماهانه انحراف از مقدار واقعی (خطا)،  $EP$  خطای نسبی مثبت،  $EN$  خطای نسبی منفی،  $\text{Ediv}$  محدوده خطای نسبی انتخابی برای رعایت حداکثر خطا،  $\text{div}$  میزان خطای نسبی

انتخابی برای کنترل خطای پیش بینی،  $X$  سری زمانی ورودی،  $R$  سری زمانی باقیمانده‌ها،  $C_m$  اعداد ثابت بر مبنای ماهانه در مدل ARMA،  $NT$  تعداد ماه‌های موجود در سری زمانی ماهانه می‌باشند. با توجه به معادلات فوق و با استفاده از زبان برنامه نویسی Fortran-۹۹ برنامه بهینه سازی به گونه‌ای طراحی گردید که بتواند همزمان به اهداف حداقل کردن خطا برای کل سری زمانی و حداقل کردن خطا برای فصل بهره برداری مهر تا دی هر سال نایل آید.

### بحث و نتایج

در این تحقیق دو روش مختلف جهت تعیین پارامترهای مدل ARMA به کار رفته است. این دو روش عبارت بودند از روش «حداکثر درستنمایی» که اکثر نرم افزارهای موجود از آن استفاده می‌کنند و روش «حداقل کردن خطا» با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی که مزیت روش اخیر در این است که امکان واسنجی مدل را بصورت موضعی و برای یک فصل خاص از سال امکان پذیر می‌سازد. برای مقایسه نتایج از ۶۳ سال اول داده‌ها برای تخمین پارامترها و کالیبره نمودن مدل‌ها استفاده گردید. از داده‌های ۵ سال آخر در واسنجی و یافتن پارامترهای مدل‌های ARMA استفاده نگردیده بلکه تنها برای تأیید مدل به کار رفته‌اند.

هر دو روش برای کل دوره نتایج مناسبی را به دست داد و نتایج مقایسه برای مدل ARMA (2,0)(2,0) که بهترین نتیجه را داشته در نمودار ۶ نشان داده شده است. همانطوری که ملاحظه می‌گردد روش بهینه سازی آینده‌های زیاد را نسبت به روش حداکثر درستنمایی بهتر پیش بینی نموده لیکن در آینده‌های کم روش «حداکثر درستنمایی» کارایی بهتری داشته است.

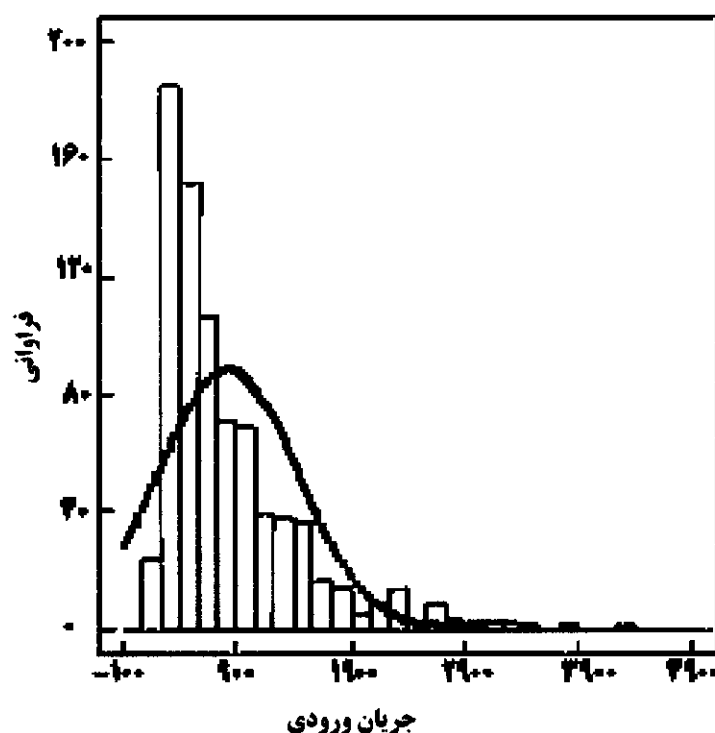
برای بررسی کارایی مدل در خصوص پیش بینی برای یک فصل خاص، دوره ماه‌های آذر تا اسفند انتخاب گردید. علت انتخاب این دوره عدم کارایی سایر روش‌های پیش بینی از قبیل مدل‌های بارش-رواناب، ذوب برف، شبکه عصبی مصنوعی و ... برای آن بوده است که پیش بینی را برای بهره برداران با دشواری روبرو می‌ساخت. نتایج به دست آمده از دو روش در جداول ۱ تا ۴ ارائه شده‌اند. در این جداول تنها مدل‌هایی که دارای نتایج قابل قبول و نزدیکی با روش حداکثر درستنمایی بوده‌اند آورده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌گردد هر چه تعداد پارامترهای AR و MA به کار رفته بیشتر می‌شود مدل بهینه سازی جواب‌های بهتری نسبت به روش حداکثر درستنمایی به دست می‌دهد به طوری که برای مدل ARMA(2,2) در هر دو حالت واسنجی و تأیید مدل، نتایج استفاده از روش بهینه سازی بهتر می‌باشد. معیار مقایسه در جداول مذکور متوسط قدر مطلق خطا بوده است.

از دیگر نتایج مثبت این روش امکان استفاده مستقیم کد تهیه شده در محیط‌های نرم افزاری کاربردی است که اجرای برنامه تهیه شده را برای کاربر مدل راحت تر می‌نماید.

همچنین روش بهینه سازی، دوره پرآبی را بهتر از روش حداکثر درستنمایی شبیه سازی نموده است و این موضوع در نمودار ۵ نشان داده شده است به طوری که شاخه صعودی هیدروگراف (آب نمود) انطباق بهتری با روش بهینه سازی دارد.

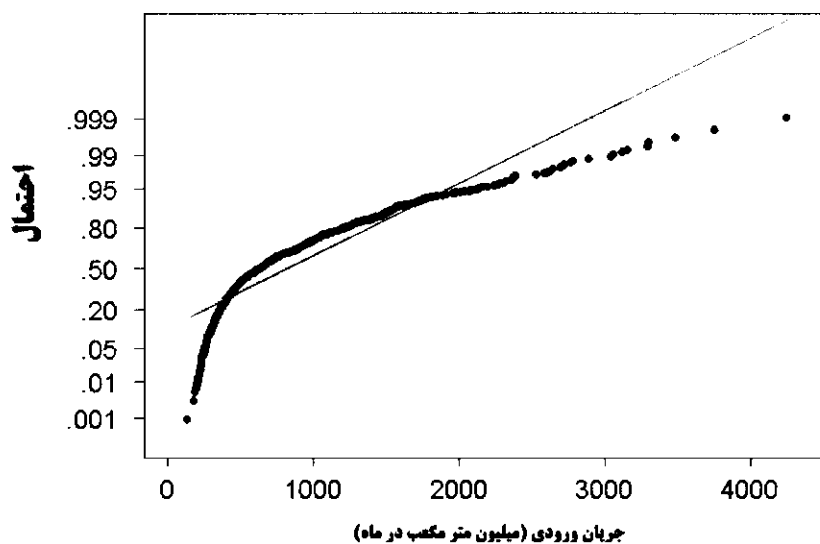
از معایب روش بهینه سازی، حجم زیاد محاسبات کامپیوتری بوده بخصوص برای حالاتی که نیاز به در نظر گرفتن تعداد زیادی پارامترهای اتورگرسو یا میانگین متحرک می باشد. در این شرایط با توجه به تعداد زیاد سال های آماری؛ دستگاه معادلات به وجود آمده، بسیار بزرگ شده و برای حل آن نیاز به الگوریتم های پیشرفته بهینه سازی می باشد. البته اخیراً با توجه به پیشرفت قابل ملاحظه رایانه ها به لحاظ سرعت محاسبات این امکان فراهم آمده است که چنین روش هایی را آزمون نموده و به نتایج قابل قبولی نیز دست یافت.

از آنجا که این روش در مراحل اولیه آزمایش می باشد، در این تحقیق تعداد پارامترهای اتورگرسو و میانگین متحرک توسط کاربر انتخاب می گردد. در مراحل بعدی می توان تعداد بهینه پارامترها را نیز تعیین نمود که انجام آن نیازمند استفاده از الگوریتم برنامه ریزی اعداد صحیح می باشد.



شکل ۱- هیستوگرام توزیع آبدهی رودخانه کارون در محل پل شالو





متوسط: ۸۲۷/۳۲۷

انحراف معیار: ۶۰۲/۶۶۹

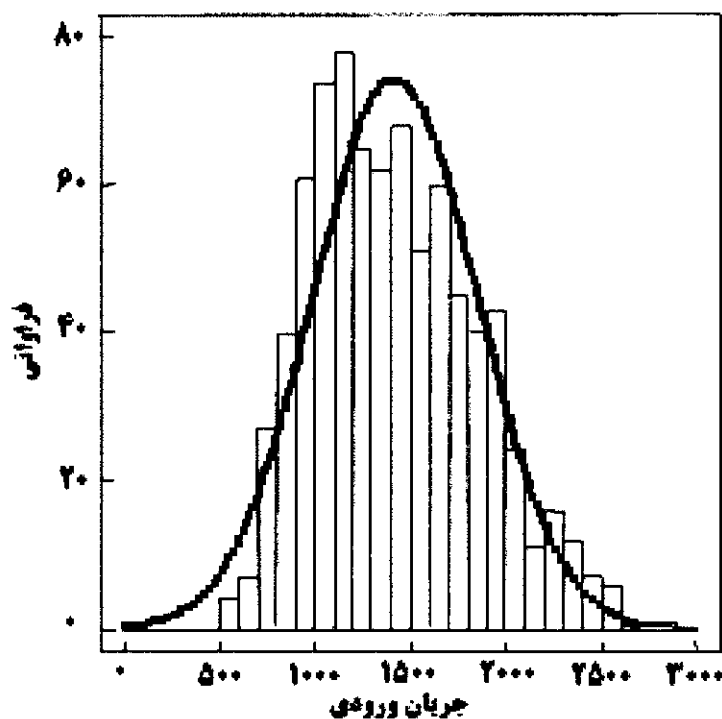
تعداد داده: ۸۱۶

آزمون اسمیرنوف-کولموگروف

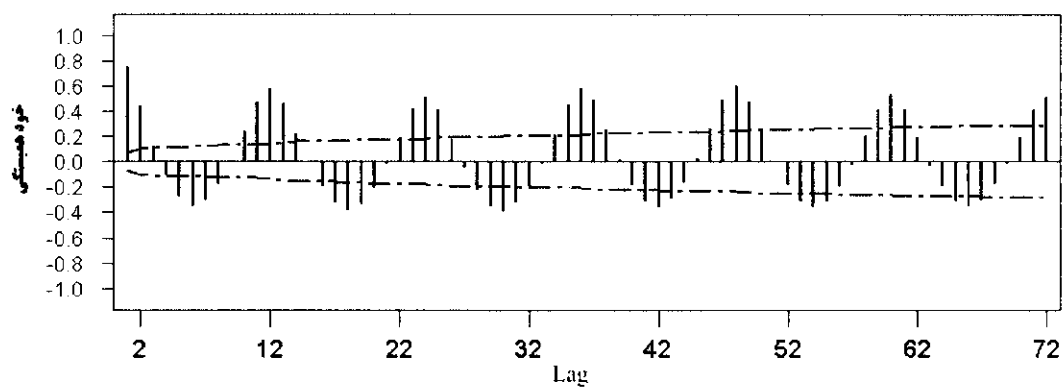
D+: 0.149 D-: 0.145 D: 0.149

Approximate P-Value < 0.01

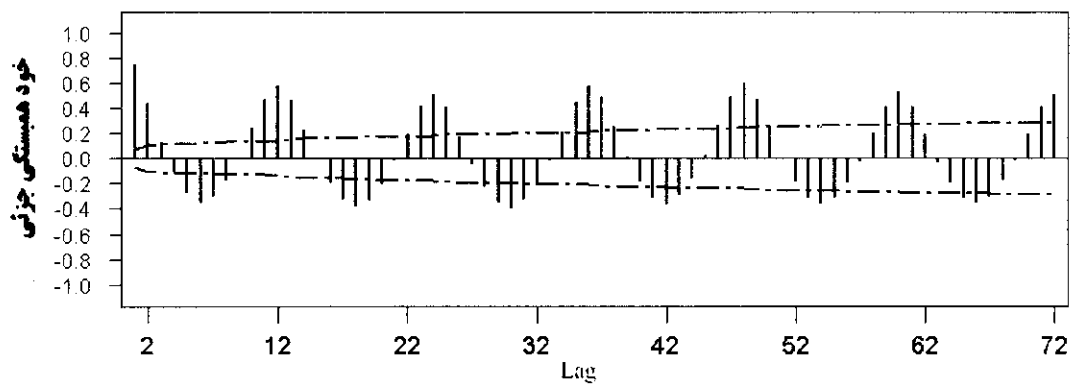
شکل ۲- نمودار احتمال نرمال برای داده‌های آینده پل شالو قبل از تبدیل Box-Cox



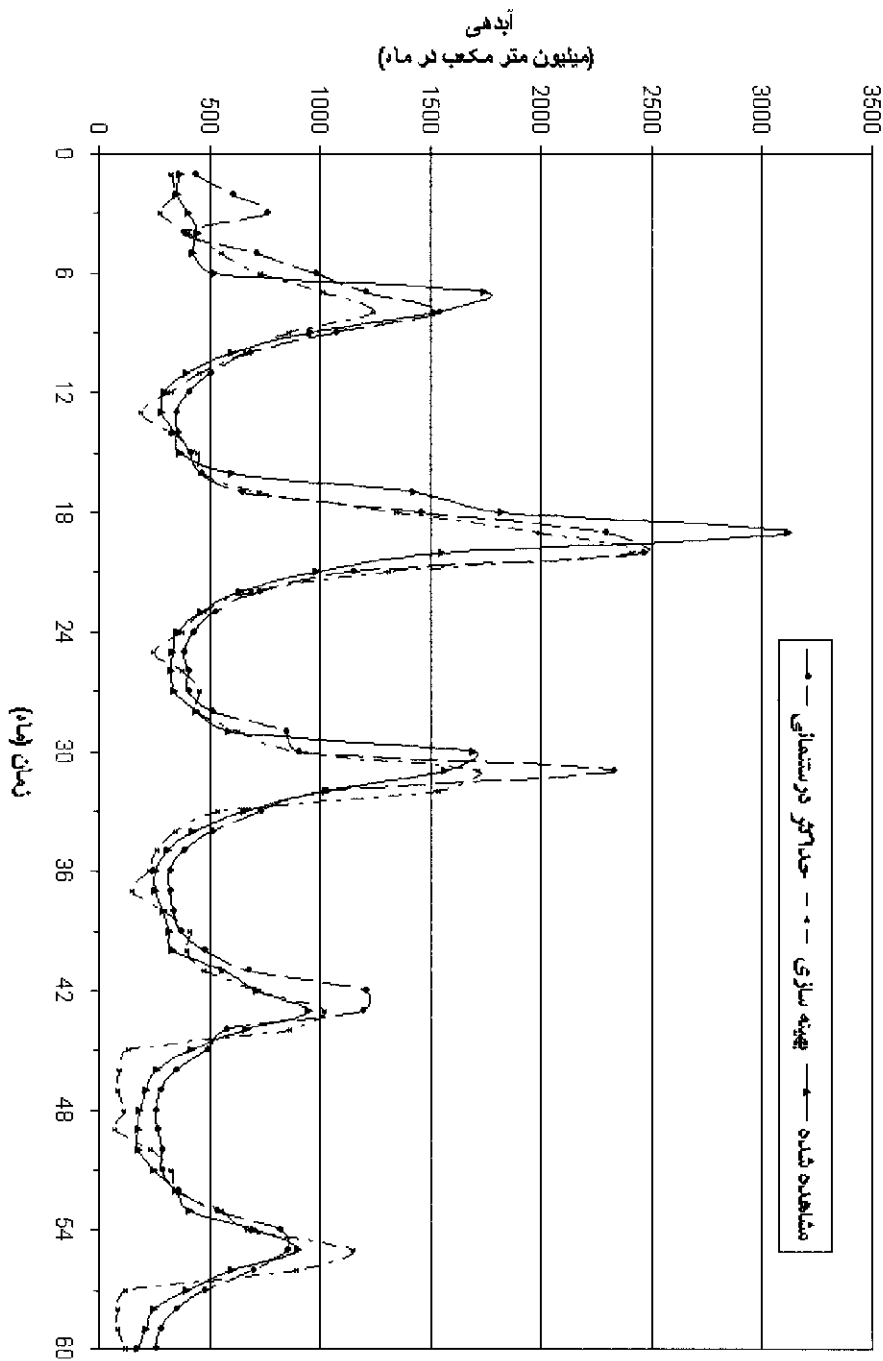
شکل ۳- هیستوگرام توزیع آینده رودخانه کارون در محل پل شالو پس از نرمال شدن



شکل ۴- تابع خود همبستگی (ACF) برای سری زمانی آبدهی در پل شالو



شکل ۵- تابع خود همبستگی جزئی (PACF) برای سری زمانی آبدهی در پل شالو



شکل ۱- مقایسه بین مقادیر مشاهده شده و محاسبه شده توسط دو روش

جدول ۱- خلاصه نتایج مقایسه دو روش محاسبه پارامترها برای دوره رانندگی برای کل دوره

مقدار خطا	بدون عدد ثابت				با عدد ثابت							
	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی				
	ARMA(1,0)(1,0)		ARMA(2,0)(2,0)		ARMA(1,0)(1,0)		ARMA(2,0)(2,0)		ARMA(1,1)(0,0)		ARMA(2,2)(0,0)	
MAX	۳۳۳/۵۱۴	۷۴/۰۱۹	۴۴۶/۳۱۲	۷۵/۰۰۸	۲۵۳/۸۱۸	۷۳/۰۴۸	۱۸۲/۲۴۶	۷۵/۰۴۱	۲۳۶/۷۲۷	۸۵/۰۱۲	۲۳۶/۷۲۷	۴۴/۸۸۵
AVE	۲۰/۸۷۷	۲۰/۳۹۷	۳۲/۱۹۲	۱۹/۵۷۸	۳۴/۰۸۲	۲۲/۳۸۱	۴۴/۲۲۷	۱۷/۲۷۷	۳۶/۳۷۲	۲۱/۳۳۷	۲۶/۳۷۲	۲۵/۸۱۲
MIN	۰/۰۳۸	۰/۰۳۴	۰/۰۰۸	۰/۱۴۶	۰/۰۲۱	۰/۰۳۶	۰/۱۳۶	۰/۰۱۲	۰/۰۹۲	۰/۰۱۷	۰/۰۹۲	۰/۱۸۳
STD	۲۰/۰۸۴	۱۶/۷۵۸	۳۶/۳۳۸	۱۶/۷۷۸	۲۳/۰۳۶	۱۷/۲۰۹	۲۲/۹۷۹	۱۶/۰۸۵	۲۳/۸۷۹	۱۷/۲۲۹	۲۳/۸۷۹	۱۸/۶۰۷

جدول ۲- خلاصه نتایج مقایسه دو روش محاسبه پارامترها برای دوره رانندگی برای فصل بهاره بر مبنای (آذر تا اسفند)

مقدار خطا	بدون عدد ثابت				با عدد ثابت							
	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی ی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی	حداکثر درستمانی	بهبه سازی		
	ARMA(1,0)(1,0)		ARMA(2,0)(2,0)		ARMA(1,0)(1,0)		ARMA(2,0)(2,0)		ARMA(1,1)(0,0)		ARMA(2,2)(0,0)	
MA X	۷۴/۰۱۹	۱۳۶/۷۵۱	۷۵/۰۰۵	۹۴/۰۲۵	۷۳/۰۴۸	۱۸۲/۲۴۶	۷۵/۰۴۱	۲۳۶/۷۲۷	۸۵/۰۱۲	۲۳۶/۷۲۷	۴۴/۸۸۵	۲۳۳/۵۱۴
AVE	۲۴/۳۳۴	۳۲/۳۸۰	۲۴/۷۰۷	۲۷/۵۶۵	۲۵/۳۳۸	۲۹/۸۷۵	۲۴/۷۴۷	۲۸/۷۰۸	۲۷/۱۴۴	۲۸/۷۰۸	۲۵/۸۷۵	۲۹/۳۶۴

جدول ۳- خلاصه نتایج مقایسه دو روش محاسبه پارامترها برای دوره تأیید مدل برای کل دوره

مقدار خطا	بدون عدد ثابت						با عدد ثابت					
	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی
	ARMA(1,0)(1,0)						ARMA(2,0)(2,0)					
MAX	۷۸/۰۷۶	۱۵۳/۴۴۱	۷۵/۶۵۶	۱۱۰/۸۳۰	۷۰/۷۶۳	۸۷/۵۶۵	۶۷/۲۵۴	۱۰۴/۳۵۷	۷۹/۷۷۰	۹۰/۱۵۷	۷۲/۲۹۹	۹۵/۶۹۵
AVE	۲۴/۹۴۱	۴۷/۰۳۷	۲۱/۸۹۳	۴۴/۵۴۷	۳۷/۹۵۰	۲۸/۲۰۵	۲۰/۴۲۴	۳۱/۴۶۱	۱۹/۳۶۵	۱۹/۴۸۱	۲۱/۸۶۸	۱۷/۵۷۸
MIN	۰/۹۱۱	۰/۷۶۳	۰/۳۰۰	۱/۳۴۶	۰/۴۲۷	۰/۱۶۵	۰/۰۰۶	۰/۳۸۴	۱/۰۷۸	۰/۲۴۶	۰/۳۶۳	۰/۲۲۹
STD	۱۸/۷۱۳	۳۵/۵۸۲	۱۸/۲۵۹	۳۷/۸۱۲	۱۹/۶۰۶	۱۹/۸۶۳	۱۵/۰۰۹	۱۹/۳۴۵	۱۶/۷۸۵	۲۱/۸۷۹	۱۶/۹۳۶	۱۹/۹۴۸

جدول ۴- خلاصه نتایج مقایسه دو روش محاسبه پارامترها برای دوره تأیید مدل برای فصل بهره برداری (آذر تا اسفند)

مقدار خطا	بدون عدد ثابت						با عدد ثابت					
	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی	حداکثر درستمایی	بهینه سازی
	ARMA(1,0)(1,0)						ARMA(2,0)(2,0)					
MAX	۵۴/۹۶۳	۸۹/۲۰۰	۵۲/۵۸۴	۶۰/۰۶۹	۴۹/۰۷۶	۸۷/۵۶۵	۵۳/۱۰۵	۱۰۴/۳۵۷	۶۰/۳۷۷	۹۰/۱۵۷	۷۲/۲۹۹	۹۵/۶۹۵
AVE	۲۲/۲۹۰	۳۶/۸۵۴	۲۲/۳۱۰	۲۵/۸۳۰	۲۲/۴۸۶	۲۴/۶۶۰	۲۲/۴۲۴	۳۲/۶۴۹	۲۳/۵۶۰	۳۲/۷۰۷	۲۴/۰۳۵	۲۹/۹۹۷

## منابع و مآخذ:

- ۱- اصغرپور، م، ج (۱۳۷۷). تصمیم گیری‌های چند معیاره، انتشارات دانشگاه تهران، ۳۹۸ ص.
- ۲- جاماب (۱۳۷۸). طرح جامع آب کشور - حوزه آبریز دز و کارون، انتشارات شرکت مهندسی مشاور جاماب، وزارت نیرو.
- ۳- خلقی، م (۱۳۶۸). تعیین مدل بارندگی رواناب در جنوب شرقی ایران. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
- ۴- مدرس، م و آصف وزیری، ا (۱۳۷۶). تحقیق در عملیات، جلد اول. (تألیف فردریک س. هیلیر و جرالد ج. لیبرمن) چاپ هشتم، انتشارات تندر، ۴۲۰ ص.
- 5- Ansely, C. F. (1979). An algorithm for the exact likelihood of a mixed autoregressive-moving average process. *Biometrika* 66: 59-65.
- 6- Arikan, F. and gungor, Z. (2001). An application of fuzzy goal programming to a multiobjective project network problem. *Journal of Fuzzy Sets and Systems*, 119: 49-58.
- 7- Azrak, R. and Melard, G. (1998). The exact quasi-likelihood of time-dependent ARMA models. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 68: 31-45.
- 8- Charnes, A. and Cooper, W.W. (1961). *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- 9- Chenoweth, T., Hubata, R. and St. Louis, R. D. (2000). Automatic ARMA identification using neural networks and the extended sample autocorrelation function: a reevaluation. *Journal of Decision Support Systems*, 29: 21-30.
- 10- Gardner, G., Harvey, A. C. and Phillips, G. D. A. (1980). Algorithm AS 154: an algorithm for exact maximum likelihood estimation of autoregressive-moving average models by means by Kalman filtering. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. C. Appl. Statist.*, 29: 311-322.
- 11- Gen, M. Ida, K., Lee, J. and Kim, J. (1997). Fuzzy nonlinear goal programming using genetic algorithm,
- 12- Hillier, F. S. and Lieberman, G. J. (1990). *Introduction to Operations Research*, 5<sup>th</sup> edn., McGraw-Hill Inc., New York, USA.
- 13- Hwarng, H.B. (2001). Insights into neural network forecasting of time series corresponding to ARMA(p,q) structures. *Journal of Omega*, 29: 273-289.
- 14- Ignizio, J. (1981). *Linear Programming in single & Multiple-Objective System*. Prentice-Hall, Englewoods Cliffs, NJ. USA.
- 15- Ijiri, Y. (1965). *Management Goals and Accounting for Control*. North-Holland, Amsterdam, The Netherlands.
- 16- Lee, S. (1972). *Goal Programming for Decision Analysis*. Auerbach Publishers, Philadelphia, USA.
- 17- Ljung, G. and Box, G.E.P. (1979). The likelihood function of stationary autoregressive-moving average models. *Biometrika* 66, 265-270.
- 18- Melard, G. (1984). Algorithm AS197: a fast algorithm for the exact likelihood of autoregressive-moving average models. *J. Roy. Statist. Soc. Ser. C. Appl. Statist.*, 33: 104-114.
- 19- Pearlman, J. G. (1980). An algorithm for the exact likelihood of a high-order autoregressive-moving average process. *Biometrika*, 67: 232-233.