

# کاربرد روش گره مشترک برای مدلسازی ناپیوستگیها در محیط پیوسته

ناصر خاجی

استادیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

تهران؛ صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

[nkhaji@modares.ac.ir](mailto:nkhaji@modares.ac.ir)

(دریافت مقاله: دی ۱۳۸۱، پذیرش مقاله: مهر ۱۳۸۲)

**چکیده** - در این مقاله، روشی ساده برای در نظر گرفتن تغییر شکلهای ناپیوستگیها در محاسبات اجزای محدود ارائه می‌شود. هدف این روش، در نظر گرفتن آثار ناپیوستگیهای موجود در محیط پیوسته بوده و به سادگی آن را به برنامه‌های الاستیک اجزای محدود می‌توان اضافه کرد. در این روش آثار ناپیوستگیهای موجود، به وسیله یک بردار مجازی بارگذاری گرهی در نظر گرفته می‌شود و بدین ترتیب ماتریس سختی کل سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند. این روش، بدون افزایش درجه آزادی بوده و هیچ نوع نیرو یا ممان اضافی را به شبکه اجزای محدود اضافه نمی‌کند و همچنین به فرایندهای تکرار نیاز ندارد. مقایسه‌های انجام شده با نتایج تحلیلی موجود، نشان‌دهنده پایداری روش مزبور است.

**کلید واژگان:** روش اجزای محدود، ناپیوستگی.

## ۱- مقدمه

روش اجزای محدود هم اکنون به عنوان روشی استاندارد برای مدلسازی محیطهای پیوسته به کار می‌رود. گسلهای موجود در پوسته زمین (به عنوان سرچشمه اصلی زلزله) و نیز درزهای موجود در توده‌های بزرگ سنگی (به عنوان ناپیوستگیهای موجود در محیطهای پیوسته)، باید در مدلسازی عددی این محیطها منظور شوند. در این تحقیق، روشی ساده برای در نظر گرفتن تغییر شکلهای ناپیوستگیهای موجود در محیط پیوسته، بر مبنای روش اجزای محدود ارائه می‌شود. این روش می‌تواند رابطه‌ای

مستقیم را بین تغییرشکلهای ناپیوستگی (مانند لغزش گسل) و تغییرشکلهای حاصل از آن در کل قلمرو سیستم مورد نظر برقرار کند. در حالت‌های ساده شده‌ای که گسلهای خطوطی مستقیم (در تحلیل دوبعدی) یا صفحاتی مسطح (سه بعدی) در یک نیم‌فضای همگن، ایزوتروپ و الاستیک هستند، جوابهای تحلیلی در دست است [۱، ۲]. از سوی دیگر، گسلهای واقعی موجود در طبیعت از نظر هندسی بسیار پیچیده تر از حالت‌های ایدئال ساده شده بالا هستند (که دارای جوابهای تحلیلی هستند) و برای تحلیل آنها ابزارهای عددی (از جمله روش اجزای محدود) کاملاً

شود. این روش مستقیم برای منظور کردن ناپیوستگی و لغزش روی آن در محیط پیوسته (بدون هیچگونه روند تکرار) در قسمت بعدی ارائه می‌شود.

## ۲- روش گره مشترک

این روش، روشی ساده برای در نظر گرفتن تغییر شکلهای ناپیوستگی (مانند لغزش گسل) در محاسبات اجزای محدود است. در این روش، فرض بر آن است که مقادیر بردار لغزش، از پیش تعیین شده است، البته در حالت کلی این بردارها ممکن است مجهول باشند اما فرض معلوم بودن آنها، خللی در روش ما ایجاد نمی‌کند. هر بردار لغزش، در نقطه گرهی معینی - که بین دو المان مشترک است - یک ناپیوستگی تغییر مکانی (در بین دو المان) ایجاد می‌کند. در این روش برای منظور کردن گسستگی (ناپیوستگی یا شکافت)<sup>۱</sup> مزبور، فقط بردار بارگذاری اصلاح می‌شود (به بخش ۳ رجوع کنید) و بدین ترتیب ماتریس سختی کل سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند. علاوه بر این، روش مزبور تعداد درجات آزادی کل را افزایش نمی‌دهد. این روش به‌طور کامل در سطح محلی المان<sup>۲</sup> (قبل از سر هم کردن ماتریس سختی کل) به‌کار می‌رود و هیچ نوع نیرو یا ممان اضافی به شبکه اجزای محدود اضافه نمی‌شود.

در حالت عادی و قبل از ایجاد هر نوع ناپیوستگی، تغییر شکلهای در گره‌های مشترک بین المانهای مجاور، مساوی هستند. اکنون یک گره را در نظر می‌گیریم که بین المانهای دو وجه ناپیوستگی مشترک است. این گره خاص را گره مشترک (یا گره شکافت)<sup>۳</sup> می‌نامیم. در این نوع گره‌های خاص، مقدار تغییر مکان، به المان مورد نظر بستگی دارد. به بیان دیگر، وقتی گره به عنوان گره برای

ضروری است. حال می‌خواهیم ساختارهای زمین شناسی واقعی موجود در طبیعت را به کمک روش اجزای محدود مدلسازی و در این مدلسازی، آثار ناشی از لغزش گسلها را نیز منظور کنیم. حاصل این مدلسازی استخراج مجموعه‌ای از روابط خاص است. این روابط خاص که در قالب ماتریسی بیان می‌شوند و رابطه‌ای مستقیم را بین لغزشهای واحد در گره‌های مختلف گسل و تغییر شکلهای متناظر حاصل از آن در سطح زمین ایجاد می‌کنند، ماتریس عملگرهای تابع گرین<sup>۱</sup> نام دارند. با محاسبه این ماتریس و داشتن تغییر شکلهای سطح زمین به طور دقیق (به کمک سیستم مکانیابی جهانی<sup>۲</sup>) می‌توان مکان زلزله‌های محتمل آینده را پیش‌بینی کرد [۳]. لذا برای رسیدن به این هدف لازم است روشی ساده برای در نظر گرفتن ناپیوستگیها در روش اجزای محدود ارائه شود.

تاکنون دیدگاههای مختلفی برای منظور کردن ناپیوستگیها در محیط پیوسته بر مبنای روش اجزای محدود به عنوان ابزار عددی ارائه شده که در میان آنها می‌توان به مسائل تماس<sup>۳</sup> و المانهای میان رویه (یا المانهای درز)<sup>۴</sup> اشاره کرد [۴-۱۷].

در تمامی دیدگاههای فوق، فرایندهای تکراری<sup>۵</sup> نقش کلیدی را ایفا می‌کنند. به بیان دیگر، برای در نظر گرفتن اثر ناپیوستگی در محیط پیوسته و محاسبه تغییر شکلهای ناشی از لغزش ناپیوستگی مزبور در کل محیط پیوسته، مسأله باید به روش تکرار حل شود. در تحقیق حاضر، تلاش بر این است که آثار ناشی از لغزش ناپیوستگی بر کل قلمرو، به روشی ساده‌تر از دیدگاههای فوق تعیین

6. Splitting

7. Local Element Level

8. Split Node

1. Green's Function Operators Matrix

2. Global Positioning System (GPS)

3. Contact Problems

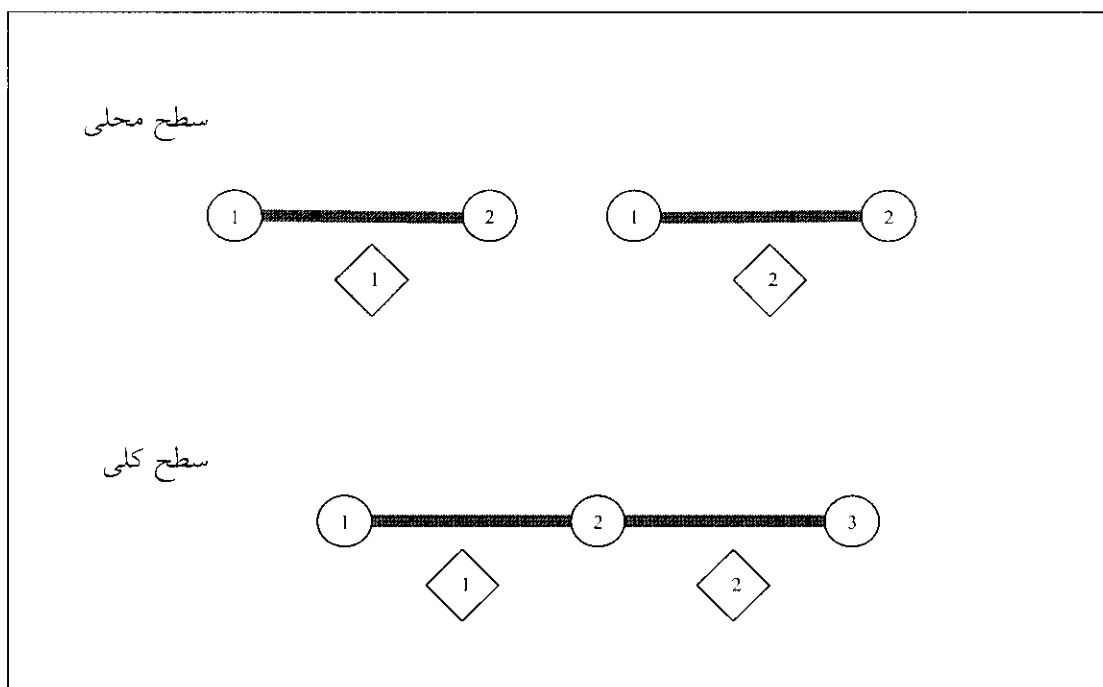
4. Joint/Interface Elements

5. Iterative Procedures

### ۳- فرمولبندی مسأله

همان‌گونه که گفته شد، مقادیر تغییرمکان در گره‌های مشترک یکسان نیست ( $u^+$  و  $u^-$ ) و مقدار آن در یک وجه ناپیوستگی ( $u^+$ ) متفاوت از مقدار تغییرمکان در وجه دیگر آن ( $u^-$ ) است. می‌توان متوسط این دو تغییرمکان یعنی  $\frac{1}{2}(u^+ + u^-)$  را به عنوان معیاری از تغییرشکل در نظر گرفت و تغییرمکانهای  $u^+$  و  $u^-$  را نسبت به این مقدار متوسط محاسبه کرد. برای روشن شدن جزئیات روش، یک مثال یک بعدی ساده از دو المان خرپا در اینجا ارائه می‌شود (شکل ۱). در این مسأله سه گره و دو المان وجود دارد. هر المان دو گره و دو درجه آزادی دارد.

المانی در یک وجه ناپیوستگی لحاظ می‌شود، دارای تغییرمکان خاصی (مثلاً  $u^+$ ) است که متفاوت است با تغییرمکان گره (مثلاً  $u$ )، وقتی به عنوان گره‌ی متعلق به المانی در وجه دیگر ناپیوستگی ملحوظ می‌شود. بنابراین رشته‌ای پشت سر هم از این گره‌های مشترک، معرف ناپیوستگی است و شبکه اجزای محدود برای هر دو حالت گره‌های معمولی یا مشترک، مشابه است. به بیان دیگر، این روش فقط یک شبکه را برای کل قلمرو در نظر می‌گیرد و این، نوع گره (معمولی یا مشترک) است که معرف محل ناپیوستگی و میزان لغزش آن است.



شکل ۱ یک مثال ساده که به صورت طرحواره‌ای، دو المان خرپای یک‌بعدی را نشان می‌دهد. در این شکل دو سطح محلی و کلی برای سرهم کردن المانها نشان داده شده است. اعداد داخل دایره‌ها بیانگر شماره گره‌ها و اعداد داخل لوزیها بیانگر شماره المانها هستند.

نتیجه، رابطه سرهم کردن برای گره کلی ۲ به صورت  $\mathbf{a}_2 = \langle \mathbf{a}_2^1 \rangle = \langle \mathbf{a}_1^2 \rangle$  است. از سوی دیگر بدیهی است که رابطه  $\Delta \mathbf{a}_1^2 = -\Delta \mathbf{a}_2^1$  برقرار است. پس از جایگزینی رابطه (۵) در رابطه (۱)، برای المان ۱ ( $e = 1$ ) داریم:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^1 \\ \langle \mathbf{a}_2^1 \rangle + \Delta \mathbf{a}_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^1 \\ \mathbf{f}_2^1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

که قابل بازنویسی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^1 \\ \langle \mathbf{a}_2^1 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^1 \\ \mathbf{f}_2^1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \mathbf{a}_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^1 - \mathbf{K}_{12}^1 \Delta \mathbf{a}_2^1 \\ \mathbf{f}_2^1 - \mathbf{K}_{22}^1 \Delta \mathbf{a}_2^1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

رابطه‌ای مشابه رابطه (۸) برای المان ۲ قابل بازنویسی است. اکنون مسأله اجزای محدود (بر اساس مقادیر متوسط تغییر مکان گرهی به عنوان مجهول گرهی) مانند قبل (بدون هیچ تغییری در ماتریس سختی کل) قابل حل است؛ زیرا آثار ناپیوستگی (با شکافت) فقط در بردار بارگذاری نمایان شده است. تمامی عملیات فوق در سطح محلی و پیش از ترکیب ماتریس سختی کل انجام شده است. بنابراین پس از ترکیب معادلات، دستگاه معادلات کل سیستم برابر است با:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 + \mathbf{K}_{11}^2 & \mathbf{K}_{12}^2 \\ 0 & \mathbf{K}_{21}^2 & \mathbf{K}_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 - \mathbf{K}_{12}^1 \Delta \mathbf{a}_2^1 \\ \mathbf{f}_2 - \mathbf{K}_{22}^1 \Delta \mathbf{a}_2^1 - \mathbf{K}_{11}^2 \Delta \mathbf{a}_1^2 \\ \mathbf{f}_3 - \mathbf{K}_{21}^2 \Delta \mathbf{a}_1^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

قابل توجه است که این شکافت، فقط در گره مشترک و گره‌های مجاور آن، نیروهای مجازی تولید می‌کند. در حالت کلی چنین نیروهایی در تمام گره‌های هر المانی که

همان‌گونه که می‌دانیم، بردار تغییرشکل‌های گرهی  $\mathbf{a}^e$  به وسیله ماتریس سختی محلی  $\mathbf{K}^e$  به بردار نیروهای گرهی  $\mathbf{f}^e$  مربوط می‌شوند (در سطح محلی المان):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^e & \mathbf{K}_{12}^e \\ \mathbf{K}_{21}^e & \mathbf{K}_{22}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^e \\ \mathbf{a}_2^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^e \\ \mathbf{f}_2^e \end{bmatrix} \quad (1)$$

که ۲ یا ۱  $e =$  به المانها اشاره دارد. همان‌گونه که می‌دانیم، نیروها و تغییرشکل‌های کلی  $\mathbf{a}^2$  به وسیله روابط ساده زیر به نیروها و تغییرشکل‌های محلی  $\mathbf{a}^3$  مربوط می‌شوند (شکل ۱):

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_1^1, \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_2^1 = \mathbf{a}_1^2, \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_2^2 \quad (2)$$

و نیروهای گره‌های محلی نیز به صورت زیر به بردار نیروی کلی اضافه می‌شوند:

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{f}_1^1, \mathbf{f}_2 = \mathbf{f}_2^1 + \mathbf{f}_1^2, \mathbf{f}_3 = \mathbf{f}_2^2 \quad (3)$$

بنابراین معادله کلی سیستم عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^1 & \mathbf{K}_{12}^1 & 0 \\ \mathbf{K}_{21}^1 & \mathbf{K}_{22}^1 + \mathbf{K}_{11}^2 & \mathbf{K}_{12}^2 \\ 0 & \mathbf{K}_{21}^2 & \mathbf{K}_{22}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \mathbf{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

اگر گره کلی شماره ۲ یک گره مشترک باشد، فرض می‌شود تغییرمکان آن نسبت به المان ۱ برابر است با:

$$\mathbf{a}_2^1 = \langle \mathbf{a}_2^1 \rangle + \Delta \mathbf{a}_2^1 \quad (5)$$

که مقدار متوسط تغییرمکان  $\langle \mathbf{a}_2^1 \rangle$  در المانهای مجاور برابر است، در حالی که شکافت  $\Delta \mathbf{a}_2^1$  بین المانهای ۱ و ۲ متفاوت است. تغییرمکان گره کلی شماره ۲ نسبت به المان ۲ برابر است با:

$$\mathbf{a}_1^2 = \langle \mathbf{a}_1^2 \rangle + \Delta \mathbf{a}_1^2 \quad (6)$$

در این روش، مقدار متوسط تغییرمکانهای دو وجه ناپیوستگی را به عنوان مجهول گرمی در نظر می‌گیریم. در

1. Nodal Displacement
2. Global Forces and Displacements
3. Local

گرهی صفحه‌ای را در نظر می‌گیریم (شکل ۲). اعداد داخل دایره‌ها بیانگر شماره گره‌ها و اعداد داخل لوزیها بیانگر شماره المانها هستند. در این سیستم سازه‌ای، گره‌های ۱ و ۳ در دو جهت افقی و قائم مقید شده‌اند (این قیدها با علائم مثلثی نشان داده شده‌اند) و تعداد درجات آزادی کل سیستم برابر ۸ است (این درجات آزادی با فلش نشان داده شده‌اند). به بیان دیگر، ماتریس سختی کل سیستم ۸ در ۸ است. فرض می‌شود گره ۵، گره مشترک است و در آن یک گسستگی (شکافت) در جهت قائم (درجه آزادی ۶) رخ داده است. حال می‌توان این شکافت را در تک تک المانها (در سطح محلی المان) اعمال کرد:

دزای گره مشترک است، ظاهر می‌شوند. بنابراین بردار بارگذاری در گره‌های المانهای دیگر تغییر نمی‌کند.

این مثال ساده به سهولت قابل تعمیم است:

فرض می‌کنیم مؤلفه  $j$ ام بردار تغییر مکان محلی به صورت زیر باشد:

$$a_j^e = \langle a_j^e \rangle + \Delta a_j^e \quad (10)$$

که در آن  $\langle a_j^e \rangle$  به عنوان مقدار متوسط تغییر مکان برای المانهای مجاور، یکسان است و  $\Delta a_j^e$  معرف شکافت است. در این صورت نیروی مجازی که باید به بردار بارگذاری محلی  $f_j^e$  افزوده شود، برابر است با:

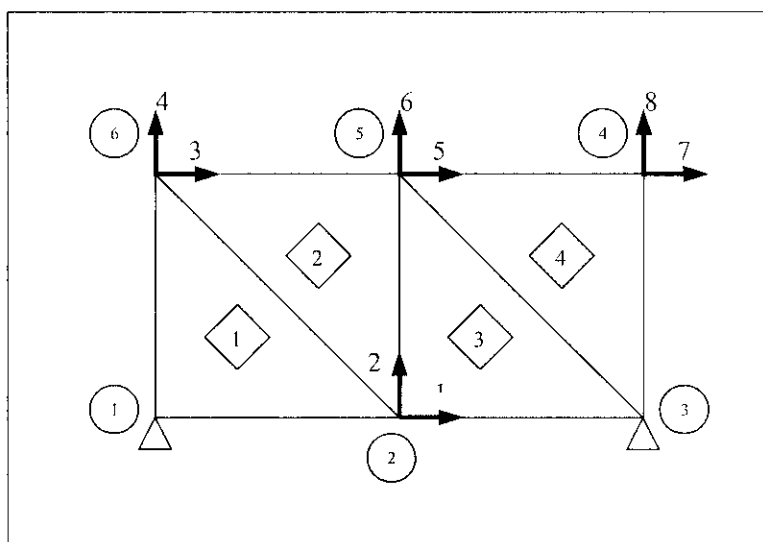
$$\Delta f_j^e = -K_{jj}^e \Delta a_j^e \quad (11)$$

و در نتیجه، نیروی کل برابر  $f_j^e + \Delta f_j^e$  است.

برای تشریح بیشتر این فرمولبندی برای المانهای پیچیده‌تر، یک نمونه سیستم سازه‌ای دوبعدی را بررسی می‌کنیم. برای آنکه جزئیات فرمولبندی قابل بررسی باشد، یک سیستم ساده سازه‌ای متشکل از چهار المان مثلثی سه

المان شماره ۱ (بدون گره مشترک):

$$\begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & K_{13}^1 & K_{14}^1 \\ & K_{22}^1 & K_{23}^1 & K_{24}^1 \\ & & K_{33}^1 & K_{34}^1 \\ \text{sym} & & & K_{44}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \\ a_3^1 \\ a_4^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ f_3^1 \\ f_4^1 \end{bmatrix} \quad (12)$$



شکل ۲ مثال ساده سازه‌ای که به صورت طرحواره‌ای چهار المان مثلثی سه گرهی صفحه‌ای را نشان می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} f_1 - K_{16}^2 \Delta a_6^2 - K_{16}^3 \Delta a_6^3 \\ f_2 - K_{26}^2 \Delta a_6^2 - K_{26}^3 \Delta a_6^3 \\ f_3 - K_{36}^2 \Delta a_6^2 \\ f_4 - K_{46}^2 \Delta a_6^2 \\ f_5 - K_{56}^2 \Delta a_6^2 - K_{56}^3 \Delta a_6^3 - K_{56}^4 \Delta a_6^4 \\ f_6 - K_{66}^2 \Delta a_6^2 - K_{66}^3 \Delta a_6^3 - K_{66}^4 \Delta a_6^4 \\ f_7 - K_{76}^4 \Delta a_6^4 \\ f_8 - K_{86}^4 \Delta a_6^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^2 & K_{12}^2 & K_{13}^2 & K_{14}^2 & K_{15}^2 & K_{16}^2 & a_1^2 \\ & K_{22}^2 & K_{23}^2 & K_{24}^2 & K_{25}^2 & K_{26}^2 & a_2^2 \\ & & K_{33}^2 & K_{34}^2 & K_{35}^2 & K_{36}^2 & a_3^2 \\ & & & K_{44}^2 & K_{45}^2 & K_{46}^2 & a_4^2 \\ & & & & K_{55}^2 & K_{56}^2 & a_5^2 \\ \text{sym} & & & & & K_{66}^2 & a_6^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

مشاهده می‌شود که آثار ناپیوستگی (یا شکافت) فقط در بردار بارگذاری نمایان شده و ماتریس سختی کل سیستم بدون تغییر مانده است. به همین ترتیب می‌توان این روش را بدون هیچ مشکلی به حالت سه بعدی نیز گسترش داد.

### ۴- کاربرد

برای نشان دادن تواناییهای روش گره مشترک، محاسبات اجزای محدود برای تغییرمکانهای الاستیک حوالی یک گسل قائم (شکل ۳) با نتایج تحلیلی موجود [۱] مقایسه می‌شود. شکل ۴ یک شبکه کرنش مسطح اجزای محدود را نشان می‌دهد که در آن، به منظور احتراز از آثار شرایط مرزی، یک قلمرو بزرگ در نظر گرفته شده است. المانهای مورد استفاده، المانهای مثلثی سه گرهی‌اند. همان‌گونه که شکل ۵ نشان می‌دهد، روش حاضر به نتایج دقیقی (در مقایسه با نتایج تحلیلی) منتهی می‌شود. قابل ذکر است که نتیجه حاصله فقط در یک گام به دست آمده و زمان محاسباتی بیش از یک تحلیل الاستیک بدون گره مشترک، مورد نیاز نیست.

برای نشان دادن تواناییهای روش گره مشترک، حالت سه‌بعدی این تکنیک نیز بررسی می‌شود. بدین منظور یک جابه‌جایی مماسی در طول گسل مدفون در محیط نیم فضای همگن، ایزوتروپ و الاستیک بررسی می‌شود

المان شماره ۲ (با گره مشترک):

$$\begin{bmatrix} K_{11}^2 & K_{12}^2 & K_{13}^2 & K_{14}^2 & K_{15}^2 & K_{16}^2 & a_1^2 \\ & K_{22}^2 & K_{23}^2 & K_{24}^2 & K_{25}^2 & K_{26}^2 & a_2^2 \\ & & K_{33}^2 & K_{34}^2 & K_{35}^2 & K_{36}^2 & a_3^2 \\ & & & K_{44}^2 & K_{45}^2 & K_{46}^2 & a_4^2 \\ & & & & K_{55}^2 & K_{56}^2 & a_5^2 \\ \text{sym} & & & & & K_{66}^2 & a_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^2 - K_{16}^2 \Delta a_6^2 \\ f_2^2 - K_{26}^2 \Delta a_6^2 \\ f_3^2 - K_{36}^2 \Delta a_6^2 \\ f_4^2 - K_{46}^2 \Delta a_6^2 \\ f_5^2 - K_{56}^2 \Delta a_6^2 \\ f_6^2 - K_{66}^2 \Delta a_6^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

المان شماره ۳ (با گره مشترک):

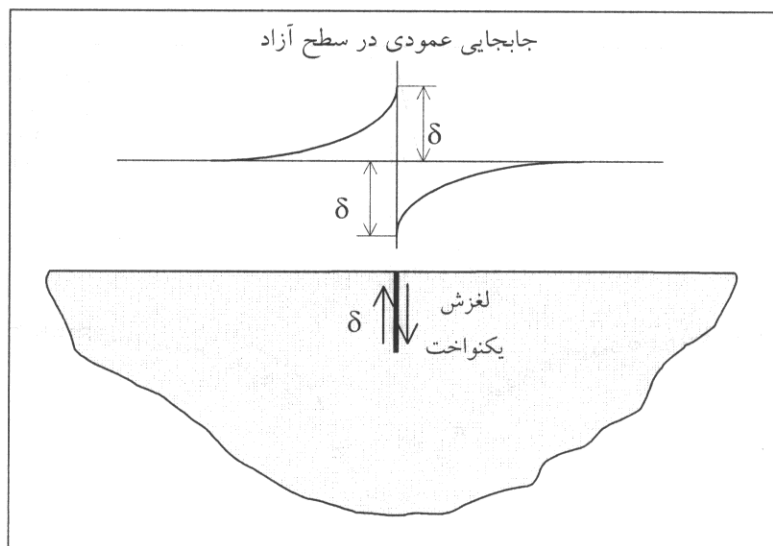
$$\begin{bmatrix} K_{11}^3 & K_{12}^3 & K_{15}^3 & K_{16}^3 & a_1^3 \\ & K_{22}^3 & K_{25}^3 & K_{26}^3 & a_2^3 \\ & & K_{55}^3 & K_{56}^3 & a_5^3 \\ \text{sym} & & & K_{66}^3 & a_6^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^3 - K_{16}^3 \Delta a_6^3 \\ f_2^3 - K_{26}^3 \Delta a_6^3 \\ f_5^3 - K_{56}^3 \Delta a_6^3 \\ f_6^3 - K_{66}^3 \Delta a_6^3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

المان شماره ۴ (با گره مشترک):

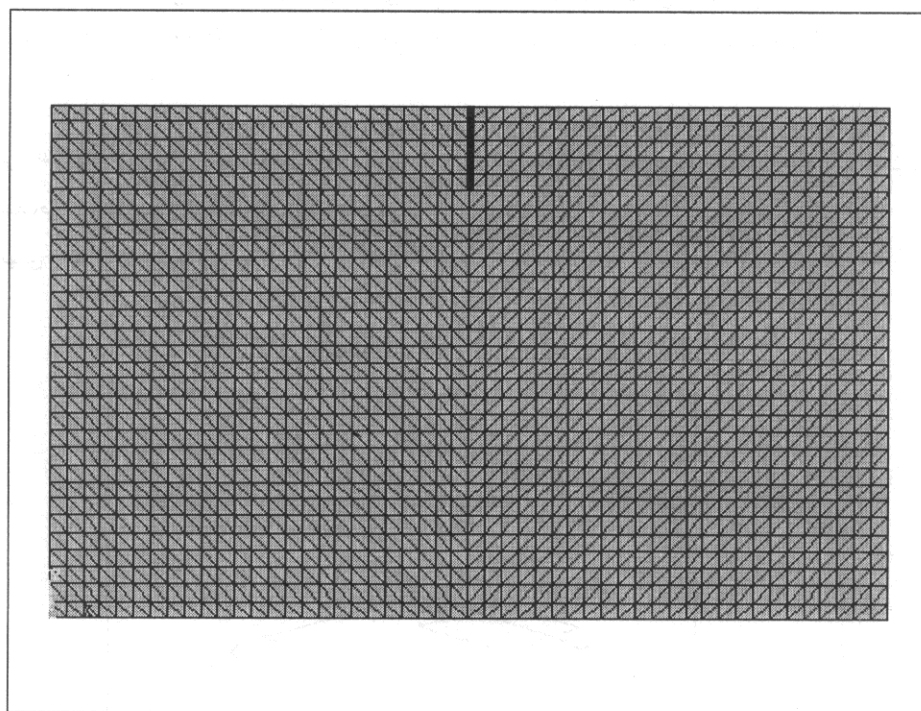
$$\begin{bmatrix} K_{55}^4 & K_{56}^4 & K_{57}^4 & K_{58}^4 & a_5^4 \\ & K_{66}^4 & K_{67}^4 & K_{68}^4 & a_6^4 \\ & & K_{77}^4 & K_{78}^4 & a_7^4 \\ \text{sym} & & & K_{88}^4 & a_8^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_5^4 - K_{56}^4 \Delta a_6^4 \\ f_6^4 - K_{66}^4 \Delta a_6^4 \\ f_7^4 - K_{76}^4 \Delta a_6^4 \\ f_8^4 - K_{86}^4 \Delta a_6^4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

با ترکیب معادلات ۱۲ تا ۱۵، به دستگاه معادلات کل سیستم به صورت زیر می‌رسیم:

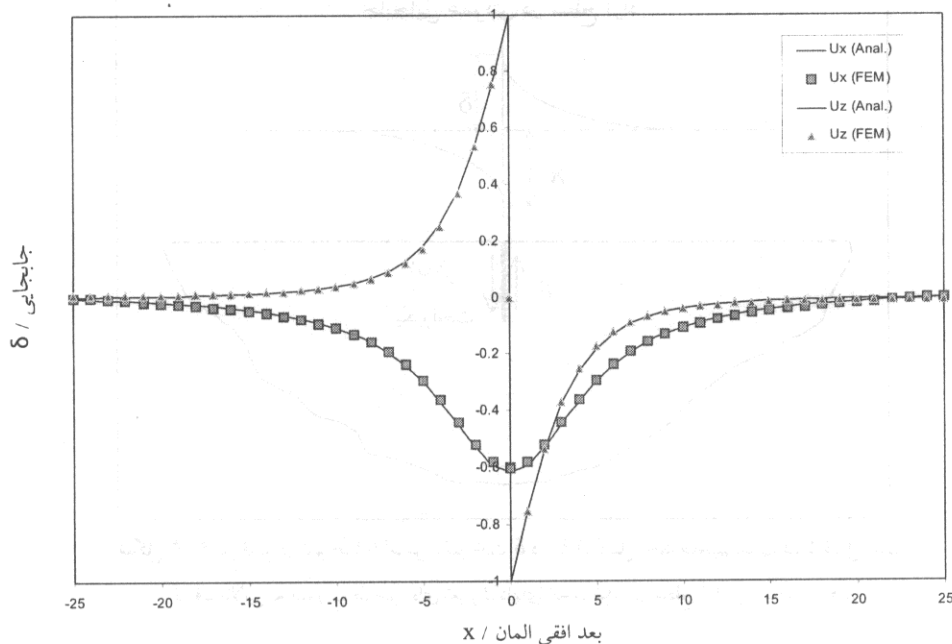
$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} & K_{18} & a_1 \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} & K_{28} & a_2 \\ & & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} & a_3 \\ & & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} & a_4 \\ & & & & & K_{55} & K_{56} & K_{57} & a_5 \\ & & & & & & K_{66} & K_{67} & a_6 \\ & & & & & & & K_{77} & a_7 \\ \text{sym} & & & & & & & & K_{88} & a_8 \end{bmatrix}$$



شکل ۳ گسل قائم در نیم فضا با لغزش یکنواخت  $\delta$  در طول گسل. خط ضخیم نشان‌دهنده گسل است. گراف بالایی به صورت طرحواره‌ای تغییرشکل‌های ایجاد شده در سطح آزاد را نشان می‌دهد.



شکل ۴ شبکه اجزای محدود (کرنش مسطح) مورد استفاده در تحلیل مسأله شکل ۳ بر مبنای روش گره مشترک. خط ضخیم، نشان‌دهنده گسل قائم با لغزش یکنواخت  $\delta$  در طول آن است. هیچ بار خارجی به مدل وارد نمی‌شود. دو ضلع جانبی مدل در جهت قائم آزاد و در جهت افقی محدود است. ضلع زیرین مدل در جهت افقی آزاد و در جهت قائم محدود است. المانهای مورد استفاده، المانهای مثلثی سه گرهی هستند.

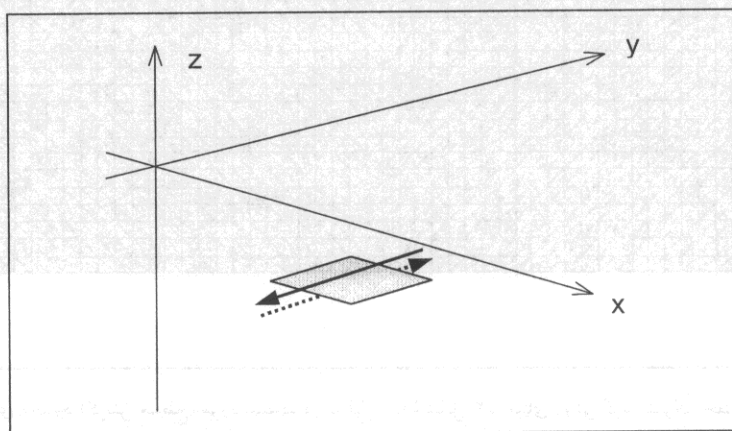


شکل ۵ مقایسه جوابهای تحلیلی (Anal.) و عددی (FEM) تحلیل مسأله شکل ۳.

در این شکل تغییرشکل‌های افقی (Ux) و قائم (Uz) در سطح آزاد زمین در حوالی گسل قائم (با لغزش یکنواخت  $\delta$  در طول آن) نشان داده شده‌اند.

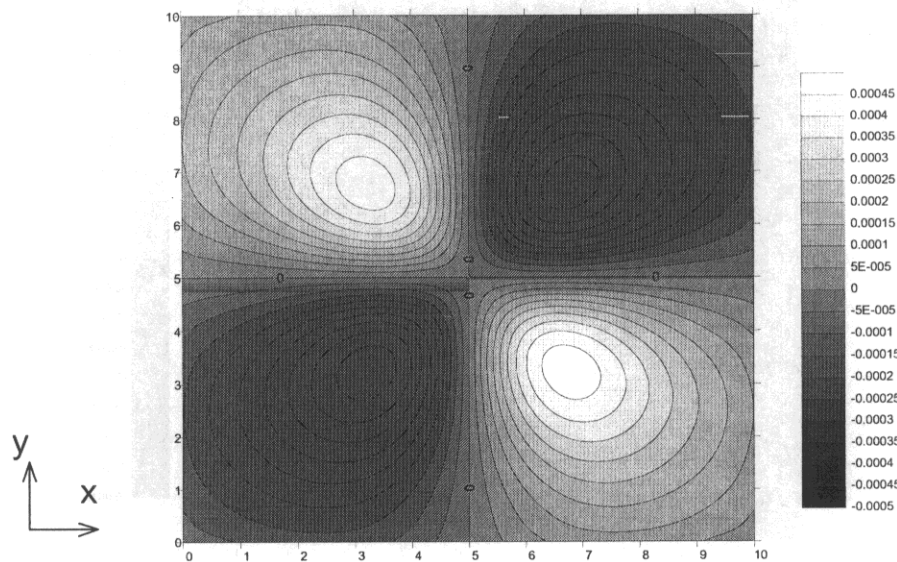
تغییر مکان‌های سطحی در شکل‌های ۷، ۸ و ۹ نشان داده شده است.

(شکل ۶). بر اساس تئوریهای الاستودینامیک [۲]، تغییر مکان‌های سطحی ایجاد شده توسط جابه‌جایی مزبور به‌وسیله شکل‌های انتگرالی قابل بیان است. این

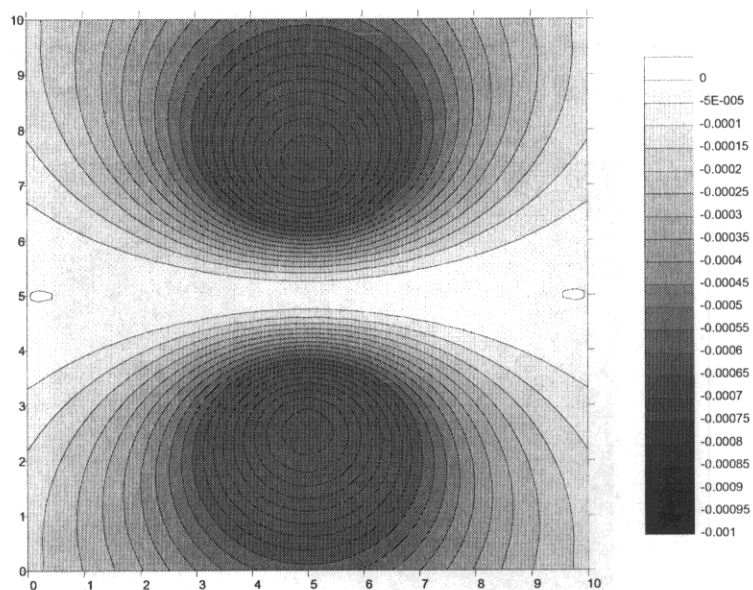


شکل ۶ این تصویر طرحواره‌ای، دستگاه مختصات و بردار لغزش با مقدار  $0.1$  واحد را نشان می‌دهد. مستطیل خاکستری، هندسه یک گسل به موازات صفحه  $xy$  با عمق  $z = -3$  واحد را نشان می‌دهد.

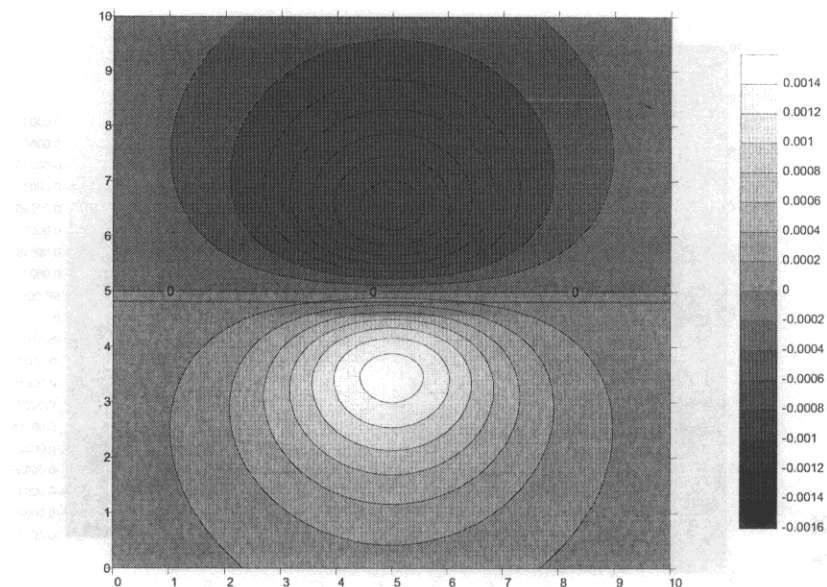




شکل ۷ حل تحلیلی تغییرشکل‌های افقی ( $U_x$ ) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار ۰/۱ واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس [۲۱]).

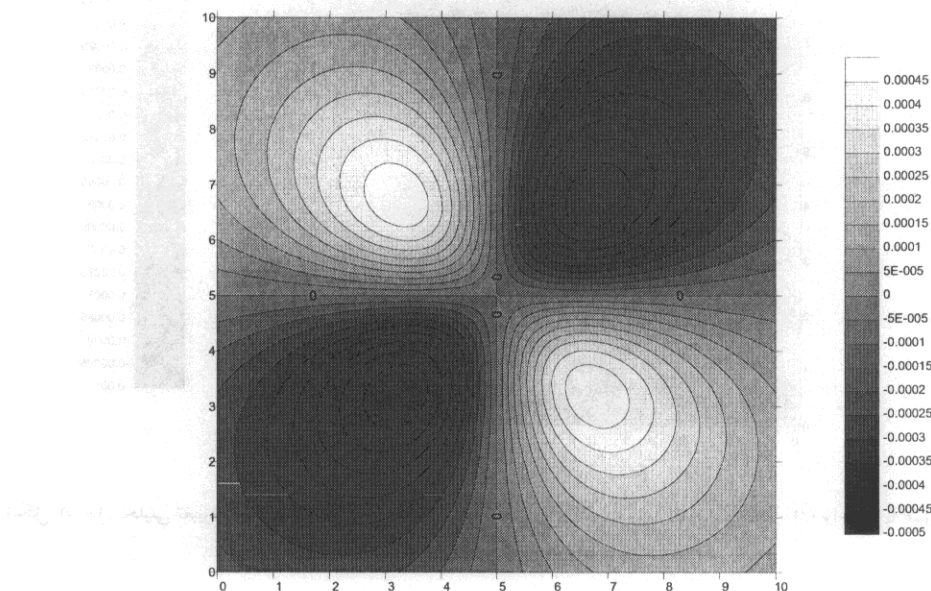


شکل ۸ حل تحلیلی تغییرشکل‌های افقی ( $U_y$ ) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار ۰/۱ واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس [۲۱]).

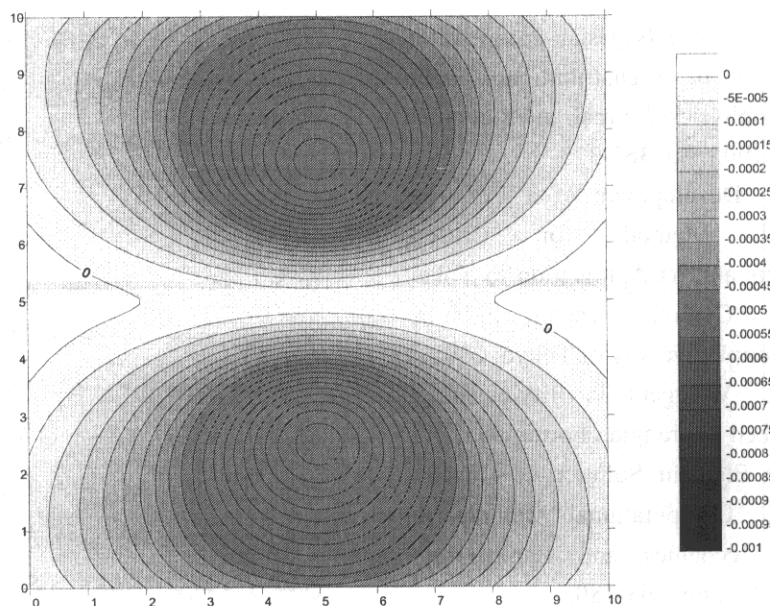


شکل ۹ حل تحلیلی تغییرشکلهای قائم (UZ) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار ۰/۱ واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس [۲]).

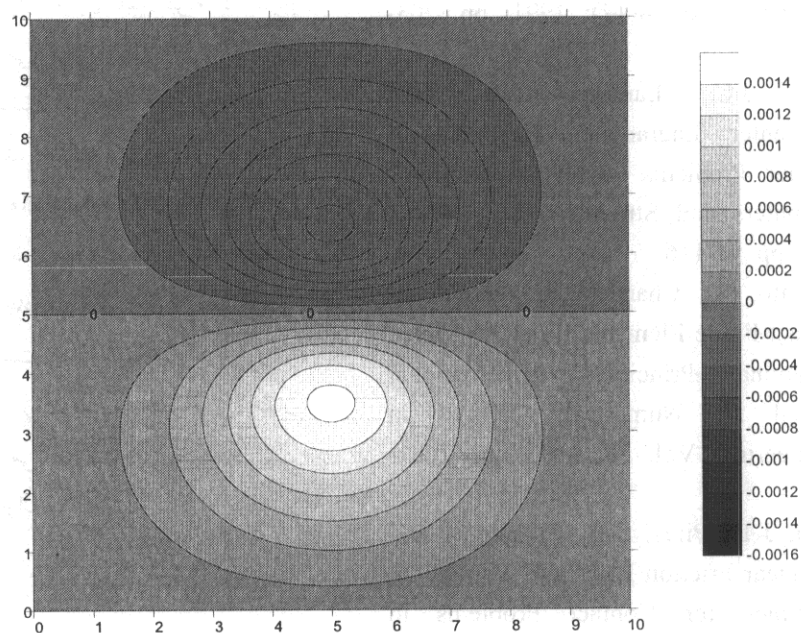
برای انجام محاسبات عددی، محیط مکعبی به ابعاد ۱۰ در ۱۰ در ۱۰ واحد، به ۶۴۰۰۰ (۴۰ در ۴۰ در ۴۰) المان هشت گرهی آجری شکل تقسیم می‌شود. به منظور نمایش بهتر شرایط مرزی برای محیط نیم فضا، تمامی وجوه جانبی (بجز سطح آزاد) محیط مکعبی با المانهای فنری پوشانده شده است. نتایج عددی تغییرمکانهای سطحی ایجاد شده توسط جابه‌جایی گسل مدفون مزبور در شکل‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ آورده شده‌اند.



شکل ۱۰ حل عددی تغییرشکلهای افقی (UX) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار ۰/۱ واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس روش گره مشترک).



شکل ۱۱ حل عددی تغییرشکل‌های افقی ( $U_y$ ) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار  $0.1$  واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس روش گره مشترک).



شکل ۱۲ حل عددی تغییرشکل‌های قائم ( $U_z$ ) ایجاد شده در سطح آزاد ناشی از بردار لغزش با مقدار  $0.1$  واحد و با عمق  $Z = -3$  واحد (بر اساس روش گره مشترک).

Inversion Using a Bayesian Information Criterion for Spatial Distribution of Fault Slip"; *Geophysics Journal International*; Vol. 109; 1992; pp. 363-375.

- [3] Khaji, N.; Development of a Versatile Numerical Method for Crustal Movements and its Application to Tokai District, Central Japan; Ph.D. Dissertation; University of Tokyo; 2001.
- [4] Simo, J.C.; Wriggers, P.; Taylor, R.L.; "A Perturbed Lagrangian Formulation for the Finite Element Solution of Contact Problems"; *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*; Vol. 50; 1985; pp. 163-180.
- [5] Eterovic, A.L.; Bathe, K.J.; "On the Treatment of Inequality Constraints Arising from Contact Conditions in Finite Element Analysis"; *Computers and Structures*; Vol. 40(2); 1991; pp. 203-209.
- [6] Simo, J.C.; Laursen, T.A.; "An Augmented Lagrangian Treatment of Contact Problems Involving Friction"; *Computers and Structures*; Vol. 42(1); 1992; pp. 97-116.
- [7] Cescotto, S.; Charlier, R.; "Frictional Contact Finite Elements Based on Mixed Variational Principles"; *International Journal for Numerical Methods in Engineering*; Vol. 36; 1993; pp. 1681-1701.
- [8] Oden, J.T.; Pires, E.B.; "Nonlocal and Nonlinear Friction Laws and Variational Principles for Contact Problems in Elasticity"; *Journal of Applied Mechanics*; ASME, Vol. 50; 1983; pp. 67-76.
- [9] Bathe, K.J.; Chaudhary, A.; "A Solution Method for Planar and Axisymmetric

همان‌گونه که مقایسه نتایج تحلیلی و عددی فوق نشان می‌دهد، روش حاضر به نتایج دقیقی در حالت سه بعدی نیز منتهی می‌شود که بیانگر پایداری این روش است.

## ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، روشی ساده برای منظور کردن تغییرشکلهای ناپیوستگیهای موجود در محیط پیوسته به کمک روش اجزای محدود ارائه شده است. به بیان ساده، این روش می‌تواند رابطه‌ای مستقیم بین تغییرشکلهای ناپیوستگی و تغییرشکلهای حاصل از آن در کل سیستم ایجاد کند. در این روش آثار ناپیوستگیهای موجود به وسیله بردار مجازی بارگذاری گرهی منظور می‌شود و بدین ترتیب ماتریس سختی کل بدون تغییر باقی می‌ماند. این روش، بدون افزایش تعداد درجات آزادی کل، هیچ نوع نیرو یا ممان اضافی به شبکه اجزای محدود اضافه نمی‌کند و نیازی به فرایندهای تکرار ندارد. همان‌گونه که نتایج قسمتهای گذشته نشان می‌دهند، روش گره مشترک جوابهای بسیار خوبی به دست می‌دهد. همان‌گونه که در قسمتهای قبلی بحث شد، هدف نهایی این تحقیق، استخراج ماتریس عملگرهای توابع گرین است. این ماتریس، بیانگر رابطه بین تغییرشکلهای ناپیوستگی (مانند گسل) و تغییرشکلهای ایجاد شده در سایر نقاط قلمرو (مانند سطح آزاد زمین) است. با محاسبه ماتریس فوق و داشتن تغییرشکلهای سطح آزاد زمین به طور دقیق، مکان زلزله‌های محتمل آینده را می‌توان پیش‌بینی کرد. جزئیات کامل این پیش‌بینی در [۳] ارائه شده است.

## ۶- منابع

- [1] Rani, S.; Singh, S.J.; "Static Deformation of a Uniform Half-Space Due to a Long Dip-Slip"; *Geophysics Journal International*; Vol. 109; 1992; pp. 469-476.
- [2] Yabuki, T.; Matsuura, M.; "Geodetic Data

- Dimensional Finite Element Analysis of Jointed Rock Slopes"; Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Congress of the International Society of Rock Mechanics; Belgrad, 1970; pp. 353-360.
- [15] Ghaboussi, J.; Wilson, E.L.; Isenberg, J.; "Finite Element for Rock Joints and Interfaces"; Journal of Soil Mechanics and Foundations Division; ASCE, Vol. 99 (SM10); 1973; pp. 833-848.
- [16] Zienkiewicz, O.C.; Best, B.; Dullage, C.; Stagg, K.G.; "Analysis of Non-Linear Problems in Rock Mechanics with Particular Reference to Jointed Rock Systems"; Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Congress of the International Society of Rock Mechanics; Belgrad, 1970; pp. 501-508.
- [17] Herrmann, L.R.; "Finite Element Analysis of Contact Problems"; Journal of Engineering Mechanics Division; ASCE, Vol. 104 (EM5); 1978; pp. 1043-1059.
- Contact Problems"; International Journal for Numerical Methods in Engineering; Vol. 21; 1985; pp. 65-88.
- [10] Pande, G.N.; Beer, G.; Williams, J.R.; Numerical Methods in Rock Mechanics; John Wiley & Sons; New York, 1990.
- [11] Goodman, R.E.; Taylor, R.L.; Brekke, T.L.; "A Model for the Mechanics of Jointed Rock"; Journal of Soil Mechanics and Foundations Division; ASCE, Vol. 99 (SM3); 1968; pp. 637-659.
- [12] Li, J.; Kaliakin, V.N.; "Numerical Simulation of Interfaces in Geomaterials: Development of New Zero-Thickness Interface Elements"; Department of Civil Engineering Report 93-6, University of Delaware; 1993.
- [13] Kaliakin, V.N.; Li, J.; "Insight into Deficiencies Associated with Commonly Used Zero-Thickness Interface Elements"; Computers and Geotechnics; Vol. 17; 1995; pp. 225-252.
- [14] Mahtab, M.A.; Goodman, R.E.; "Three-