

تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران بر اساس نظریه

ارزش در معرض ریسک

حمید خالوزاده*

نسیبه امیری**

تاریخ دریافت: ۸۴/۳/۲۹ تاریخ پذیرش: ۸۴/۷/۲۰

چکیده

تحقیقات بسیاری در سال‌های اخیر برای توسعه روش‌های مدیریت ریسک بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک^۱ (VaR) انجام شده است. در این مقاله با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک^۲ (GA) سبد سهام بهینه‌ای به دست می‌آید که دارای سود ماکزیمم است ضمن آن که دارای قیدی روی ریسک سبد است. معیار برآورد ریسک نیز VaR در نظر گرفته شده است. این معیار به سادگی و تنها با یک عدد ریسک بازار را مدل می‌کند. روش GA، از جمله الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی بوده که از ژنتیک طبیعی و روند تکامل در طبیعت الهام گرفته‌اند. مزیت اصلی این الگوریتم‌ها، انعطاف‌پذیری بسیار بالای آنها در برخورد با مسائل پیچیده و عدم نیاز به شرایط ریاضی خاص مانند پیوستگی و مشتق‌پذیری توابع است. شبیه‌سازی برای سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت مختلف در بازار بورس تهران انجام شده است. نتایج به دست آمده نشانگر کارایی روش مدلسازی ریسک بازار بر مبنای نظریه ارزش در معرض ریسک و روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های ژنتیک در به دست آوردن وزن‌های بهینه سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت بر روی ریسک است.

طبقه‌بندی: JEL: G1, G11.

کلید واژه: نظریه ارزش در معرض ریسک (VaR)، انتخاب سبد سهام، سبد سهام بهینه، الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک.

* استادیار گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

h_khaloozadeh@kntu.ac.ir

nasibeh_530@yahoo.com

** دانشجوی کارشناسی ارشد کنترل، گروه برق، دانشگاه فردوسی مشهد

1- Value-at-Risk

2- Genetic Algorithms

۱- مقدمه

وجود هر نوع عدم قطعیت در مدلسازی بازارهای مالی و عوامل مؤثر بر آن موجب بروز مقداری ریسک در فرایند تصمیم‌گیری می‌شود. این ریسک قابلیت کاهش انواع معیارهای مالی مثل درآمدها، نقدینگی، ارزش سرمایه و غیره را دارد. انواع ریسک موجود و مؤثر در عملکردهای مالی بسیار متنوع بوده که از جمله آنها می‌توان به ریسک تجاری^۱، ریسک بازار^۲، ریسک اعتباری^۳، ریسک عملیاتی^۴ (عملکردی)، ریسک حقوقی^۵، ریسک تکنولوژی^۶، ریسک سیاسی^۷، ریسک نقدینگی^۸ و ریسک مدل^۹ اشاره کرد. در بین انواع مختلف ریسک‌های موجود، تقریباً اکثر معاملات با ریسک از نوع ریسک بازار مواجه هستند. میزان رو به‌رشد فعالیت‌های تجاری، معاملاتی و ناپایداری بازارهای مالی موجب ترویج و توسعه مطالعات جدید روی ریسک شده و همچنین افزایش نیاز به‌مشارکت‌های مالی باعث توسعه تکنیک‌های نوین اندازه‌گیری ریسک شده است. در سال‌های اخیر VaR به یک معیار محبوب ارزیابی ریسک بازار تبدیل شده است به‌طوری‌که این نظریه به‌شکل وسیعی توسط مؤسسات و شرکت‌های مالی و مدیران سرمایه برای کنترل ریسک سبد سهام به‌کار می‌رود^{۱۰}. مدل‌های VaR اجزای مختلف ریسک قیمت را در یک معیار کمی جمع می‌کند. دلیل اصلی توجه به این معیار ریسک این است که VaR ریسک کل سبد سهام را تنها با یک عدد بیان می‌کند. VaR نظیر با یک سبد سهام، تابعی از دو پارامتر افق زمانی^{۱۱} (متناظر با بیشترین بازه زمانی آینده است و کلیه محاسبات با توجه به این پارامتر انجام می‌شود) و سطح

-
- 1- Business risk.
 - 2- Market risk.
 - 3- Credit risk.
 - 4- Operational risk.
 - 5- Legal risk.
 - 6- Technological risk.
 - 7- Political risk.
 - 8- Liquidity risk.
 - 9- Model risk.
 - 10- Gregory, P. C. (ED.) (1959).
 - 11- Time horizon.

اطمینان^۱ است (با توجه به مفروضات هر مسأله این پارامتر نشانگر احتمال برآورده شدن خواسته‌های آن مسأله خواهد بود) و به‌طور خلاصه این معیار بیشینه ضرر مورد انتظار را روی افق زمانی مورد نظر با سطح اطمینان خاصی نشان می‌دهد. مهم‌ترین روش‌های محاسبه VaR عبارتند از: روش واریانس-کوواریانس^۲، روش شبیه‌سازی داده‌های تاریخی^۳ و روش مونت کارلو^۴، البته تکنیک‌های دیگری مثل VaR خطی و VaR دلتا-گاما نیز به کار می‌روند^۵. روش واریانس-کوواریانس و روش مونت کارلو بر پایه فرض توزیع نرمال بازده^۶ استوار است.

در مدل‌های کلاسیک انتخاب سبد سهام، هدف سرمایه‌گذاران ماکزیمم کردن میزان سود مورد انتظار سبد سهام است. اگر توزیع بازده سبد سهام و تابع سود، مشخص و دارای خصوصیات خاصی باشد می‌توان این ماکزیمم‌سازی را برای کمینه کردن یک معیار برآورد ریسک سبد سهام، انجام داد ضمن این‌که مقدار مشخص و معینی برای میانگین بازده تعیین شده است. اولین بار مارکویتز^۷ و توبین^۸ این نوع مدل را بر مبنای معیار میانگین-ریسک پیشنهاد دادند و برای اندازه‌گیری ریسک، واریانس را انتخاب کردند. پس از آن بر اساس روش بهینه‌سازی میانگین-واریانس کارها و تحقیقات زیادی انجام شد [۵، ۶ و ۷]. در مرجع^۹ [۸]، VaR با چند معیار مهم دیگر اندازه‌گیری ریسک از دید مسائل بهینه‌سازی به‌لحاظ خصوصیات تئوریک و محاسباتی مقایسه شده است. نتیجه این مقایسه بیان می‌کند با وجود این‌که بهینه‌سازی VaR ذاتاً بسیار مشکل‌تر از انواع دیگر بهینه‌سازی‌های ریسک است ولی یافتن سبد سهام میانگین-VaR یک مسأله قابل تحقق و ممکن^{۱۰} است. از طرفی، دیگر معیارهای اندازه‌گیری ریسک،

-
- 1- Confidence level.
 - 2- Variance-Covariance.
 - 3- Historical simulation.
 - 4- Mont Carlo.
 - 5- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952).
 - 6- Return.
 - 7- Markowitz, H. M.
 - 8- Tobin, J., (1958).
 - 9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).
 - 10- Feasible.

جانشین مناسبی برای VaR نیستند. بنابراین نیاز به بررسی سبد سهام بهینه با معیار VaR و یافتن راه حل عملی در غالب یک شبیه‌سازی موفق، کاملاً محسوس است.

در این مقاله ایده VaR با بهینه‌سازی سبد سهام ترکیب شده و سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک به دست آمده است به طوری که ضمن دارا بودن ماکزیمم بازده سبد سهام حاصله، قید روی VaR نیز برآورده می‌شود. در ادامه ابتدا در بخش ۲ فرمولاسیون مورد نیاز مسأله تبیین و ارائه می‌شود. سپس در بخش ۳ الگوریتم ژنتیک به عنوان روشی بسیار قوی در بهینه‌سازی مسائل متعارف و غیرمتعارف^۱، مختصراً شرح داده می‌شود. در بخش آخر، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از سری زمانی مربوط به دوازده شرکت متعلق به صنایع مختلف در بازار بورس ایران با استفاده از فرمولاسیون مربوط به مسأله چگونگی انتخاب سبد سهام بهینه و الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک آورده شده است. درصد هر یک از دوازده سهم در سبد سهام به گونه‌ای تعیین می‌شود که قید روی ریسک برآورده شود، ضمناً با وجود این قید سبد سهام به دست آمده باید دارای بازده ماکزیمم باشد.

۲- مدل‌سازی مسأله انتخاب سبد سهام طبق نظریه VaR

همان‌طور که گفته شد هدف اصلی در این تحقیق، بهینه‌سازی سبد سهام با وجود معیار برآورد ریسک VaR است به طوری که سبد سهام بهینه میانگین-VaR به دست آید. یعنی با در نظر گرفتن حد بالای قابل قبول برای میزان ریسک، سبد سهام مورد نظر با بازده ماکزیمم تعیین شود.

برای تبیین مسأله فوق یک مجموعه محدود سرمایه $i = 1, \dots, n$ را در نظر می‌گیریم که به عنوان مثال می‌تواند شامل هر نوع سرمایه مالی، سهام و اوراق قرضه باشد. وضعیت این سرمایه‌ها سبد سهام x را مشخص می‌کند.

۱- در این الگوریتم که بر پایه جستجوی تصادفی قانونمند است نیاز به شرایط پیوستگی، مشتق پذیری و تحدب برای رسیدن به نقطه بهینه مطلق نیست.

$$X = (X_1, \dots, X_n)$$

فاکتورهای ریسک^۱ v هر نوع ریسک و عدم قطعیت موجود اجزای پرتفوی در بازارهای مالی مثل عدم قطعیت نرخ سود، قیمت سهام و ... را توصیف می‌کنند.

$$V = (V_1, \dots, V_n)$$

مقدار و ارزش سبد سهام X برای مقادیر داده شده فاکتورهای ریسک V با $p(x, v)$ نشان داده می‌شود که در حالت کلی ممکن است تابعی غیرخطی و پیچیده یا حتی تابعی گسسته از X و V باشد. ولی معمولاً نسبت به وضعیت سبد سهام جداپذیر^۲ است به این معنی که قابل تفکیک بوده و می‌توان اثر کلی و برابند را از اثر تک تک اجزا به دست آورد:

$$p(x, v) = \sum_{i=1}^n p_i(x_i, v) \quad (۱)$$

و یا حتی ممکن است نسبت به X خطی باشد.

$$p(x, v) = \sum_{i=1}^n x_i p_i(v) \quad (۲-۲)$$

و گاهی می‌تواند نسبت به وضعیت سبد سهام و نیز فاکتورهای ریسک خطی باشد، مثل مواردی که سبد سهام شامل سهام‌هایی با موقعیت و وضعیت یکسانی در شروع مطالعه است در این صورت فاکتورهای ریسک همان قیمت سهام خواهند بود. در شبیه‌سازی‌ای که در این مقاله انجام شده نیز این حالت در نظر گرفته شده است، یعنی:

$$p(x, v) = \sum_{i=1}^n x_i v_i \quad (۳)$$

اگر مقادیر فاکتورهای ریسک مشخص و معلوم در زمان $t=0$ با v^0 نشان داده شود در این مرحله هدف تعیین تغییرات سبد سهام در زمان $t=1$ است. البته این افق زمانی می‌تواند چند روز یا چند هفته نیز در نظر گرفته شود. تابع

1- Risk factor.

2- Separable.

چگالی احتمال^۱ فاکتورهای ریسک در زمان $t = 1$ را می‌توان معلوم فرض کرد در واقع می‌توان تابع چگالی خاصی را برای آن در نظر گرفت و یا آنها را از روی داده‌های گذشته به دست آورد. در صورتیکه رفتار v در زمان $t = 1$ با تابع چگالی احتمال معلوم $f(v)$ بیان شود. رفتار مقدار سبد سهام $p(x, v)$ در زمان $t = 1$ با تابع چگالی احتمال مشترک $\varphi(x, v)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P\{p(x, v) \geq p\} = \int_p^{\infty} \varphi(x, y) dy$$

که به کمک تابع مقدار سبد سهام $p(x, v)$ و توزیع فاکتورهای ریسک $f(v)$ ، به صورت زیر قابل بیان است:

$$\varphi(x, y) = \int_{p(x, v)=y} f(v) dv \quad (۴)$$

در عمل پیدا کردن این تابع توزیع کار بسیار مشکلی است. مخصوصاً وقتی که سبد سهام حاوی صدها سهام گوناگون است و تابع مقدار سبد سهام $p(x, v)$ ، غیرخطی است. روش‌های پارامتری و شبیه‌سازی‌های مختلفی برای حل این مسأله پیشنهاد شده است^۲. با استفاده از روش‌های ناپارامتری نیز می‌توان توابع چگالی احتمال مربوط به هر سهم را تخمین زد، در این پژوهش همان‌طور که مجدداً اشاره خواهد شد، با داشتن داده‌های گذشته از الگوریتم هموارسازی کرنل^۳ استفاده شده است.

برای تعریف VaR سبد سهام x ، می‌توان به شکل زیر عمل کرد. $\bar{p}(x)$ را مقدار امید سبد سهام x (میانگین سبد سهام) در زمان $t = 1$ در نظر گرفته، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\bar{p}(x) = E_v p(x, v) = \int p(x, v) f(v) dv \quad (۵)$$

سطح اطمینان $c < 1$ که معمولاً ۰/۹۵ یا ۰/۹۹ فرض می‌شود را در نظر گرفته

1- Probability density function.

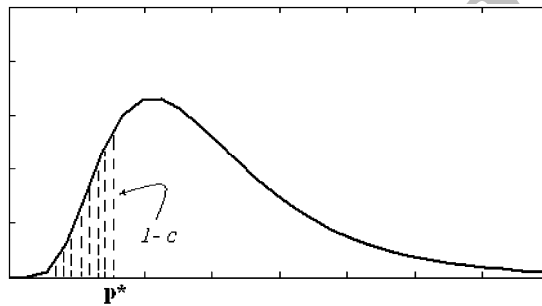
2- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001).

3- Kernel smoothing algorithm.

و معادله زیر را نسبت به p^* حل می‌کنیم.

$$\int_{p^*}^{\infty} \varphi(x, y) dy = c \quad (۶)$$

رابطه (۶) بیان می‌کند که سطح زیر منحنی $\varphi(x, y)$ از نقطه p^* تا ∞ برابر c می‌شود. بنابراین p^* نقطه‌ای است که سطح هاشور نخورده در شکل زیر برابر c است. چون منحنی مربوط به تابع توزیع چگالی احتمال است، سطح زیر منحنی برابر یک بوده و لذا سطح هاشور خورده برابر $1-c$ است.



شکل ۱- تعریف p^*

به عبارت دیگر مقدار و ارزش سبد سهام x در زمان $t = 1$ به احتمال c مساوی یا بیشتر از $p^* = p^*(x)$ خواهد بود. به این ترتیب VaR اختلاف بین $\bar{p}(x)$ (میانگین ارزش سبد سهام x) و $p^*(x)$ است.

$$VaR = \bar{p}(x) - p^*(x) \quad (۷)$$

در حقیقت VaR بیشترین میزانی است که به احتمال c ، مقدار سبد سهام x می‌تواند از مقدار مورد انتظار کمتر شود. اغلب اوقات مقدار جاری سبد سهام به عنوان امید آن در تعریف VaR به کار می‌رود. یعنی:

$$VaR = p(x, v^0) - p^*(x) \quad (۸)$$

اکنون می‌توان صورت مسأله انتخاب سبد سهام بهینه با وجود قید VaR را به شکل زیر بیان کرد: سبد سهام x را به گونه‌ای بیابید که سود مورد انتظار

ماکزیمم شود. یعنی:

$$\max \int p(x, v) f(v) dv \quad (9)$$

به طوری که قید روی VaR زیر برآورده شود:

$$\int p(x, v) f(v) dv - p^*(x) \leq V \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1, \quad x_i \geq 0 \quad (11)$$

که در آن $p^*(x)$ حل معادله زیر نسبت به p^* است.

$$\int_{p^*}^{\infty} \left[\int_{p(x, v)=y} f(v) dv \right] dy = c \quad (12)$$

این مسأله در حقیقت متعلق به دسته عمومی مسائل بهینه‌سازی تصادفی^۱ است. برای مطالعه بیشتر روی خصوصیات این دسته از مسائل به مراجع [۱۰، ۱۱ و ۱۲] مراجعه کنید. متأسفانه بر خلاف مسأله انتخاب سبد سهام میانگین- واریانس مارکوویتز، حل این مسأله بسیار مشکل است. مشکل اصلی در یافتن مجموعه امکان پذیر^۲ (۱۰) - (۱۱) است چون حتی در ساده‌ترین موارد این مجموعه ممکن است غیر محدب^۳ یا حتی گسیخته^۴ باشد. در این مقاله، این مسأله را به کمک الگوریتم‌های ژنتیک که ابزار توانمندی در حل مسائل غیر محدب و غیرخطی است حل می‌کنیم.

۳- الگوریتم‌های ژنتیک

الگوریتم‌های ژنتیک اولین بار در دهه ۱۹۶۰ توسط جان هولند^۵ مطرح شدند. این الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های بهینه‌سازی عددی هستند که از ژنتیک طبیعی و روند تکامل در طبیعت الهام گرفته‌اند^۶. مزیت اصلی این الگوریتم‌ها، انعطاف‌پذیری

1- Stochastic optimization.

2- Feasible set.

3- Non-convex .

4- Disjoint.

5- John Holland.

6- Coley, D. A., (2000).

بسیار بالای آنها در برخورد با مسائل پیچیده و عدم نیاز به شرایط ریاضی خاص مانند پیوستگی و مشتق پذیری است. این الگوریتم‌ها با یک جمعیت اولیه که هر عضو این جمعیت به عنوان یک جواب پیشنهادی برای حل مسأله بهینه‌سازی است یا گروهی از حدس‌ها شروع می‌شوند. این حدس‌ها معمولاً به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و در فضای جستجوی پاسخ پراکنده‌اند. سپس از سه عملگر انتخاب^۱، برش^۲ و جهش^۳ (که بر اساس شباهت با چگونگی تکامل در دنیای واقعی انتخاب شده‌اند) برای هدایت جمعیت در طول نسل‌های متوالی به سمت همگرایی در نقطه بهینه، استفاده می‌شود.

عملگر انتخاب، فشاری را مشابه انتخاب طبیعی در سیستم‌های بیولوژیکی به جمعیت اعمال می‌کند. افرادی که عملکرد ضعیف‌تری دارند حذف شده و افرادی که عملکرد بهتری دارند و برازندگی آنها بیشتر است، شانس بیشتری برای بقا خواهند داشت. عملگر برش، این امکان را می‌دهد که اطلاعات و خصیصه‌های وراثتی به روشی مشابه تولید مثل، بین جفت‌های جمعیت مبادله شوند و عملگر جهش نیز برای آن است که تنوع در جمعیت حفظ شود.

برای اعمال الگوریتم ژنتیک پارامترهای متفاوتی وجود دارد که باید توسط طراح تعیین شود. تعداد اعضای جمعیت، تابع برازندگی^۴، نوع عملگرهای انتخاب، جهش و برش از جمله این موارد هستند. انتخاب مناسب این پارامترها در همگرایی این الگوریتم به سمت نقطه بهینه سراسری^۵ و گیر نکردن در نقاط بهینه موضعی^۶، بسیار حائز اهمیت است. در هر مورد با توجه به نوع خاص مسأله باید این پارامترها را تنظیم و تعیین نمود.

1- Selection.

2- Crossover.

3- Mutation.

4- Fitness function.

5- Global optimal point.

6- Local optimal point.

۳-۱- تابع برازندگی

همان طور که اشاره شد، مسأله بهینه‌سازی سبب سهام مورد نظر در این پژوهش به صورت یک مسأله بهینه‌سازی با وجود محدودیت بیان می‌شود. در این مسأله هدف به دست آوردن ماتریس به نحوی است که رابطه (۹) ماکزیمم شود در حالی که قیود (۱۰) و (۱۱) نیز برقرار باشند. بنابراین تابع هدف را میتوان به صورت مجموع توانی از اختلاف با مقادیر مطلوب قیود، تعریف نمود. هر عضو جمعیت که مقدار تابع هدف در آن کوچک‌تر باشد، برازندگی بیشتری خواهد داشت و بنابراین شانس بقای آن عضو در طول نسل‌های متوالی بیشتر خواهد بود. در یک مسأله بهینه‌سازی با وجود قید، محدودیت‌ها ناحیه و فضای ممکن پاسخ را تعریف می‌کنند. الگوریتم‌های ژنتیک برای کار با مسائل بهینه‌سازی با وجود قید بسیار مناسب هستند، چرا که بر خلاف روش‌های سنتی لازم نیست قیدها شرایط ریاضی خاصی مانند پیوستگی و مشتق‌پذیری را دارا باشند^۱.

معمول‌ترین روش در مسائل بهینه‌سازی با قید، استفاده از توابع جریمه (پنالتی) است. در این روش مسأله بهینه‌سازی با قید به کمک توابع پنالتی به مسأله بهینه‌سازی بدون قید تبدیل می‌شود. بنابراین تابع برازندگی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$F(x) = \begin{cases} f(x); & x \in \text{feasible region} \\ f(x) + \text{penalty}(x); & x \notin \text{feasible region} \end{cases} \quad (13)$$

انواع مختلفی از توابع جریمه را می‌توان در نظر گرفت. در کلیه این روش‌ها برای عدم رعایت قید، جریمه‌ای در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله، توابع جریمه به این ترتیب تنظیم می‌شوند که برای هر عدم رعایت قید، توان زوجی از فاصله تا مرز محدودیت را در نظر گرفته و در ضریبی ضرب می‌کنیم تا میزان جریمه به دست آید. بنابراین هر عضوی که محدودیت‌ها را رعایت نکند، میزان برازندگی اش کاهش خواهد یافت. ضریب محدودیت را متغیر در نظر گرفته به نحوی که با

1- Coello, C., (2001).

جلو رفتن نسلها، محدودیت دقیق تر وسخت تر اعمال شود. در مسأله حاضر قیدها همان روابط (۱۰) و (۱۱) هستند.

۲-۳- جمعیت اولیه^۱

هر عضو جمعیت به صورت برداری است که x را مشخص می کند (درصدی از ۱۲ سهام انتخابی). جمعیت اولیه یا نسل اول را به صورت تصادفی انتخاب می کنیم. تعیین تعداد اعضای جمعیت در الگوریتم های ژنتیک حائز اهمیت است. هر چه تعداد اعضا بیشتر باشد، الگوریتم قادر به جستجوی وسیع تری خواهد بود و نتایج بهتری حاصل خواهد شد. اما از طرفی افزایش تعداد اعضا، مدت اجرای الگوریتم را طولانی می سازد. در این مسأله با توجه به تعداد متغیرها و با انجام چندین سعی وخطا تعداد اعضا ۵۰ نفر در نظر گرفته شده است.

۳-۳- عملگر انتخاب

عملگر انتخاب تعیین می کند که کدام یک از اعضای جامعه به عنوان والدین نسل بعدی در نظر گرفته شوند. در این مقاله از عملگر چرخ رولت^۲ به عنوان عملگر انتخاب استفاده شده است. به این مفهوم که هر عضوی که برازندگی بیشتری دارد شانس تکثیر بیشتری خواهد داشت. در این عملگر احتمال انتخاب یک عضو به عنوان والد، متناسب با برازندگی آن عضو است. هم چنین بهترین دو عضو جامعه (اعضای نخبه) در هر نسل بدون تغییر به نسل بعد راه پیدا می کنند.

۴-۳- عملگر برش

همان طور که اشاره شد عملگر برش، این امکان را می دهد که اطلاعات به روشی مشابه تولید مثل، بین جفت های جمعیت مبادله شوند. در این مقاله از عملگر برش ابتکاری^۳ برای ترکیب دو عضو و ایجاد فرزندان استفاده شده است. در این روش یک نقطه برش به طور تصادفی انتخاب می شود و سپس رشته های والد

1- Initial population .

2- Roulette.

3- Heuristic.

در این نقطه با هم ترکیب می‌شوند تا رشته‌های فرزندان که پاسخ‌های جدید مسأله هستند، تولید شوند.

۵-۳- عملگر جهش

عملگر جهش برای ایجاد تنوع در جمعیت به کار می‌رود. این عملگر نقش اساسی در گسترش فضای جستجو دارد. در صورتی که احتمال جهش خیلی بزرگ انتخاب شود، الگوریتم به سمت جستجوی تصادفی محض میل می‌کند. از طرف دیگر در صورت کوچک بودن این پارامتر، الگوریتم در تله نقاط بهینه محلی به دام افتاده و اصطلاحاً به بلوغ زودرس می‌رسد. عملگر جهش مورد استفاده در این مقاله عملگر جهش با توزیع یکنواخت^۱ است که احتمال آن با سعی و خطا و مشاهده رفتار جمعیت در طول نسل‌های متوالی، ۰/۰۸۱۳۹۵ در نظر گرفته شده است.

۴- شبیه‌سازی

در انجام شبیه‌سازی^۲ این تحقیق سبد سهامی با ۱۲ سهم مختلف در نظر گرفته شده است. سعی شده این شرکتها از صنایع مختلف انتخاب شوند تا میزان همبستگی بین آنها کاهش یابد^۳. اطلاعات مربوط به این شرکتها عبارت است از داده‌های سری زمانی قیمت (closed price) در زمان‌های گذشته از سال ۸۰ تا ۸۳. این داده‌ها در مرجع^۴ [۱۶] موجود هستند.

1- Uniform distribution.

۲- شبیه‌سازیها توسط نرم افزار 7 Matlab و با استفاده از جعبه ابزار GA که مخصوص حل مسائل با استفاده از الگوریتم ژنتیک است انجام شده است.

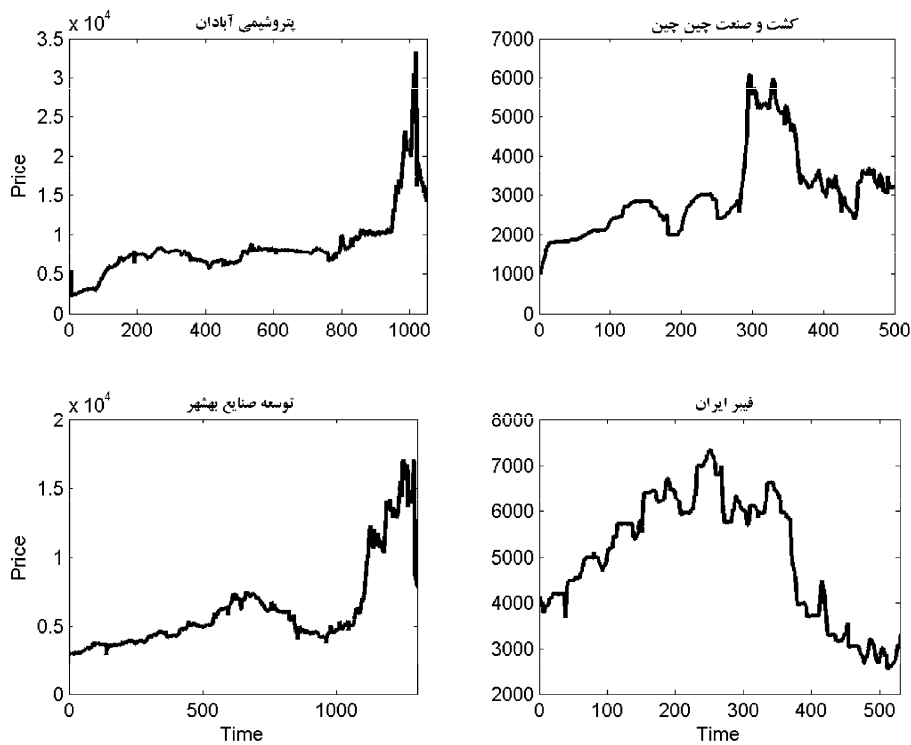
۳- این ۱۲ شرکت جهت انجام روش ذکر شده بر طبق نظریه VaR و الگوریتم بهینه‌سازی GA به شکل کاملاً دلخواه انتخاب شده‌اند و لذا در حالت کلی تعداد شرکتها به اندازه تمام شرکتها پذیرفته شده در بازار بورس ایران قابل افزایش است و نیز بخاطر آنکه سهامهای انتخاب شده همبستگی یکطرفه ای نداشته باشند، ۱۲ سهم از صنایع مختلفی انتخاب شده‌اند. البته در حالت واقعی انتخاب بهینه ممکن است از شرکتها و سهامهای یک صنعت خاص صورت پذیرد و روش ذکر شده در مقاله کاملاً کلی است و صرفاً جهت توضیح روش ارائه شده در تحقیق سهامهای فوق الذکر انتخاب شده‌اند.

4- <http://www.mofidbours.com>

جدول ۱ نام این شرکتها و شکل ۲ داده‌های سری زمانی چهار شرکت را به‌عنوان نمونه نشان می‌دهد.

جدول ۱- مشخصات ۱۲ شرکت مورد استفاده در شبیه‌سازی

i	نام شرکت	صنعت
۱	شوگو پارس	محصولات غذایی
۲	سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر	سرمایه‌گذاری
۳	سرمایه‌گذاری البرز	سرمایه‌گذاری
۴	پتروشیمی آبادان	محصولات شیمیایی
۵	پارس الکتریک	ساخت رادیو و تلویزیون
۶	کشت و صنعت چین چین	محصولات غذایی
۷	فیبر ایران	محصولات چوبی
۸	سیمان سپاهان	سیمان، آهک و گچ
۹	سرمایه‌گذاری بانک ملی	شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی
۱۰	سایپا	خودرو و ساخت قطعات
۱۱	نفت بهران	فراورده‌های نفتی
۱۲	لاستیک البرز	لاستیک و پلاستیک



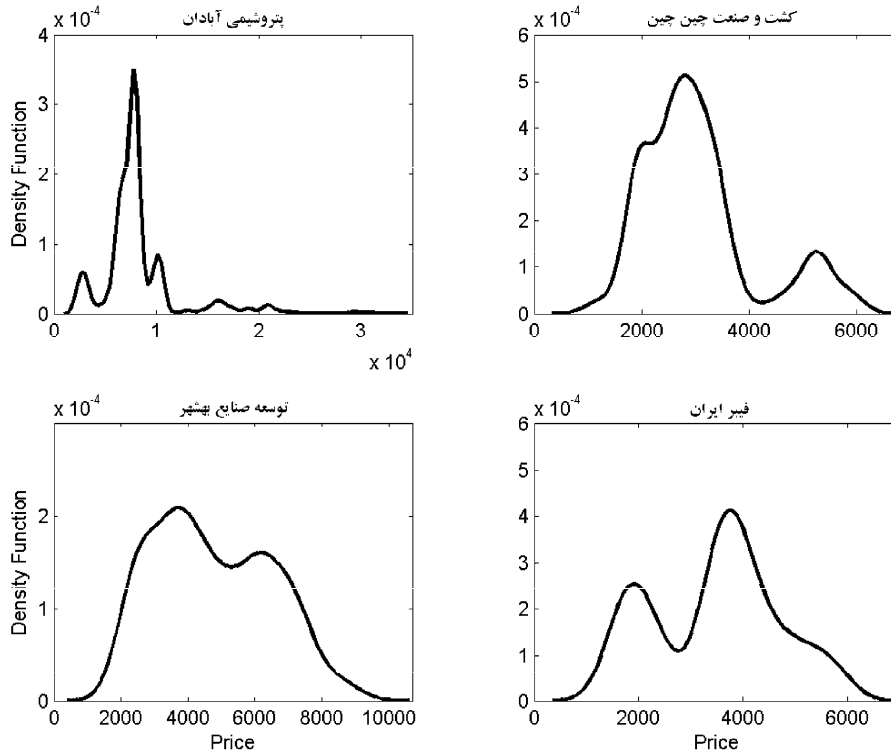
شکل ۲- سری زمانی شرکت‌های پتروشیمی آبادان، کشت و صنعت چین چین، سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر و فیبر ایران

هدف پیدا کردن وزنهای X مربوط به سهام‌های مختلف موجود در سبد سهام مفروض، به‌گونه‌ای است که سود حاصل از سبد سهام در زمان $t = 1$ بیشینه شود به‌طوری‌که حد ریسک مورد نظر با معیار VaR نیز برآورده شود. اولین گام در حل این مسأله که فرمول‌بندی آن در بخش ۲ مطرح شد، تعیین رفتار فاکتورهای ریسک (که در اینجا قیمت سهام‌ها هستند) در زمان $t = 1$ است. برای به‌دست آوردن تابع چگالی احتمال $f(v)$ در زمان $t = 1$ با داشتن داده‌های گذشته از الگوریتم هموارسازی کرنل^۲ استفاده شده است. شکل ۳ توابع چگالی

۱- $t=1$ معرف پیش‌بینی در زمان آتی ۱ است و عدد یک می‌تواند معرف یک روز آینده، یک هفته آینده و غیره باشد.

2- Kernel smoothing algorithm

به دست آمده برای چهار شرکت شکل ۲ را نشان می دهد^۱.



شکل ۳- تابع چگالی احتمال به دست آمده با الگوریتم هموارسازی کرنل برای شرکت های پتروشیمی آبادان، کشت و صنعت چین چین، سرمایه گذاری توسعه بهشهر و فیبر ایران

با به دست آمدن $f(v)$ امید ریاضی سبد سهام x در زمان $t = 1$ از فرمول

(۵-۲) تعیین می شود. از آنجاییکه که $p(x, v) = \sum_{i=1}^n x_i v_i$ فرض شده است مقدار

$\bar{p}(x)$ به صورت زیر به دست می آید.

$$\bar{p}(x) = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{100} x_i v_j f_j(v) \Delta_j v$$

۱- این چهار شرکت و شکل های مربوط به سری زمانی و تابع چگالی احتمال آنها بعنوان مثال از میان ۱۲ شرکت موجود در سبد انتخاب و رسم شده اند.

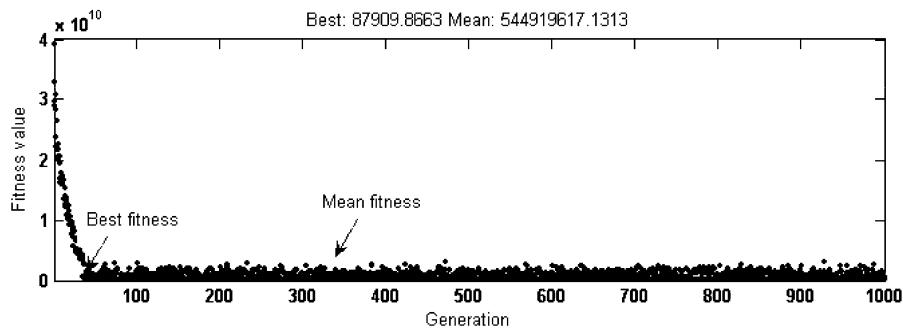
مجهول بعدی $p^*(x)$ است که برای محاسبه آن به مقدار $\varphi(x, y)$ نیاز است. برای تعیین $\varphi(x, y)$ به این ترتیب عمل شده که با یک فرض اولیه از مقادیر x_i شروع می‌کنیم. چون $\varphi(x, y)$ در حقیقت تابع چگالی احتمال سبد سهام در زمان $t = 1$ است باز هم با کمک روش هموارسازی کرنل این تابع چگالی تخمین زده می‌شود. این کار در هر بار تکرار الگوریتم ژنتیک و با هر جمعیت در نظر گرفته شده، انجام می‌شود. حال با معلوم شدن $\varphi(x, y)$ باید به دنبال راهی برای تعیین $p^*(x)$ باشیم تا قید (۲-۱۰) قابل محاسبه عددی شود. با در نظر گرفتن سطح اطمینان ۰/۹۵ می‌توان (۲-۶) را به این صورت تعبیر کرد که از نقطه p^* به بعد سطح زیر منحنی $\varphi(x, y)$ مساوی ۰/۹۵ شود.

همان‌طور که گفته شد در هر تکرار $\varphi(x, y)$ به دست می‌آید، پس با تعبیر بالا می‌توان p^* را نیز در هر تکرار به دست آورد. چون فرمول مشخصی برای تابع چگالی سبد سهام در دست نیست و در هر تکرار الگوریتم نیز مقادیر عددی در نقاط مختلف برای آن به دست می‌آید بسادگی نمی‌توان این انتگرال را محاسبه و تعیین کرد که در چه مقداری از سبد سهام مقدار آن برابر ۰/۹۵ است، به همین دلیل از انتگرالگیری عددی دوزنقه‌ای استفاده شده است.

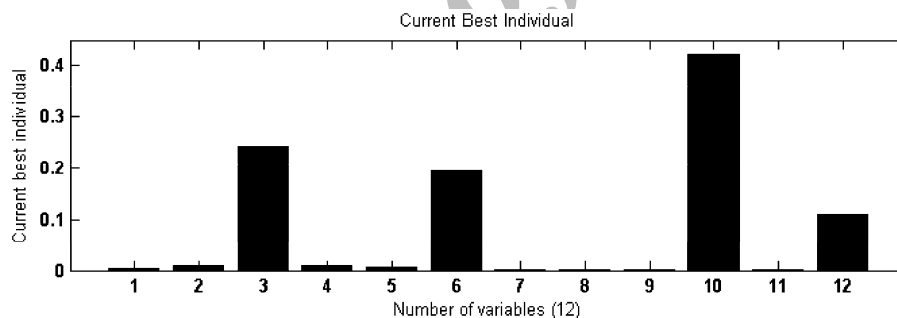
مقدار عددی مناسب برای VaR با تعیین مقادیر تصادفی برای x_i ها و اعمال روش‌های ابتکاری توضیح داده شده برای محاسبه $\bar{p}(x)$ و $p^*(x)$ ، از رابطه (۷) محاسبه می‌شود. فرض شده است که به عنوان مثال ۱۵٪ ریسک سبد سهام‌های تصادفی مقدار مناسبی باشد. در نهایت میانگین این مقادیر به عنوان حد VaR در نظر گرفته شده است که عدد ۳۵۵۰ است. در واقع اگر این قید برقرار باشد به این معنی است که به احتمال ۰/۹۵ تا پایان روز بعد (در حالت کلی تا پایان دوره زمانی بعد) بیشتر از ۳۵۵۰ تومان ضرر نخواهیم کرد.

به این ترتیب تمام مقادیر مجهول مورد نیاز برای تکمیل شدن حلقه محاسبه ضرایب وزنی x_i به دست می‌آیند. تابع برازندگی و عملگرهای مورد نیاز الگوریتم ژنتیک نیز در بخش قبل بیان شدند. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با الگوریتم ژنتیک در شکل‌های زیر آورده شده است. شکل ۴ تغییرات تابع

برازندگی بهترین عضو و میانگین این تابع برای افراد هر جمعیت را در طول نسل‌های متوالی نشان می‌دهد. که با سرعت خوبی به صفر همگرا شده است. شکل ۵ بهترین مقادیر x_i به دست آمده که بیانگر درصد وزن بهینه و سهم هر یک از دوازده سهم مورد بحث است را نشان می‌دهد.



شکل ۴- تغییرات تابع برازندگی بهترین عضو و میانگین تابع برازندگی هر جمعیت در طول نسل‌های متوالی (۱۰۰۰ نسل)



شکل ۵- بهترین عضو جمعیت (محور عمودی درصد سهام ۱۲ گانه را در سبد سهام بهینه نشان می‌دهد)

برای آزمون نتیجه به دست آمده سبد سهامی به صورت تصادفی انتخاب و ارزش سبد سهام و مقدار VaR برای آن محاسبه شده است. همان‌طور که در جدول ۲ زیر مشاهده می‌شود در حالت اول ارزش سبد سهام در زمان $t = 1$

مقدار ۶۷۷۱/۴ است که از سبد سهام بهینه با مقدار و ارزش ۴۶۳۹/۸ بیشتر است ولی بایستی توجه داشت که در این حالت قید مربوط به ریسک نقض شده است و در این حالت ریسک خیلی بیشتری (۷۹۵۵/۲) داریم که از مقدار مورد نظر (۳۵۵۰) بیشتر است. در سناریوی دوم که انتخاب سبد به شکل تصادفی ۲ صورت پذیرفته است، قید ریسک برقرار است ولی ارزش سبد سهام (۳۰۳۵/۱) حتی از مقدار تحت ریسک در این سناریو یعنی ۳۰۹۰/۹ نیز کمتر است یعنی با احتمال بسیار زیادی ضرر خواهیم کرد. با انتخاب سبدهای دیگر با درصد سهام متفاوت با سبد بهینه شکل ۵ نیز ارزش سبد سهام کمتری عاید می‌شود. به عنوان مثال اگر درصد سهام شماره ۱۰ (سایپا) را از مقدار بهینه آن (۰/۴۲۷۰۶) به مقدار مثلا (۰/۲۲۷۰۶) کاهش داده و در عوض درصد سهام ۱۲ (لاستیک البرز) را از (۰/۱۱۰۹۷) به (۰/۳۱۰۹۷) افزایش دهیم مقادیر (۵۳۵۴/۶) برای ارزش سبد سهام و (۴۱۶۶) برای VaR به دست می‌آید که ارزش سبد سهام از مقدار متناظر بهینه بیشتر است ولی مقدار VaR بسیار بیشتر از حد مورد نظر است که مناسب نیست.

Archive of SID

جدول ۲- مشخصات ۱۲ شرکت مورد استفاده در شبیه‌سازی و درصد وزن سهام انتخاب شده در هر یک از حالت‌ها

i	نام شرکت	صنعت	درصد هر سهم (سبد بهینه)	درصد هر سهم (سبد تصادفی ۱)	درصد هر سهم (سبد تصادفی ۲)	درصد هر سهم (سبد بهینه تغییر یافته)
۱	شوگو پارس	محصولات غذایی	$4/4548 \times 10^{-6}$	$0/17768$	$0/28381$	$4/4548 \times 10^{-6}$
۲	سرمایه‌گذاری توسعه بهشهر	سرمایه‌گذاری	$0/0086274$	$5/815 \times 10^{-7}$	$3/6709 \times 10^{-5}$	$0/0086274$
۳	سرمایه‌گذاری البرز	سرمایه‌گذاری	$0/24465$	$1/4597 \times 10^{-8}$	$0/091861$	$0/24465$
۴	پتروشیمی آبادان	محصولات شیمیایی	$0/0061223$	$3/06 \times 10^{-8}$	$0/10284$	$0/0061223$
۵	پارس الکتریک	ساخت رادیو و تلویزیون	$0/0043726$	$0/79852$	$0/088085$	$0/0043726$
۶	کشت و صنعت چین چین	محصولات غذایی	$0/19409$	$0/0028939$	$0/23071$	$0/19409$
۷	فیبر ایران	محصولات چوبی	$7/8147$	$0/0090683$	$0/094105$	$7/8147$
۸	سیمان سپاهان	سیمان، آهک و گچ	$0/0040587$	$1/7618 \times 10^{-7}$	$1/6906 \times 10^{-5}$	$0/0040587$
۹	سرمایه‌گذاری بانک ملی	شرکت‌های چند رشته‌ای صنعتی	$1/6012 \times 10^{-7}$	$1/2441 \times 10^{-6}$	$0/042731$	$1/6012 \times 10^{-7}$
۱۰	سایپا	خودرو و ساخت قطعات	$0/42706$	$8/3982 \times 10^{-8}$	$0/049059$	$0/22706$
۱۱	نفت بهران	فرآورده‌های نفتی	$3/9565 \times 10^{-5}$	$1/4181 \times 10^{-9}$	$0/005832$	$3/9565 \times 10^{-5}$
۱۲	لاستیک البرز	لاستیک و پلاستیک	$0/11097$	$1/1988 \times 10^{-7}$	$0/0091719$	$0/31097$

جدول ۳- مقدار VaR و ارزش سبد سهام برای وزن‌های بهینه به دست آمده برای دو حالت انتخاب تصادفی سبد و سبد بهینه تغییر یافته

روش انتخاب وزنها	مقدار VaR	ارزش سبد سهام
الگوریتم ژنتیک	۳۵۵۰	۴۶۳۹/۸
سبد تصادفی (حالت ۱)	۷۹۵۵/۲	۶۷۷۱/۴
سبد تصادفی (حالت ۲)	۳۰۹۰/۹	۳۰۳۵/۱
سبد بهینه تغییر یافت	۴۱۶۶	۵۳۵۴/۶

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله بر خلاف مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی سبد سهام که بر پایه واریانس هستند از مقدار تحت ریسک (VaR) به‌عنوان معیار ریسک برآورد سبد سهام استفاده شد. این مسأله حتی در ساده‌ترین موارد غیر محدب است و حل آن با روش‌های تحلیلی مشکل است. روش جدیدی بر اساس الگوریتم‌های ژنتیک که در حل مسائل غیر محدب بسیار توانا هستند برای حل این مسأله ارائه شد و با شبیه‌سازی‌های انجام شده کارایی آن نشان داده شد. همان‌طور که نتایج نشان می‌دهند برای یک حد ریسک معین می‌توان میزان بهینه سرمایه‌گذاری در هر سهم از سبد سهام را به‌دست آورد.

فهرست منابع

- 1- Gregory, P. C. (ED.) (1959), *Proceeding of the self adaptive flight control systems symposium*, Wright-Patterson AFB. OH. WADC Technical Report 49-59.
- 2- Varcholova, T., Rimarcik. M., (1952), "Value at Risk Methods and Models and their Application,"
- 3- Markowitz, H. M., "Portfolio selection," *Journal of Finance*, 7(1), p. 77-91.
- 4- Tobin, J., (1958), "Liquidity preference as behavior towards risk," *Review of Economic Studies*, 25, p. 65-86.
- 5- Alexander, C. O, Leigh, C. T., (1997), "On the covariance matrices used in Value at Risk models," *The Journal of Derivatives*, p. 50-62.
- 6- Pholippe, J., (1996), Risk 2: Measuring the risk in value at risk," *Financial Analysts Journal*, p. 47-56.
- 7- Singh, M. K., (1997), "Value at risk using principal components analysis," *The Journal of Portfolio Management*, p. 101-112.
- 8- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2005), "Value at Risk in portfolio optimization: properties and computational approach", *Journal of Risk*, Vol. 7, No. 2, pp. 1-31, Winter 2004-2005.
- 9- Gaivoronski, A., Pflug, G., (2001), "Finding optimal portfolios with constraints on Value at Risk", *Proceedings of the III Stockholm Seminar on Risk Behavior and Risk Management*.
- 10- Dempster, M., (1980), " *Stochastic Programming*," Academic Press.
- 11- Ermoliev, Y., Wets, R. G., (1988), " *Numerical Techniques for Stochastic Optimization*," Springer Verlag, Berlin.
- 12- Gaivoronski, A. A., Messina, E., Sciomachen, A., (1994), "A statistical

- generalized programming algorithm for stochastic optimization problems," *Annals of Operations Research*.
- 13- Coley, D. A., (2000), "An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers," *World Scientific*.
 - 14- Coello, C., (2001), "Theoretical and numerical constraint handling techniques used with evolutionary algorithms: A survey of the state of the art," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
 - 15- Homaifar, A., Qi, C., Lai, S., (1994), "Constrained Optimization via Genetic Algorithm," *Simulation*,62:4, pp. 242-254.
 - 16- <http://www.mofidbours.com>.

Archive of SID