

مقایسه کارایی مدل‌های کلاسیک و پویای بیزی در کاربردی از مدل‌های خطی پویای سری زمانی بیزی

محمد رضا مشکانی*

علی فخاری**

تاریخ دریافت: ۸۳/۷/۱۲ تاریخ پذیرش: ۸۴/۴/۱۴

چکیده

پویایی و تغییرات پدیده‌ها نسبت به زمان، سرشت ذاتی پدیده‌های اقتصادی است. در اقتصادسنجی پدیده‌های اقتصادی، نادیده گرفتن ویژگی پویایی آنها منجر به ساده‌سازی بیش از حد پدیده‌ها می‌شود و مدل‌هایی که بر این مینا به دست می‌آیند اغلب واقع‌گرایانه نبوده، موجب تفسیرهای نادرست از آن پدیده‌ها می‌شوند.

کاربست رگرسیون برای بررسی روابط بین متغیرهای اقتصادی، عملی بسیار متداول است. در چنین کاربردهایی اغلب روابط بین متغیرها، ایستا در نظر گرفته می‌شوند و از تحوّل این روابط در طی زمان که باعث تغییر در ضرایب معادلات می‌شوند غفلت می‌شود. در این مقاله ضمن معرفی مدل‌های خطی پویا (DLM) کاربردی از این مدل‌ها را در مورد سری زمانی "متوسط هفتگی قیمت دلار" از دیدگاه بیزی ارائه می‌کنیم. هدف، بیان روش پویا برای مدل‌سازی فرایندهای اقتصادی است تا از این رهیافت، سری متوسط هفتگی قیمت دلار را مدل‌سازی و سپس قیمت دلار را به کمک این مدل‌ها پیش‌بینی کنیم. روش‌های مختلف دیگری مانند: سری‌های زمانی ARIMA و شبکه‌های عصبی برای مدل‌سازی مطرح هستند. نرخ ارز یک متغیر کلیدی و مهم اقتصادی در سیاست‌گذاری‌ها قلمداد می‌شود، تا جایی که گروهی از کارشناسان به خصوص در کشورهای در حال توسعه، از این متغیر به عنوان لنگر اسمی یاد می‌کنند، به همین دلیل تعیین نرخ ارز بسیار مورد توجه اقتصاددانان است.

طبقه‌بندی JEL: C22، F31.

کلید واژه: پیشگویی، دلار، رگرسیون، روش بیزی، سری زمانی، مداخله، مدل خطی پویا، مدل‌سازی.

* استاد آمار دانشگاه شهید بهشتی.
** کارشناس ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی.

۱- مقدمه

علم اقتصاد یکی از علومی است که بسیار زنده و پویاست. در این علم، مدام ایده‌های جدیدی برای توضیح، توصیف، و تفسیر پدیده‌های اقتصادی پدیدار می‌شوند و نظریه‌های موجود را تعمیم داده یا اصلاح می‌کنند. این تغییرات اصلاح‌گرایانه ناشی از بررسی منطقی شواهد تجربی و تطبیق آنها با پیشگویی‌های حاصل از مدل‌ها و نظریه‌های موجود است. در این فرایند، اصلاح مدل‌های آماری نقش عمده‌ای بر عهده دارند. از مدل‌های آماری بسیار متداول در اقتصاد، مدل‌های رگرسیونی سری‌های زمانی است که در آنها تحوّل پدیده‌ای در طی زمان بررسی می‌شود. شیوه رایج تا سال‌های اخیر استفاده از مدل‌های رگرسیونی ایستا بوده است که در آنها ضرایب معادله رگرسیونی وابسته به‌زمان نیستند و چنین فرض می‌شود که یک رابطه با ضرایب ثابت می‌تواند در زمان‌های مختلف کاربرد داشته باشد^۱. نتایج نادرست ناشی از این فرض غیرواقع‌گرایانه موجب پدید آمدن مدل‌های پویا شد که در آنها ضرایب نیز در طی زمان تحوّل می‌یابند و به‌واقعیت جهان خارج شباهت بیشتری دارند^۲.

ساختار مدل‌های خطی پویا بسیار شبیه به مدل‌های ایستاست، با این تفاوت که در این مدل‌ها شاخص‌های مدل ثابت در نظر گرفته نمی‌شوند و با گذشت زمان و دریافت هر داده جدید تأثیر آن بر شاخص‌ها اعمال می‌شود. در حقیقت شاخص‌های مدل در زمان t بر اساس اطلاعات موجود تا زمان t برآورد می‌شوند و به این ترتیب پویایی فرایند در نظر گرفته می‌شود. به دلیل این که این شاخص‌ها ثابت و حتمی نیستند برای این شاخص‌ها توزیع احتمال مشخصی را در نظر می‌گیرند.

واژه پویا برای بیان تغییراتی است که بر اثر گذشت زمان در مدل‌های اقتصادی پدید می‌آیند. در واقع دنباله‌ای از مدل‌ها را در نظر می‌گیریم که بتوانند مقادیر آینده شاخص‌ها را به شرط اطلاعات موجود و قابل دسترس در اختیار

1- Zellner , 1971.

2- West and Harrison 1997.

بگذارند. همچنین از یک رده بسیار شناخته شده این مدل‌ها استفاده می‌کنیم که کاربرد وسیعی دارند و آن رده مدل‌های خطی پویای نرمال است. با فرض آن که مبدأ زمانی $t=0$ زمان حال را نشان دهد، اطلاعات موجود و مورد نظر پیشگو تا این زمان (مجموعه اطلاعات آغازین) را با D_0 نشان می‌دهیم. مجموعه فوق کلیه اطلاعات آغازین و موجود سری و تاریخ گذشته سری و همه مقادیر تعریف‌کننده مدل را در بر می‌گیرد. در این جا هدف اصلی محاسبه توزیع پیشگوی $(Y_t | D_0)$ مقادیر آتی سری برای هر نقطه زمانی $t > 0$ است. اگر مجموعه اطلاعات تا زمان t ، یعنی D_t در اختیار باشد، محاسبه توزیع پیشگوی $(Y_s | D_t)$ برای زمان‌های $s > t$ مد نظر است.

با گذشت زمان اطلاعات آغازین پیشگو بیشتر می‌شود و مجموعه اطلاعات D_t گسترش پیدا می‌کند $D_t = \{Y_t, D_{t-1}\}$ و به این ترتیب توزیع‌های دنباله‌ای شکل می‌گیرند. بنابراین پیشگویی تک‌گامی سری Y_t بر حسب مدل پارامتری $P(Y_t | \theta_t, D_{t-1})$ میسر می‌شود که در آن بردار شاخص‌ها در زمان t است که خود این بردار بر پایه اطلاعات موجود تا زمان t ، یعنی D_t ، روزآمد شده است. در حقیقت زیر نویس t در بردار شاخص‌ها θ_t نشان‌گر پویایی شاخص‌ها نسبت به زمان است.

در اغلب مدل‌های آماری، فرض بر این است که مشاهدات مستقل از هم هستند و توزیع همانندی به صورت $N[\mu, V]$ دارند. مثلاً، برای سری زمانی Y_t فرض می‌شود که $(Y_t | D) \sim N[\mu, V]$ ولی اگر مشاهدات ناشی از فرایندی باشند که خود همواره در حال دگرگونی است و با گذشت زمان تغییرات در شاخص‌های آن (مثل میانگین و واریانس آن) طبیعی و گریز ناپذیر باشد، هر چند که این تغییرات بر حسب زمان آهسته و تدریجی باشند، مدل‌های ایستا دیگر کارایی مناسبی ندارند و باید از مدل‌های پویا (مانند: $N[\mu_t, V_t]$) برای مدل‌سازی این فرایند استفاده کرد. و چون همه اطلاعات نامطمئن مربوط به کمیت‌های قابل مشاهده یا شاخص‌های غیرقابل مشاهده مدل را می‌توان به صورت احتمالی نمایش داد، طبیعی است که از روش بیزی برای مدل‌سازی این گونه فرایندها استفاده کنیم.

در این روش برای متغیرهای قابل مشاهده به شرط دانستن مقادیر شاخص‌ها، یک توزیع احتمال نسبت داده می‌شود و علاوه بر آن برای شاخص‌ها نیز به دلیل تغییرات آنها بر حسب زمان، توزیع احتمالی دیگری فرض می‌شود. در این مقاله ضمن توصیف مبانی آماری فرایند عملی مدل‌سازی به شیوه‌ای که در بالا بیان شد، کاربرد این شیوه را در مدل‌سازی تغییرات نرخ ارز در ایران و برتری آن را نسبت به روش کلاسیک نشان می‌دهیم. در بخش اول به معرفی مدل‌های خطی پویا (DLM)، مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه اول، دوم و سوم و مدل‌های ARMA به صورت DLM می‌پردازیم. در بخش دوم ضمن بیان روش مدل‌سازی سری متوسط هفتگی قیمت دلار در ایران به دو روش کلاسیک و پویا مدل شده و مقایسه می‌شوند. به این سری دو نوع مدل $ARMA(1,1)$ و مدل پویای درجه دوم را برآزنده، مراحل برآزش مدل و نتایج پیشگویی‌های حاصل از آنها را توضیح می‌دهیم. در پایان با مقایسه دقت پیشگویی‌ها، برتری مدل‌های پویا را نشان می‌دهیم.

۱-۱- مدل‌های خطی پویای نرمال

مدل خطی پویای نرمال کلی را برای بردار مشاهدات چند متغیره Y_t با بعد $(r \times 1)$ با چهارگانه $\{F_t, G_t, V_t, W_t\}$ نشان می‌دهیم که در آن برای هر زمان t ، ماتریس F_t معلوم با بعد $(n \times r)$ ، ماتریس G_t معلوم با بعد $(n \times n)$ ، بردار صفر $o = [o, o, \dots, o]$ معلوم با بعد $(n \times 1)$ ، ماتریس واریانس V_t معلوم با بعد $(r \times r)$ ، و ماتریس واریانس W_t معلوم با بعد $(n \times n)$ است. این چهارگانه، معرف مدلی است که Y_t را به بردار $(n \times 1)$ بعدی شاخص θ_t ربط می‌دهد و بر حسب زمان از طریق توزیع‌های دنباله‌ای زیر تعریف می‌شود^۱:

$$(\theta_t | \theta_{t-1}) \sim N[G_t \theta_{t-1}, W_t] \quad , \quad (Y_t | \theta_t) \sim N[F_t' \theta_t, V_t] \quad (1)$$

توزیع‌های فوق مشروط به مجموعه اطلاعات D_{t-1} هستند نمایش دیگر روابط بالا عبارت است از:

1- West and Harrison ,1997.

$$(۲) \text{ معادله مشاهده: } Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N[0, V_t]$$

$$(۳) \text{ معادله تحوّل: } \theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N[0, W_t]$$

معادله مشاهده، مشاهدات را به وسیله رگرسیون خطی پویا و خطای نرمال چند متغیره‌ای با ساختار معلوم اما متغیر نسبت به زمان به θ_t مرتبط می‌سازد. ماتریس F_t نقش ماتریس مشاهدات در رگرسیون را ایفا می‌کند و در بردارنده مقادیر معلوم از بردارهای مستقل است. بردار θ_t بردار شاخص‌های رگرسیونی پویاست. نماد $\mu_t = F_t' \theta_t$ تابع میانگین متغیر پاسخ در زمان t است که سطح سری را در زمان t نشان می‌دهد. در معادله مشاهده، v_t خطای مشاهدات در زمان t است.

معادله تحوّل، چگونگی تحوّل بردار شاخص سری را نسبت به زمان نشان می‌دهد. مؤلفه قطعی یا راژمند (سیستماتیک) این معادله تحوّل جمله $G_t \theta_{t-1}$ است که از طریق "ماتریس انتقال تحوّل" G_t فراهم می‌شود. این معادله با افزودن جمله خطای تحوّل ω_t که دارای واریانس W_t است، θ_{t-1} را از زمان $t-1$ به θ_t در زمان t انتقال می‌دهد. در این مقاله برای "خطای مشاهداتی" v_t و برای "خطای تحوّل" ω_t توزیع نرمال را در نظر می‌گیریم و فرض می‌شود برای همه مقادیر t و s که $t \neq s$ ، متغیرهای v_t و v_s همچنین ω_t و ω_s و نیز v_t و ω_s مستقل از هم هستند.

مدل‌های خطی پویا بسیار گسترده‌اند. در این جا تأکید ما بر مدل‌های خطی پویای سری زمانی است.^۱

تعریف: مدلی که در آن F_t و G_t برای هر زمان t تصادفی نبوده و ثابت باشند، به آن مدل خطی پویای سری زمانی یا (TSDLM) می‌گویند.

تعریف: هر مدل خطی پویای سری زمانی (TSDLM) که در آن واریانس‌های مشاهداتی و تحوّل برای هر زمان t ثابت باشند "مدل خطی پویای ثابت" نامیده می‌شود. این مدل‌ها با توجه به بعد و ساختار بردار F و ماتریس G شکل‌های

1- Time Series Dynamic linear Model (TSDLM).

مختلفی به خود می‌گیرند.

مدل‌های چندجمله‌ای خطی پویا زیر مجموعه‌ای از مدل‌های خطی پویای سری زمانی (TSDLM) اند که در آنها بردار رگرسیونی F از بعد $(n \times 1)$ و ماتریس G از بعد $(n \times n)$ است و آنها به‌ازای، همه زمان‌ها ثابت‌اند، به‌علاوه ماتریس G تنها دارای مقادیر ویژه واحد است. مدل‌های چندجمله‌ای کاربرد وسیعی در رگرسیون، سری‌های زمانی و پیشگویی دارند. چنین مدل‌هایی در توصیف روندهایی از سری‌های زمانی که به‌صورت هموار در طول زمان تحوّل می‌یابند، سودمندند. در واقع مدل‌های خطی پویای مرتبه اول یا دوم به‌خودی خود یا در ترکیب با مؤلفه‌های فصلی، رگرسیون و سایر مؤلفه‌ها برای پیشگویی‌های کوتاه‌مدت رسا هستند. مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه اول هرچند که کاملاً ساده‌اند، بیشتر از دیگر مدل‌های خطی پویا کاربرد دارند. از لحاظ اهمیت عملی مدل‌های پویای مرتبه دوم در درجه بعدی قرار دارند که در شرایط خاص به‌این مدل‌ها، مدل‌های رشد خطی گفته می‌شود. مدل‌های چندجمله‌ای مراتب بالاتر نیز استفاده می‌شوند. درجه مدل چندجمله‌ای بر مبنای تحوّل سیستم و افق پیشگویی مشخص می‌شود. در حقیقت هرچه سیستمی که بررسی می‌شود، دارای تحوّل بیشتر باشد یا افق پیشگویی طولانی‌تر باشد از مدل چندجمله‌ای با درجات بالاتر استفاده می‌کنیم.

هر مدل خطی پویا چندجمله‌ای مرتبه n دارای تابع پیشگویی زیر است:

$$f_i(K) = a_{i0} + a_{i1}K + \dots + a_{i,n-1}K^{n-1}, \quad K = 1, 2, \dots \quad (4)$$

که در این تابع n همان بعد بردار رگرسیونی F یا ماتریس G است و K تعداد گام‌های پیشگویی است.

۱-۱-۱- مدل چندجمله‌ای مرتبه اول

ساده‌ترین و پرمصرف‌ترین مدل خطی پویا، مدل چندجمله‌ای مرتبه اول است. در این‌جا منظور از مرتبه چندجمله‌ای درجه آن به‌علاوه یک است. این مدل سری زمانی ساده معادله مشاهداتی و تحوّل زیر را دارا است،

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad v_t \sim N[0, V_t] \quad (5) \text{ معادله مشاهداتی:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N[0, W_t] \quad (6) \text{ معادله تحول:}$$

در این معادلات Y_t "سری مشاهدات"، μ_t "سطح سری در زمان t "، v_t "خطای مشاهداتی" μ_{t-1} "سطح سری در زمان $t-1$ و ω_t "خطای تحول" است. ویژگی مهم مدل بالا این است که اگر در زمان t ، تعداد K گام به‌سوی آینده پیش برویم، مقدار متوسط این سری‌ها در آن زمان به‌شرط دانستن سطح فعلی عبارت است از μ_t یعنی $E[Y_{t+k} | \mu_t] = \mu_t$ متوسط سطح آتی سری نسبت به‌زمان حال، ثابت است.

$$f_t(K) = E[Y_{t+k} | D_t] = E[\mu_{t+k} | D_t] = m_t, \quad K=1,2,\dots \quad (7)$$

بنابراین از چنین مدلی فقط برای پیشگویی‌های کوتاه‌مدت به‌ویژه در مواردی که تغییرات نمونه‌گیری V_t در مقایسه با واریانس سطح W_t به‌مقدار قابل توجهی بزرگ باشد "به عبارت دیگر: تحول سیستم در طول زمان کم باشد و مشاهدات حول یک خط مستقیم پراکنده شده باشند" برای مدل‌بندی مشاهدات استفاده می‌کنیم. بنابراین مدل خطی پویا و روابط روزآمد کردن برای هر مدل چندجمله‌ای مرتبه اول در زمان t به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (8) \text{ معادله مشاهده:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \omega_t \quad (9) \text{ معادله تحول:}$$

$$(\mu_t | D^0) \sim N[m^0, c^0] \quad (10) \text{ اطلاعات آغازین:}$$

۲-۱-۱- مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم

یک مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه دوم در هر زمان t ، دارای تابع پیشگوی خط راست، به‌شکل زیر است:

$$(\mu_t | D^0) \sim N[m^0, c^0], \quad K=1, 2, \dots \quad (11)$$

در این حالت $n=2$ و بردار شاخص عبارتست از $\theta_t = [\theta_{t1}, \theta_{t2}]' = [\mu_t, \beta_t]'$ بنابراین:

1- West and Harrison, 1997.

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \omega_{t1}, \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \omega_{t2} \quad (12)$$

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \sim N[m_{t-1}, C_{t-1}] \quad (13)$$

که در آن μ_t سطح سری در زمان t است و اکنون β_t افزایش رشد در سطح سری را در بازه زمانی $(t-1, t)$ نشان می‌دهد. بنابراین تابع پیشگویی به صورت $f_t(K) = m_t + Kb_t$ خواهد بود.

۳-۱-۱- معادلات روزآمدکننده

برای فراهم کردن صورت صریح معادلات روز آمد کننده مربوط به این مدل به شکل برداری و ماتریسی، ماتریس واریانس تحوّل را به صورت زیر افراز می‌کنیم.

$$W_t = \begin{bmatrix} W_{t1} & W_{t3} \\ W_{t3} & W_{t2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

بنابراین تحلیل دنباله‌ای دارای اجزای زیر است:

۱- توزیع پیشین: بردار $(\theta_t | D_{t-1})$ با توزیع $N[a_t, R_t]$ که در آن:

$$R_t = \begin{bmatrix} R_{t1} & R_{t3} \\ R_{t3} & R_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{t-1,1} + 2C_{t-1,3} + C_{t-1,2} + W_{t1} & C_{t-1,2} + C_{t-1,3} + W_{t3} \\ C_{t-1,2} + C_{t-1,3} + W_{t3} & C_{t-1,2} + W_{t2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$a_t = \begin{bmatrix} m_{t-1} + b_{t-1} \\ b_{t-1} \end{bmatrix}, \quad C_{t-1} = \begin{bmatrix} C_{t-1,1} & C_{t-1,3} \\ C_{t-1,3} & C_{t-1,2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

۲- توزیع پیشگویی تک گامی $(Y_t | D_{t-1}) \sim N[f_t, Q_t]$ که در آن:

$$f_t = f_{t-1}(1) = m_{t-1} + b_{t-1}, \quad Q_t = R_{t1} + V_t \quad (17)$$

۳- اگر بردار سازوار را به صورت زیر تعریف کنیم روابط دیگری را نیز می‌توانیم

نتیجه بگیریم:

$$A_t = \begin{bmatrix} A_{t1} \\ A_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_{t1}}{Q_t} \\ \frac{R_{t2}}{Q_t} \end{bmatrix} \quad (18)$$

۴- اگر خطای پیشگویی $e_t = Y_t - f_t$ در نظر گرفته شود، توزیع پیشین در زمان

t عبارت خواهد بود از:

$$(\theta_t | D_t) \sim N \left[\begin{pmatrix} m_t \\ b_t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C_{t1} & C_{t3} \\ C_{t3} & C_{t2} \end{pmatrix} \right] \quad (19)$$

که در آن:

$$m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + A_{t1} e_t \quad (20)$$

$$b_t = b_{t-1} + A_{t2} e_t \quad (21)$$

$$C_{t1} = A_{t1} V_t \quad (22)$$

$$C_{t2} = R_{t3} - A_{t2} R_{t3} \quad (23)$$

$$C_{t3} = A_{t2} V_t \quad (24)$$

۵- معادلات روزآمدکننده به‌جنبه‌ای دیگر از نمایش سری مشاهدات بر حسب مشاهدات گذشته و خطاهای پیشگویی منتهی می‌شود:

$$Y_t = m_{t-1} + b_{t-1} + e_t \quad (25)$$

$$m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + A_{t1} e_t \quad (26)$$

$$b_t = b_{t-1} + A_{t2} e_t \quad (27)$$

همچنین معادله تفاضلی زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$Y_t - 2 Y_{t-1} + Y_{t-2} = e_t - \psi_{t1} e_{t-1} + \psi_{t2} e_{t-2} \quad (28)$$

$$\psi_{t1} = 2 - A_{t-1,1} - A_{t-1,2} \quad (29)$$

$$\psi_{t2} = 1 - A_{t-2,1} \quad (30)$$

با این نمایش می‌توان این روش بیزی را با روش‌های دیگر پیشگویی مقایسه کرد.

مشخص کردن ساختار و بزرگی مناسب W_t برای انجام عملی موفق قطعاً کار مشکلی است که باید توسط مدل‌ساز انجام گیرد. آمین و هاریسون^۱ رهیافت استفاده از شاخص‌های تخفیف را پیشنهاد کردند. عوامل تخفیف δ_{it} با قید $0 < \delta_{it} < 1$ در عاملی در اختیار مدل‌ساز است که با تغییر دادن آن می‌تواند بر ارزش مدل خود را بهینه کند. در حقیقت با کاهش δ_{it} ، پویایی مدل را افزایش می‌دهد و

1- Ameen and Harrison, 1989.

به مدل اجازه می‌دهد که انعطاف پذیری بیشتری از خود نشان دهد و بهتر به داده‌ها برازش یابد. کاهش δ_{it} باعث افزایش عدم حتمیت مدل می‌شود. بنابراین δ_{it} به اندازه‌ای کاهش داده می‌شود که نظر مدل‌ساز را از جنبه‌های مختلف تأمین کند و به مدلی دست یابد که دارای مانده‌های نرمال با واریانس ثابت، عدم خودهمبستگی بین مانده‌ها و حداقل واریانس باشد.

در یک مدل خطی پویای مؤلفه‌ای، می‌توان برای هر مؤلفه، یک ضریب تخفیف در نظر گرفت. برای مثال مدل خطی پویای شامل $h \geq 1$ مدل ساده‌تر، مدل آم، $M_i = \{F_{it}, G_{it}, V_{it}, W_{it}\}$ با بردار شاخص θ_{it} و خطای تحول W_{it} با بعد n_i ، $(i=1,2, \dots, h)$ را در نظر بگیرید. این مدل با چهارگانه $\{F_t, G_t, V_t, W_t\}$ و بردار شاخص‌های $\theta_t = (\theta_{1t}, \dots, \theta_{ht})'$ با بعد $n = n_1 + \dots + n_h$ و بردار رگرسیونی $F_t = (F_{1t}, \dots, F_{ht})'$ و ماتریس سیستم قطری بلوکی $G_t = \text{blockdiag}(G_{1t}, \dots, G_{ht})'$ و ماتریس تحول قطری بلوکی $W_t = \text{blockdiag}(W_{1t}, \dots, W_{ht})$ مشخص می‌شود. فرض کنید $\delta_1, \dots, \delta_h$ تعداد h ضریب تخفیف $0 < \delta_i < 1$ ، $(i=1,2, \dots, h)$ باشد که هر یک از آنها مربوط به یکی از مدل‌های مؤلفه‌ای M_i است.

در مدل چندجمله‌ای از این فنّ ضریب تخفیف استفاده می‌کنیم. اگر برای دو مؤلفه از بردار پارمترها یعنی μ_t و β_t ضریب‌های تخفیف یکسان δ را در نظر بگیریم، مدل‌های تک تخفیف و اگر برای μ_t و β_t به ترتیب ضریب‌های تخفیف δ_1 و δ_2 را در نظر بگیریم مدل‌های دو تخفیفی به دست می‌آیند.

نوع دیگری از مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم مدل رشد خطی است که به هر مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه دوم، معادل با مدل خطی پویای زیر گفته می‌شود:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, V, \begin{pmatrix} W_{t1} + W_{t2} & W_{t3} \\ W_{t3} & W_{t2} \end{pmatrix} \right\} \quad (31)$$

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (32) \quad \text{معادله مشاهده:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta\mu_t, \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \delta\beta_t \quad (33) \quad \text{معادله سیستم:}$$

۴-۱-۱- مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه سوم

بنا به تعریف، مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه سوم، هر مدل خطی پویای سری زمانی است که در زمان t دارای تابع پیشگویی مرتبه دوم به شکل زیر باشد

$$f_t(K) = a_{t0} + a_{t1}K + a_{t2}K^2, \quad K = 1, 2, \dots \quad (34)$$

در این حالت $n=3$ و $\theta_t = [\theta_{t1}, \theta_{t2}, \theta_{t3}]' = [\mu_t, \beta_t, \delta_t]'$ نوع بسیار مهم از مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه سوم، مدل‌های رشد درجه دوم است. مدل خطی پویای رشد درجه دوم، هر مدل معادل با یک مدل خطی پویای $\{E_3, L_3, V_t, W_t\}$ است که در آن:

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$W_t = L_3 \text{diag}(W_{t1}, W_{t2}, W_{t3}) L_3' \quad (36)$$

صورت دیگر نمایش این مدل عبارت است از:

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta\mu_t \quad (37)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \gamma_t + \delta\beta_t, \quad \gamma_t = \gamma_{t-1} + \delta\gamma_t \quad (38)$$

رابطه زیر را به قصد مقایسه این روش با روش‌های دیگر پیشگویی، از روابط بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$(1-B)^3 Y_t = Y_t - 3Y_{t-1} + 3Y_{t-2} - Y_{t-3} = e_t - \psi_{t1}e_{t-1} + \psi_{t2}e_{t-2} - \psi_{t3}e_{t-3} \quad (39)$$

$$\psi_{t1} = 3 - A_{t-1,1} - A_{t-1,2}$$

$$\psi_{t2} = 3 - 2A_{t-2,1} - A_{t-2,2} + A_{t-2,3}$$

$$\psi_{t3} = 1 - A_{t-3,1}$$

۲-۱- نمایش مدل‌های خود همبسته میانگین متحرک (ARMA) به صورت مدل‌های پویا (DLM)

همه مدل‌های ARMA را می‌توان به راه‌های مختلف به صورت DLM نوشت. در زیر این نمایش‌های معادل را برای حالت کلی $ARMA(p,q)$ شرح می‌دهیم. توجه داشته باشید که مدل‌های $AR(p)$ و $MA(q)$ حالت‌های خاص $ARMA(p,q)$ اند که به ترتیب با قرار دادن $p=0$ و $q=0$ به دست می‌آیند. بنابراین از توضیح آنها

خودداری می‌کنیم.

برای مدل ARMA معمولی با $\mu = 0$ داریم:

$$X_t = \sum_{r=1}^p \Phi_r X_{t-r} + \sum_{r=1}^q \Psi_r \varepsilon_{t-r} + \varepsilon_t \quad (40)$$

تعریف می‌کنیم $n = \max(p, q+1)$ و ضریب‌های ARMA را به‌ازای $r > q$ به‌صورت $\Phi_r = 0$ و همچنین به‌ازای $r > q$ به $\Psi_r = 0$ تعمیم می‌دهیم. بردار n بعدی θ_t را که اولین عضوهای مشاهده فعلی X_t و $E = E_p = (1, 0, 0, \dots, 0)'$ تعریف می‌کنیم. همچنین:

$$G = \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \phi_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \phi_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \omega_t = (1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})' \varepsilon_t \quad (41)$$

تعریف می‌کنیم، حال می‌توان تحقیق کرد که مدل ARMA را می‌توان به‌صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\theta_t = G \theta_{t-1} + \omega_t, \quad X_t = E' \theta_t \quad (42)$$

بنابراین به‌شرط شاخص‌های تعریف‌کننده و همچنین به‌شرط D_{t-1} ، فرایند ARMA دارای صورت DLM با بعد n و بدون نوفه مشاهداتی است. نوفه تحوّل دارای ساختار ویژه است که ماتریس واریانس تحوّل زیر را نتیجه می‌دهد:

$$U = U(1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})'(1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1}) \quad (43)$$

با فرض معلوم بودن یک توزیع پیشین آغازی برای θ_0 ، تحلیل استاندارد به‌شرط آن که مقادیر تعریف‌کننده Φ_r و Ψ_r مشخص شوند کاربرد دارد. دقت کنید که مدل یک مدل TSDLM است بنابراین تابع پیش‌بینی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$f_t(K) = E[X_{t+k} | D_t] = E' G^k m_t \quad (44)$$

که در آن $m_t = E[\theta_t | D_t]$

مثال: در مدل $AR(1)$ ، $p=1$ و $q=0$ به طوری که $n=1$ و $G = \Phi_1$ و سپس $X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$ به دست می‌آید. برای پیشگویی مقادیر آینده، معادله $m_t = X_t$ که در آن $f_t(K) = \Phi_1^k m_t$ به دست می‌آید که در آن $m_t = X_t$.

مثال: در حالت $MA(1)$ ، $p=0$ و $q=1$ به طوری که $n=2$. در این جا

$$G = J_2(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که مدل مؤلفه‌ای $\{E_2, J_2(0), \dots\}$ را نتیجه می‌دهد. با قرار دادن $\theta_t = (X_t, m_t)'$ معادله تحول روابط $X_t = \theta_{t-1} + \varepsilon_t$ و $\theta_t = \psi_1 \varepsilon_t$ را به دست می‌دهد. نمایش $MA(1)$ استاندارد یعنی $X_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1}$ از جایگذاری نتیجه می‌شود. در این جا به ازای $k > 0$ ، $G^k > 0$ ، به طوری که با $m_t = (X_t, m_t)'$ تابع پیشگویی با رابطه $f_t(K) = 0$ ، $f_t(1) = f_{t+1} = m_t$ که $k \geq 1$ به دست می‌آید.

۱-۲-۱- مؤلفه‌های ARMA در DLM

برای آن که مثال خاصی را در نظر بگیریم، یک سری Y_t را در نظر بگیرید که از روند چندجمله‌ای زیر ساختی μ_t تبعیت کرده و فرایند همبسته $X_t \sim AR(p)$ به آن اضافه شده است و در بافتار خطاهای مشاهداتی به صورت جمعی است آنگاه می‌توان نوشت:

$$Y_t = \mu_t + X_t + v_t \quad (45)$$

که در آن هم μ_t و هم X_t دارای نمایش‌هایی بر حسب مدل‌های خطی مؤلفه‌ای خاص‌اند. مثلاً، فرض کنید μ_t یک روند چندجمله‌ای مرتبه اول است. در زمان t ، خطای تحول در روند را با ω_t نشان دهیم، و فرض کنیم که $\omega_t \sim N[0, W]$.

اگر نمایش $AR(p)$ را برای فرایند X_t بپذیریم، آنگاه داریم:

$$Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad \theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t \quad (46)$$

که در آن $\theta_t = (\mu_t, X_t, \dots, X_{t-p+1})'$ یک بردار وضعیت $(p+1) \times 1$ عضوی در زمان t است و $F = (1, 1, 0, \dots, 0)$ ، و

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_p \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

و خطای تحوّل W_t دو عنصر مقدم دارد که متناظر با نموّ روند و عامل نوسازی فرایند AR در زمان t هستند و بقیه عناصر آن صفرند و به این ترتیب ماتریس تکین زیر را دارا است:

$$W = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

۳-۱- مدل های خطی پویای خود همبسته زمان متغیر

مدل پایه ای AR را طوری گسترش می دهیم که ضرایب AR آن از یک فرایند قدم زدن تصادفی در طی زمان پیروی کند؛ بنابراین:

$$\Phi_t = \Phi_{t-1} + \omega_t, \quad X_t = F_t' \Phi_t + \varepsilon_t \quad (49)$$

که در آن:

$\omega_t \sim N[0, W_t]$ و $\Phi_t = \theta_t - (\Phi_{t,1}, \dots, \Phi_{t,p})'$ ، $F_t = (X_{t-1}, \dots, X_{t-p})'$ و W_t ها مشخص اند و با این فرض که مقادیر آغازین F_1 عناصر معلوم از D^0 هستند.

این مدل را می توان به طور معادل به صورت ARDLM نوشت که اکنون دارای

ماتریس تحوّل زمان متغیر است. پس $E = (1, 0, 0, \dots, 0)$ و

$$G_t = \begin{bmatrix} \phi_{t,1} & \phi_{t,2} & \phi_{t,3} & \dots & \phi_{t,p-1} & \phi_{t,p} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

داریم $X_t = E F_t' + (\varepsilon_t, 0, \dots, 0)$ و $F_t = G_t F_{t-1} + (\varepsilon_t, 0, \dots, 0)$

۲- مدل‌سازی سری متوسط هفتگی قیمت دلار

۲-۱- مقدمه

در مدل‌سازی کلاسیک ARMA¹، تلاش برای رسیدن به یک سری تبدیل یافته از Y_t به صورت X_t است که این سری جدید به طور تقریبی، دارای میانگین صفر بوده و مانا باشد. افزون بر آن، با به کار بردن تبدیلات غیرخطی روی داده‌ها، ناهمگنی واریانس را تصحیح می‌کنند.

برای رسیدن به سری مانا از تبدیلات تفاضل‌گیری استفاده می‌شود. تفاضل مرتبه اول Y_t صرفاً به صورت $Y_t - Y_{t-1}$ و تفاضل مرتبه k به صورت $(1-B)^k Y_t$ تعریف می‌شود که در آنها عملگر پس‌برنده B چنین تعریف می‌شود $BY_t = Y_{t-1}$. اگر سری فصلی باشد ابتدا تفاضل‌گیری فصلی انجام داده و بعد از آن تفاضل‌گیری ساده برای نیل به مانایی سری انجام خواهد شد، ترکیب این دو تبدیل به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$X_t = (1-B)^k (1-B^s) Y_t \quad (51)$$

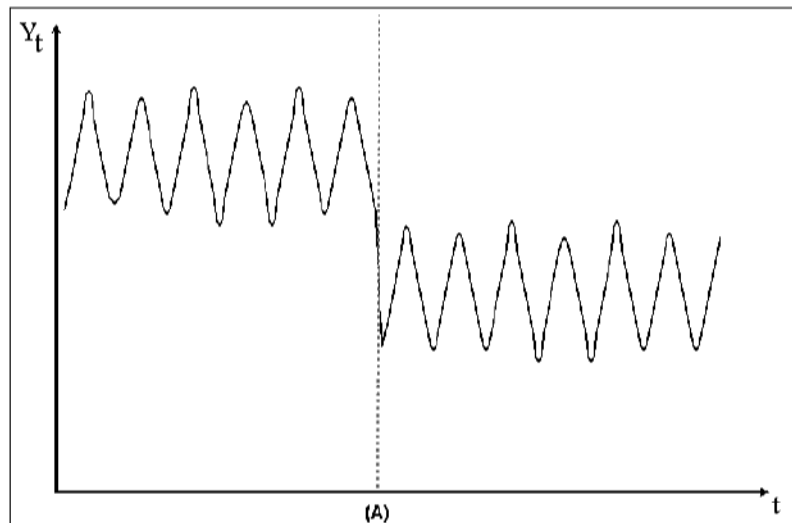
پس از آن که به طور تقریبی به مدلی با مشخصات ذکر شده در بالا دست یافتیم، ساختار خودهمبستگی سری X_t را می‌توان در چارچوب ARMA مدل‌سازی کرد.

در مقایسه با ARMA، رویکرد مدل‌های خطی پویا گرایش به آن دارد که سری زمانی اصلی Y_t را مدل‌بندی کند. این کار با نمایش Y_t بر حسب مؤلفه‌های روند، رگرسیون، فصلی و مانده‌ها صورت می‌گیرد، بدون این که از این گونه تبدیلات بهره گیرد. در بافتار سری‌هایی که اغلب به شدت در طی زمان نامانا هستند، به کارگیری تبدیلات تفاضل‌گیری می‌تواند تفسیر مدل را مغشوش ساخته و مؤلفه‌ها را با هم آمیخته و نوفه را به بهای تعبیرهای قابل فهم، برجسته‌تر نشان دهد. به ویژه وقتی با اثرات رگرسیونی سر و کار داریم، تفاضل‌گیری باعث تبدیل متغیرهای مستقل مدل نیز می‌شود و ماهیت روابط رگرسیونی را مبهم خواهد کرد. این ابهام

1- Box and Jenkins, 1976.

با ظهور شاخص‌های زمان متغیر که در عملکرد پیشگویی کوتاه‌مدت بسیار اساسی‌اند، تشدید می‌شود، علاوه بر این، وقوع تغییرات ناگهانی در ساختار سری‌های زمانی را که بیان‌گر نامانایی ویژه‌ای است و با تفاضل‌گیری یا دیگر تبدیلات داده‌ها، نمی‌توان از بین برد، با «مدل‌های خطی پویا» می‌توان مستقیماً مدل‌بندی کرد. همچنین استفاده از مدل‌های سری‌های زمانی مانا به‌عنوان مؤلفه‌های یک DLM کلی، به‌هنگام مدل‌سازی یک سری زمانی که مؤلفه‌های روند، فصلی یا جملات رگرسیون نتوانسته‌اند آن را توصیف کنند، بسیار مورد توجه است.

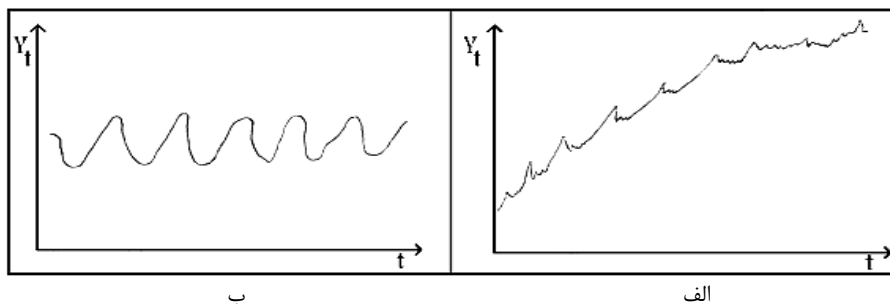
در شکل ۱ نمایش یک سری زمانی خاص رسم شده است. مدلی که برای مؤلفه روند این سری پیشنهاد می‌شود، مدل چندجمله‌ای مرتبه اول است، همان‌طور که ملاحظه می‌شود میانگین این سری به‌جز در نقطه A که سطح میانگین افت کرده است، پیرامون مقداری ثابت نوسان می‌کند که با مداخله کردن (مداخله پله‌ای) در نقطه A و برازش مدل چندجمله‌ای مرتبه اول به‌همراه مؤلفه فصلی، به‌خوبی می‌توان این سری را مدل‌سازی کرد.



نمودار ۱ - نمایش یک سری زمانی نوسانی با افت سطح سری در نقطه (A)

در نمودار (الف) از شکل ۲، نمایش یک سری زمانی دیگر را می‌توان دید که دارای مشخصات بارزی است. مدلی که برای مؤلفه روند این سری پیشنهاد می‌شود مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم است. همان طور که می‌بینیم میانگین آن پیرامون مقدار مشخصی نوسان نمی‌کند، بلکه دارای رشد است. به همین دلیل مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم برای مدل‌بندی تغییرات روند این سری پیشنهاد می‌شود.

در نمودار (ب) از شکل ۲، نمایش سری زمانی دیگری را می‌توان دید که طبیعت نوسانی دارد. مدلی که برای این سری پیشنهاد می‌شود مدل چندجمله‌ای مرتبه اول، به همراه عامل فصلی است. مدل چندجمله‌ای مرتبه اول، برای مدل‌بندی تغییرات روند است و مؤلفه فصلی برای مدل‌بندی تغییرات فصلی در نظر گرفته می‌شود. برای برازش مدل می‌توان برای دو مؤلفه روند و فصلی ضریب‌های تخفیف مختلف انتخاب کرد. حتی می‌توان برای فصل‌های مختلف از مؤلفه فصلی با ضریب‌های تخفیف متفاوت استفاده کرد.



نمودار ۲-الف) نمودار یک سری زمانی رشد خطی (ب) نمودار یک سری زمانی با مشخصه نوسانی

۲-۲- مدل‌سازی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازار ایران

یکی از عوامل تأثیرگذار بر روی ارزش پول ملی، نرخ ارزهای خارجی است. به دلیل این که کشور ما بیشتر واردکننده کالا است تا صادرکننده، در دوره‌های زمانی مختلف از تاریخ ایران، ارزهای خارجی مختلف، ارز غالب در روابط خارجی

بوده‌اند. در حقیقت هر کشوری که بیشترین صادرات را به کشور ما داشته است، پول آن به‌عنوان ارز غالب در نظر گرفته شده است. تا قبل از حرکت ملی کردن نفت، لیره انگلیس و از آن هنگام به‌بعد با افزایش اهمیت نسبی ایالات متحده آمریکا، دلار آمریکا، ارز غالب در روابط خارجی کشور بوده‌اند.

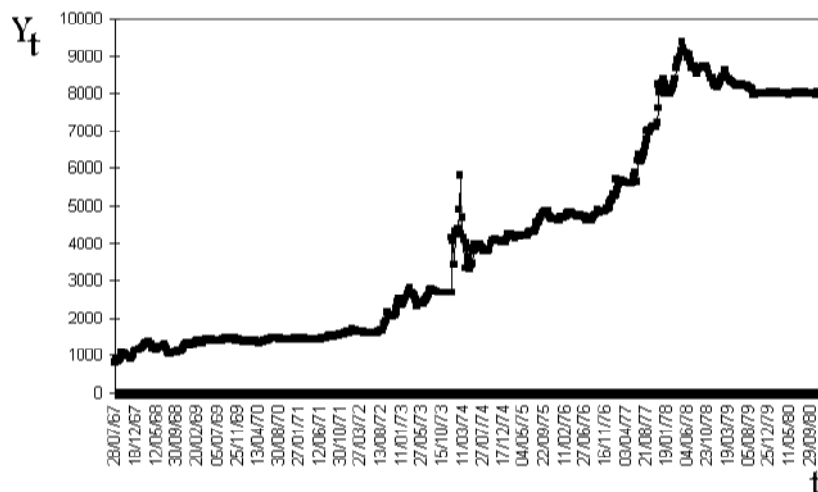
نرخ ارز یک متغیر کلیدی و مهم اقتصادی در سیاست‌گذاری‌ها قلمداد می‌شود، تا جایی که گروهی از کارشناسان به‌خصوص در کشورهای در حال توسعه، از این متغیر به‌عنوان لنگر اسمی یاد می‌کنند، به همین دلیل، تعیین نرخ ارز بسیار مورد توجه اقتصاددانان است.

میزان اثرگذاری نرخ دلار بر اقتصاد ایران به‌سیستم‌های ارزی وابسته است. با پژوهشی که روی سیاست‌های ارزی ایران در گذشته صورت گرفته نشان قابل توجهی از وجود یک سیستم ارزی قابل شناسایی نمی‌توان یافت. به‌بیان بهتر تغییر متواتر نظام ارزی به‌جای استفاده از سیاست‌های ارزی، پولی، مالی و سایر سیاست‌های تثبیت شده، آثار زیانبار بسیاری بر اقتصاد کشور داشته است.

در سال ۱۳۷۲ دولت، اقدام به یکسان‌سازی نرخ ارز کرده بود، اما این سیاست هرچند سیاست درستی بود، ظاهراً شکست خورد. این سیاست برای یک دوره کوتاه‌مدت برای کاهش مابه‌التفاوت نرخ ارز رسمی و بازار سیاه و افزایش صادرات غیرنفتی موفق بود. با این وجود، این موفقیت از اواسط سال ۱۳۷۲ به‌مخاطره افتاد، زمانی که نرخ ارز رسمی در بازار سیاه به‌طور روز افزونی شروع به کاهش کرد، و از نرخ ارز رسمی به‌اصطلاح یکسان شده، فاصله گرفت. درست در همان زمان، نرخ تورم در اقتصاد افزایش یافت، به‌طوری که کاهش ارزش واقعی که برای تشویق صادرات غیرنفتی مورد نیاز بود، از میان رفت. از آن پس تا فروردین ۱۳۸۱ یک سیستم ارز چندگانه، جایگزین نرخ ارز واحد شد. برای دومین بار در فروردین ماه سال ۱۳۸۱ دولت ایران تمام نرخ‌های ارز رسمی را یکسان کرد و نرخ ارز جدیدی که به‌نرخ ارز بازار سیاه بسیار نزدیک بود، جایگزین کرد. دومین سیاست یکسان‌سازی نرخ ارز، با سیاست‌های دیگر اقتصاد کلان و با وضعیت ذخیره ارزی بانک مرکزی ایران، تا حدود زیادی سازگارتر و هماهنگ‌تر به‌نظر

می‌رسد. از اهداف اصلی دولت در سیاست یکسان‌سازی نرخ ارز در سال ۱۳۷۲ و ۱۳۸۱ می‌توان: کاهش هزینه‌های اداری نظام ارزی چندگانه، اتکای بیشتر به نرخ ارز تعیین شده در بازار و افزایش صادرات غیرنفتی را ذکر کرد. آنچه گفته شد برای نشان دادن اهمیت نرخ ارز در اتخاذ سیاست‌های مناسب حکومتی و اقتصادی است.

در نظام ارزی کشور، خواه نظامی با نرخ شناور یا نظامی با نرخ تثبیت شده تک‌نرخی باشد، مهم‌ترین مسأله قیمتی است که برای دلار تعیین می‌شود. این قیمت تصمیمات بخش عظیمی از عاملان اقتصادی را به‌نحو گسترده‌ای متأثر می‌کند. در این مقاله هدف تحلیل اقتصادی قیمت ارز نیست، این موضوع خارج از حوصله این مقاله و نویسندگان آن است. بلکه می‌خواهیم توانایی مدل‌های خطی پویا را در برازش مدل نشان دهیم. از آنجایی که با بررسی تغییرات قیمت دلار در گذشته به‌خوبی می‌توان دید که تغییر و تحول در این عامل اقتصادی، بسیار زیاد و کاملاً بی‌نظم است؛ به‌همین دلیل سری دلار را انتخاب کردیم تا با برازش مدل به‌دو روش ایستا و پویا، توانایی مدل‌های پویای بیزی و برتری آنها را نشان دهیم.



نمودار ۳- سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازار رسمی ایران
از تاریخ ۶۷/۷/۲۸ تا تاریخ ۸۰/۹/۲۹

سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازه زمانی ۶۷/۷/۲۸ تا ۸۰/۹/۲۹ در شکل ۳ رسم شده است (این اطلاعات از بانک مرکزی ایران گرفته شده است). ملاحظه می‌شود که متوسط قیمت هفتگی دلار پیرامون یک میانگین ثابت تغییر نمی‌کند، بنابراین سری ناماننا است. دلیل دیگر نامانایی این سری، نمودار تابع خودهمبستگی (ACF) سری است. این نمودار به‌طور نمایی و به‌سرعت به‌صفر کاهش نمی‌یابد.

۳-۲- برآزش مدل کلاسیک ARMA به‌سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار برای مدل‌سازی کلاسیک ARMA، باید ابتدا به‌سری مانا دست پیدا کنیم. برای مانا کردن سری متوسط قیمت هفتگی دلار از روش تفاضل‌گیری استفاده می‌کنیم. با تفاضل‌گیری مرتبه اول ($d=1$) از سری متوسط قیمت هفتگی دلار سری جدید به‌دست می‌آوریم. با رسم نمودارهای تابع خودهمبستگی (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) سری جدید، مانایی آن ارزیابی می‌شود. با توجه به‌این نمودارها مدل $ARMA(1,1)$ را به‌این سری برآزش دادیم، که معادله آن بنا بر نتایجی که در جدول ۱ درج شده‌اند به‌قرار زیر است:

$$(1-1/001061B)Z_t = (1+0/212282B)a_t \quad (52)$$

این مدل مشکل ریشه واحد دارد. شکل کلی این مدل به‌صورت زیر بوده است،

$$[(1-(1+\Phi)B)]Z_t = (1-B)(1-\Phi B)Z_t = (1+\Psi B)a_t \quad (53)$$

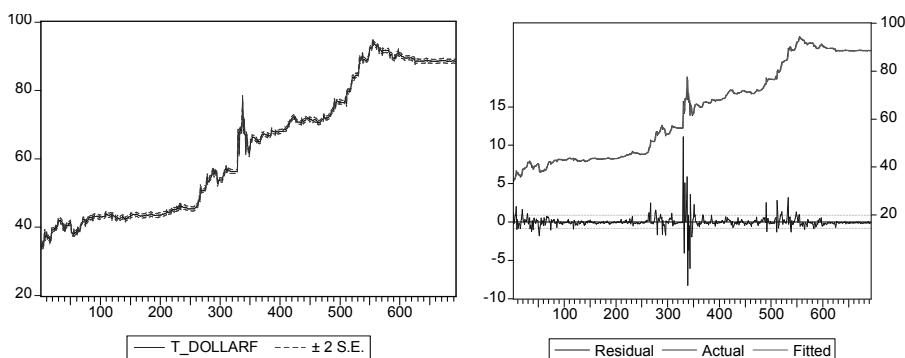
که در آن $\Phi = 0/001061$ و $\Psi = 0/212282$ برآورد می‌شود. بعد از بررسی مانده‌های مدل برآزش داده شده، به‌مشکل نرمال نبودن باقیمانده‌ها و وجود نقاط دور افتاده برخورد کردیم. بنابراین با به‌کار بردن تبدیل باکس - کاکس، $\frac{Z_t^{0.4} - 1}{0.4}$ داده‌ها را تقریباً نرمال کردیم. با اعمال ۲۸ مورد مداخله از دو نوع مداخله پله‌ای و مداخله ضربه‌ای، این مشکل را نیز رفع کردیم. عملیات مداخله که در نقاط مختلف سری صورت می‌گیرد تا مقادیر دور افتاده به‌نحوی تعدیل شوند طبق فرمول زیر انجام گرفت:

$$(1 - \Phi B) Z_t = \omega_1 I_t(7) + \omega_2 I_t(8) + \dots + \omega_{28} I_t(539) + (1 - \theta B) a_t \quad (54)$$

که نتایج آن در جدول ۲ (ب) درج شده‌اند. جدول ۲ (الف) مقادیر خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی مانده‌های مدل را بعد از مداخله نشان می‌دهند. با توجه به جدول ۲ (الف، ب) و شکل‌های ۴ (الف، ب) که نتایج برازش مدل، قبل و بعد از مداخله را نشان می‌دهند، همه آماره‌ها و نمودارها نشان از برازش مناسب مدل بر این سری متوسط قیمت هفتگی دلار دارند.

جدول ۱- خلاصه‌ای از برازش مدل ARMA(1,1) قبل از مداخله

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	1.001061	0.000388	2581.087	0.0000
MA(1)	-0.212282	0.037197	-5.712262	0.0000
R-squared	0.998006	Mean dependent var		63.11399
Adjusted R-squared	0.998003	S.D. dependent var		19.08139
S.E. of regression	0.852730	Akaike info criterion		2.522137
Sum squared resid	501.7320	Schwarz criterion		2.535258
Log likelihood	-870.6595	F-statistic		325309.3
Durbin-Watson stat	2.015893	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	1.00			
	Estimated AR process is nonstationary			
Inverted MA Roots	0.21			



ب

الف

نمودار ۴- الف) نمودار مدل ARMA(1,1) برازنده شده به همراه نمودار مانده‌ها قبل از مداخله
 ب) نمودار مدل برازنده شده ARMA(1,1) بعد از انجام مداخله

جدول ۲- الف) مقادیر و نمودار خود همبستگی و خود همبستگی جزئی مانده‌های مدل ARMA(1,1) بعد از مداخله، ب) مدل ARMA(1,1) بعد از مداخله.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	AC	PAC	Q-Stat	Prob	Autocorrelation	Partial Correlation
C	107.0925	4042076	2.64943	0.008	1	-0.006	-0.006	0.0249		
I_7	1.664468	0.305523	5.447925	0.000	2	0.071	0.071	3.5201		
I_8	-1.645715	0.305191	-5.385838	0.000	3	0.099	0.1	10.364	0.001	
I_19	1004281	0.378448	3.466713	0.000	4	0.099	0.097	17.141	0.000	
I_34	-1.092126	0.276769	-3.945975	0.000	5	-0.003	-0.014	17.146	0.001	
I_52	-1.070116	0.277836	-3.851441	0.000	6	-0.007	-0.032	17.182	0.002	
I_267	2.188642	0.279664	7.825973	0.000	7	-0.018	-0.039	17.415	0.004	
I_280	-1.742947	0.276320	-6.318637	0.000	8	-0.055	-0.063	19.519	0.003	
I_290	-2.239610	0.276534	-8.098846	0.000	9	0.014	0.022	19.664	0.006	
I_296	-1.339031	0.277013	-4.838924	0.000	10	-0.064	-0.047	22.546	0.004	
I_308	0.944513	0.276303	3.066476	0.002	11	-0.016	-0.003	22.719	0.007	
I_330	11.30420	0.279407	41.17303	0.000	12	0.053	0.07	24.674	0.006	
I_332	-5.102110	0.167084	-30.53637	0.000	13	0.057	0.071	26.997	0.005	
I_357	2.806965	0.303622	9.415971	0.000	14	0.073	0.083	30.818	0.002	
I_338	5.164538	0.330564	15.63288	0.000	15	-0.044	-0.065	32.223	0.002	
I_339	-9.531938	0.321968	-29.94616	0.000	16	0.032	-0.013	32.944	0.003	
I_340	3.343802	0.176743	18.91912	0.000	17	0.091	0.07	38.836	0.001	
I_343	-5.668702	0.167491	-33.84476	0.000	18	0.003	-0.006	38.841	0.001	
I_346	-1.530707	0.307885	-4.971690	0.000	19	-0.035	-0.033	39.703	0.001	
I_347	-1.015770	0.304561	-3.335191	0.000	20	0.109	0.102	48.271	0.000	
I_347	-1.015770	0.304561	-3.335191	0.000	21	-0.013	-0.012	48.385	0.000	
I_351	2.120753	0.276719	7.663924	0.000	22	-0.013	-0.008	48.512	0.000	
I_491	2.21791	0.163958	13.55098	0.000	23	0.097	0.095	55.335	0.000	
I_511	-2.178021	0.165835	-13.13227	0.000	24	0.018	0.019	55.573	0.000	
I_514	-1.126700	0.279633	-4.039213	0.000	25	0.02	0.008	55.848	0.000	
I_521	0.312521	0.276623	1.129072	0.010	26	0.058	0.038	59.226	0.000	
I_522	1.644989	0.303061	5.424788	0.000	27	0.059	0.038	62.657	0.000	
I_533	2.797699	0.331137	8.448760	0.000	28	-0.044	-0.045	64.067	0.000	
I_534	-1.026626	0.304025	-3.366917	0.000	29	0.009	-0.028	64.125	0.000	
I_539	-0.005475	0.164781	-3.674434	0.000	30	0.023	0.01	64.509	0.000	
AR(1)	0.998621	0.001113	895.4487	0.000	31	-0.027	-0.023	65.035	0.000	
MA(1)	0.419205	0.086847	11.37678	0.000	32	0.015	0.025	65.195	0.000	
R-squared	0.999737	Mean dependent var	63.1199		33	-0.05	-0.038	67.040	0.000	
Adjusted R-squared	0.999746	S.D. dependent var	19.0819		34	0.007	-0.004	67.073	0.000	
S.E. of regression	0.304038	Akaike info criterion	0.500434		35	-0.007	0.013	67.110	0.000	
Sum squared resid	61.10218	Schwarz criterion	0.703797		36	0.051	0.052	69.047	0.000	
Log likelihood	-142.1592	F-statistic	9070.179							
Durbin-Watson stat	1.999278	Prob(F-statistic)	0.000000							
Inverted AR Roots	1.00									
Inverted MA Roots	.42									

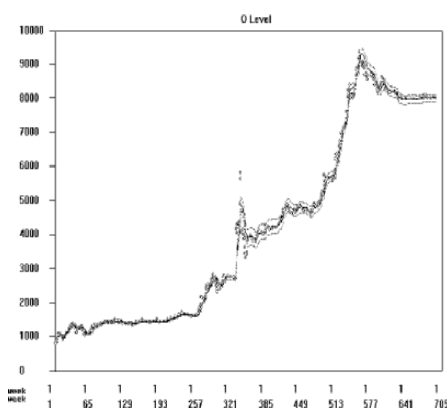
۲-۴- برآزش مدل پویا به سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار

چون سطح سری در طول زمان بررسی، در حال رشد است، مدل چندجمله‌ای درجه دوم با شاخص‌های سطح μ_t و رشد β_t را بر روی این سری برآزش می‌دهیم. این مدل چندجمله‌ای می‌تواند در دو حالت پویا یا ایستا ($W_t = 0$) به‌داده‌ها برآزنده شود. برای تشخیص این‌که مدل باید به‌صورت پویا یا ایستا به‌داده‌ها برآزش یابد، ابتدا مدل‌های چهار گانه زیر را با ضرایب تخفیف $\delta_T = 1.00$, $\delta_T = 0.95$, $\delta_T = 0.9$ و $\delta_T = 0.5$ به‌داده‌ها برآزش می‌دهیم از بین این مدل‌های برآزنده شده، مدلی را که دارای کمترین مقدار برای میانگین توان دوم خطا (MSE) باشد، انتخاب می‌کنیم. با توجه به نمودارها و خروجی‌های به‌دست آمده از برآزش مدل‌های بالا جدول ۳ به‌دست می‌آید. در این جدول MAD

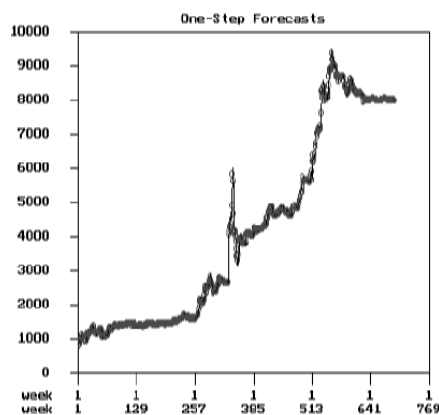
”میانگین قدرمطلق انحراف” نیز ملاکی از نیکویی برازش مدل است.

جدول ۳- نتایج برازش مدل‌های مختلف به سری قیمت دلار

ضرایب تخفیف	MSE	MAD	Log Likelihood
$\delta_T = 1.00$	7.5990e+5	5.5666e+2	-5.2792e+3
$\delta_T = 0.95$	6.8312e+2	1.5021e+2	-2.6226e+3
$\delta_T = 0.90$	3.8022e+2	9.9560e+1	-2.2099e+3
$\delta_T = 0.50$	1.2971e+2	5.0509e+1	-2.0620e+3



ب



الف

نمودار ۲- الف) نمودار سری زمانی مشاهده شده متوسط هفتگی قیمت دلار (خم نقطه چین) و مدل پویای برازانده شده به آن به ازای $\delta_T = 0.50$ (خم پیوسته)، ب) نمودار برآورد سطح سری t ، به همراه بازه اطمینان ۹۵ درصدی

با توجه به جدول ۳ مدل خطی پویا را برای برازش به این داده‌ها انتخاب می‌کنیم. زیرا مدل‌های خطی پویا مقادیر MSE، MAD و |Loglikelihood| کمتری نسبت به مدل‌های ایستا دارند. انتخاب مدل خطی پویا با ضریب تخفیف مناسب را در مراحل بعدی بررسی می‌کنیم. زیرا ضرایب تخفیف توسط مدل‌ساز به گونه‌ای انتخاب می‌شود که شرایط مناسب برای مدل حاصل شود. دلیل دیگر مناسب بودن مدل‌های پویا برای برازش به این سری، تغییراتی است که در سطح

سری در طول زمان بررسی، رخ می‌دهد. در حقیقت قیمت دلار تحت تأثیر عوامل مختلف داخلی و خارجی قرار دارد و هر لحظه انتظار آن می‌رود که قیمت آن و در نتیجه مدل واقعی قیمت دلار، با تغییر اثر متغیرهای مؤثر و حتی وارد شدن متغیرهای جدید مؤثر بر سطح قیمت دلار، تغییر کند. این گونه تغییرات را می‌توان در نمودار برآورد سطح سری مشاهده کرد.

۵-۲- مداخله در برازش مدل خطی پویا

منابع اطلاعات قابل دسترس برای شخص پیش‌بینی‌کننده معمولاً محدود به داده‌های گذشته و دیگر اطلاعات وابسته است. اطلاعات وابسته می‌تواند شامل اطلاعاتی درباره وقایع آینده نزدیک باشد که بر روی محیط سری‌ها تأثیر می‌گذارند. بنابراین با توجه به این اطلاعات اضافی، می‌توان در مدل سری زمانی مداخله کرد و با پیش‌خورانی این اطلاعات، به مدل اجازه داد که تغییرات را پیش‌بینی کند. سیستم‌های مداخله به دو دسته مداخله پیش‌خورانی و مداخله پس‌خورانی طبقه‌بندی می‌شوند.

مداخله پیش‌خورانی، از نوع انتظاری است ولی مداخله پس‌خورانی واکنش به وقایعی است که قبلاً مورد توجه قرار نگرفته‌اند، یا از نوع مداخله اصلاح‌گرایانه است. وقتی از مداخله اصلاح‌گرایانه استفاده می‌شود که دقت پیش‌بینی رو به انحطاط برود. در یک سیستم پیش‌بینی کامل، از هر دو روش مداخله پیش‌خورانی و پس‌خورانی استفاده می‌شود. این امر باعث می‌شود که مدل در مواقع بروز استثناها عملکرد خوبی از خود نشان دهد، از این رو از هر دو روش مداخله ذکر شده برای کنترل استثناها استفاده می‌شود. در روش اول، استثنا در خصوص اطلاعات دریافتی است که بر اساس آن مداخله پیش‌خورانی صورت می‌گیرد. روش دوم در خصوص کشف انحطاط در کیفیت عملکرد پیش‌بینی است که معمولاً با استفاده از فعالیت‌های نظارتی بر پیش‌بینی‌ها آشکار می‌شود. چنین نظارت‌هایی ممکن است تا حد زیادی ذهنی و غیررسمی باشند یا ممکن است صورت خودکار به خود بگیرند، یعنی خطاها و تطبیق مدل با داده‌ها بررسی شده و در صورت لزوم نشانه انحطاط مدل اعلام می‌شود.

۶-۲- برآزش مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم

در این قسمت سعی داریم یک مدل چندجمله‌ای درجه دوم با شاخص‌های سطح، μ_t و رشد β_t به سری مشاهده شده قیمت دلار برآزش دهیم. معادلات مشاهده و سیستم این مدل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم،

$$Y_t = F_t' \theta_t + v_t \quad , \quad v_t \sim N[0, V_t] \quad (55) \text{ معادله مشاهده:}$$

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t \quad , \quad \omega_t \sim N[0, W_t] \quad (56) \text{ معادله تحول:}$$

که در آنها $F_t = F = E_2 = [1, 0]'$ ، $\theta_t = (\mu_t, \beta_t)'$ ، $G_t = G = J_2(1)$ و $\omega_t = [\omega_{t1}, \omega_{t2}]'$ بنابراین صورت خلاصه شده معادلات عبارت‌اند از:

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (57) \text{ معادله مشاهده:}$$

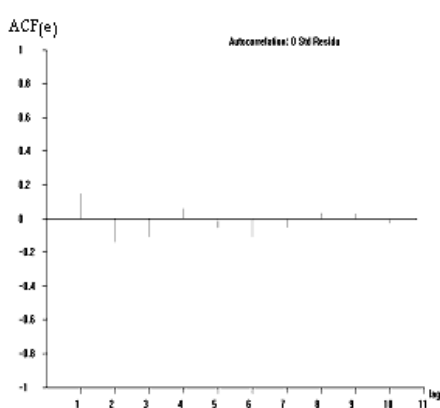
$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \omega_{t1} \quad , \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \omega_{t2} \quad (58) \text{ معادله سیستم:}$$

برای این مدل واریانس مشاهدات V_t به صورت پویا و نامعلوم در نظر گرفته می‌شود. ماتریس تحول W_t بر مبنای عامل تخفیف δ مشخص می‌شود.

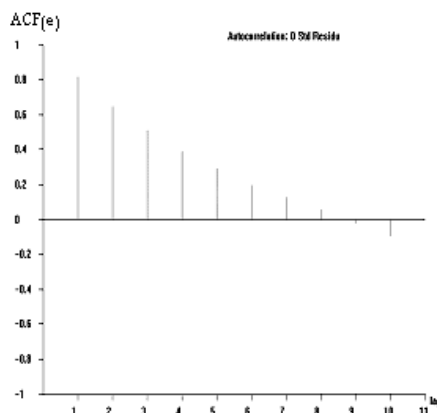
برای انتخاب ضریب تخفیف مناسب، ابتدا با فرض $\delta_T = 0.9$ ، مدل را برآزش دادیم. بعد از برآزش مدل، نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌ها دارای مقادیر معنی‌دار بود (شکل ۶ الف). پس نتیجه می‌گیریم که تغییرات متغیر پاسخ، توسط مدل به خوبی بیان نشده است و بخشی از وابستگی‌ها در مانده‌ها به جای مانده است. با کاهش ضریب تخفیف و افزایش پویایی مدل برای تبیین تغییرات، برآزش مدل بهتر می‌شود و برای $\delta_T = 0.50$ همه مقادیر نمودار خود همبستگی به حدی کاهش می‌یابند که دیگر معنی‌دار نیستند (شکل ۶ ب). مشکل دیگری که در بررسی‌های اولیه مانده‌ها با آن روبرو شدیم، مشکل نرمال نبودن مانده‌ها بود، که

با به کار بردن تبدیل $\frac{y_t^{0.4} - 1}{0.4}$ داده‌ها را تقریباً به نرمال بودن نزدیک کردیم.

در این مرحله از برآزش مدل چندجمله‌ای درجه دوم، می‌بینیم که سری در تعدادی از نقاط برآزش مناسب ندارد و در این نقاط مانده‌ها خارج از بازه اطمینان واقع می‌شوند، برای شناسایی این نقاط، نمودار سری مانده‌های استاندارد شده را رسم می‌کنیم (شکل ۷ الف).

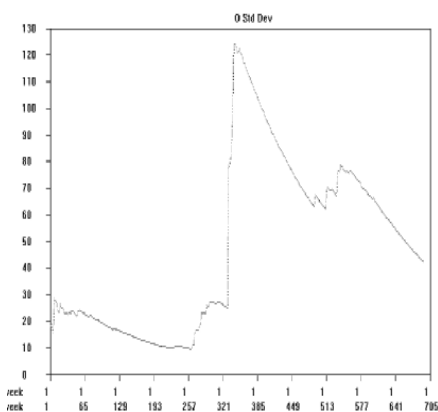


ب

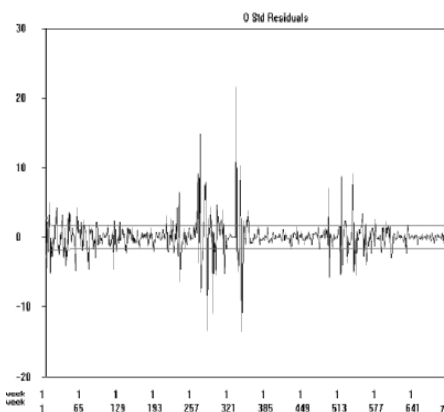


الف

نمودار ۶- الف) نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌های مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف $\delta_1=0.90$ ، ب) نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌های مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف $\delta_1=0.50$



ب

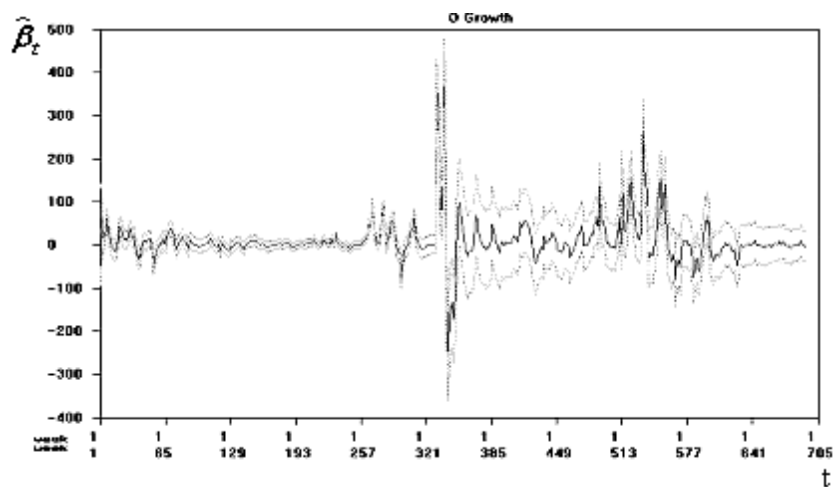


الف

نمودار ۷- الف) نمودار مانده‌های استاندارد شده مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف $\delta_1=0.50$ ، ب) نمودار انحراف استاندارد مشاهدات قبل از انجام مداخله

در کلیه نقاطی که مانده‌ها از بازه اطمینان ۹۵ درصدی خارج شده‌اند، نشانی از عدم برازش مناسب مدل در آن زمان‌ها وجود دارد و باید مداخله صورت گیرد. روش دیگر تشخیص نقاطی که تغییرات زیادی در سری رخ داده و مدل در آن نقاط به‌طور مناسب برازش نیافته، روش نظارت است. به کمک این روش مشخص می‌کنیم که در کدام هفته، تغییرات قیمت دلار معنی‌دار است، آنگاه در آن نقاط مداخله می‌کنیم.

نمودار انحراف استاندارد مشاهدات قبل از انجام مداخله (شکل ۷ ب) را بررسی می‌کنیم. مقدار انحراف در هفته‌های (۲۵۰ - ۳۲۱) رشد سریعی داشته، یعنی در این فاصله جهشی در نمودار رخ داده است. نکته‌ای که وجود دارد این است که با گذشت زمان مدل، بهتر به داده‌ها برازش می‌یابد و انحراف استاندارد به مقدار اولیه خود برمی‌گردد. این روند تغییرات خاصیت پویایی مدل را نشان می‌دهد. در حقیقت، وجود نقاط دور افتاده در هفته‌های ۲۶۰ تا ۳۸۵ باعث افزایش واریانس شده است ولی با گذشت زمان این مدل به‌خوبی به داده‌ها برازش یافته و واریانس کاهش پیدا کرده است.

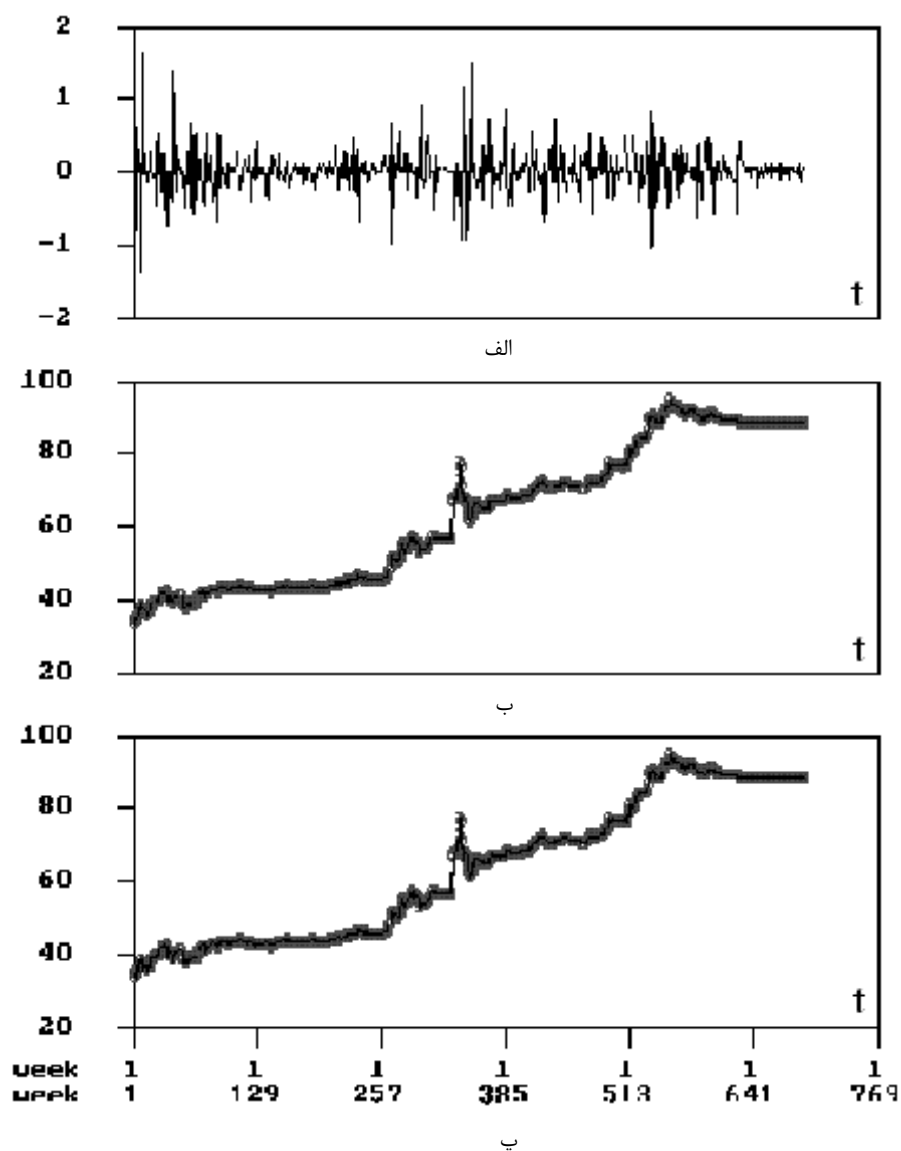


نمودار ۸- نمودار شاخص (β_t) مدل چند جمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف $\delta_T = 0.50$ قبل از مداخله

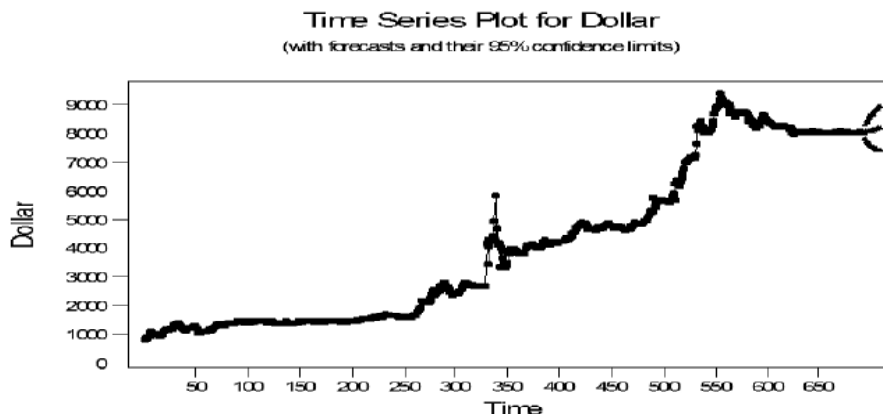
نمودار تغییرات شاخص رشد سری متوسط هفتگی قیمت دلار (β_t)، (شکل ۸) نشان می‌دهد که در طول زمان، شاخص رشد دارای نوسانات زیادی است و در چندین مقطع زمانی این تغییرات بسیار زیاد است. بعد از انجام مداخله در نقاط دور افتاده، تغییرات شدید در شاخص رشد حذف می‌شوند. بعد از مداخله در نقاط دور افتاده نمودار مانده‌های استاندارد شده را رسم می‌کنیم (شکل ۹. الف) با توجه به این نمودار، تغییرات شدید در مانده‌های استاندارد شده حذف شده است. مقدار قیمت دلار برازنده شده برای هفته t ام به کمک مدل برآورد شده، با استفاده از اطلاعات زمان t و قبل از آن در شکل ۹. ب) نشان داده شده‌اند. شکل ۹. پ) مقدار قیمت دلار پیش‌بینی شده برای هفته t ام، بر مبنای اطلاعات تا زمان $t-1$ را نشان می‌دهد.

۳- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار را در بازار رسمی ایران از تاریخ ۶۷/۷/۲۸ تا تاریخ ۸۰/۹/۲۹ بررسی کردیم. ابتدا با استفاده از روش‌های متداول ARMA برازنده‌ترین مدل را برای آن (بخش ۲،۱) به دست آوردیم. سپس به کمک روش‌های تحلیل مدل‌های پویا، مدل پویایی را برای آن (بخش ۲،۲) تعیین کردیم (مبنای نظری این گونه مدل‌ها در بخش ۲ به اجمال بیان شد). چنان‌که بیان شد مدل‌سازی کلاسیک مستلزم محاسبات زیادی برای تبدیل سری به یک سری نرمال مانا بود. به دلیل ناتوانی این مدل‌ها برای رویارویی با سری‌های نامانا به خصوص سری‌هایی که دارای جهش هستند و نقاط دور افتاده دارند ناچار به اعمال برخی مداخلات شدیم که باز هم محاسبات مشکل دیگری را به همراه داشت. در حالی که همان طوری که در بخش مدل‌سازی پویا دیدیم، وارد کردن مفهوم تحوّل در شاخص‌های سری‌های زمانی و بهره‌گیری از روش بی‌زی برای پیدا کردن توزیع پسین شاخص در هر زمان، به شرط آگاهی از اطلاعات زمان‌های قبل، به خوبی توانست از عهده مشکلات نامانایی و نقاط دور افتاده بر آید.



شکل ۹- الف) نمودار مانده‌های استاندارد شده بعد از انجام مداخله، ب) نمودار برآورد سطح سری در زمان t ، بر اساس اطلاعات تا زمان t ، پ) نمودار مقادیر پیش‌بینی شده برای قیمت دلار بر مبنای اطلاعات تا یک زمان قبل



شکل ۱۰- نمودار مقادیر پیشگویی متوسط قیمت هفتگی دلار به کمک مدل برازنده شده همراه با حدود اطمینان ۹۵ درصدی پیشگویی‌ها

به منظور آگاهی از عملکرد این دو مدل، به مقایسه آنها از نظر دقت پیشگویی می‌پردازیم. در شکل ۱۰ و جدول ۴ نتایج پیشگویی متوسط قیمت هفتگی دلار را برای ۱۱ هفته بعد از تاریخ ۸۰/۹/۲۹ به همراه انحراف استاندارد آنها آورده‌ایم. ملاحظه می‌شود در حالی که مقدار قیمت پیشگویی شده از هر دو مدل تقریباً یکسان‌اند و مدل پویا قیمت را اندکی کمتر از مدل کلاسیک پیشگویی می‌کند، تفاوت عمده‌ای در انحراف استاندارد آنها وجود دارد و در هفته‌های اول و دوم این تفاوت بسیار زیاد است. به این معنی که مدل پویا تقریباً با دقتی دو برابر مدل کلاسیک پیشگویی می‌کند. اما هر قدر که افق پیشگویی وسیع‌تر می‌شود و از مبدأ پیشگویی دور می‌شویم از دقت پیشگویی هر دو مدل کم و انحراف استاندارد پیشگویی‌های آنها زیاد می‌شود. منتها این افزایش برای مدل کلاسیک کمتر از مدل پویاست. هرچند که در بدو امر این واقعیت ممکن است به ضعف مدل پویا تعبیر شود، حقیقت آن است که مدل پویا می‌تواند به صورت رایانه‌ای برنامه نویسی شود و هر هفته با استفاده از اطلاعات هفته قبل به پیشگویی بسیار دقیق‌تر از مدل کلاسیک بپردازد. بنابراین با توجه به توانایی مدل‌های پویا برای لحاظ کردن انواع بی‌نظمی‌های سری زمانی به‌طور مستقیم و ماهیت پویای آن که منجر به انحراف

استاندارد بسیار کوچک‌تر برای پیشگویی‌های کوتاه‌مدت می‌شود، برتری آن به مدل‌های کلاسیک آشکار است.

جدول ۴- پیشگویی‌ها، خطاهای استاندارد، و MSEهای دو مدل پویا و کلاسیک برای متوسط قیمت هفتگی دلار در ۱۱ هفته از تاریخ ۸۰/۰۹/۳۰ تا ۸۰/۱۲/۱۰

تاریخ	برآورد شاخص	مدل کلاسیک	مدل پویا
۸۰/۰۹/۳۰	\hat{y}_t	8012.92	7996.292
	S.E	11.20957	6.982155
۸۰/۱۰/۰۷	\hat{y}_t	8022.98	7992.107
	S.E	12.25822	9.871835
۸۰/۱۰/۱۴	\hat{y}_t	8033.21	7991.719
	S.E	16.76197	13.17588
۸۰/۱۰/۲۱	\hat{y}_t	8023.80	7989.331
	S.E	18.93626	16.82256
۸۰/۱۰/۲۸	\hat{y}_t	8052.19	7989.922
	S.E	20.88598	20.80272
۸۰/۱۱/۰۵	\hat{y}_t	8062.58	7982.556
	S.E	22.66896	25.06237
۸۰/۱۱/۱۲	\hat{y}_t	8072.97	7982.169
	S.E	22.32098	29.57521
۸۰/۱۱/۱۹	\hat{y}_t	8085.36	7979.781
	S.E	25.86891	32.32322
۸۰/۱۱/۲۶	\hat{y}_t	8295.75	7977.392
	S.E	27.32819	39.35303
۸۰/۱۲/۰۳	\hat{y}_t	8106.12	7975.006
	S.E	28.71361	50.03073
۸۰/۱۲/۱۰	\hat{y}_t	8107.37	7972.619
	S.E	30.03523	57.77123

فهرست منابع

- ۱- مشکانی، محمدرضا (۱۳۷۱). تحلیل سری‌های زمانی: پیش‌بینی و کنترل، جلد ۱ و ۲. انتشارات دانشگاه شهید بهشتی شماره ۲۴۲، تهران
- 2- Abraham. B., and Ledholter, A., (1983). "Statistical Methods for Forecasting". Wiley New York.
- 3- Abraham, B. and Box, G. E. P., (1979). "Bayesian analysis of some outlier problems in time series". *Biometrika*, 66, 229-236.
- 4- Ameen, J. R. M., and Harrison, P. J., (1984). "Discount weighted estimation". *J. of Forecasting* 3, 285-296.
- 5- Ansley, C. F., (1979). "An algorithm for the exact likelihood of a mixed autoregressive moving average process". *Biometrika* 66, 59-65.
- 6- Bromeling, L. D. (1985). "Bayesian Analysis of Linear Models". Marcel Dekker, New York.

- 7- Box, G. E. P., and Draper, N. R., (1987). "Empirical Model-Building and Response Surfaces". Wiley, New York.
- 8- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., (1976). "Time Series Analysis: Forecasting and Control", (2nd end). Holden-Day, San Francisco.
- 9- Box, G. E. P., and Tiao G. C., (1973). "Bayesian Inference in Statistical Analysis". Addison-Wesley, Massachusetts.
- 10- Chang, I. And Tiao, G. C., (1973). "Estimation of time series parameters in the presence of outliers", Technical Report & University of Chicago, Statistics Research Center.
- 11- Chang, I., Tiao, G. C., and Chen, C. (1988). "Estimation of time series parameters in the presence of outliers", *Technometric*, 30, No. 2, 193-204.
- 12- Cleveland, W. S., (1974). "Estimation of parameters in distributed lag models. In Studies in Bayesian Econometrics and Statistics", S. E. Fienberg and A. Zellner (Eds.). North-Holland Amsterdam.
- 13- De Groot, M. H., (1971). "Optimal Statistical Decisions". Mc Graw-Hill, New York.
- 14- Fox, A. J., (1972). "Outliers in time series". *J. Roy. Statist. Soc.*, Ser. B, 43, 350-363.
- 15- Gardner, G., Harvey, A. C. and Phillips, G. D. A., (1980). "An algorithm for exact maximum likelihood estimation by means of Kalman filtering". *Applied Statistics* 29, 311-322.
- 16- Godolphin, E. J., and Harrison, P. J., (1975). "Equivalence theorems for polynomial projecting predictors". *J. R. Statist. Soc. (Ser. B)* 37, 205-215.
- 17- Harrison, P. J., (1965). "Short-term sales forecasting". *Applied Statistics* 15, 102-139.
- 18- Harrison, P. J., (1967). "Exponential smoothing and short-term forecasting". *Man.Sci.*13,821-842.
- 19- Harrison, P. J., and Stevens, C. F., (1976a). "Bayesian forecasting (with discussion)". *J. Roy. Statist. Soc. (Ser. B)* 38, 205 – 247.
- 20- Harvey, A. C., (1984). "A unified view of statistical forecasting procedures". *J. Forecasting* 3, 245-275.
- 21- Hillmer, S. C., Bell, W. R., and Tiao, G. C. (1983). "Modelling considerations in the Seasonal adjustment of economic time series, in Applied Time Series Analysis of Economic Data", (Ed.A.Zellner), 74-100, U. S. Bureau of the Census, Washington, DC.
- 22- Holt, C. C., (1957). "Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages". *O. N. R. Research Memo. 52*, Carnegie Institute of Technology.
- 23- Johnston, F. R., Harrison, P. J., Marshall, A. S., and France, K. M., (1986). "Modelling and the estimation of changing relationship". *The*

- statistician* 35, 229-235.
- 24- Johnston. F. R., and Harrison, P. J., (1980). "An application of forecasting in the alcoholic drinks industry". *J. Oper. Res. Soc.* 31, 699-709.
 - 25- Leamer. E. E., (1972). "A class of information priors and distributed lag analysis". *Econometrica* 40, 1059-1081.
 - 26- Lindley, D. V., and Smith. A. F. M., (1972). "Bayes' estimates for the linear model". *J. Roy. Statist. Soc. (Ser.B)*34, 1-41.
 - 27- Marriot, J., (1987). "Bayesian numerical integration and graphical methods for Box-Jenkins time series". *The Statistician* 36, 265-268.
 - 28- Martin, R. D., (1980). "Robust estimation off autoregressive models, in Directions in time series", D. R. Brillinger and G. C. Tiao(Eds.), 254-228, Institute of Mathematical Statistics, Hagwood, ca.
 - 29- West, Mike. And Harrison, Jeff (1997). "Bayesian Forecasting and dynamic Models", 2nd ed. Springer, New York.
 - 30- Pole . A., and West , M., (1988). "Efficient numerical integration in dynamic models". *Warwick Research Report* 136 , Department of Statistic , University of Warwick.
 - 31- Press, S.J.,(1985). "Applied Multivariate Analysis . Using Bayesian and Frequentist Methods of inference" . Krieger , California.
 - 32- Priestley , M.B., (1980). "System identification, Kalman filtering and stochastic control. In Direction in time Series" , D.R. Brillinger and G.C. Tiao (Eds). Institute of Mathematical Statistics.
 - 33- Schnatter, S., (1988). "Bayesian forecasting of time series by Gaussian sum pproximation". *In Bayesian Statistics 3* , J.M.Bernardo, M. H. De Groot , D. V. Lindley and A. F. M. Smith(Eds.). Oxford University Press.
 - 34- Tsay, R.S.(1986). "Time series model specification in the presence of outliers". *J. mer. Statist. Assoc* , 81 , 132 – 141.
 - 35- Mckenzie , E., (1976) . "An analysis of general exponential smoothing". *Oper. Res.* 24, 131-140.
 - 36- West, M,Harrison , J. and Helio S Migon, (1985). "Dynamic generalized Liner Models and Bayesian Forecasting", *J. Amer. Statist. Assoc*, 80, No. 389, Theory and Methods.
 - 37- Young, A.S., (1977). "A Bayesian approach to presiction using polynomials". *Biometrika* 64, 304 – 317.
 - 38- Young , A.s., (1983) . "A comparative analysis of prior families for distributed lags". *Emprical Economic* 8 , 215 – 227.
 - 39- Young , A.S.,(1984). "Recursive Estimation and Time Series Analysis". Springer Verlag. Berlin.
 - 40- Zellner, A., (1971). "An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics". Wiley, New York.