تقاضای بیمهٔ عمر تصادفی: کاربردی از اقتصاد در شرایط عدم اطمینان

غدیر مهدوی

استادیار دانشگاه علامه طباطبائی - **mahdavi@eco.ac.ir**

تاریخ دریافت: ۸۷/۸/۱۱ تاریخ پذیرش: ۸۸/۷/۷

چکیده

یکی از دلایل تقاضای بیمهٔ عمر، پوشش ریسک ناشی از فقدان درآمد سرپرست خانوار به‌واسطه مرگ است. طبیعی است که منشاء این عدم اطمینان برای بیمه گران، عدم آگاهی از سن زمان مرگ سرپرست خانوار است.

این مقاله تحقیقی تئوریک برای استخراج منحنی تقاضای بیمهٔ عمر است. برای استخراج مسیر بهینهٔ[1] تقاضای بیمهٔ عمر، توابع مطلوبیت انتظاری[2] ناشی از مصرف بیمهٔ بیمه گذاری که بخشی از درآمد خود را به تقاضای بیمهٔ عمر اختصاص می دهد، نسبت به قید فرآیند انباشت ثروت[3] در دو حالت تصادفی[4] و معین[5] بهینه شده‌اند. سپس به کمک توابع مطلوبیت با ریسک‌پذیری نسبی ثابت[6] CRRA، منحنی تقاضای بیمهٔ عمر استخراج و در مرحلهٔ بعد آثار عوامل مؤثر بر تقاضای بیمهٔ عمر به‌صورت تئوریک بررسی شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که عواملی چون هزینه‌های سربار، احتمال حیات و ثروت، اثر منفی بر میزان تقاضای بیمهٔ عمر دارند. در حالی که اثر درجهٔ ریسک‌گریزی و احتمال مرگ، بر میزان تقاضای بیمهٔ عمر مثبت است.

طبقه‌بندی JEL: G22,G11, D91, C61

کلیدواژه: عدم اطمینان، تقاضای بیمهٔ عمر، ریسک پذیری، مدل تصادفی و سرمایهٔ انسانی

1- Optimal Path.
2- Expected Utility Function.
3- Wealth Accumulation Process.
4- Stochastic.
5- Deterministic.
6- Constant Relative Risk Aversion.

۱- مقدمه

هر فرد در معرض انتخاب های متعدد اقتصادی قرار دارد. او باید تصمیم بگیرد که سرمایه خود را چگونه به‌کارگیرد تا بیش‌ترین رضایت مندی حاصل شود: او می‌تواند در بازار بورس، سهام ریسکی خریداری کند و یا در بانک سرمایه‌گذاری کند که معمولاً نرخ سود آن تضمین شده است و ریسکی بر آن مترتب نیست. او هم چنین می‌تواند بخشی از درآمد خود را به خرید مستمری و یا بیمهٔ عمر اختصاص دهد. به‌طور خلاصه هر فرد، درآمد خود را به مصرف و یا سرمایه‌گذاری‌های متنوع اختصاص داده و بخشی از آن را نیز به‌صورت ارث برای بازماندگان باقی می‌گذارد. طبیعی است که او با انواع عدم اطمینان نیز مواجه باشد. دو عدم اطمینان بارز که یک انسان اقتصادی با آن مواجه می‌شود عبارت است از عدم اطمینان مربوط به بازدهی سرمایه‌گذاری‌های ریسکی و عدم اطمینان در حصول درآمد به دلیل مرگ زودرس.

این مقاله روی نوع دوم عدم اطمینان که ناشی از مرگ زود رس سرپرست خانوار است تاکید می‌کند. راه حلی که مقاله ارائه می‌دهد این است که خانوارها می‌توانند با خرید بیمهٔ عمر، با عدم اطمینان ناشی از عدم حصول درآمد به‌دلیل مرگ سرپرست خانوار مقابله کرده و سطح رفاه و مصرف خانوار را حتی پس از مرگ سرپرست تضمین کنند. به‌طور خلاصه، مقاله تاکید می‌کند که بیمهٔ عمر به منظور پوشش ریسک ناشی از مرگ نان آور خانواده‌ها که زندگی بازماندگان را دستخوش مشکلات مالی می‌کند، مورد بهره برداری قرار می‌گیرد. طبیعی است که تعریفی که مقاله از بیمهٔ عمر دارد بیانگر بیمهٔ عمر کامل است که منطق اولیه برای تقاضای آن تضمین کیفیت زندگی خانوار پس از مرگ سرپرست خانواده است.

تحقیقات نظری زیادی در زمینهٔ رفتار سرمایه‌گذار در بیمهٔ عمر و دیگر انواع سرمایه‌گذاری انجام گرفته است. اولین کار تحقیقی نظری در این زمینه توسط یاری[1]، انجام گرفت. یاری، موضوع طول عمر نامطمئن و تقاضای بیمهٔ عمر را تحت فرضیهٔ مطلوبیت انتظاری مورد بررسی قرار داد. او در مدل خود مطلوبیت انتظاری[2] را نسبت به قید فرآیند انباشت پس انداز[3]، بهینه کرده و مسیر بهینه مصرف و پس انداز را به‌صورت

1-Yari, 1965.

2 -Expected Utility.

3- Saving Accumulation Process.

معادلات دیفرانسیل استخراج می‌کند و به‌طور صریح در زمینه مسیر بهینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر بحث خود را گسترش نمی‌دهد.

هکنسن[1]، در یک مدل برنامه‌ریزی پویای گسسته[2]، مسیر سرمایه‌گذاری و مصرف بهینه را تحت شرایط ریسکی استخراج می‌کند کار هکنسن را (از آن‌جا که متغیرهای تصادفی را وارد مدل خود کرده) می‌توان مکمل کار یاری (۱۹۶۵) به حساب آورد.

استنلی فیشر[3]، به کمک مدل زمانی گسسته تحت شرایط نااطمینان، الگوهای زمانی بهینهٔ مصرف، پس انداز و تقاضای بیمهٔ عمر را با تأکید بر پویایی توابع بیمهٔ عمر استخراج کرده است.

کمپبل[4]، معادلات تقاضای خرد بیمه را به‌دست آورد. او تابع هدف[5] خانوار را که تابع مطلوبیت انتظاری بود به کمک سری‌های تیلور[6] تقریب زده و منحنی تقاضا را از آن استخراج نمود.

تحقیق لوئیس[7]، نسبت به کار محققان گذشته متمایز است. او هدف خانوارها را بهینه کردن تابع مطلوبیت بازماندگان در نظر گرفت، در حالی که تحقیقات گذشته، تابع هدف را مطلوبیت انتظاری سرپرست خانوار می‌انگاشتند.

از نظر لوئیس، تقاضای بیمهٔ عمر فقط برای تأمین نیازهای بازماندگان است. طبیعی است که مدل لوئیس شامل انگیزه‌های ارث گذاری[8] برای بازماندگان نباشد، زیرا این انگیزه‌ها در ضمن تقاضای بیمهٔ عمر برای پاسخ گویی به خواسته‌های بازماندگان در نظر گرفته می‌شوند.

چوما[9]، در مقالهٔ "انگیزه‌های ارث هدفمند، پس انداز و تقاضای بیمهٔ عمر"، تلاش می‌کند تا یک روش عملی برای اندازه گیری انگیزه‌های ارث گذاری و اثر آن بر پس انداز و تقاضای بیمهٔ عمر به‌دست آورد.

1- Hakanson, 1969.
2- Discrete-time Dynamic Programming Model.
3- Stanley Fischer, 1973.
4- Campbell, 1980.
5- Objective Function .
6- Taylor Series.
7- Lewis, 1989.
8- Bequest Motive.
9- Chuma, 1994.

تحقیقات نظری متعددی توسط مرتن[1]، فورچون[2]، ریچارد[3] پیساردس[4]، کارنی وزیل وزیل چا[5]، فیتز جرالد[6]، برن‌هایم[7] و آیزن‌هاور وهالک[8]، انجام گرفته‌اند. در همه این تحقیقات خرید بیمهٔ عمر، روشی است برای مقابله با ریسک ناشی از فوت زودرس سرپرست خانوار که زندگی باز ماندگان را با دشواری های اقتصادی مواجه می‌کند.

هدف این مقاله، توسعهٔ مدلی است که به کمک آن بتوان مسیر بهینهٔ ضمنی تقاضای بیمهٔ عمر را در رفتار مصرفی افراد در دو حالت معین و تصادفی استخراج کرده و سپس با فرض توابع مطلوبیت و میراث با ریسک‌گریزی نسبی ثابت [9] برای مصرف‌کنندگان، مسیر بهینهٔ صریح تقاضای بیمهٔ عمر و اثر متغیرهای مستقل بر بیمهٔ عمر را به‌دست آورد.

از آن‌جا که این مقاله پس از ارایهٔ مدل های یک دوره‌ای و دوران زندگی معین و مدل تصادفی نتایج حاصل از آن‌ها را مقایسه می‌کند، تکمیل تحقیقات نظری انجام گرفته در این زمینه می‌باشد. هم‌چنین به منظور تکمیل و توسعهٔ ادبیات موجود در زمینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر، این تحقیق نظری تلاش می‌کند با به‌دست آوردن تقاضای صریح بیمهٔ عمر از توابع مطلوبیت ناشی از مصرف و میراث CRRA، آثار عوامل مؤثر بر تقاضای بیمهٔ عمر را به‌صورت تئوریک بررسی کند. مقاله به‌صورت زیر تدوین شده است. پس از مقدمه و ارائه ادبیات موضوع، تقاضای بیمهٔ عمر از مدل معین استخراج شده است. در این بخش مدل ساده وابسته به وضعیت یک دوره‌ای[10] و مدل دوران زندگی[11] ارائه شده‌اند. در بخش سوم مدل مورد اشاره با اضافه کردن معادلهٔ انباشت ثروت تصادفی[12] به‌عنوان قید بهینه‌سازی مطلوبیت دوران زندگی، گسترش داده شده است. در این بخش وضعیتی که فرد درآمد خود را به یک دارایی ریسکی و یک اوراق قرضهٔ بدون ریسک و بیمهٔ عمر اختصاص می‌دهد، در شرایط تصادفی[13] مورد بحث قرار گرفته است.

1- Merton, 1969-1971.
2- Fortune, 1973.
3- Richard, 1972-1975.
4- Pissardes, 1980.
5- Karni and Zilcha, 1986.
6- Fitzgerald, 1988.
7- Bernheim, 1991.
8- Eisenhauer and Halek, 1999.
9- Constant Relative Risk Aversion.
10- State Dependent.
11- Life Cycle.
12- Stochastic Wealth Accumulation Equation.
13- Stochastic.

تابع صریح[1] تقاضای بیمهٔ عمر برای توابع با ریسک‌گریزی نسبی ثابت CRRA در بخش پایانی استخراج شده است.

۲- تقاضای بیمهٔ عمر بهینه در حالت معین[2]

۱-۲- *مدل یک دوره‌ای*

رفتار مصرف‌کننده در یک مدل دوره‌ای بحث شده است. فرض کنید که فرد یک قرارداد بیمهٔ عمر زمانی[3] با حق بیمهٔ $P(t)$ و سرمایهٔ بیمهٔ $I(t)$ خریداری کند. حق بیمهٔ کل دریافتی شرکت بیمه به منظور جبران $I(t)$ عبارتست از:

$$P(t) = \varphi(t)(1+\ell)I(t) \qquad (۲-۱)$$

که در آن $\varphi(t)$، احتمال مرگ در طی دوره و ℓ، عامل سربار[4] را نشان می‌دهد. عامل سربار ℓ بخشی از حق بیمهٔ کل است که به منظور پوشش هزینه‌های مازاد بر هزینهٔ جبران خسارت دریافت می‌شود. عامل سربار به منظور پوشش هزینه‌های اداری، حق کمیسیون نمایندگان و کارگزاران بیمه‌ای و پوشش احتمالات غیر قابل پیش بینی اخذ می‌شود. بیمه گذار با پرداخت $P(t)$، سرمایهٔ بیمه $I(t)$ را برای خانوادهٔ خویش تضمین می‌کند تا در صورت فوت او سطح زندگی خانوار تغییر فاحشی نکند. بنابراین مسئله یک وضعیت دو حالته را تبیین می‌کند: در صورت وقوع مرگ بیمه گذار، خانواده سرمایه بیمه را دریافت کرده و دارایی خانواده به‌صورت رابطهٔ (۲-۲) خواهد بود:

$$A^D = W(t) + I(t) \qquad (۲-۲)$$

و در صورت حیات بیمه گذار، دارایی او توسط رابطهٔ (۲-۳) به‌دست می‌آید:

$$A^L = W(t) + Y(t) - \varphi(t)(1+\ell)I(t) \qquad (۲-۳)$$

که در آن $W(t)$ ثروت و $Y(t)$ درآمد شخص طی دوره است. لذا مطلوبیت انتظاری به‌صورت زیر خواهد بود:

$$E(U) = \{[1-\varphi(t)]U(A^L) + \varphi(t)B(A^D)\} \qquad (۲-۴)$$

1- Explicit.
2- Deterministic Optimal Life Insurance Demand .
3- Term Life Insurance.
4- Loading Factor.

که در آن $U(\circ)$، تابع مطلوبیت ناشی از مصرف خانواده در زمان حیات و $B(\circ)$، تابع میراث[1] تابع مطلوبیت خانواده ناشی از مصرف در زمان فوت سرپرست خانوار خواهد بود.

فرض ریسک پذیری[2] مصرف‌کنندگان برقرار است. لذا مشتق اول $B(\circ)$ و $U(\circ)$، مثبت و مشتق دوم منفی بوده و هم چنین فرض می‌کنیم توابع، پیوسته و قابلیت مشتق پذیری درجهٔ دوم امکان پذیر باشد.

شیب منحنی بی تفاوتی به‌صورت عبارت (۵-۲) خواهد بود:

$$\frac{dA^D}{dA^L} = -\frac{(1-\varphi(t))U'_L}{\varphi(t)B'_D} < 0 \qquad (۲-۵)$$

شرط تحدب منحنی بی تفاوتی نیز با توجه به مثبت بودن مشتق دوم آن برقرار است:

$$\frac{d^2A^D}{dA^{L^2}} = -\frac{1-\varphi(t)}{\varphi(t)}\left[\frac{U''B' - B''U'.\,{dA^D}/{dA^L}}{B'^2}\right]$$

مصرف‌کننده بخشی از درآمد خود را به پرداخت حق بیمه اختصاص می‌دهد. او با پرداخت حق بیمه $\{\varphi(t)(1+\ell)I(t)\}$ به شرکت بیمه، سرمایهٔ بیمه را برای بازماندگان خویش تأمین می‌کند. لذا شیب خط بودجه مصرف‌کننده عبارت است از:

$$\frac{dA^D}{dA^L} = \frac{[A_\circ{}^D + I_\circ(t)] - A_\circ{}^D}{[A_\circ{}^L - \varphi(t)(1+\ell)I_\circ(t)] - A_\circ{}^L} = -\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)} \qquad (۲-۶)$$

و خط بودجهٔ او به‌صورت رابطهٔ (۷-۲) بوده که در آن $\alpha_\circ$، ثابت و عرض از مبدا خط است.

$$A^D = -\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}A^L + \alpha_\circ \qquad (۲-۷)$$

مسئله فرد ماکزیمم کردن تابع هدف مطلوبیت انتظاری نسبت به قید خط بودجه است.

$$\text{Max} \quad E(U) = \{[1-\varphi(t)]U(A^L) + \varphi(t)B(A^D)\} \qquad (۲-۸)$$

1- Bequest Function.

2- Risk Aversion.

$$A^D = -\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}A^L + \alpha_0 \quad S.t$$

به روش لاگرانژ می‌توانیم مسئله فوق را حل کنیم:

$$\tilde{\lambda} = (1-\varphi(t))U(A^L) + \varphi(t)B(A^D) - \lambda[A^D + \frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}A^L - \alpha_0]$$

شروط مرتبهٔ اول عبارتند از:

$$\frac{\partial\tilde{\lambda}}{\partial A^D} = \varphi(t)B' - \lambda = 0 \qquad (۲-۹)$$

$$\frac{\partial\tilde{\lambda}}{\partial A^L} = (1-\varphi(t))U' - \lambda\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)} = 0 \qquad (۲-۱۰)$$

$$\frac{\partial\tilde{\lambda}}{\partial\lambda} = A^D + \frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}A^L - \alpha_0 = 0 \qquad (۲-۱۱)$$

از شروط مرتبهٔ اول خواهیم داشت:

$$\frac{[1-\varphi(t)]U'_L}{\varphi(t)B'_D} = \frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)} \qquad (۲-۱۲)$$

رابطهٔ (۱۲-۲) شرط بهینه‌یابی[1] برای تقاضای بیمهٔ عمر زمانی[2] است که از محل تماس خط بودجه و منحنی بی تفاوتی به‌دست می‌آید. رابطهٔ (۱۲-۲) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$[1-\varphi(t)]U'_L = \frac{1}{1+\ell}B'_D \qquad (۲-۱۳)$$

اگر احتمال مرگ بسیار کوچک باشد، در آن صورت $[1-\varphi(t)]$، نزدیک به یک بوده و خواهیم داشت:

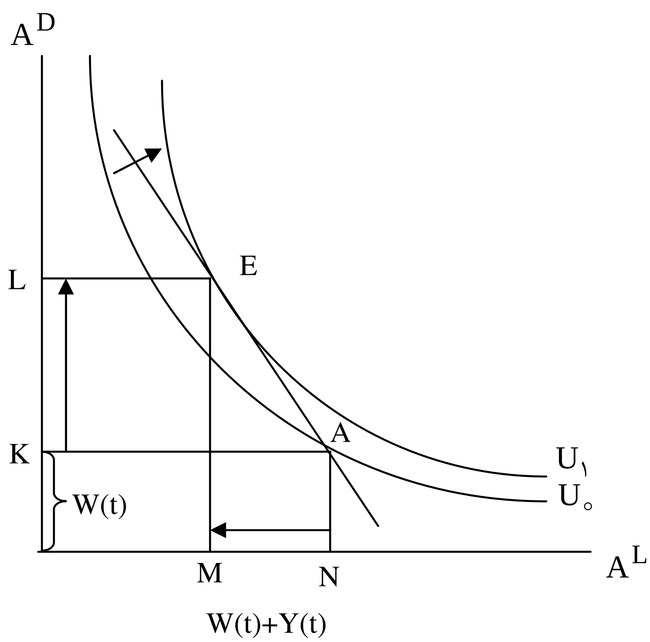
$$U'_L = \frac{1}{1+\ell}B'_D \qquad (۲-۱۴)$$

از رابطهٔ (۱۴-۲) نتیجه می‌شود: $U'_L < B'_D$. با توجه به صعودی بودن $U(0)$ و $B(0)$ در دامنه‌هایشان خواهیم داشت: $A^{*D} < A^{*L}$. به عبارت دیگر در حالت تقاضای بهینه، میزان تقاضای بیمهٔ عمر از میزان تقاضای بیمهٔ کامل[3] کم‌تر خواهد بود.

1- Optimality Condition.
2- Term Life Insurance.
3- Full Insurance.

یعنی متقاضیان بیمهٔ عمر بخشی از ریسک ناشی از احتمال مرگ زودرس را با خرید بیمهٔ عمر می‌پوشانند. طبیعی است در حالت نوع دوستی و علاقه به خـانواده کامـل کـه شرط $U(\circ)=B(\circ)$ برقرار است، $A^{*D}=A^{*L}$ برقرار خواهد بود.

نقطهٔ E در نمودار (۱) نقطهٔ بهینه را نشـان مـی‌دهـد. از نقطـهٔ A بـه E حـق بیمـهٔ پرداختی MN است که سرمایهٔ بیمه KL را تأمین می‌کند. پس از تقاضای این میـزان از بیمهٔ عمر منحنی مطلوبیت فرد به سطح بالاتری منتقل می‌شود. با تعیین توابـع صـریح توابع مطلوبیت و میراث، می‌توانیم منحنی تقاضـای صـریح بیمـهٔ فـرد را نیـز اسـتخراج کنیم.



نمودار (۱)- افزایش سطح مطلوبیت به واسطهٔ تقاضای بیمهٔ عمر

۲-۲- مدل دوران زندگی معین[1]

فرد با طول عمر نامعین تابع مطلوبیت مشترکی از جریان مصرفی و ارثـی کـه بـرای بازماندگان باقی می‌گذارد، دارد. او مطلوبیت انتظاری طول عمر خود که ناشی از جریـان

1- Deterministic Life-Cycle Mode.

مصرفی[1] $C(t)$ و میزان سرمایهٔ بیمه $I(t)$ است را نسبت به محدودیت فرآیند انباشت ثروت[2] بهینه می‌کند. طبیعی است که $I(t)$ به منظور پوشش ریسک مربوط به مرگ سرپرست خانواده خریداری می‌شود.

تابع مطلوبیت فرد از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول آن مطلوبیت ناشی از جریان مصرفی طول عمر است که به‌صورت انتگرال بیان شده است. قسمت دوم مطلوبیت ناشی از میراث است که به‌صورت یک جا[3] در نظر گرفته می‌شود. در این مدل فرض می‌شود که میراث از مجموع ثروتی که به‌صورت ارث باقی می‌ماند و سرمایهٔ بیمهٔ عمر که از طرف شرکت بیمه به بازماندگان پرداخت می‌شود، به‌دست آید.

تابع هدف به‌صورت زیر خواهد بود:

$$E\{\int_{\circ}^{T} U[C(t)]e^{-\rho t}dt + B[W(T)+I(T)]e^{-\rho T}\} \qquad (۲-۱۵)$$

که T بیانگر طول عمر فرد و ρ نرخ ترجیح زمانی و $U(\circ)$ مطلوبیت ناشی از مصرف و $B(\circ)$ مطلوبیت ناشی از میراث است. از آن جایی که فرد، ریسک‌گریز فرض می‌شود، مطلوبیت نهایی مصرف و میراث مثبت ولی با نرخ کاهنده خواهد بود. ($U' > \circ \, , \, U'' < \circ$ و $B' > \circ \, , \, B'' < \circ$)

$U[C(t)]$ در عبارت $e^{-\rho t}$ ضرب شده است، زیرا به دلیل طول عمر نا مطمئن[4] و وجود ریسک مرگ، مصرف حال بر مصرف آتی ترجیح داده می‌شود. تابع مطلوبیت ناشی از میراث[5] در ضریب $e^{-\rho T}$ ضرب شده است. زیرا ضریب وابستگی[6] در سال‌های اولیه زندگی مشترک بیش‌تر است و با رشد کودکان و اتخاذ زندگی مستقل ضریب وابستگی کاهش یافته و به تبع آن مطلوبیت ناشی از میراث نیز باید کاهش یابد.

فرض کنیم توزیع وقوع مرگ از فرایند تصادفی[7] با احتمال وقوع $\varphi(t)$ پیروی می‌کند و $\Phi(t)$ احتمال حیات تا سن t باشد، خواهیم داشت:

$$\Phi(t) = \int_{t}^{T} \varphi(t)dt \qquad (۲-۱۶)$$

1- Consumption Stream.
2- Wealth Accumulation Process.
3- Lump-sum.
4- Uncertain Lifetime.
5- Bequest Function.
6- Dependency Ratio.
7 - Stochastic Process.

تابع مطلوبیت انتظاری (۱۵-۲) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\int_{\circ}^{T}\int_{\tau}^{T}\varphi(\tau)U[C(t)]e^{-\rho t}\,d\tau dt+\int_{\circ}^{T}\varphi(t)B[W(t)+I(t)]e^{-\rho t}dt \qquad (۲-۱۷)$$

طبق تعریف (۱۶-۲) و با جای گذاری آن در رابطهٔ اخیر تابع هدف به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{\circ}^{T}\{U[C(t)]\Phi(t)+\varphi(t)B[W(t)+I(t)]\}e^{-\rho t}dt \qquad (۲-۱۸)$$

فرآیند انباشت ثروت در حالت معین به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W(t)=W_{\circ}+\int_{\circ}^{T}Y(t)dt+\int_{\circ}^{T}rW(t)dt-\int_{\circ}^{T}C(t)dt-\int_{\circ}^{T}P(t)dt \qquad (۲-۱۹)$$

که درآن r نرخ بازدهی بدون ریسک، $Y(t)$ درآمد و $P(t)$ حق بیمه است. اگر از (۱۹-۲) نسبت به زمان دیفرانسیل بگیریم، معادلهٔ انباشت ثروت و یا به عبارت دیگر معادلهٔ حرکت ثروت[۱] به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$dW(t)=Y(t)dt+rW(t)dt-C(t)dt-P(t)dt \qquad (۲-۲۰)$$

چنان‌چه دو طرف معادلهٔ (۲۰-۲) را بر dt تقسیم کنیم خواهیم داشت:

$$\dot{W}(t)=Y(t)+rW(t)-C(t)-P(t) \qquad (۲-۲۱)$$

اگر در معادلهٔ حرکت ثروت، به‌جای حق بیمه معادل آن را از رابطهٔ (۱-۲) جای‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\dot{W}(t)=Y(t)+rW(t)-C(t)-\varphi(t)(1+\ell)I(t) \qquad (۲-۲۲)$$

به‌طور خلاصه موضوع استخراج مسیر بهینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر به حل مسئلهٔ زیر منتهی می‌شود:

$$\underset{C(t),I(t)}{Max}\int_{\circ}^{T}\{U[C(t)]\Phi(t)+\varphi(t)B[W(t)+I(t)]\}e^{-\rho t}dt \qquad (۲-۲۳)$$

به کمک رابطهٔ هامیلتونی زمان حال[۲] خواهیم داشت:

$$H_C=\Phi(t)U[C(t)]+\varphi(t)B[W(t)+I(t)]+\lambda(t)[Y(t)+rW(t)-C(t)-\varphi(t)(1+\ell)I(t)]$$

1- Wealth Equation of Motion.
2- Current Value Hamiltonian.

شرط مرتبهٔ اول بهینه‌سازی عبارتند از:

$$\frac{\partial H_C}{\partial C(t)} = \Phi(t)U'[C(t)] - \lambda(t) = ۰ \qquad (۲-۲۴)$$

$$\frac{\partial H_C}{\partial I(t)} = \varphi(t)B'[W(t) + I(t)] - \lambda(t)\varphi(t)(۱ + \ell) = ۰ \qquad (۲-۲۵)$$

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H_C}{\partial W} + \rho\lambda(t) = -\varphi(t)B'[W(t) + I(t)] - \lambda(t)r + \rho\lambda(t) \qquad (۲-۲۶)$$

$$\dot{W}(t) = \frac{\partial H_C}{\partial \lambda(t)} = Y(t) + rW(t) - C(t) - \varphi(t)(۱ + \ell)I(t) \qquad (۲-۲۷)$$

از (۲۴-۲) و (۲۵-۲) خواهیم اشت:

$$\Phi(t)U'[C(t)] = \frac{۱}{۱ + \ell} B'[W(t) + I(t)]. \qquad (۲-۲۸)$$

رابطهٔ (۲۸-۲)، شرط مطلوبیت نهائی برای مسئلهٔ بهینه یابی است. این شرط بهینه با شرط بهینه در مسئلهٔ قبلی (رابطهٔ (۱۳-۲)) منطبق است. همانند بحثی که در آن‌جا مطرح کردیم در مدل دوران زندگی نیز میزان تقاضای بیمهٔ عمر کم‌تر از میزان بیمهٔ کامل[1] به‌دست می‌آید. به عبارت دیگر، افراد فقط بخشی از ریسک از دست دادن درآمد ناشی از مرگ زودرس سرپرست خانواده را بیمه می‌کند.

از (۲۵-۲) متغیر هم وضعیتی[2] به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\lambda(t) = \frac{۱}{۱ + \ell} B'[W(t) + I(t)] \qquad (۲-۲۹)$$

چنان‌چه از طرفین (۲۹-۲) نسبت به زمان دیفرانسیل بگیریم خواهیم داشت:

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{۱}{۱ + \ell} B''[W(t) + I(t)][\dot{W}(t) + \dot{I}(t)] \qquad (۲-۳۰)$$

در رابطهٔ (۳۰-۲) به کمک رابطهٔ (۲۵-۲) و (۲۶-۲) به جای متغیر هم وضعیت معادل آن را قرار داده و مسیر زمانی تقاضای بیمه را از آن استخراج می‌کنیم.

$$\dot{I}(t) = -\frac{B'}{B''}[\varphi(t)(۱ + \ell) + r - \rho] - \dot{W}(t) \qquad (۲-۳۱)$$

عبارت $\varphi(t)(۱ + \ell) + r - \rho$ معمولاً مثبت است، زیرا در غیراین‌صورت سرمایه‌گذاری صورت نخواهد گرفت. طبیعی است که فرض شود r نرخ بهرهٔ بدون

1- Full Insurance .
2- Co-State Variable.

ریسک بازار، از ρ نرخ ترجیح زمانی بزرگ‌تر باشد. در غیر این‌صورت مصرف حال به سرمایه‌گذاری ترجیح داده خواهد شد. رابطهٔ (۳۱-۲) نشان می‌دهد که $-B'/B''$ درجهٔ ریسک‌گریزی مطلق[1] ارتباط مستقیم با نرخ رشد تقاضای بیمهٔ عمر دارد. یعنی هر چه درجه ریسک‌گریزی بالاتر باشد، رشد تقاضای بیمهٔ عمر در طول زمان فزونی خواهد یافت. به دیگر سخن، هر چه افراد ریسک‌گریزتر باشند، میزان تقاضای بیمهٔ عمر رشد بیش‌تری خواهد داشت. این نتیجه مؤید نظریهٔ جدید انتخاب مزیت دار[2] برای تقاضای بیمهٔ عمر است که بیان می‌دارد میزان تقاضای بیمهٔ عمر متأثر از درجهٔ ریسک‌گریزی افراد است. از آن‌جا که معمولاً ارتباط معکوس بین درجهٔ ریسک‌گریزی و سطح ریسک بیمه شدگان وجود دارد، لذا متقاضیان بالقوهٔ بیمه از متوسط نرخ ریسک پایین‌تری نسبت به کل جامعهٔ آماری برخوردار خواهند بود، که این امر بیمه‌گران را در شرایط مساعدی قرار خواهد داد.

هم‌چنین رابطهٔ (۳۱-۲) نشان می‌دهد که نرخ رشد تقاضای بیمهٔ عمر با نرخ رشد ثروت ارتباط معکوس دارد. هر چه افراد ثروت بیش‌تری داشته باشند، تقاضای آن‌ها از بیمهٔ عمر کاهش خواهد یافت. این نتیجه منطقی است، زیرا افراد بیمهٔ عمر را به‌عنوان یک جانشین ثروت برای تضمین آیندهٔ افراد تقاضا می‌کنند. لذا با فزونی ثروت، آن‌ها انگیزهٔ چندانی برای تقاضای بیمهٔ عمر نخواهند داشت. رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که نرخ مرگ و میر، هزینهٔ سربار و نرخ بهره نیز تقاضای بیمهٔ عمر را تحت تأثیر قرار می‌دهند. نوع اثر گذاری متغیرهای فوق را در قسمت های بعدی به کمک توابع صریح مطلوبیت معین خواهیم کرد.

۳- مدل تصادفی: وضعیتی با یک دارائی ریسکی، یک دارائی بدون ریسک و بیمهٔ عمر

فرض کنیم امکان سرمایه‌گذاری در یک دارائی بدون ریسک با نرخ بازدهی r و یک دارائی ریسکی با بازدهی انتظاری α و انحراف معیار σ وجود داشته باشد. قیمت هر سهم از دارائی ریسکی $S_۱$ و قیمت آن برای دارایی بدون ریسک $S_۲$ فرض می‌شود. وزن سرمایه‌گذاری روی دارائی بدون ریسک w و وزن سرمایه‌گذاری دارای ریسک $(۱-w)$

1- Degree of Absolute Risk Aversion.
2- Advantageous Select.

خواهد بود. فرض می‌شود که قیمت دارائی ریسکی از فرآیند حرکت براونی هندسی[1] تبعیت می‌کند. لذا خواهیم داشت:

$$\frac{dS_2(t)}{S_2(t)} = rdt \quad \text{و} \quad \frac{dS_1(t)}{S_1(t)} = \alpha dt + \sigma dZ(t) \qquad (۳-۱)$$

که در آن $dZ(t)$، تغییرات در جزء تصادفی بوده که از فرآیند واینر[2] با میانگین صفر و واریانس واحد تبعیت می‌کند. ثروت سرمایه‌گذار در زمان *t* با فرض حیات او به‌صورت زیر خواهد بود:

$$W(t) = W_0 + \int_0^t Y(t)\,dt - \int_0^t C(t)dt - \int_0^t \varphi(t)(1+\ell)\,I(t)dt + \int_0^t \frac{wW(t)}{S_1}dS_1 + \int_0^t \frac{(1-w)W(t)}{S_2}dS_2 \qquad (۳-۲)$$

دو عبارت آخری رابطهٔ (۲-۳) افزایش ثروت به دلیل افزایش قیمت دو دارایی سرمایه‌ای است. با جای‌گذاری روابط (۱-۳) در (۲-۳) و دیفرانسیل گرفتن از آن معادلهٔ حرکت ثروت (۲-۳) به‌صورت رابطهٔ زیر خلاصه می‌شود:

$$dW(t) = [Y(t) - C(t) - \varphi(t)(1+\ell)I(t) + rW(t) + (\alpha - r)wW(t)]dt + w\sigma W(t)dZ(t) \qquad (۳-۳)$$

هدف بهینه کردن تابع هدف (۴-۳) نسبت به فرآیند انباشت ثروت (۳-۳) خواهد بود.

$$\underset{c(t),I(t)}{\text{Max}} \int_0^T \{U[C(t)]\Phi(t) + \varphi(t)B[W(t) + I(t)]\}e^{-\rho t}dt \qquad (۳-۴)$$

برای حل این مسئله باید توجه داشته باشیم که فرآیند انباشت ثروت از دو جزء معین[3] و تصادفی[4] تشکیل شده است. به‌دلیل دارا بودن جزء تصادفی، نمی‌توانیم به روش تئوری کنترل بهینهٔ معین[5] آن را حل کرده و مسیر بهینه برای تقاضای بیمهٔ عمر را استخراج کنیم. روش متداول برای حل این‌گونه مسائل حساب تصادفی ایتو[6] است.

1- Geometric Brownian Motion.
2- Wiener Process.
3- Deterministic.
4- Stochastic.
5- Deterministic Optimal Control.
6- Stochastic Calculus of Ito.

فرض کنیم $J = J(W,t)$ نشان‌گر تابع ارزش بهینه [1] با قابلیت دیفرانسـیل گیـری مرتبهٔ دو باشد. براساس لم ایتو [2] خواهیم داشت:

$$dJ = J_W dW + J_t dt + \frac{۱}{۲} J_{WW} dW(t)^۲ + \frac{۱}{۲} J_{tt} dt^۲ + J_{Wt} dW(t) dt$$

$dW(t)$، را از رابطهٔ (۳-۳) در رابطهٔ اخیر جای گذاری کرده و مشتق انتظاری [3] dJ نسبت به زمان را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{۱}{dt} EdJ = [Y(t) - C(t) - \varphi(t)(۱+\ell)I(t) + rW(t) + (\alpha - r)wW(t)]J_W + J_t + \frac{۱}{۲}\sigma^۲ W^۲(t)^۲ J_{WW} \tag{۳-۵}$$

$$E[dW(t) - EdW(t)]^۲ = E[dW(t)]^۲ - [EdW(t)]^۲$$

چون

$$w^۲ W(t)^۲ \sigma^۲ dt = E[dW(t)]^۲ - Odt$$

$$E[dW(t)]^۲ = w^۲ W(t)^۲ \sigma^۲ dt$$

معادلهٔ بلمن تصادفی [4] به‌صورت زیر خواهد بود که $\Pi(t)$ در آن تابع هدف است:

$$\circ = \underset{c(t),I(t)}{Max}\; \Pi(t) + [Y(t) - C(t) - \varphi(t)(۱+\ell) I(t) + rW(t) + (\alpha - r) wW(t)]J_W + J_t + \frac{۱}{۲}\sigma^۲ w^۲ W(t)^۲ J_{WW} \tag{۳-۶}$$

مشتق‌های جزئی شرط اول بهینه‌یابی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\partial \Pi(t)}{\partial C(t)} - J_W = \circ \tag{۳-۷}$$

$$\frac{\partial \Pi(t)}{\partial I(t)} - \varphi(t)(۱+\ell) J_W = \circ \tag{۳-۸}$$

1- Optimal Value Function.
2- Ito’s lemma.
3- Expected Derivative.
4- Stochastic Bellman Equation.

$$\frac{\partial \Pi(t)}{\partial W(t)}+[r+(\alpha-r)w]J_w+[Y(t)-C(t)-\varphi(t)(1+\ell)I(t)+$$

$$rW(t)+(\alpha-r)\,wW(t)]J_{ww}+J_{tw}+J_{ww}\sigma^2 w^2 W(t) \qquad (3\text{-}9)$$

$$+\frac{1}{2}J_{www}\sigma^2 w^2 W(t)^2=0$$

چنان‌چه از J_w دیفرانسیل تصادفی نسبت به زمان بگیریم، خواهیم داشت:

$$J_w=J_w(W,t)$$

$$dJ_w=J_{ww}dW(t)+J_{wt}dt+\frac{1}{2}J_{www}dW(t)^2+\frac{1}{2}J_{wtt}dt^2$$

$$+J_{wwt}dW(t)dt$$

که Odt، بیانگر عبارات با توان پایین‌تر از dt است که مـی تـوان آن‌هـا را نادیـده گرفت. با جای گذاری رابطهٔ (۳-۳) در رابطهٔ اخیر خواهیم داشت:

$$dJ_w=J_{ww}[Y(t)+rW(t)-C(t)-\varphi(t)(1+\ell)I(t)+rW(t)$$

$$+(\alpha-r)wW(t)]dt+$$

با تقسیم طرفین رابطهٔ اخیر بر dt، رابطهٔ (۱۰-۳) به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{dt}EdJ_w=J_{ww}[Y(t)-C(t)-\varphi(t)(1+\ell)I(t)+rW(t)$$

$$+(\alpha-r)\,wW(t)]+J_{wt}+\frac{1}{2}J_{www}\sigma^2 w^2 W(t)^2 \qquad (3\text{-}10)$$

چنان‌چه (۱۰-۳) را در رابطهٔ (۹-۳) جای گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Pi(t)}{\partial W(t)}+[r+(\alpha-r)w]J_w+J_{ww}w^2\sigma^2 W(t)^2=-\frac{1}{dt}EdJ_w \qquad (3\text{-}11)$$

از رابطهٔ (۸-۳) امید تصادفی و مشتق نسبت به زمان می‌گیریم:

$$-\frac{1}{dt}Ed\left(\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}\frac{\partial \Pi(t)}{\partial I(t)}\right)=-\frac{1}{dt}EdJ_w \qquad (3\text{-}12)$$

از رابطهٔ (۱۱-۳) و (۱۲-۳) و با جای گذاری J_w از (۸-۳) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Pi(t)}{\partial W(t)}+[r+(\alpha-r)w]J_w+J_{ww}w^2\sigma^2 W(t)^2=-\frac{1}{dt}Ed\left(\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}\frac{\partial \Pi(t)}{\partial I(t)}\right)$$

$$\varphi(t)B'e^{-\rho t}+[r+(\alpha-r)w]J_w+J_{ww}w^2\sigma^2 W(t)^2=-\frac{1}{dt}Ed\left(\frac{1}{\varphi(t)(1+\ell)}\varphi(t)B'e^{-\rho t}\right)$$

$$B'e^{-\rho t}\left[\varphi(t)+\frac{w\alpha+(1-w)r}{1+\ell}\right]+J_{ww}w^2\sigma^2 W(t)^2=-\frac{1}{1+\ell}\left[B''\left(\frac{1}{dt}EdW(t)+\frac{1}{dt}EdI\right)-\rho B'\right]e^{-\rho t}$$

از رابطهٔ اخیر $\frac{۱}{dt}EdI$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{۱}{dt}EdI(t) = -\frac{B'}{B''}[\varphi(t)(۱+\ell) + r + w(\alpha - r) - \rho] - \frac{۱}{dt}EdW(t) - \frac{۱+\ell}{B''}J_{ww}w^۲\sigma^۲W(t)e^{\rho t} \qquad (۳-۱۳)$$

از رابطهٔ (۸-۳) خواهیم داشت:

$$J_w = \frac{۱}{۱+\ell}B'e^{-\rho t}$$

با دیفرانسیل گیری از دو طرف رابطهٔ اخیر نسبت به ثروت، رابطهٔ (۱۴-۳) به‌دست می‌آید:

$$J_{ww} = \frac{۱}{۱+\ell}B''e^{-\rho t} \qquad (۳-۱۴)$$

چنان‌چه به‌جا، J_{ww} در عبارت (۱۳-۳)، معادل آن از رابطهٔ (۱۴-۳) را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{dt}EdI(t) = -\frac{B'(\circ)}{B''(\circ)}[\varphi(t)(۱+\ell) + r + w(\alpha - r) - \rho] - \frac{۱}{dt}EdW(t) - w^۲\sigma^۲W(t) \qquad (۳-۱۵)$$

اگرچه این نتیجه را با مدل معین مقایسه کنیم، خواهیم دید که تنها عبارت آخر در مدل تصادفی به مسیر بهینه زمانی تقاضای بیمه افزوده شده است. از آن‌جا که عبارت آخر همیشه منفی است، مسیر بهینهٔ زمانی تقاضای بیمه در حالت تصادفی در سطح پایین‌تری از این مسیر در مدل معین قرار می‌گیرد. سایر عوامل مؤثر و جهت تأثیر آن‌ها در مدل تصادفی با مدل معین کاملاً یکسان است.

این مسئله را می توان به وضعیتی که در آن تعداد زیادی دارائی مالی وجود داشته باشد تعمیم داد. در چنین مدل عمومی فرآیند انباشت ثروت به‌صورت رابطهٔ ذیل خواهد بود:

$$dW(t) = [Y(t) - C(t) - \varphi(t)(۱+\ell)I(t) + \sum_{i=۱}^{n} w_i\alpha_i W(t)]dt + \sum_{i=۱}^{n} w_i\sigma_i W(t)dZ_i \qquad (۳-۱۶)$$

در رابطهٔ (۱۶-۳)، n تعداد دارائی های ریسکی، α_i بازدهی انتظاری و w_i وزن دارائی i از کل ثروت است.

۲-۳- توابع مطلوبیت با ریسک‌گریزی نسبی ثابت[1] (CRRA)

در این بخش توابع مطلوبیت ناشی از مصرف و میراث صریح که نشان‌گر ریسک‌گریزی نسبی ثابت هستند، مورد استفاده قرار گرفته اند تا مسیر بهینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر صریح از آن استخراج شود:[2]

$$U[C(t)]=\frac{1}{1-\alpha}C(t)^{1-\alpha},\ B[W(t)+I(t)]=\frac{1}{1-\alpha}[W(t)+I(t)]^{1-\alpha}\quad 0<\alpha<1 \tag{۳-۱۷}$$ [3]

از شرط بهینهٔ مطلوبیت خواهیم داشت:

$$\Phi(t)C(t)^{-\alpha}=\frac{1}{1+\ell}[W(t)+I(t)]^{-\alpha} \tag{۳-۱۸}$$

به کمک رابطهٔ (۱۸-۳)، میزان بهینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$I^{*}=C^{*}(t)[(1+\ell)\Phi(t)]^{-1/\alpha}-W^{*}(t) \tag{۳-۱۹}$$

از رابطهٔ تقاضای بهینه بیمهٔ عمر می‌توانیم عوامل مؤثر بر تقاضا و هم‌چنین نوع اثر گذاری آن‌ها را به‌دست آوریم. اثر عامل سربار روی تقاضای بیمهٔ عمر همان‌گونه که انتظار می‌رود منفی است:

$$\frac{\partial I^{*}(t)}{\partial\ell}=\frac{-1}{\alpha}\Phi(t)C(t)[(1+\ell)\Phi(t)]^{(-1-\alpha)/\alpha}<0 \tag{۳-۲۰}$$

1- Constant Relative Risk Aversion.

۲- CRRA تعریف دیگری از کشش ثابت مطلوبیت نهایی است: $-\frac{\partial MU}{\partial C}\frac{C}{MU}=-\frac{U''}{U'}C=\alpha$

۳- شرط ریسک‌گریزی توابع مطلوبیت عبارتست از: $0<\alpha<1$. زیرا توابع مطلوبیت ریسک‌گریز، دارای مشتق اول مثبت و مشتق دوم منفی‌اند: $U'=C^{-\alpha}>0\quad U''=-\alpha C^{-\alpha-1}<0,\ \Rightarrow\quad \alpha>0$

از آن‌جا که مطلوبیت مثبت است، رابطهٔ $\alpha<1$ به‌دست می‌آید: $U>0\ \Rightarrow\ \frac{1}{1-\alpha}>0\ \Rightarrow\ \alpha<1$

با جمع این دو نتیجه خواهیم داشت: $0<\alpha<1$

هم‌چنین ملاحظه می‌شود که تقاضای بیمهٔ عمر به‌طور معکوس با احتمـال حیـات ارتباط دارد.

$$\frac{\partial I^{*}(t)}{\partial \Phi(t)}=\frac{-1}{\alpha}C^{*}(t)(1+\ell)[(1+\ell)\Phi(t)]^{(-1-\alpha)/\alpha}<0 \qquad (3\text{-}21)$$

به عبارت دیگر، تقاضای بیمهٔ عمر به‌طور مستقیم با احتمال مرگ مرتبط است. هر چه احتمال مرگ بیش‌تر باشد، میزان تقاضای بیمهٔ عمر بیش‌تر خواهد بود.

α (درجهٔ ریسک‌گریزی) ارتباط مستقیم با میزان تقاضای بیمهٔ عمر دارد.

$$\frac{\partial I^{*}(t)}{\partial \alpha}=\frac{1}{\alpha^{2}}C^{*}(t)[(1+\ell)\Phi(t)]^{-1/\alpha}\operatorname{Ln}[C^{*}(t)(1+\ell)\Phi(t)]>0 \qquad (3\text{-}22)$$

اگر $C^{*}(t)[(1+\ell)\Phi(t)]>1$ باشد، عبارت لگاریتمی مثبت بوده و رابطـهٔ (۲۲-۳) برقرار خواهد بود. اما شرط فوق معمولاً برقرار است، زیـرا فـرض مـی‌شـود $\Phi(t)$ بـرای خریداران بیمهٔ عمر معمولاً نزدیک یک بوده و $C^{*}(t)[(1+\ell)\Phi(t)]>1$، صادق است.

لذا هرچه فرد ریسک‌گریزتر باشد، تقاضای بیمهٔ عمر او بیش‌تر خواهد بـود. عوامـل کمی و کیفی زیادی روی درجه ریسک‌گریزی اثر گـذار هسـتند. عـواملی چـون سـطح تحصیلات، میزان اعتقادات مذهبی، فرهنگ و سطح درآمد می‌توانند روی تقاضای بیمـهٔ عمر از طریق درجه ریسک‌گریزی اثر گذار باشند.

میزان ثروت روی میزان تقاضای بیمهٔ عمر اثر منفی دارد، زیرا ثروت جایگزین بیمـهٔ عمر تلقی شده و با افزایش آن نگرانی فرد نسبت به آینده بازماندگان پس از مرگ خـود کاهش یافته و لذا به تقاضای بیمهٔ عمر کم‌تری مبادرت می‌ورزد.

$$\frac{\partial I^{*}(t)}{\partial W(t)}=-1<0 \qquad (3\text{-}23)$$

نتیجه‌گیری

پس از معرفی ادبیات موضوع و تحقیقات نظری گذشته در زمینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر، سه مدل تقاضای بیمهٔ عمر ارائه و مسیر بهینهٔ تقاضای بیمهٔ عمر از آن‌ها استخراج شد. مدل اول، مدل یک دوره‌ای بود که شرط بهینه‌سازی مطلوبیت خریدار بیمهٔ عمـر مؤیـد این نتیجه بود که در وضعیت بهینه مطلوبیت نهـایی تنزیـل شـده ناشـی از میـراث، بـا مطلوبیت نهایی ناشی از مصرف کالاها برابر اسـت. نتیجـه‌ای کـه از مطلـب بـالا گرفتـه

می‌شود این است که به‌دلیل وجود هزینه‌های سربار، بیمهٔ کامل کـه ریسـک مـرگ را به‌طور کامل پوشش دهد، خریداری نخواهد شد. بلکه مشتریان تنهـا بخشـی از ریسـک درآمدی ناشی از مرگ را با خرید بیمهٔ عمر پوشش می‌دهند. ایـن نتیجـه توسـط مـدل دوم- مدل دوران زندگی- نیز تأیید شد.

مسئلهٔ بهینه یابی مدل تصـادفی ارائـه شـده در بخـش سـوم نشـان داد کـه عـدم اطمینان در مورد فرایند انباشت ثروت منجر به کاهش سطح مسیر بهینهٔ زمانی تقاضای بیمهٔ عمر خواهد شد و مسیر بهینهٔ تقاضای بیمـهٔ عمـر بـرای مـدل تصـادفی در سـطح پایین‌تری از مدل معین قرار می‌گیرد.

با بهینه کردن مطلوبیت انتظاری طول عمر برای توابع با ریسک‌گریزی نسـبی ثابـت (CRRA)، تابع تقاضای بهینه بیمهٔ عمر استخراج شد. تابع تقاضای استخراج شده نشان می‌دهد که عوامل درآمد و احتمال حیات فرد و درجهٔ ریسک‌گریزی فرد ارتباط مستقیم با میزان تقاضای بیمهٔ عمر دارند، در حالی که اثر عامل هزینه‌های سربار و میزان ثـروت بر تقاضای بیمهٔ عمر منفی است.

فهرست منابع

1- Alpha C. C., 1992, Elements of Dynamic optimization, McGraw-hill, Inc. USA.
2- Bernheim, B. Douglas, 1991, How Strong are Bequest Motives? , Journal of Political Economy, vol. 99: 5, pp. 899-927.
3- Borch,K.H., 1990, Economics of Insurance, Elsevier Science Publisher B.V.
4- Campbell, R.A., 1980,The Demand for Life Insurance: An Application of the Economics of Uncertainty, Journal of Finance, 35: 5, pp.1155-72.
5- Chuma ,H., 1994, Intended Bequest Motive, Saving and Life Insurance Demand, University of Michigan Press, pp.15-38.
6- Eisenhauer,J.G. and M.Halek, 1999, Prudence, Risk Aversion, and the Demand for Life Insurance, Applied Economics letter, 6:4, pp. 239-242.
7- Fischer, S., 1973, A Life Cycle Model of Life Insurance Purchase, International Economic Review, no. 14, pp.132-152.
8- Fortune, P., 1973, A Theory of Optimal Life Insurance: Development and Tests, Journal of Finance, 28:3, pp.587-600.
9- Hakansson, N.H., 1969, Optimal Investment and Consumption., International Economic Review, vol. 10: 3, pp.443-466.

10- Headen, R. S. and J. F. Lee, 1974,Life Insurance Demand and Household Portfolio Behavior, The Journal of Risk and Insurance, vol. 51, pp. 685-699.
11- Karni,E. and I. Zilcha ,1986, Risk Aversion in the Theory of Life Insurance ,the Fisherian Model, The Journal of Risk and Insurance, vol. 53,pp.606-20.
12- Lewis, F. D., 1989, Dependents and the Demand for Life Insurance, American Economic Review, vol. 79 no 3, pp.452-467.
13- Merton,R.,1969,Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: the Continuous-Time Case, The Review of Economics and Statistics, Vol. 51,247-257.
14- Merton,R.,1971,Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous time model,
15- Rejda, G. R.,1986, Principles of Insurance, Scott, Forsman and Company, U.S.A.
16- Richard, S. F.,1972, Optimal Life Insurance Decisions for a Rational Economic Man, Harvard University: University Microfilms International.
17- Richard, S.F., 1975, Optimal Consumption, Portfolio and Life Insurance Rules Journal of Financial Economics, vol.2, pp. 187-203.
18- Yaari, M., 1965,Uncertain Lifetime, Life Insurance and the Theory of the Consumer, Review of Economic Studies, no 32, pp. 137-150.