

## مقایسه مدل‌های تخصیصی مصرف‌کننده AIDS و CBS

### با استفاده از داده‌های مخارج مصرفی خانوارهای شهری ایران

پرویز محمدزاده\*

تاریخ دریافت ۸۳/۳/۱۷ تاریخ پذیرش ۸۳/۶/۳۱

#### چکیده

فرم تبعی مدل‌های سیستمی تخصیصی مصرف‌کننده باید با ویژگی‌های نظری نظریه تقاضای مصرف‌کننده سازگار باشد و بتواند در عمل رفتار مصرف‌کننده را تبیین و واقعیت‌های آماری را توضیح دهد. در این مقاله ابتدا برخی از ویژگی‌های مهم نظریه تقاضای مصرف‌کننده بررسی شده است. سپس ۴ رهیافت اساسی که به تبیین سیستمی رفتار مصرف‌کننده می‌پردازد، مورد مطالعه قرار گرفته و مدل ترکیبی (دورگه) CBS و NBR معرفی شده است. در بخش بعدی مطالعه تجربی با استفاده از مخارج مصرفی سالانه خانوارهای شهری ایران طی دوره ۱۳۵۰-۱۳۸۰ انجام یافته است. نتایج نشان می‌دهد مدل CBS با خواص نظری سیستم تقاضا سازگارتر است.

طبقه‌بندی JEL: D12.

**کلید واژه:** سیستم‌های تقاضا، سیستم تقاضای CBS، سیستم تقاضای AIDS، اقتصاد ایران، مخارج مصرفی.

-----Page Break-----

#### ۱- مقدمه

سیستم تخصیصی مصرف‌کننده بیان می‌کند که چگونه مصرف‌کننده درآمد خود را بین انواع مختلف کالاها تخصیص می‌دهد که گاهی مواقع در برگیرنده

---

\* دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی.

اوقات فراغت<sup>۳۱۳</sup> نیز هست. این مدل‌ها، معمولاً بر اساس نظریه‌های اقتصاد خرد هستند که طرف تقاضا را مستقل از طرف عرضه، تحلیل می‌کنند. مسأله تخصیص، که تقریباً همزمان با مطرح شدن اقتصاد خرد شروع شده است، عبارت از تخصیص بهینه درآمد مشخص بین گزینه‌های مختلف است. مدل‌های تخصیصی نه تنها برای تقاضای مصرف کننده بلکه برای موارد متعددی از قبیل تقاضا برای نهادهای تولیدی، تخصیص تقاضای واردات، توزیع سبد دارایی سرمایه‌گذاری و توزیع مساحت زمین‌های کشاورزی بین محصولات مختلف فرمول بندی شده است. در همه این مدل‌ها، بحث اصلی این است که بر اساس یک سری متغیرهای مربوطه، تابع هدف چگونه به نقطه بهینه خود می‌رسد که در این بهینه یابی، سیستم‌های مختلف، فرم تبعی تابع هدف و قیدهای مربوط را مشخص می‌کنند. هرچند این سیستم‌ها بر اساس نظریه اقتصادی رفتار انفرادی بنا شده ولی اغلب برای رفتار کل<sup>۳۱۴</sup> بازار و یا برای کل اقتصاد به کار گرفته می‌شود. در واقع، با تحمیل یک سری فروض خاص، می‌توان تجمیع رفتارهای انفرادی را برای تبیین رفتار کل انجام داد.

می‌دانیم نظریه‌های اقتصادی سعی در تبیین رفتارهای اقتصادی افراد جامعه دارند. از جمله بحث‌های اساسی نظریه‌های اقتصادی تبیین رفتار مصرف کنندگان است. تبیین رفتار مصرف کنندگان بخش زیادی از تلاش اقتصاددانان را به خود اختصاص داده است و برای کمی کردن آن مدل‌های زیادی ارائه شده است. با گذشت زمان الگوهای جدیدتر و کاملتری معرفی شده‌اند. از جمله الگوهای جدیدی که برای تبیین کمی رفتار مصرف کنندگان ارائه شده است، سیستم تقاضای CBS است. در این مقاله سعی شده ضمن طبقه بندی جامع از سیستم‌های مختلف تقاضا، و معرفی سیستم تقاضای CBS، به بررسی سازگاری این الگو در تبیین رفتار مصرف کنندگان در اقتصاد ایران پرداخته شود و برای انجام آزمون تجربی از مخارج خانوارهای شهری ایران برای دوره‌های ۱۳۸۰-

---

313- Leisure.

314- Aggregation.

۱۳۵۰ استفاده شده است. با توجه به این که سیستم تقاضای AIDS به عنوان یکی از انعطاف پذیرترین سیستم‌های تقاضایی که معمولاً در مطالعات تجربی داخلی و خارجی استفاده می‌شود شناخته شده، در اینجا سعی شده است تا با برآورد این سیستم، مقایسه‌ای بین سیستم تقاضای CBS و AIDS انجام شود.

## ۲- ویژگی‌های نظری نظریه تقاضای مصرف کننده

در این قسمت، ویژگی‌های اساسی نظریه تقاضای مصرف کننده بررسی می‌شود. بر اساس نظریه‌های اقتصاد خرد، مصرف کننده با توجه به قید بودجه (۲) به دنبال حداکثر کردن تابع شبه مقعر مطلوبیت (۱)،  $u$ ، خود است. یعنی:

$$\text{MAX:} \quad u = u(q_1, \dots, q_n) \quad (1)$$

$$\text{Subject to:} \quad \sum_i p_i q_i = m \quad (2)$$

و به تابع تقاضای مارشالی (۳) می‌رسد؛

$$q_i = f_i(m, p_1, \dots, p_n) \quad \& \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

که در آن  $q$  و  $p$ ، به ترتیب بیانگر مقدار و قیمت کالا بوده و  $n$  تعداد کالاها و  $m$  میزان درآمد مصرف کننده است.

اگر  $\eta_i$  را کشش درآمدی تقاضا برای کالای  $i$ ام و  $\mu_{ij}$  کشش مقداری کالای  $i$ ام نسبت به قیمت کالای  $j$  در نظر بگیریم، این کشش‌ها برای سازگاری با فرضیه‌های تقاضا باید یک سری ویژگی‌های خاص را داشته باشند (فریش،

۱۹۵۹)<sup>۳۱۵</sup>. اگر سهم بودجه‌ای به صورت  $w_i = \frac{p_i q_i}{m}$  باشد. با توجه به رابطه (۲)

بایستی  $\sum_i w_i = 1$  باشد. برخی از این ویژگی‌ها می‌تواند بر حسب کشش‌های اسلاتسکی یا کشش‌های قیمتی جبرانی،  $\varepsilon_{ij}$ ، به طرز مناسبی بیان شود.

کشش‌های قیمتی جبرانی،  $\varepsilon_{ij}$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon_{ij} = \mu_{ij} + \eta_i w_j \quad (4)$$

این کشش‌ها، با فرض ثابت نگه داشتن سطح مطلوبیت مصرف کننده، میزان

---

315- Frish, (1959).

حساسیت مصرف کننده نسبت به تغییرات قیمت‌ها را می‌سنجد.

برای تقاضایی که بر اساس معادله بودجه (۲) به دست آمده است شرط جمع پذیری<sup>۳۱۶</sup> تضمین می‌کند که روابط (۵) یعنی مجموع انگل (a)<sup>۳۱۷</sup> مجموع کورنت (b)<sup>۳۱۸</sup> مجموع اسلاتسکی (c)<sup>۳۱۹</sup> برقرار باشد.

$$\sum_i w_i \varepsilon_{ij} = 0 \quad (5a)$$

$$\sum_i w_i \mu_{ij} = -w_j \quad (5b)$$

$$\sum_i w_i \eta_i = 1 \quad (5c)$$

یکی از ویژگی‌های تابع تقاضا، شرط همگنی است. که رابطه (۲) بر حسب  $m, p_i$  همگن خطی باشد:

$$\sum_j \mu_{ij} = -\eta_i \quad (6a)$$

$$\sum_j \varepsilon_{ij} = 0 \quad (6b)$$

یکی دیگر از خواص مهم تجربی، تقارن اسلاتسکی<sup>۳۲۰</sup> است:

$$w_i \varepsilon_{ij} = w_j \varepsilon_{ji} \quad (7a)$$

تخصیص پول در میان گروه‌های کالایی در یک مدل با سطح بالاتری از تخصیص، فقط بر حسب ویژگی‌های گروه‌ها تعیین می‌شود. ترجیحات همگن خودش بیانگر این خاصیت است که:

$$\eta_i = 1, \quad \forall i \quad (7b)$$

که نشان‌دهنده این است که سهم بودجه‌ای کالای  $i$  ام با تغییر در آمد، تغییر نمی‌کند.

یک مفهوم دیگری که مفید بودن آن ثابت شده است، تابع مطلوبیت غیرمستقیم است:

$$u^* = u(m, p_1, \dots, p_n) \quad (8)$$

316- Adding-up Conditions.

317- Engel Aggregation.

318- Cournot Aggregation.

319- Slutsky Aggregation.

320- Slutsky Symmetry.

که با جایگذاری  $q_i$  از رابطه (۳) در رابطه (۱)، به دست می‌آید و فرم دیفرانسیلی آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} du^* &= \sum_i (\partial u / \partial q_i) \left[ (\partial f_i / \partial m) dm + \sum_j (\partial f_i / \partial p_j) dp_j \right] \\ &= \lambda m \left( \sum_i w_i \eta_i d \ln m + \sum_i \sum_j w_i \mu_{ij} d \ln p_j \right) \quad (9) \\ &= \lambda m \left( d \ln m - \sum_j w_j d \ln p_j \right) \end{aligned}$$

از معادله (۹) می‌توان توابع تقاضا را با استفاده از قانون روی<sup>۳۲۱</sup> به دست آورد. برای بررسی مفهوم درآمد واقعی از دیفرانسیل لگاریتمی معادله بودجه (۲) استفاده می‌کنیم؛

$$d \ln m = \sum_j w_j d \ln p_j + \sum_j w_j d \ln q_j \quad (10)$$

می‌توان نوشت:

$$\sum_j w_j d \ln q_j = d \ln m - \sum_j w_j d \ln p_j \quad (11)$$

که در آن متغیر طرف چپ، یعنی تغییر در مقدار، متناظر با تغییر درآمد واقعی طرف راست است. در نتیجه از علائم زیر استفاده می‌شود؛

$$d \ln Q = \sum_j w_j d \ln q_j \quad , \quad d \ln P = \sum_j w_j d \ln p_j \quad (12)$$

که نشان‌دهنده شاخص مقداری و قیمتی بوده و با جایگذاری آن در رابطه (۱۰) خواهیم داشت:

$$d \ln m = d \ln P + d \ln Q \quad (13)$$

مفهوم دیگری که در عمل مورد استفاده قرار می‌گیرد تابع مخارج<sup>۳۲۲</sup> است که اگر در رابطه (۸)،  $m$  برحسب  $u$  و  $p$  بیان شود:

$$m = e(u, p_1, \dots, p_n) \quad (14)$$

که این رابطه، حداقل مخارج مورد نیاز برای رسیدن به سطح مطلوبیت  $u$  را با قیمت‌های مشخص  $p_1, \dots, p_n$  نشان می‌دهد. از رابطه (۹) فرم دیفرانسیلی آن را

---

321- Rule of Roy.  
322- Expenditure Function.

می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$d \ln e = [1/(\lambda m)] du + \sum_j w_j d \ln p_j \quad (15)$$

که به عنوان پایه‌ای برای فرمول شفارد مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$w_i = \frac{\partial \ln e}{\partial \ln p_j} \quad i = 1, \dots, n \quad (16)$$

که معادله تقاضای نوع هیکسی را می‌دهد که به صورت زیر است؛

$$q_i = h_i(u, p_1, \dots, p_n) \quad i = 1, \dots, n \quad (17)$$

اگر  $u$  با استفاده از  $u^*(m, p_1, \dots, p_n)$  در معادله (۱۷) جایگذاری شود، دوباره معادلات تقاضای مارشالی (۳) به دست می‌آید.

### ۳- دیدگاه‌های مختلف در مورد تصریح فرم تبعی تقاضا

در اقتصاد سنجی تصریح ایده‌آل آن است که با نظریه‌های اقتصادی سازگار بوده برآورد آن آسان و مناسب<sup>۳۳</sup> با داده‌های مشاهده شده باشد، تا بتواند با خطای کمتری پیش‌بینی کند. در انتخاب مدل بایستی بین این سه خصوصیت یک تعادل منطقی برقرار باشد. در فرمول بندی سیستم تخصیصی مصرف کننده، معادلات تقاضا بایستی با خواص مطرح شده در بخش قبلی سازگار باشد. به‌طور کلی روش‌های مختلف استخراج تابع تقاضا را می‌توان در چهار رهیافت برای رسیدن به معادلات تقاضای تأمین کننده خواص بررسی شده در بخش قبلی طبقه بندی نمود.

**رهیافت اول**، استخراج معادلات تقاضا را با تصریح فرم تبعی تابع مطلوبیت به صورت یک تابع شبه مقعر قوی و فزاینده شروع می‌کند. سپس با توجه به قید بودجه (۲)، روابط حداکثر کننده تابع مطلوبیت را به دست می‌آورد. و برای این کار، با استفاده از معادلات شروط مرتبه اول، مقادیر  $q$  را به عنوان تابعی از قیمت و درآمد حل می‌کند. که همان توابع تقاضا را به ما می‌دهد. در این روش پارامترهای تابع مطلوبیت، با معادلات تقاضای به دست آمده سازگارند.

بهترین مثال این رهیافت، سیستم مخارج خطی<sup>۳۲۴</sup> (LES) است. در این سیستم، تابع پایه‌ای مطلوبیت را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$u = \sum_i \beta_i \ln(q_i - \gamma_i) \quad , \quad \sum_j \beta_j = 1 \quad , \quad \gamma_i < q_i \quad (18)$$

معادلات نتیجه شده از این تابع تقاضا، عبارت است از:

$$q_i = \gamma_i + (\beta_i / p_i)(m - \sum_j p_j \gamma_j) \quad (19)$$

خاصیت جمع پذیری رابطه (۱۸) فرض استقلال کامل ترتیب ترجیحات را به طور واضح نشان می‌دهد. این تابع تقاضا به لحاظ تجربی، نسبتاً محدود کننده بوده و برآورد آن نیز آسان نیست. چرا که در رابطه (۱۹)،  $\gamma_j$  در همه معادلات به صورت غیرخطی با  $\beta_i$  ظاهر شده است، ضمن این که  $\gamma_i$  برآورد شده، بایستی کمتر از کوچکترین مشاهده مقدار  $q_i$  باشد که به راحتی توسط داده‌ها، قابل مشاهده نیست. این سیستم معادلات تقاضا، برای اولین بار، نه به صورت ایده‌آل، توسط استون<sup>۳۲۵</sup> برآورد شده است و برآورد مناسب آن تا زمان پارکس<sup>۳۲۶</sup> طول کشید. به طور کلی، واضح است که شروع از یک تابع مطلوبیت کاملاً تصریح شده، نمی‌تواند تابع تقاضای جالبی را نتیجه دهد.

**رهیافت دوم**، با تصریح فرم تبعی یک تابع مطلوبیت غیرمستقیم شروع می‌کند و از "قانون روی" برای رسیدن به برآورد تابع تقاضای قابل برآورد استفاده می‌کند. مثال بارز این رهیافت، تابع مطلوبیت غیرمستقیم ترانسلوگ است که توسط کریستینسن و دیگران<sup>۳۲۷</sup> ارائه شد.

$$u^* = \alpha + \sum_i \beta_i \ln(p_j / m) + 1/2 \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln(p_i / m) \ln(p_j / m) \quad (20)$$

که با در نظر گرفتن  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$  &  $\sum_i \beta_i = -1$ ، چنین نتیجه می‌شود:

324 - Linear Expenditure System (LES)

325- Stone (1954).

326- Parks(1971).

327- (Christensen et al;1975).

$$w_i = \frac{\beta_i + \sum_j \beta_{ij} \ln(p_j/m)}{-1 + \sum_k \sum_j \beta_{kj} \ln(p_k/m)} \quad (21)$$

این سیستم نیز بر حسب پارامترهایش غیرخطی بوده و برآورد آن آسان نیست. علاوه براین، تأمین این شرط نیز غیرممکن است که  $u^*$  بر حسب  $m$  به طور یکنواخت افزایشی باشد یا بر حسب سطح عمومی قیمت، برای همه مقادیر ممکن قیمت‌ها و  $m$  کاهش‌ی باشد. و این برای کارهای پیش‌بینی و شبیه‌سازی کاملاً ناشیانه است. همچنین احتمال این که مقدار پیش‌بینی سهم مقادیر منفی باشد وجود دارد.

کشش درآمدی،  $\eta_i$ ، مربوط به (21) عبارت است از:

$$\eta_i = 1 - \left( \sum_j \beta_{ij} / w_i - \sum_k \sum_j \beta_{kj} \right) / x \quad (22)$$

که در آن  $x$  همان مخرج (21) است. برای کشش اسلاتسکی،  $\varepsilon_{ij}$ ، نیز حاصل ضرب آن در  $w_i$  چنین خواهد شد:

$$w_i \varepsilon_{ij} = (\beta_{ij} - w_i \sum_k \beta_{ik} + w_i w_j \sum_k \sum_i \beta_{ki}) / x \quad (23)$$

که شرایط مجموع اسلاتسکی (5a)، شرایط همگنی (6b) و شرایط متقارن (7) را تأمین می‌کند. سیستم با قرار دادن  $\sum_j \beta_{ij} = 0$  برای همه آنها، همگن می‌شود. این خاصیت می‌تواند به سیستم تحمیل شود یا آزمون شود و یا هر دو بدون تغییرات اساسی در تصریح تابع به وجود آید.

**رهیافت سوم**، بر اساس تصریح تابع مخارج (14) است. با به کارگیری لم شفارد، معادلات تقاضای هیکسی به عنوان تابعی از سطح مطلوبیت (غیرقابل مشاهده) به دست می‌آید که می‌توان به جای سطح مطلوبیت، معادل آن را بر حسب مقادیر  $p, m$  جایگذاری کرده و آنرا از توابع تقاضا حذف کرد.

بهترین مثال این نوع از تصریح، سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل<sup>۳۲۸</sup> (AIDS)



است. در سیستم تقاضای AIDS برای استخراج معادلات تقاضا، از یک تابع مخارج مصرف کننده  $e(u, p)$  به شکل PIGLOG استفاده می‌شود (دیتون و میلیبور)<sup>۳۲۹</sup>. تابع PIGLOG عبارت است از:

$$\ln e(u, p) = (1 - u) \cdot \ln \{a(p)\} + (u) \cdot \ln \{b(p)\} \quad (24)$$

در این رابطه فرض بر این است که  $u$  بین صفر و ۱ باشد که "صفر" زندگی در حداقل معیشت و "یک" بیانگر حد اعلاى لذت از زندگی است.  $a(p)$  نشان دهنده هزینه معیشت و  $b(p)$  نشان دهنده هزینه رفاه است که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\ln a(p) = a_0 + \sum_k a_k \cdot \ln p_k + 1/2 \sum_k \sum_j \gamma_{kj}^* \cdot \ln p_k \cdot \ln p_j \quad (25)$$

$$\ln b(p) = \ln a(p) + \beta_0 \prod_k p_k^{\beta_k} \quad (26)$$

بنابراین رابطه هزینه سیستم AIDS به صورت زیر خواهد بود.

$$\ln e(u, p) = a_0 + \sum_k a_k \cdot \ln p_k + 1/2 \sum_k \sum_j \gamma_{kj}^* \cdot \ln p_k \cdot \ln p_j + u \cdot \beta_0 \cdot \prod_k p_k^{\beta_k} \quad (27)$$

که در آن  $\alpha_i$ ،  $\beta_i$ ،  $\gamma_{ij}^*$  پارامتر هستند. به راحتی می‌توان بررسی کرد که  $e(u, p)$  بر حسب  $p$  همگن خطی است اگر:

$$\sum_i \alpha_i = 1, \quad \sum_j \gamma_{kj}^* = \sum_k \gamma_{kj}^* = \sum_j \beta_j = 0$$

با استفاده از لم شفارد، می‌توان از تابع  $e(u, p)$  تقاضای کالاهای مختلف را

استخراج کرد. براساس لم شفارد رابطه  $\frac{\partial e(u, p)}{\partial p_i} = q_i$  است که اگر طرفین در

ضرب شود خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \ln e(u, p)}{\partial \ln p_i} = \frac{p_i q_i}{e(u, p)} = w_i \quad (28)$$

که در آن  $w_i$  سهم بودجه‌ای کالای  $i$  ام است. بنابراین اگر از رابطه (۲۷) به صورت لگاریتمی مشتق گرفته شود در آن صورت، طرف راست  $w_i$  را می‌دهد؛

329- (Deaton & Muellbur; 1980).

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i \cdot u \cdot \beta_0 \prod p_k^{\beta_k} \quad (29)$$

که در آن:

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2}(\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*) \quad (30)$$

از دید مصرف کننده حداکثر کننده مطلوبیت، کل مخارج  $m$  برابر با  $(e(u,p))$  است و این برابری می تواند  $u$  را به صورت تابعی از  $p$  و  $m$  بدهد که همان تابع غیرمستقیم است. اگر این کار برای تابع (27) انجام و در (29) جایگذاری شود آنگاه سهم مخارج کالای  $i$  ام، تابعی از  $p$  و  $m$  به دست می آید:

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i \ln \{m/P\} \quad (31)$$

که در آن:

$$\ln P = a_0 + \sum_k a_k \cdot \ln p_k + 1/2 \sum_j \sum_k \gamma_{kj} \cdot \ln p_k \cdot \ln p_j \quad (32)$$

به این تابع، تقاضای AIDS به شکل سهم بودجه ای آن گفته می شود که در آن روابط زیر برقرار است:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad , \quad \sum_i \gamma_{ij} = 0 \quad , \quad \sum_i \beta_i = 0 \quad (33)$$

$$\sum_j \gamma_{ij} = 0 \quad (34)$$

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (35)$$

سیستم AIDS به راحتی قابل تفسیر است. این سیستم نشان می دهد که در صورت نبود تغییر قیمت های نسبی و درآمدهای واقعی (مخارج واقعی)، سهم مخارج کالای مورد نظر ثابت باقی می ماند. تغییر در مخارج واقعی از طریق  $\beta_i$  ها و تغییر در قیمت های نسبی از طریق  $\alpha_i$  ها بر سهم مخارج کالا اثر می گذارد.  $\beta_i$  ها برای کالاهای لوکس مثبت و برای کالاهای ضروری منفی و جمع آنها صفر است. همچنین، می توان نشان داد که سیستم معادلات AIDS برای کل جامعه قابل تعمیم است.<sup>۳۳۰</sup>

---

330- Deaton, A.S. and Muellbur, J., (1980).

نکته مهم این سیستم آن است که با توجه به شاخص قیمت  $P$  معادله فوق بر حسب ضرایب غیرخطی بوده و سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل غیرخطی<sup>۳۳۱</sup> (NAIDS) را تشکیل می‌دهد و برای برآورد ضرایب، به استفاده از روش‌های غیرخطی برای برآورد ضرایب نیاز است که این مسأله خود نیازمند داشتن اطلاعات و آمار کافی است. در بیشتر مطالعات تجربی به جای استفاده از شاخص واقعی  $P$  و روش غیرخطی از شاخص استون به عنوان جانشینی برای شاخص واقعی  $P$  استفاده شده و با این عمل مدل به صورت سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل خطی<sup>۳۳۲</sup> (LAIDS) درآمد و توابع تقاضا به صورت توابعی خطی از قیمت‌ها و مخارج کل تبدیل می‌شود که می‌توان آن را با استفاده از روش‌های خطی، برآورد نمود. دیتون و مولبار برای تبدیل سیستم تقاضای خودشان به یک سیستم خطی شاخص استون<sup>۳۳۳</sup> را به صورت زیر معرفی کردند:

$$\ln P = \sum_k w_k \ln P_k \quad (36)$$

کشش‌های درآمدی  $\eta_i^1$  و قیمتی خودی  $\mu_{ii}^1$  و قیمتی متقاطع  $\mu_{ij}^1$  سیستم تقاضای LAIDS به صورت زیر محاسبه می‌شود (اندیس بالایی ۱ نشان دهنده خطی بودن سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل است).

$$\eta_i^1 = \frac{\beta_i^1}{w_i} + 1 \quad (37)$$

$$\mu_{ii}^1 = \frac{\gamma_{ii}^1}{w_i} - 1 \quad (38)$$

$$\mu_{ij}^1 = \frac{\gamma_{ij}^1}{w_i} \quad (39)$$

می‌توان نشان داد که با کشش درآمدی  $\eta_i$  و قیمتی خودی  $\mu_{ii}$  و قیمتی متقاطع  $\mu_{ij}$  سیستم تقاضای AIDS برای حالت اولیه خود از روابط زیر به دست می‌آید:

331- Nonlinear Almost Ideal Demand System (NAIDS).

332- Linear Almost Ideal Demand System (LAIDS).

333- Stone's Index.

$$\eta_i = \frac{\beta_i}{w_i} + 1 \quad (I)$$

$$\mu_{ii} = \frac{\gamma_{ii}}{w_i} - 1 - \beta_i \quad (II)$$

$$\mu_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \beta_i (w_j / w_i) \quad (III)$$

**رهیافت چهارم؛** بسیاری از مطالعات تجربی اخیر تقاضا، بر اساس مبتنی بر تصریح لگاریتم دو طرفه و کشش ثابت انجام گرفته است. این مطالعات به لحاظ تجربی نتایج خوبی را نشان می دهد اما به لحاظ قیود نظری که در بخش قبلی بیان شد مناسب نیست. همان طور که بیان شد به غیر از قید همگنی، این قیدها را می توان بر اساس کشش ها بیان کرد. تأمین این خواص کشش های ثابت مستلزم سهم بودجه ای ثابت است که به لحاظ نظری جالب نبوده و به لحاظ تجربی غیرقابل قبول است.

تایل (۱۹۶۵) با یک تصریح از لگاریتم دو طرفه شروع کرد و به مقدار و قیمت

زیر می رسد؛

$$w_i \cdot d \ln q_i = b_i (d \ln m - \sum_j w_j d \ln p_j) + \sum_j s_{ij} d \ln p_j \quad (40)$$

که در آن  $b_i = w_i \cdot \eta_i$  ،  $s_{ij} = w_j \cdot \epsilon_{ij}$  به عنوان ثابت رفتار عمل می کنند. این انتخاب ثابت ها با عنوان سیستم رتردام<sup>۳۳۴</sup> معروف است. در یک بازبینی، مجموع انگل و اسلاتسکی نشان می دهد که:

$$\sum_i b_i = 1 \quad , \quad \sum_i s_{ij} = 0 \quad (41)$$

در حالی که شرط همگنی از طریق رابطه زیر حاصل می شود:

$$\sum_j s_{ij} = 0 \quad (42)$$

و شرط تقارن (۷) به رابطه زیر تبدیل می شود:

$$s_{ij} = s_{ji} \quad (43)$$

شرط منفی نیز چنین خواهد بود:

$$\sum_i \sum_j x_i s_{ij} x_j < 0 \quad x_i, x_j \neq \text{constant} \quad (44)$$

همه این شرایط بر حسب ثابت‌های سیستم بوده و می‌تواند یا آزمون شود و یا بر سیستم تحمیل شود.

از آنجاکه  $\eta_i = b_i/w_i$  است همگنی می‌تواند فقط از طریق تحمیل  $b_i = w_i$  برای همه آنها به دست آید یعنی از طریق ثابت ساختن  $w_i$  نسبت به تغییرات قیمت حاصل می‌شود.

این مدل با توجه به این مسأله که عکس‌العمل متقابل  $i$  و  $j$  بوسیله  $s_{ij}$  نشان داده می‌شود، یک حالت عمومی است. با توجه به  $\eta_i = b_i/w_i$ ، علامت  $\eta_i$  از طریق  $b_i$  تعیین می‌شود. یک کالای تخمین زده شده ممکن است پست باشد ( $b_i < 0$  ،  $\eta_i < 0$ ) و یا غیرپست ( $b_i \geq 0$  ،  $\eta_i \geq 0$ ) باشد. در حالت دوم، کالا می‌تواند یک کالای نرمال ( $b_i \leq w_i$  &  $\eta_i \leq 1$ ) یا یک کالای لوکس ( $b_i > w_i$  &  $\eta_i > 1$ ) باشد. کالا می‌تواند با تغییرات  $w_i$  از لوکس تا نرمال و یا بر عکس تغییر کند. یک کالا نمی‌تواند از یک کالای غیرپست تا یک کالای پست تغییر کند. یک ویژگی مشابه برای سیستم تقاضای AIDS نیز قابل بحث است. از رابطه (۳۷) می‌توان نتیجه گرفت که علامت  $\beta_i$  تعیین کننده این است که  $\eta_i$  بزرگتر از دیگری است یا نه. یک کالا لوکس است یا ضروری، بدون این که امکان تغییر آن از طریق یک متغیر برون‌زا امکان پذیر باشد.

اگر کالایی ضروری است می‌تواند از کالای نرمال تا کالای پست تغییر کند و یا برعکس. هر مقدار ثابت  $b_i$  از سیستم رتردام و  $\beta_i$  از سیستم AIDS برای مقید بودن ظاهر می‌شوند. آیا ممکن است یک تصریح طوری انجام شود که کالا از یک چرخه زندگی اقتصادی بگذرد یعنی در ابتدا لوکس، سپس نرمال و در نهایت پست شود. با سطح معمولی از تجمع یک کالای پست، به ندرت قابل مشاهده است؛ اگرچه، کاهش اهمیت عملی آن، محدودیت ثابت  $b_i$  است.

#### ۴- خانواده توابع تقاضای دیفرانسیلی<sup>۳۳۵</sup>

مدل رتردام (۴۰) را با استفاده از (۱۱) و (۱۲) می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$w_i \cdot d \ln q_i = b_i \cdot d \ln Q + \sum_j s_{ij} \ln p_j \quad (45)$$

این در واقع یکی از چهار مدل مورد بررسی در قسمت قبل است. حال مدل AIDS رابطه (۳۱) را در نظر بگیرید که به فرم دیفرانسیلی است. اگر به جای  $d \ln P^*$  رابطه (۳۱)،  $d \ln P$  رابطه (۱۲) جایگذاری شود با استفاده از روابط (۱۱) و (۱۲) خواهیم داشت:

$$dw_i = \beta_i \cdot d \ln Q + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_j \quad (46)$$

اگر به روابط (۴۵) و (۴۶) توجه شود طرف راست هر دو خیلی شبیه بوده ولی طرف چپ آن متفاوت ولی مرتبط به هم است. در واقع می‌توان نوشت:

$$dw_i = w_i \cdot d \ln q_i + w_i \cdot d \ln p_i - w_i \cdot d \ln m \quad (47)$$

که نشان می‌دهد که  $w_i \cdot d \ln q_i$  جزء مقداری تغییر سهم بودجه‌ای،  $w_i$  است در حالی که  $w_i \cdot d \ln p_i$  و  $-w_i \cdot d \ln m$  مربوط به تغییرات برون‌زا در قیمت و پول است. می‌توان با استفاده از (۴۷) نشان داد که چطور ضرایب (۴۵) و (۴۶) به هم مرتبطند. با جایگذاری  $w_i \cdot d \ln q_i$  در (۴۷)، طرف راست (۴۵) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} dw_i &= b_i \cdot d \ln Q + \sum_j s_{ij} d \ln p_j + w_i d \ln p_i - w_i d \ln m \\ &= (b_i - w_i) d \ln Q + \sum_j (s_{ij} + w_i \delta_{ij} - w_i w_j) d \ln p_j \end{aligned} \quad (48)$$

که در آن از روابط (۱۲) و (۱۳) برای جایگذاری در  $d \ln m$  استفاده شده است. مقایسه با رابطه (۴۶) نشان می‌دهد که معادل آن عبارت است از:

$$\beta_i = b_i - w_i \quad (49)$$

$$\gamma_{ij} = s_{ij} + w_i \delta_{ij} - w_i w_j$$

متغیر در نظر گرفتن  $w_i$  و ثابت در نظر گرفتن  $b_i$ ،  $s_{ij}$  تفاوت اصلی ثابت در

نظر گرفتن  $\beta_i$ ,  $\gamma_{ij}$  است. در واقع دو سیستم متفاوت بوده ولی قابل مقایسه‌اند.

### مدل CBS و NBR

بنیان‌های نظری این سیستم توسط دریل و کلر<sup>۳۳۶</sup> پایه‌گذاری شد و بعدها توسط افرادی مانند بارتن<sup>۳۳۷</sup>، دریل و دیگران<sup>۳۳۸</sup>، فیلیپ دشامپ<sup>۳۳۹</sup> و دیگران مورد پی‌گیری قرار گرفت. دریل و کلر از اداره مرکزی آمار هلند<sup>۳۴۰</sup> (CBS) یک مدل دو رگه (یا ترکیبی) را از سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل AIDS دیتون و ملبور<sup>۳۴۱</sup> و سیستم تقاضای رتردام تایل<sup>۳۴۲</sup> بوسیله جایگزین کردن  $\beta_i + w_i$  به جای  $b_i$  در رابطه (۴۵)، و جابه‌جا کردن  $w_i d \ln Q$  به سمت چپ ایجاد کردند. نتیجه چنین سیستمی (CBS) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$w_i (d \ln q_i - d \ln Q) = \beta_i d \ln Q + \sum_j s_{ij} d \ln p_j \quad (50)$$

$$w_i (d \ln q_i / Q) = \beta_i d \ln Q + \sum_j s_{ij} d \ln p_j \quad \text{یا}$$

که در آن پارامترهای  $\beta_i$  &  $s_{ij}$  ثابت فرض شده و  $q_i$  مقدار تقاضای کالای  $i$ ام و  $p_j$  قیمت کالای  $j$ ام است.  $Q$  کل مخارج واقعی<sup>۳۴۳</sup> بوده و به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$d \ln Q = \sum_{j=1}^n w_j d \ln q_j = d \ln m - \sum_{j=1}^n w_j d \ln p_j \quad (51)$$

در این رابطه  $m$  ارزش کل مخارج<sup>۳۴۴</sup> بوده و  $w_i = p_i q_i / m$  سهم بودجه‌ای کالای  $i$ ام و  $n$  نیز تعداد کالاها است. ضرایب قیمت‌ها،  $s_{ij}$ ، نیز ضرایب اسلاتسکی نامیده می‌شود.

کشش درآمدی  $\eta_i$  و کشش قیمتی جبران نشده  $\mu_{ij}$  کالای  $i$ ام نسبت به

336- Driel & Keller (1985).

337- Barten (1989, 1993).

338- Driel, Nadall & Zeelenberg (1997).

339- Philippe J. Deschamps (1997, 2000).

340- Dutch Central Bureau of Statistics(CBS).

341- (Deaton & AIDS Muellbauer;1985).

342- (Theil;1965).

343- Total Real Expenditure.

344- Value of Total Expenditure.

قیمت کالای زام عبارتند از:

$$\eta_i = \frac{\beta_i}{w_i} + 1 \quad (52)$$

$$\mu_{ij} = \frac{s_{ij}}{w_i} - \eta_i w_j \quad (53)$$

مدل CBS (۵۰) به شکل دیفرانسیلی بیان شده است، برای رسیدن به معادلات قابل برآورد، بایستی به تغییرات محدود تبدیل شوند. می‌توان از روش تایل برای مدل رتردام استفاده کرد که اصولاً یک کاربرد از قاعده ذوزنقه‌ای<sup>۳۴۵</sup> است. برای سهم بودجه‌ای از میانگین وزن دو دوره استفاده می‌شود؛

$$\bar{w}_{it} = (w_{i,t-1} + w_{i,t})/2 \quad (54)$$

و اپراتور دیفرانسیلی لگاریتمی  $D$  به صورت زیر خواهد بود:

$$Dy_t = \ln y_t - \ln y_{t-1} \quad t = 2, \dots, T \quad (55)$$

عبارت تغییرات محدود بعد از وارد کردن جمله اختلال  $\varepsilon_{it}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{w}_{it} D \frac{q_{it}}{Q_t} = \beta_i DQ_t + \sum_{j=1}^n s_{ij} Dp_j + \varepsilon_{it} \quad (56)$$

که در آن  $DQ_t$  به صورت  $\sum_j \bar{w}_{jt} Dq_{jt}$  محاسبه می‌شود که جمع پذیری را تضمین می‌کند.

مدل CBS معرفی شده یک معادله اقتصاد خرد برای خانوار انفرادی است. این مدل یک سیستم تقاضای دیفرانسیلی است که برای اندازه‌گیری اثر تغییرات قیمت و مخارج کل روی سهم بودجه‌ای کالاهای مختلف به کار می‌رود. بنابراین این شکل از مدل برای تحلیل‌های سری زمانی مناسب است. برای تحلیل‌های اطلاعات مقطعی<sup>۳۴۶</sup> مدل تقاضا بهتر است به جای تقاضای دیفرانسیلی به صورت سطح باشد. اینکار توسط دریل و دیگران مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>۳۴۷</sup>

345- Trapezoid Rul.

346- Cross-section.

347- Hans Van Driel, Venuta & Kees Zeelenberg, 1997.



این سیستم شامل ضرایب درآمدی AIDS،  $\beta_i$ ، و ضرایب قیمتی رتردام،  $s_{ij}$ ، است. این فقط دو مدل پایه‌ای را در شرایط جمع‌پذیری و همگنی و تقارن را بر حسب تنها ضرایب شریک می‌کند. مدل را می‌توان بر اساس شرط منفی نیز ساخت، به عبارت دیگر این شرط را می‌توان بر مدل تحمیل کرد. نوس<sup>۳۴۸</sup> مدل دورگه دیگری را به نام NBR، مورد بررسی قرار داد. او در سیستم تقاضای AIDS (۴۶)  $b_i - w_i$  را جایگزین  $\beta_i$  کرد و سیستم تقاضای NBR به صورت زیر به دست آورد:

$$dw_i + w_i d \ln Q = b_i d \ln Q + \sum_j r_{ij} d \ln p_j \quad (57)$$

این سیستم ضرایب درآمدی رتردام و ضرایب قیمتی AIDS را ثابت در نظر می‌گیرد. این مدل نیز شرایط قانون جمع‌پذیری، همگن و تقارن را تأمین می‌کند، اما شرط منفی را نمی‌تواند تأمین کند؛ ضمن این که ساختار ترجیحات مخصوص، نمی‌تواند بوسیله انتخاب ثابت‌ها جاسازی شود.

طرف راست سیستم‌های ۴ گانه، شامل متغیرهای یکسان ولی طرف چپ متفاوتند. اگر طرف چپ سیستم‌های رتردام (۴۵)، سیستم CBS (۵۰)، سیستم AIDS (۴۶) و سیستم NBR (۵۷) را به ترتیب با  $Y_{Ni}, Y_{Ai}, Y_{Ci}, Y_{Ri}$  نشان داده شود می‌توان اختلاف دو به دو آنها را به صورت زیر نشان داد:

$$Y_{Ci} - Y_{Ri} = w_i (d \ln q_i - d \ln Q) - w_i d \ln q_i = -w_i d \ln Q \quad (58a)$$

$$Y_{Ai} - Y_{Ci} = dw_i + w_i (d \ln q_i - d \ln Q) = w_i (d \ln p_i - d \ln P) \quad (58b)$$

$$Y_{Ni} - Y_{Ai} = dw_i + w_i \ln Q - dw_i = w_i d \ln Q \quad (58c)$$

که در آن از (۴۷) و (۱۳) استفاده شده است. همه تفاضل‌های دوتایی دیگر را می‌توان از این سه عبارت به دست آورد. سیستم تقاضای سنتی متغیرهای طرف چپ، یعنی  $d \ln Q$ ، تغییر در درآمد واقعی،  $d \ln p_i$ ،  $i = 1, \dots, n$ ، را به عنوان متغیرهای برون‌زا در نظر می‌گیرد.

---

348- Neves (1987).

## ۵- ادبیات تجربی

در زمینه مطالعه تجربی سیستم‌های تقاضا مطالعات ارزنده زیادی در خارج و داخل کشور انجام گرفته است که برخی از آنها در ذیل آمده است. استون<sup>۳۴۹</sup> برای اولین بار سیستم مخارج خطی را (LES) را پیشنهاد داده است. آقای‌هاتاکر<sup>۳۵۰</sup> مدل سیستم لگاریتم جمعی را غیرمستقیم (IAS) را ارائه نمود. سیستم رتردام برای اولین بار توسط تایل<sup>۳۵۱</sup> ابداع شد. به دنبال مقاله دیورت<sup>۳۵۲</sup> شکل‌های تبعی انعطاف پذیر مطرح شد. سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS) توسط دیتون و میولبور<sup>۳۵۳</sup> پیشنهاد شد. ملینا<sup>۳۵۴</sup> تقاضای خوراک اسپانیا را با استفاده از مدل AIDS برای دوره ۱۹۸۹-۱۹۶۴ برآورد نمود.

دریل و کلر از اداره مرکزی آمار هلند<sup>۳۵۵</sup> (CBS) یک مدل دو رگه (یا ترکیبی) را از سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل AIDS دیتون و میولبور و سیستم تقاضای رتردام تایل ایجاد کردند.

از جمله کارهای علمی اولیه انجام گرفته در زمینه تقاضای کالاهای اساسی، تحقیق "پیش نیازهای مصرفی سرانه کالاهای اساسی" می‌باشد که توسط دکتر محمد طبیبیان انجام گرفته است. شاید بتوان گفت که اولین کار جامعی که در زمینه تابع تقاضای سیستمی در ایران انجام گرفته کار آقای علی خسروی نژاد (خسروی نژاد؛ ۱۳۶۹) است که در آن به برآورد مخارج خطی در مناطق شهری پرداخته است. سیستم معادلات تقاضا و تحلیل رفتار مصرفی شهرنشینان، تحقیق دیگری است که توسط آقای صمیمی فر (صمیمی فر؛ ۱۳۷۲) انجام گرفته است. رساله دکتری آقای علی قنبری عدیوی (قنبری عدیوی؛ ۱۳۷۲) در زمینه عرضه و تقاضای گوشت است که تقاضای گوشت در ایران را با استفاده از سیستم تقاضای

---

349- Ston; (1954).

350- Houtakker; (1960).

351- Theil; (1965).

352- Diewrt; (1971).

353- Deaton, A.Muellbaur; (1980).

354- Molina; (1994).

355- Dutch Central Bureau of Statistics(CBS).

تقریباً ایده‌آل برآورده نموده است. کار دیگری که در زمینه تابع تقاضای سیستمی انجام گرفته، بررسی رفتار مصرفی خانوار شهری در ایران می‌باشد که آقای مهرداد سپه‌وند با استفاده از سیستم مخارج خطی کشش گروه‌های مختلف، بودجه خانوار از جمله مسکن، پوشاک، خوراک و... را برآورد نموده است. کار بسیار ارزنده دیگری که در این زمینه انجام گرفته برآورد تابع تقاضای نان با استفاده از مدل‌های LES، IAS و سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل می‌باشد که توسط خانم گیلدا عبدلی (عبدلی؛ ۱۳۷۵) صورت گرفته است. آقای علیرضا پناهی (پناهی؛ ۱۳۷۷) با استفاده از مدل AIDS به تحلیل رفتار مصرفی در مناطق شهری پرداخته است. همچنین مقاله‌ای از آقایان داوود سوری و پویان مشایخ‌آهنگران (سوری و مشایخ؛ ۱۳۷۷) به چاپ رسیده است که در آن با استفاده از اطلاعات تابلویی<sup>۳۵۶</sup> سال‌های ۱۳۷۴-۱۳۷۱ مدل AIDS برآورد گردیده است. محمدزاده (۱۳۷۸) با استفاده از سیستم تقاضای AIDS، سیستم تقاضای گروه‌های مختلف خوراک را برآورد نموده است. به‌طور کلی در زمینه سیستم‌های تقاضا، مطالعات ارزنده‌ای صورت گرفته است ولی به نظر می‌رسد که سیستم تقاضای CBS هنوز در ایران مورد آزمون قرار نگرفته است. لذا پرداختن به این موضوع و بررسی سازگاری آن با داده‌های اقتصاد ایران حائز اهمیت خواهد بود.

## ۶- داده‌ها

برای مقایسه دو مدل AIDS و CBS از داده‌های سالانه مربوط به متوسط مخارج مصرفی خانوار شهری ایران و قیمت‌های متناظر با آنها برای دوره ۱۳۵۰-۱۳۸۰ استفاده شده است. داده‌های اولیه جمع‌آوری شده، شامل ۸ گروه کالا و خدمات است که عبارتند از: ۱- گروه خوراکی‌ها، آشامیدنی‌ها و دخانیات (خوراک)، ۲- گروه مسکن و سوخت (مسکن)، ۳- گروه پوشاک و کفش (پوشاک)، ۴- گروه لوازم، اثاثیه، ملزومات و خدمات خانوار (لوازم و اثاثیه)، ۵- گروه بهداشت و درمان (بهداشت)، ۶- حمل و نقل و ارتباطات (حمل و نقل)، ۷- گروه تفریحات،

سرگرمی‌ها و خدمات فرهنگی (تفریحات)، ۸- گروه کالاها، سرگرمی‌ها، خدمات متفرقه.

در برآورد مدل‌ها، ۴ گروه آخر که سهم پایینی را به خود اختصاص داده بودند تحت عنوان گروه متفرقه جمع شده‌اند. لذا گروه‌های مخارجی مورد استفاده در این تحقیق و علائم اختصاری آنها به صورت زیر می‌باشد؛

- ۱- خوراک (FO)                      ۲- مسکن (HO)                      ۳- پوشاک (CL)  
۴- لوازم و اثاثیه (FU)                      ۵- متفرقه (TH)

لازم به ذکر است که آمار مربوط به مخارج خانوار شهری، از نتایج تفصیلی آمارگیری از هزینه و درآمد خانوارهای شهری جمع‌آوری شده است که هر سال توسط مرکز آمار ایران منتشر می‌شود. همچنین شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی شهری از آمارهای منتشر شده توسط بانک مرکزی استخراج شده است. داده‌های مربوط به متوسط مخارج خانوارهای شهری ایران نشان می‌دهد که به‌طور متوسط در طول دوره ۱۳۵۰-۱۳۸۰ گروه خوراک در بین گروه‌های مختلف مخارجی با ۳۶٪ بالاترین سهم بودجه‌ای را به خود اختصاص داده است. و لی این سهم در طول دوره، روند نزولی داشته است. به‌طوری‌که سهم گروه خوراک در بودجه خانوارهای شهری از ۴۶/۹٪ در سال ۱۳۵۰ به ۲۵٪ در پایان دوره مورد بررسی کاهش یافته است و در مقابل گروه مخارجی مسکن به طور متناظر، از ۲۰٪ به ۳۱/۹٪ افزایش یافته است که این سهم، بالاترین سهم مخارجی در بین گروه‌های مختلف مخارجی است.

جدول ۱- سهم گروه‌های مختلف کالاها و خدمات در سبد مخارج خانوارهای مناطق شهری ایران

	سهم خوراک (sfo)	سهم پوشاک (scl)	سهم مسکن (sho)	سهم لوازم و اثاثیه (sfu)	سهم سایر (sth)
۱۳۵۰	۰/۴۶۹	۰/۰۸۵	۰/۲۰۰	۰/۰۶۸	۰/۱۷۸
متوسط دوره	۰/۳۶۶	۰/۰۸۸	۰/۲۹۱	۰/۰۶۴	۰/۱۹۱
۱۳۸۰	۰/۲۵۶	۰/۰۶۹	۰/۳۱۹	۰/۰۶۱	۰/۲۹۶

### ۷- برآورد سیستم‌های تقاضا

در این قسمت نتایج حاصل از برآورد سیستم‌های تقاضا در دو بخش تنظیم شده است. بخش اول مربوط به برآورد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS) است که در آن سعی شده است ابتدا سیستم را برآورد کرده سپس خواص نظری رفتار مصرف کننده مورد آزمون قرار گیرد. در بخش بعدی به ارائه نتایج حاصل از برآورد سیستم تقاضای CBS پرداخته شده است.

#### الف - سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل (AIDS)

همانطور که در قسمت نظری طرح از نظر گذشت، فرم سهم مخارجی سیستم تقاضای AIDS را می‌توان به صورت معادله (۳۱) بیان کرد. این سیستم برای گروه پنج گانه معرفی شده در قسمت داده‌ها و با استفاده از شاخص استون و تقریب خطی، مورد بررسی و برآورد قرار گرفت. معادلات سهمی گروه‌های مختلف کالایی موجود در سیستم تقاضای AIDS با استفاده از برآورد سیستمی SUR یا رگرسیون به ظاهر نامرتب<sup>۳۵۷</sup> انجام گرفته شده است. برآورد تجربی حالت‌های مختلف این سیستم نشان داد که شکل پویای سیستم<sup>۳۵۸</sup> که در آن سهم مخارج هر گروه کالایی با یک وقفه به‌عنوان متغیر توضیحی ظاهر می‌شود مناسب‌تر است. این متغیر توضیحی، اثر عادت مصرفی مصرف کنندگان طی سال‌های قبل

357- SUR: Seemingly Unrelated Regression.

358- Greene W.H. (2000).

را بر مصرف جاری نشان می‌دهد (مولینا و آلبرتو)<sup>۳۵۹</sup>. همچنین با ترسیم شکل سهم مخارج گروه لوازم و اثاثیه، یک شیفت در سال ۱۳۵۸ (آغاز) دیده می‌شود که این مسأله به لحاظ آماری با استفاده از متغیر مجازی<sup>۳۶۰</sup> (D58) قابل تأیید است.

جدول ۲- برآورد پارامترهای سیستم تقاضای AIDS برای پنج گروه عمده کالایی مخارج مصرف کننده

	$\alpha_i$	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$	$\gamma_{i5}$	$\beta_i$	$s_i(-1)$	D58	$\bar{R}^2$
سهم خوراک (sfo) (se)	۰/۶۰۰ (۰/۲۹۱)	۰/۰۸۵ (۰/۰۴۰)	-۰/۱۷۰ (۰/۰۴۱)	-۰/۰۸۴ (۰/۰۲۳)	۰/۱۲۰ (۰/۰۳۵)	۰/۰۲۰ (۰/۰۲۲)	-۰/۰۱۸ (۰/۰۲۹)	-۰/۲۷۱ (۰/۱۴۵)		۰/۸۵۲
سهم پوشاک (scl) (se)	۰/۰۰۸ (۰/۰۹۵)	-۰/۰۷۶ (۰/۰۱۳)	۰/۰۷۷ (۰/۰۱۴)	-۰/۰۲۵ (۰/۰۰۸)	۰/۰۳۲ (۰/۰۱۱)	-۰/۰۱۳ (۰/۰۱۱)	۰/۰۱۳ (۰/۰۰۹)	-۰/۰۵۲ (۰/۰۴۷)		۰/۸۵۸
سهم مسکن (sho) (se)	۱/۰۵۵ (۰/۲۹۷)	۰/۱۲۳ (۰/۰۴۱)	۰/۱۳۰ (۰/۰۴۲)	۰/۰۵۳ (۰/۰۲۴)	-۰/۰۸۹ (۰/۰۳۶)	-۰/۲۰۰ (۰/۰۳۳)	-۰/۰۹۴ (۰/۰۲۹)	-۰/۰۶۹ (۰/۱۴۸)		۰/۸۲۴
سهم لوازم و اثاثیه (sfu) (se)	-۰/۲۶۰ (۰/۰۹۹)	-۰/۰۸۹ (۰/۰۱۴)	۰/۰۳۲ (۰/۰۱۴)	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۸)	۰/۰۰۲ (۰/۰۱۲)	۰/۰۴۶ (۰/۰۱۱)	۰/۰۴۵ (۰/۰۱۰)	-۰/۱۳۹ (۰/۰۴۹)	-۰/۰۱۷ (۰/۰۰۶)	۰/۷۸۱
سهم سایر (sth)	-۰/۴۰۳	-۰/۰۴۸	-۰/۰۶۹	۰/۰۵۴	-۰/۰۶۶	۰/۱۴۷	-۰/۰۵۴			

- در جدول فوق اعداد داخل پرانتز که در سطر مربوط به (se) آمده است نشان‌دهنده انحراف معیار پارامتر تخمین زده است.

لازم به ذکر است که در جدول (۲)، ستون  $s_i(-1)$ ، مربوط به ضرایب خودرگرسیون معادلات (سهم بودجه ای) سیستم تقاضای AIDS بوده و ستون مربوط به D58، ضریب متغیر مجازی سال ۱۳۵۸ را برای معادله سهم بودجه‌ای گروه لوازم و اثاثیه نشان می‌دهد. در جدول (۲) و جداول مشابه بعدی اندیس‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ به ترتیب نشان دهنده گروه‌های خوراک (FO)، پوشاک (CL)، مسکن (HO)، لوازم و اثاثیه (FU) و سایر کالاها (TH) است.

حال می‌توان براساس ضرایب به دست آمده جدول شماره (۲) کشش‌های درآمدی، قیمتی خودی و قیمتی متقاطع را به ترتیب با توجه روابط (I)، (II) و

359- Molina & Alberto; (1994).  
360- Dummy Variable.

(III) مربوط به رهیافت سوم به دست آورد. نتیجه محاسبات در جدول (۳) گزارش شده است.

جدول ۳- کشش‌های درآمدی  $\eta_i$ ، قیمتی  $\mu_{ij}$  سیستم تقاضای AIDS

گروه کالا	$\mu_{i1}$	$\mu_{i2}$	$\mu_{i3}$	$\mu_{i4}$	$\mu_{i5}$	$\eta_i$
خوراک FO	-۰/۷۴۹	-۰/۴۵۹	-۰/۲۱۴	۰/۳۳۲	۰/۰۶۵	۰/۹۵۰
پوشاک CL	-۰/۹۱۴	-۰/۱۴۶	-۰/۳۳۰	۰/۳۵۳	-۰/۱۷۶	۱/۱۴۸
مسکن HO	۰/۵۵۸	۰/۴۷۶	-۰/۷۲۳	-۰/۲۸۶	-۲/۹۲۰	۰/۶۷۸
لوازم و اثاثیه FU	-۱/۶۴۷	۰/۴۳۲	-۰/۱۸۰	-۱/۰۱۳	۰/۵۹۰	۱/۶۹۹
سایر کالاها TH	-۰/۳۵۴	-۰/۳۸۴	۰/۲۰۲	-۰/۳۶۲	-۰/۲۸۵	۱/۲۸۴

- در جدول فوق  $\mu_{ij}$  کشش قیمتی گروه نام نسبت به گروه نام بوده و  $\eta_i$  کشش درآمدی گروه نام است.

با توجه به جدول (۳) می‌توان گفت همه کالاها، قانون تقاضا را تأمین کرده و دارای کشش قیمتی خودی منفی می‌باشند. گروه لوازم و اثاثیه دارای کشش قیمتی خودی  $-۱/۰۱۳$  است که در بین کشش‌های قیمتی خودی گروه‌های مختلف، بیشترین واکنش را نشان می‌دهد. کشش درآمدی<sup>۳۶</sup> گروه کالایی خوراک برابر با  $۰/۹۵$  می‌باشد یعنی با افزایش ده درصد مخارج خانوارهای شهری مخارج خوراکی شهری  $۹/۵$  درصد افزایش می‌یابد که این مسأله حاکی از آن است که با افزایش درآمد (یا مخارج) خانوارهای شهری سهم بودجه‌ای گروه خوراک را کاهش می‌دهند.

خصوصیت همگنی سیستم تقاضای AIDS، رابطه (۳۴)، برای تمام معادلات تقاضا مورد آزمون قرار گرفته و نتایج حاصل در جدول (۴) گزارش شده است. همان‌طور که از جدول آشکار است قید همگنی ( $\sum_j \gamma_{ij} = 0$ ) در تمام معادلات سیستم، در سطح معنی‌داری  $۵\%$  رد می‌شوند.

۳۶- به عبارت دیگر "کشش مخارجی".

جدول ۴- آزمون فرضیه همگن بودن معادلات تقاضای سیستم تقاضای AIDS

خوراک FO	F-statistic	۱۳/۸۹۳	Probability	۰/۰۰۱۲
	Chi-square	۱۳/۸۹۳	Probability	۰/۰۰۰۲
پوشاک CL	F-statistic	۵/۷۱۰	Probability	۰/۰۲۵۹
	Chi-square	۵/۷۱۰	Probability	۰/۰۱۶۹
مسکن HO	F-statistic	۸/۴۱۱	Probability	۰/۰۰۸۳
	Chi-square	۸/۴۱۱	Probability	۰/۰۰۳۷
لوازم و اثاثیه FU	F-statistic	۵/۳۲۹	Probability	۰/۰۳۰۷
	Chi-square	۵/۳۲۹	Probability	۰/۰۲۱۰

فرضیه قید تقارن برای سیستم تقاضای AIDS نیز را با توجه به رابطه (۳۵) آزمون شده و در جدول (۵) آورده شده است. خروجی نشان می‌دهد که قید تقارن ( $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ )، نیز در سیستم تقاضای AIDS برقرار نیست.

جدول ۵- آزمون قید تقارن در سیستم AIDS

Chi - square( $\chi^2$ )	Probability
۱۰۸/۰۸۵۳	۰/۰۰۰۰

#### ب- سیستم تقاضای CBS

در این قسمت، سیستم تقاضای دو رگه CBS، به صورت رابطه (۵۰) مورد بررسی تجربی قرار گرفته است. برای برآورد تجربی این سیستم، متغیرهای مورد نیاز برای برآورد با استفاده از همان اطلاعات مربوط به گروه‌های مختلف بودجه خانوار شهری مرتب شده و ضرایب مربوطه به دست آمده است. در برآورد این سیستم نیز، حالت‌های مختلف از طریق روش SUR برآورد شد. در یکی از آنها، عرض از مبدا نیز به عنوان متغیر توضیحی روند وارد شد، تا تغییراتی مانند سلیقه را نشان دهد که به دلیل بی معنی بودن، از مدل حذف شده است. نتیجه نهایی در جدول (۶) آورده شده است. در جدول (۶)،  $s_{ij}$ ها مربوط به ضرایب تغییرات لگاریتمی قیمت‌ها بوده،  $\beta_i$  نیز ضریب تغییرات لگاریتمی مخارج واقعی کل (Q)



است. همچنین ستون  $SD_i(-1)$  نیز ضرایب خودرگرسیون هر یک از معادلات تقاضا را نشان داده و D69 به عنوان متغیر مجازی سال ۱۳۶۹ (دوره بعد از جنگ) معادله تقاضای گروه خوراک است که در آن سال‌های بعد از ۱۳۶۹ عدد یک و برای سال‌های قبل صفر به خود گرفته است.

جدول ۶- برآورد سیستم تقاضای CBS برای گروه‌های عمده کالایی مخارج مصرف کننده

	$S_{i1}$	$S_{i2}$	$S_{i3}$	$S_{i4}$	$S_{i5}$	$\beta_i$	$SD_i(-1)$	D69	$\bar{R}^2$
سهام خوراک (sfo) (se)	-۰/۱۶۸۵ (-۰/۰۲۵۸)	۰/۰۴۳۷ (۰/۰۳۵۹)	-۰/۰۴۴۷ (-۰/۰۲۱۹)	۰/۰۵۷۳ (۰/۰۲۷۶)	-۰/۰۸۰۰ (-۰/۰۳۳۰)	-۰/۰۰۶۲ (۰/۰۲۳۰)	-۰/۰۰۳۷ (-۰/۰۱۰۰۶)	-۰/۰۹۳۵ (-۰/۰۱۲۷)	۰/۶۴۸
سهام پوشاک (scl) (se)	-۰/۰۰۵۸ (-۰/۰۱۸۷)	-۰/۰۲۶۰ (-۰/۰۱۸۴)	۰/۰۰۶۰ (۰/۰۱۱۴)	۰/۰۴۳۳ (۰/۰۱۳۹)	-۰/۰۲۲۲ (-۰/۰۱۷۵)	-۰/۰۱۴۱ (-۰/۰۱۲۴)	-۰/۰۳۱۳۹ (-۰/۱۴۲۳)		۰/۲۵۶
سهام مسکن (sho) (se)	۰/۰۰۵۶۱ (۰/۰۰۵۴۰)	۰/۱۴۴۶ (۰/۰۰۵۲۱)	-۰/۰۷۴۳ (-۰/۰۳۳۳)	-۰/۱۲۹۹ (-۰/۰۳۹۸)	۰/۰۴۵۰ (۰/۰۰۵۰۹)	-۰/۰۶۲۸ (-۰/۰۳۳۸)	-۰/۱۵۵۲ (-۰/۱۳۰۴)		۰/۳۰۳
سهام لوازم و اثاثیه (sfu) (se)	-۰/۰۱۴۲ (-۰/۰۱۸۴)	-۰/۰۱۴۳ (-۰/۰۱۸۸)	۰/۰۲۷۱ (۰/۰۱۱۴)	-۰/۰۲۵۱ (-۰/۰۱۳۹)	۰/۰۲۲۱ (۰/۰۱۸۵)	-۰/۰۴۳۹ (-۰/۰۱۲۱)	-۰/۱۹۷۰ (-۰/۱۵۸۱)		۰/۳۳۵
سهام سایر (sth)	۰/۱۲۲۴	-۰/۱۴۸۰	۰/۰۸۵۸	۰/۰۵۴۵	-۰/۱۲۴۹	-۰/۰۰۱۳			

- در جدول فوق اعداد داخل پرانتز که در سطر مربوط به (se) آمده است نشان دهنده انحراف معیار پارامتر تخمین زده می‌باشد.

حال می‌توان با توجه به ضرایب جدول (۶) کشش‌های درآمدی و قیمتی را بر اساس روابط (۵۲) و (۵۳) به دست آورد. نتیجه محاسبه در جدول (۷) آورده شده است. علائم مربوط به کشش‌های قیمتی خودی نشان می‌دهد که معادلات تقاضای برآورده شده با قانون تقاضا سازگار است. براساس این مدل گروه کالایی متفرقه و خوراک بیشترین واکنش را نسب به تغییرات قیمتی خودی نشان می‌دهد. همچنین با توجه به این که کشش درآمدی گروه لوازم و اثاثیه، مقدار ۱/۶۸٪ را به خود اختصاص داده است می‌توان گفت که با افزایش درآمد مصرف کنندگان شهری، سهم بودجه‌ای این گروه افزایش می‌یابد.

جدول ۷- کَشش‌های درآمدی  $\eta_i$ ، قیمتی  $\mu_{ij}$  سیستم تقاضای CBS

گروه کالا	$\mu_{i1}$	$\mu_{i2}$	$\mu_{i3}$	$\mu_{i4}$	$\mu_{i5}$	$\eta_i$
خوراک FO	-۰/۸۳۳	۰/۰۲۹	۰/۴۱۸	۰/۰۹۱	۰/۰۲۵	۱/۰۱۷
پوشاک CL	-۰/۴۴۶	-۰/۳۸۵	-۰/۲۳۴	۰/۴۲۳	-۰/۴۴۹	۱/۰۳۹
مسکن HO	-۰/۰۹۴	۰/۴۲۸	-۰/۴۸۳	-۰/۴۹۷	۰/۰۰۵	۰/۷۸۴
لوازم و اثاثیه FU	-۰/۸۳۸	-۰/۳۷۲	-۰/۰۶۶	-۰/۴۹۹	۰/۰۲۳	۱/۶۸۴
سایر کالاها TH	۰/۳۳۱	-۰/۸۶۴	۰/۱۶۱	۰/۲۲۲	-۰/۸۴۴	۰/۹۹۳

- در جدول فوق  $\mu_{ij}$  کَشش قیمتی گروه نام نسبت به گروه نام بوده و  $\eta_i$  کَشش درآمدی گروه نام است.

آزمون قید همگنی نیز برای سیستم تقاضای CBS انجام گرفته و نتایج آن در جدول (۸) آمده است. همانطور که جدول مربوطه نشان می‌دهد قید همگنی برای همه معادلات تقاضا برقرار است و قید همگنی این سیستم را نمی‌توان در سطح معنی‌داری ۵٪ رد کرد.

جدول ۸- آزمون فرضیه همگن بودن معادلات سیستم تقاضای CBS

خوراک FO	F-statistic	۲/۶۸۶	Probability	۰/۱۱۷
	Chi-square	۲/۶۸۶	Probability	۰/۱۰۱
پوشاک CL	F-statistic	۰/۱۴۳	Probability	۰/۷۰۹
	Chi-square	۰/۱۴۳	Probability	۰/۷۰۵
مسکن HO	F-statistic	۰/۶۳۸	Probability	۰/۴۳۳
	Chi-square	۰/۶۳۸	Probability	۰/۴۲۴
لوازم و اثاثیه FU	F-statistic	۰/۳۳۰	Probability	۰/۵۷۲
	Chi-square	۰/۳۳۰	Probability	۰/۵۶۵

نتیجه آزمون فرضیه قید تقارن سیستم تقاضای CBS نیز نشان می‌دهد که این قید در سطح معنی‌داری ۵٪ رد می‌شود (جدول ۹).

جدول ۹- آزمون قید تقارن سیستم CBS

Chi - square( $\chi^2$ )	Probability
۲۳/۴۶۷۵	۰/۰۰۰۳

### ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن مرور سریع ویژگی‌های نظری توابع تقاضا، ۴ رهیافت اساسی که به تبیین سیستمی رفتار مصرف کننده می‌پردازد، مورد مطالعه قرار گرفته و مدل‌های دورگه CBS و NBR معرفی شدند. در بخش بعد با استفاده از مخارج مصرفی سالانه خانوارهای شهری ایران طی دوره ۱۳۵۰-۱۳۸۰ به مطالعه و مقایسه تجربی دو مدل AIDS و CBS پرداخته شده است. نتایج حاصل از برآورد تجربی این دو مدل و آزمون فرضیه‌های مربوط به سازگاری با ویژگی‌های نظری رفتار مصرف کنندگان، نشان داد که در سیستم تقاضای AIDS قید همگنی و تقارن صادق نبوده و مطالعه تجربی مخارج خانوار شهری آن را تأیید نمی‌کند. برآورد تجربی مدل CBS نشان می‌دهد که در این مدل ویژگی نظری قید همگنی، به لحاظ تجربی صادق است. قید تقارن مدل CBS نیز مانند مدل AIDS بر اساس داده‌های مورد مطالعه رد می‌شود. بنابر این شاید بتوان گفت مدل CBS به لحاظ سازگاری با ویژگی‌های نظری توابع تقاضا، از وضعیت بهتری برخوردار است. البته واضح است که این نتیجه براساس داده‌ها مورد استفاده این تحقیق به دست آمده و برای نتیجه‌گیری کلی در مورد این دو مدل رقیب نیاز به بررسی بیشتری با داده‌ها مختلف داشته تا محاسن و معایب آن در مطالعات موردی مختلف مشخص شود و این می‌تواند موضوع مطالعات بعدی قرار بگیرد.

### فهرست منابع

- ۱- پناهی، علیرضا، "تحلیل رفتار مصرفی در مناطق شهری، کاربرد سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل، مورد ایران"، مجله برنامه و بودجه، مرداد و شهریور ۱۳۷۷.
- ۲- خسروی نژاد، علی اکبر، برآورد سیستم مخارج خطی تقاضا برای خانوارهای شهری

- ایران، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده اقتصاد دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۷۰.
- ۳- سپه‌وند، مهرداد، بررسی الگوی رفتار مصرفی خانوارهای شهری در ایران (۱۳۷۱-۱۳۵۰). پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده دانشگاه علامه طباطبائی، پاییز ۱۳۷۵.
- ۴- سوری، داوود و مشایخ آهنگرانی، پویان، "برآورد سیستم معادلات تقاضا با توجه به نقش مشخصه‌های اجتماعی خانوار". پژوهشنامه بازرگانی، بهار ۱۳۷۷.
- ۵- صمیمی فر، سید قاسم، سیستم معادلات تقاضا و تحلیل رفتار مصرفی شهرنشینان، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران، بهمن ۱۳۷۲.
- ۶- طبیبیان، محمد، "پیش‌بینی نیازهای مصرفی سرانه کالاهای اساسی"، مجله برنامه و توسعه، تهران، سازمان برنامه و بودجه، شماره یک، زمستان ۱۳۶۸.
- ۷- عبدلی، گیلدا، برآورد تقاضای نان در ایران و محاسبه کشش‌های قیمتی و درآمدی آن (بررسی مسأله امکان حذف یارانه نان)، پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران، شهریور ۱۳۷۵.
- ۸- قنبری عدیوی، علی، مدل عرضه و تقاضای گوشت در ایران، پایان نامه دکتری اقتصاد دانشگاه تربیت مدرس، زمستان ۱۳۷۲.
- ۹- محمدزاده، پرویز، برآورد تقاضای خوراک در جامعه شهری ایران، روش تحلیل سیستم تقاضای تقریباً ایده‌آل. پایان نامه کارشناسی ارشد اقتصاد، دانشکده دانشگاه علامه طباطبائی، ۱۳۷۸.
- 10- Barten AP, "Consumer Allocation Models: Choice of Functional Form", *Empirical Economics*, 1993, 18: 129-158.
- 11- Christensen LR, Jorgenson DW, Lau LJ., "Transcendental Logarithmic Utility Functions", *American Economic Rev*, 1975, 5: 367-382.
- 12- Deaton, A. S. and Muellbur, J., *Economics and consumer behavior*. Cambridge University press, 1980.
- 13- Deaton, A. S. and Muellbur, J., "An Almost Ideal Demand System", *American Economic Review*, 1980, 70 (3); 312-26.
- 14- Diewert, W. E., "An Application of the Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", *Journal of Political Economics*, May 1971.
- 15- Driel, H. van, Venuta & Zeelenberg, K., " The Demand for Food in the United States and the Netherlands: A Systems Approach with the CBS Model", *Journal of Applied Econometrics*, 1997, Vol. 12, 509-532.

- 16- Frisch, R., " A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors". *Econometrica*, 1959, 27: 177-196.
- 17- Green, W., "Econometric Analysis", PRENTICE HALL, 2000.
- 18- Houtakker, H. S., "Additive Preferences". *Econometrica*, 1960, Vol 28.
- 19- Johnston, J. and Dinardo, J., *Econometric Methods*, 4th McGraw-Hill, 1997, pp: 318-320.
- 20- Keller WJ, van Driel, J., "Differential Consumer Demand Systems", *European Economic Rev.* 1985, 27: 375-390.
- 21- Kevin Z. Chen, "The symmetric problem in the linear almost ideal demand system", *Economics Letters*, 1998, 59, pp 309–315.
- 22- Molina, Jose, Alberto, "Food demand in Spain an application of almost ideal demand system", *Journal of Agricultural Economics*, May 1994.
- 23- Neves P., *Analysis of Consumer Demand in Portugal*, 1958-1981. Universite Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, 1987.
- 24- Parks RW., "Maximum Likelihood Estimation of the Linear Expenditure System", *Journal of American Statist Assoc*, 1971, 66: 900-903.
- 25- Philippe J. Deschamps, "Full maximum likelihood estimation of dynamic demand models", *Journal of Econometrics*, 1997, 82, pp. 335-359.
- 26- Philippe J. Deschamps, "Exact small-sample inference in stationary, fully regular, dynamic demand models", *Journal of Econometrics*, 2000, 97, pp. 51-91.
- 27- Stone, R., "Linear Expenditure System and Demand Analysis: an Application to the Pattern of British Demand", *The Economic Journal*, 1954.
- 28- Theil, H., "The information approach to demand analysis", *Econometrica*, 1965, Vol. 37, p: 265.