

مقایسه مدل‌های اشتینبرگ و جانسون-کوک در شبیه‌سازی رفتار فلزها تحت اثر امواج ضربه‌ای

حمیدرضا انبارلویی^۱، کیومرث مظاهری^{۲*}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دانشگاه علم و صنعت ایران
۲- استادیار بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵

Kiumars@modares.ac.ir

(دریافت مقاله: آذر ۱۳۸۱، پذیرش مقاله: آذر ۱۳۸۳)

چکیده- استفاده روز افزون از امواج ضربه‌ای در صنعت سبب رواج شبیه‌سازی رایانه‌ای برای بررسی تأثیر امواج ضربه‌ای بر فلز شده است. برای شبیه‌سازی این‌گونه پدیده‌ها اطلاع از رفتار فلز تحت بارگذاریهای دینامیکی حاصل از امواج ضربه‌ای از اهمیت بسزایی برخوردار است. برای این منظور مدل‌های متعددی ارائه شده است. هدف از این مقاله مقایسه دو مدل اشتینبرگ و جانسون-کوک برای بیان خواص فلز تحت اثر امواج ضربه‌ای است. نتایج حاصله نشان می‌دهند که این دو مدل در گستره وسیعی از حالات همانند یکدیگر رفتار می‌کنند و بخوبی نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی را شبیه‌سازی می‌نمایند. همچنین این بررسی نشان می‌دهد مدل اشتینبرگ در مقایسه با مدل جانسون-کوک در نرخ‌های کرنش بالا نتایج بهتری در اختیار قرار می‌دهد.

کلیدواژگان: موج ضربه‌ای، الاستیک، کاملاً پلاستیک، معادلات متشکله، بارگذاری دینامیکی.

۱- مقدمه

از امواج ضربه‌ای^۱ در فرایندهای تولید اکنون به‌طور وسیعی استفاده می‌شود. از میان کاربردهای این روش می‌توان به شکل‌دهی انفجاری و جوشکاری انفجاری اشاره کرد. در این روشها تغییر شکل و حتی تغییر فاز بر اثر فشار بالا (از مرتبه چند هزار بار) ایجاد می‌شود. در چنین شرایطی به دلیل کرنش زیاد و مدت زمان کم آن، دمای بالا و گرادیان فشار زیاد، خواص ماده دائماً درحال تغییر است و ثابت فرض کردن آنها سبب دورشدن از نتایج واقعی می‌شود. لذا برای شبیه‌سازی رایانه‌ای چنین فرایندهایی - که در طی آنها مواد تحت تأثیر امواج ضربه‌ای در شرایط بحرانی قرار می‌گیرند - به مدل‌های

برای بیان خواص مختلف مواد در شرایط گوناگون نیاز است. تحقیقات گوناگونی برای به‌دست آوردن معادلاتی که بتوان به‌وسیله آن خواص مواد، بخصوص فلزها را تحت تأثیر موج ضربه‌ای بررسی کرد، انجام شده است. تحقیقات درباره خواص فلز تحت اثر امواج ضربه‌ای، در زمان جنگ جهانی دوم شروع شد. از اولین مطالعات در این زمینه می‌توان به کارهای رایس، مک کوئین و والش اشاره کرد [۱]. بررسی کاملتری توسط جونز انجام شد که با استفاده از روابط اساسی بقا، حرکت موج ضربه‌ای در فلز را تشریح کرد [۲]. در این زمینه به مطالعات موری و همکاران نیز می‌توان اشاره کرد که علاوه بر خصوصیات مکانیکی مواد، خصوصیات مغناطیسی آنها را بررسی کرده‌اند [۱]. داویسون و گراهام

1. Shock wave

همکاران [۵] و مدل جانسون و کوک [۶] اثر عوامل مختلف بر تنش تسلیم و مدول برشی بررسی شود.

۲- معادلات حاکم

در کار حاضر شبیه‌سازیها به کمک یک کد یک‌بعدی هیدرورینامیکی انجام شده است. این کد و مبانی نظری آن در مرجع [۷] شرح داده شده؛ اما به صورت مختصر در اینجا توضیح داده می‌شود.

این کد، یک برنامه یک‌بعدی برای حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی حاکم بر دینامیک اجسام (یعنی معادلات بقای جرم، ممتوم و انرژی) در مختصات لاگرانژی به وسیله روشی است که برای اولین بار توسط ویلکینز ارائه شده [۴]. این روش جزو دسته روشهای تفاضل محدود^۵ بوده و از نوعی گنسته سازی تفاضل مرکزی^۶ برای مشتقات زمانی و مکانی استفاده می‌کند. در این کد با حل همزمان معادلات بقا همراه با معادله حالت و معادلات رفتاری مواد، نحوه عکس‌العمل و تغییر در خواص مواد، تحت اثر امواج ضربه‌ای بررسی می‌شود.

روابط ریاضی استفاده شده در برنامه برای معادلات بقا عبارتند از: روابط (۱) برای بقای جرم، (۲) برای بقای ممتوم و (۳) برای بقای انرژی می‌باشند.

$$\frac{dM}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{v} \frac{dU}{dt} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial r} + (d-1) \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r} \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} - V[s_1 \dot{\epsilon}_1 + (d-1)s_2 \dot{\epsilon}_2] + (p+q)\dot{V} = 0 \quad (3)$$

در این روابط V حجم مخصوص، U سرعت ذرات، E انرژی کل در واحد حجم و $\dot{\epsilon}$ نرخ کرنش است. M ، d و I به ترتیب زمان، مختصات جرم و مختصات فضایی است. همچنین در این کد، تنش کل σ به دو مؤلفه تنش هیدرواستاتیکی P و تنش برشی S تقسیم شده است. پارامتر d تعیین کننده نوع هندسه مسأله بوده و دارای مقادیر ۱، ۲ و ۳ است که به ترتیب برای هندسه‌های

علاوه بر جمع آوری کارهای انجام شده تا آن زمان، زمینه‌های کار شده توسط محققان قبلی را فهرست کرده‌اند [۳]. همچنین در مرجع [۴] به کارهای ویلکینز و گوینان - که به بررسی آثار کارسختی بر روی رفتار فلز تحت اثر موج ضربه‌ای پرداختند - نیز اشاره شده است. اشتینبرگ و همکاران با مدلسازی رفتار مواد و آثار دما و فشار بر تنش تسلیم ماده و مدول برشی آن، اثر کار سختی^۱ و همچنین اثر باوشینگ^۲ را بررسی کرده و مدل‌هایی را برای آنها ارائه کرده‌اند [۵]. جانسون و کوک با تهیه مدل مناسبی برای شبیه‌سازیهای کامپیوتری، به بیان اثر کارسختی، فشار و دما بر تنش تسلیم پرداختند [۶].

از آنجا که این‌گونه فرایندها در فشارهای بسیار بالاتر از تنش تسلیم مواد انجام می‌شوند در شبیه‌سازیهای اولیه برای فلز، رفتاری سیال گونه را در نظر گرفته و از مؤلفه‌های تنش برشی صرف‌نظر می‌کردند. کارهای تجربی سالهای بعدی نشان داد که اولاً وجود یک مؤلفه تنش برشی - حتی کوچک - اثر زیادی بر میرا شدن موج فشاری دارد و ثانیاً مقاومت برشی و تنش تسلیم مواد، با افزایش فشار افزایش می‌یابد. این حقایق موجب شد که به‌جای استفاده از مدل‌های هیدرورینامیکی، از مدل‌های الاستیک-کاملاً پلاستیک^۳ در رفتار مواد استفاده شود. در این‌گونه مدل‌ها ضرایب مکانیکی مواد - نظیر تنش تسلیم و مدول برشی - ثابت در نظر گرفته شده و از تغییرات آنها بر اثر عوامل مختلف صرف‌نظر می‌شود. کارهای انجام شده توسط ویلکینز، اشتینبرگ، جانسون و کوک، همگی در جهت به‌دست آوردن معادلاتی برای بیان این تغییرات بر اثر پارامترهای موثر در آن است. اضافه کردن این معادلات - که به معادلات متشکله^۴ معروف می‌باشند - به مدل‌های الاستیک-کاملاً پلاستیک، نقش بسزایی در تطابق نتایج تجربی و نتایج حاصل از شبیه‌سازیهای رایانه‌ای دارند. در این مقاله سعی شده با استفاده از مدل اشتینبرگ و

1. Work Hardening
2. Bauschinger Effect
3. Elastic-Perfectly Plastic
4. Constitutive Equations

5. Finite Difference
6. Central Difference.

$$\eta = 1 - \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0 - V}{V_0} \quad (10)$$

و سرانجام با استفاده از معادله انرژی مقدار e_H را می‌توان به صورت رابطه (۱۱) به دست آورد.

$$e_H - e_0 = \frac{1}{2}(P_H + P_0)V\eta \quad (11)$$

بنابراین برای محاسبه فشار با فرض معلوم بودن حجم و انرژی داخلی با استفاده از معادله حالت، رابطه (۴) و روابط (۱۱) و (۹) به چهار پارامتر Γ_0 ، C ، S و ρ_0 نیاز است که برای مواد مختلف ثابت بوده و به عنوان پارامتر ورودی به کد داده می‌شوند.

برای تعیین چگونگی تغییر تنش در مواد بر اثر ایجاد کرنش در آنها، از مدل الاستیک-کاملاً پلاستیک استفاده شده است. در این مدل، رابطه هوک بین تنش و کرنش در ناحیه الاستیک حاکم است. برای تسلیم مواد از معیار ون میسز^۲ استفاده شده و فرض می‌شود که ماده رفتار الاستیک خطی-کاملاً پلاستیک از خود نشان می‌دهد.

۳- مدل‌های رفتار مواد

در کدهای هیدرورینامیکی نظیر کد هیدرورینامیکی یک‌بعدی - که برای شبیه‌سازی پدیده‌هایی نظیر آنچه در بالا ذکر شده مورد استفاده قرار می‌گیرند - مؤلفه‌های تانسور تنش به دویخس هیدرواستاتیک و تنش انحرافی تقسیم می‌شوند. قدم اول برای بهبود مدل الاستیک-کاملاً پلاستیک، افزایش مقدار تنش تسلیم بر اثر افزایش تغییر شکل پلاستیک است. مدل‌هایی که برای این کار استفاده می‌شوند، مدل‌های کارسختی نامیده می‌شوند. نمونه‌ای از این گونه مدل‌ها توسط ویلکینز و گوینان [۴] شرح داده شده که به صورت رابطه (۱۲) بیان می‌شود:

$$Y = Y_0[1 + \beta \varepsilon]^n \quad (12)$$

در این رابطه Y تنش تسلیم، Y_0 تنش تسلیم اولیه در شرایط استاندارد، ε کرنش پلاستیک و β و n ضرایب تجربی کارسختی است. این معادله همراه با شرط تسلیم

صفحه‌ای، استوانه‌ای و کروی بکار می‌رود.

معادله حالت مورد استفاده در این کد معادله حالت مایگرونایزن^۱ است. این معادله حالت به صورت زیر است:

$$P(V) = P_K(V) + \frac{\Gamma}{V}(e - e_K) \quad (4)$$

در رابطه فوق K حالت مرجع و Γ گامای گرونایزن است که دومی به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$\Gamma = V \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_V \quad (5)$$

برای بسیاری از مواد، با دقت قابل قبولی می‌توان گاما را به صورت رابطه (۶) در نظر گرفت. در این کد نیز این فرض برای تغییرات گامای گرونایزن در نظر گرفته شده است:

$$\rho \Gamma = \rho_0 \Gamma_0 \quad (6)$$

در حالتی که ماده تحت اثر موج ضربه‌ای در حالت تراکم است، خواص ماده را با خواص نقطه هوگونیت به صورت زیر می‌توان ربط داد:

$$P(V) = P_H(V) + \frac{\Gamma}{V}(e - e_H(V)) \quad (7)$$

مقادیر پارامترهای P_H و e_H از اندازه‌گیریهای تجربی مربوط به حرکت موج ضربه‌ای در اجسام به دست می‌آیند. بنابراین با داشتن حجم مخصوص، و انرژی داخلی در هر نقطه فشار را از معادله (۷) می‌توان به دست آورد.

تحقیقات متعدد در ۵۰ سال گذشته، وجود رابطه‌ای خطی را بین سرعت موج ضربه‌ای و سرعت ذره پشت آن به صورت رابطه (۸) نشان می‌دهد [۴].

$$U_S = C + S U_p \quad (8)$$

که در آن C و S ضرایبی تجربی است. اگر شرایط بعد از موج ضربه‌ای را با اندیس H و شرایط دست نخورده جلوی آن را با ۰ نشان دهیم، با استفاده از روابط رانکین-هوگونیت و رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$P_H = P_0 + \frac{\rho_0 C^2 \eta}{(1 - S\eta)^2} \quad (9)$$

که در رابطه (۹) η به صورت زیر تعریف می‌شود:

2. Von Mises Yield Criterion

1. Mie - Gruneisen

Y'_p به ترتیب بیانگر مشتق G نسبت به فشار، مشتق G نسبت به دما و مشتق Y نسبت به فشار در شرایط مرجع است.

با توجه به نتایج موجود از آزمایش‌های استاندارد نظیر تست کشش-فشار^۱، تست فراصوتی و تست میله هاپکینسون^۲ مشاهده می‌شود که برای فلزها تا فشار 1GPa مدول برشی، رفتاری خطی با فشار دارد. برای برون‌یابی اطلاعات مربوط به فشار در فشارهایی بالاتر از 1GPa، مشاهده می‌شود که فرض تغییر خطی مدول برشی برحسب $\left(\frac{P}{\eta^{1/3}}\right)$ ، با تقریب بسیار خوبی نتایج حاصل از آزمایش‌ها را توجیه می‌کند. با این فرض حتی در فشارهای بسیار بالا مدول برشی رفتاری مانند آنچه تئوری توماس-فرمی^۳ پیش‌بینی می‌کند خواهد داشت. تئوری توماس-فرمی بیان می‌دارد که:

در فشارهای بسیار بالا، فشار P متناسب با $\eta^{5/3}$ و مدول برشی متناسب با $\eta^{4/3}$ است. از رابطه (۱۴) دیده می‌شود که اگر $P \rightarrow 0$ و $\eta \rightarrow 1$ رابطه (۱۱) به $G = G_0 + G'_0 P$ تبدیل می‌شود و اگر $\eta \rightarrow \infty$ رابطه (۱۴) به $G \rightarrow \eta^{4/3}$ میل می‌کند که این رفتار منطبق بر تئوری توماس-فرمی است [۵].

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که مدول برشی تقریباً به‌طور خطی با دما تغییر می‌کند و این روند تا نزدیکی نقطه ذوب ادامه دارد. در مورد بعضی فلزها نظیر اورانیم به اضافه کردن جمله T^2 در معادلات نیاز است تا نتایج همخوانی قابل قبولی با آزمایش داشته باشند. اما از آنجا که تأثیر جمله دمایی در رابطه (۱۴)، ۱۰ درصد جمله فشاری است، فرض وابستگی خطی مدول برشی به دما برای تمام فلزها خطای چندانی ایجاد نمی‌کند. می‌توان نشان داد که رابطه (۱۶) برای بیان وابستگی تغییرات مدول برشی و تنش تسلیم بر اثر تغییرات فشار صادق

ون میسر یعنی رابطه (۱۳)، بیان‌کننده کارسختی همگن است:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، s و σ_{eq} به ترتیب تنش معادل و تنشهای انحرافی است. شرط تسلیم ون میسر بیان‌کننده یک سطح استوانه‌ای در فضایی است که محوره‌های آن تنش‌های اصلی المان است. با استفاده از رابطه (۱۲) یا به‌طور کلی کارسختی این سطح به یک مخروط تغییر شکل می‌یابد. سطح این مخروط بیان‌کننده تسلیم المان است. با استفاده از مدل‌هایی به صورت رابطه (۱۲) برای بیان کارسختی، این سطح با افزایش کرنش پلاستیک به صورت یکنواخت و مستقل از مسیر اعمال بار افزایش می‌یابد.

اما در عمل، مقادیر تنش تسلیم و مدول برشی علاوه بر اثر کرنش پلاستیک بر اثر عوامل دیگری نیز تغییر می‌کنند. از مهمترین این عوامل فشار و تغییرات درجه حرارت است.

۳-۱- مدل اشتینبرگ

روابط ارائه شده در [۵] برای بیان مدول برشی G و تنش تسلیم Y برحسب کرنش پلاستیک، فشار P و دما T به صورت روابط (۱۴) و (۱۵) است.

$$G = G_0 \left[1 + \left(\frac{G'_p}{G_0} \right) \frac{P}{\eta^{1/3}} + \left(\frac{G'_T}{G_0} \right) (T - 300) \right] \quad (14)$$

$$Y = Y_0 \left[1 + \beta (\varepsilon + \varepsilon_i) \right]^n \times \left[1 + \left(\frac{Y'_p}{Y_0} \right) \frac{P}{\eta^{1/3}} + \left(\frac{Y'_T}{Y_0} \right) (T - 300) \right] \quad (15)$$

در این روابط η بیانگر فشردگی بوده و به صورت مقدار حجم مخصوص اولیه به حجم مخصوص فعلی تعریف می‌شود. n و β پارامترهای بیانگر کارسختی و ε_i بیانگر کرنش پلاستیک معادل اولیه است که معادل کرنش اولیه محبوس در فلز بر اثر عملیات حرارتی در هنگام تولید است. نماد صفر بیانگر شرایط مرجع $(T=300 \text{ K}, P=0, \varepsilon=0)$ است. پارامترهای G'_p ، G'_T و

1. Compression-Tension Test
2. Hopkinson Bar Test
3. Thomas-Fermi Theory

فشار، فشردگی، گامای گرونایزن، دمای ذوب در شرایط استاندارد، ثابت جهانی گازها، چگالی در شرایط استاندارد و جرم اتمی است. پس از رسیدن انرژی داخلی به حد انرژی ذوب فرض بر این است که مقادیر Y و G برابر صفر می‌شوند.

۳-۲- مدل جانسون-کوک

در مدل ارائه شده توسط جانسون و کوک [۶] آثار کار پلاستیک، نرخ کرنش پلاستیک و دما بر تنش تسلیم بیان می‌شود. رابطه (۲۱) بیان کننده این آثار بر تنش تسلیم است:

$$\sigma = [A + B\varepsilon^n][1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*][1 - T^{*m}] \quad (21)$$

که در آن ε کرنش پلاستیک معادل، $\dot{\varepsilon}^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{1.0s^{-1}}$ پارامتر بی‌بعد شده نرخ کرنش پلاستیک و T^{*m} پارامتر بی‌بعد شده دما است که از رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود.

$$T^{*m} = \frac{T - T_{ROOM}}{T_{MELT} - T_{ROOM}} \quad (22)$$

A ، B و C ثابتهای تجربی مورد استفاده در این مدل است. در این مدل اثر نرخ کرنش پلاستیک نسبت به زمان بر تنش تسلیم در نظر گرفته شده اما در مدل اشتینبرگ از آن صرف نظر شده است. دلیل این موضوع، تفاوت محدوده کاربرد این مدلها است. در آزمایشهای صورت گرفته توسط جانسون و کوک برای محاسبه ضرایب مورد استفاده در این مدل، بیشینه نرخ کرنش پلاستیک برابر $400 s^{-1}$ بوده است اما در آزمایشهای اشتینبرگ - به دلیل توجه به بارگذاریهای انفجاری و برخورد با سرعتهای بسیار بالا - نرخ کرنش پلاستیک بیشتر از $10^5 s^{-1}$ بوده است.

۴- نتایج

برای بررسی صحت نتایج به دست آمده از برنامه، سعی در شبیه سازی نتایج تجربی به وسیله کد بود. برای این منظور یکبار با استفاده از مدل اشتینبرگ و بار دیگر با استفاده از مدل جانسون-کوک، آزمایش تجربی مندرج در مرجع

است [۵]. لذا روند تغییرات تنش تسلیم بر اثر تغییرات فشار، مانند این روند در مدول برشی در نظر گرفته می‌شود.

$$\left. \frac{1}{Y_0} \frac{dY}{dP} \right|_0 \approx \left. \frac{1}{G_0} \frac{dG}{dP} \right|_0 \quad (16)$$

بعضی از مواد نظیر اورانیم و مس به عملیات مکانیکی که در مراحل تولید بر روی آنها صورت می‌گیرد حساس هستند. به عنوان مثال با عملیات حرارتی بر روی اورانیم می‌توان تنش تسلیم آن را به صفر رساند. در این مدل فرض می‌شود که یک ماده (با هر سابقه تولید) از یک رفتار برای کارسختی تبعیت می‌کند و اثر عملیات قبلی بر روی آن، فقط موجب ایجاد یک تنش محبوس در آن یا یک تغییر شکل پلاستیک اولیه معادل در آن می‌شود که به صورت ε_c در رابطه (۱۵) ظاهر شده است.

همچنین در این مدل به مکانیزمی نیاز است تا در هنگام ذوب شدن ماده از مقاومت مکانیکی مواد بتوان صرف نظر کرد. برای این منظور از مدلی که توسط گری [۵] ارائه شده استفاده می‌کنیم. در این مدل در صورتی که انرژی داخلی ماده به یک مقدار حدی از انرژی (انرژی ذوب) برسد ماده ذوب می‌شود. مقدار انرژی ذوب برطبق این مدل از رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود.

$$E_m(\eta) = E_c(\eta) + 3RT_m(\eta) \quad (17)$$

در این رابطه E_c انرژی فشردگی سرد^۲ است که از رابطه (۱۸) و همچنین T_m و R' از روابط (۱۹) و (۲۰) محاسبه می‌شود:

$$E_c(\eta) = \int_0^\eta Pd\eta - \frac{900 R' e^{a\eta}}{(1-\eta)^{2(\Gamma_0 - a - 1/2)}} \quad (18)$$

$$T_m(\eta) = \frac{T_{m0} e^{a\eta}}{(1-\eta)^{2(\Gamma_0 - a - 1/3)}} \quad (19)$$

$$R' = \frac{R\rho_0}{A} \quad (20)$$

در این روابط P ، η ، Γ_0 ، T_{m0} ، R ، ρ_0 و A به ترتیب

1. Gary

2. Cold Compression Energy

[5] شبیه‌سازی شده است.

زمان پدیده بازگشت الاستیک نشان می‌دهند و اصولاً هیچ‌گونه بازگشت پلاستیکی را پیش‌بینی نمی‌کند. با در نظر گرفتن اثر تنش برشی (شکل ۲-ب) در محاسبات و استفاده از مدل الاستیک-کاملاً پلاستیک، شبیه‌سازی، بازگشت پلاستیکی را نیز پیش‌بینی می‌کند، لیکن هنوز زمان شروع بازگشت الاستیک و پلاستیک با نتایج تجربی اختلاف زیادی دارند. با اضافه کردن اثر کارسختی بر تنش تسلیم و مدول برشی همان‌گونه که از شکل ۲-ج مشاهده می‌شود، زمان بازگشت پلاستیک، تطبیق قابل قبولی با نتایج تجربی نشان می‌دهد. با اضافه کردن اثر فشار بر مدول برشی - همان‌گونه که از شکل ۲-د دیده می‌شود - پروفیل صافتری بین بازگشت الاستیک و پلاستیک ایجاد می‌شود و ساختار پله‌ای بین این دو بازگشت تعدیل می‌یابد. در نهایت انجام شبیه‌سازی با استفاده از مدل کامل (شکل ۲-و)، نتایجی را در اختیار قرار می‌دهد که با نتایج تجربی همخوانی قابل قبولی دارند.

اشتینبرگ در [5] ذکر کرده است که تأثیر ماده نگهدارنده بر شبیه‌سازی، بسیار کم و قابل صرف نظر کردن است، اما برای مدل‌سازی رفتار PMMA از معادله حالت پیچیده‌ای استفاده کرده است. بدون وجود ماده نگهدارنده، نتایج حاصل از شبیه‌سازی نسبت به نتایج تجربی اختلاف فاحشی را نشان می‌دهد.^۳ شکل ۳ نشان دهنده مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی، بدون وجود ماده نگهدارنده پلی‌کربنات با نتایج تجربی است. همچنین در شبیه‌سازی، معادله حالت مورد استفاده برای PMMA و ماده نگهدارنده از نوع گرونایزن می‌باشد و Γ/V برای این مواد ثابت فرض شده و مقادیر ثابت‌های S و C برای استفاده در معادله حالت PMMA و ماده نگهدارنده از مرجع [8] به‌دست آمده است.

۳- شبیه‌سازی انجام شده نشان می‌دهد برخلاف پیش‌بینی اشتینبرگ تأثیر Sabot قابل توجه می‌باشد.

۴-۱- بررسی نتایج مدل اشتینبرگ

برای بررسی صحت عملکرد کد، نتایج به‌دست آمده از آن را با نتایج مندرج در مرجع [5] مقایسه می‌کنیم. برای این منظور آزمایشی را که اشتینبرگ انجام داده شبیه‌سازی می‌کنیم. در این آزمایش یک قطعه آلومینیم به طول ۲/۴۱۱ میلیمتر که در انتهای آن یک قطعه نگهدارنده از جنس پلی‌کربنات (Sabot) به طول ۲۵ میلیمتر وجود دارد با سرعت ۳/۸۲ میلیمتر در میکروثانیه به یک قطعه آلومینیم به طول ۶/۰۰۷ میلیمتر برخورد می‌کند. در انتهای قطعه آلومینیم هدف، یک قطعه از ماده PMMA (Plexiglas) به طول ۲۵ میلیمتر قرار داده شده است. در هنگام آزمایش سرعت تماس قطعه هدف، با PMMA به‌عنوان معیار در نظر گرفته شده است.^۴ شکل ۱ شماتیک این مسأله را نشان می‌دهد. نتایج به‌دست آمده از این شبیه‌سازی همراه با نتایج تجربی در شکل ۲ آورده شده است.

همچنین ضرایب تجربی مورد استفاده برای آلومینیم در مدل اشتینبرگ در جدول ۱ آورده شده است.

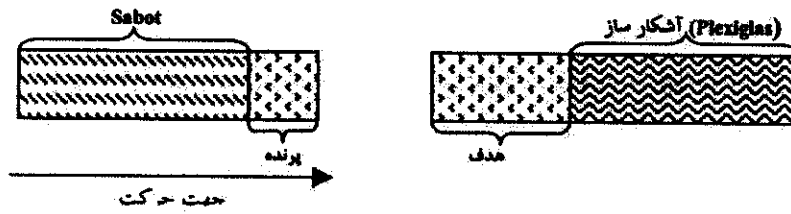
جدول ۱ ضرایب آلومینیم در مدل اشتینبرگ [۶]

$G_0(GPa)$	۲۷/۶
$Y_0(GPa)$	۰/۲۹
$Y_{Max}(GPa)$	۰/۶۸
β	۱۲۵
n	۰/۱۰
$G'_P/G_0(TPa^{-1})$	۶۵/۰
$G'_T/G_0(TPa^{-1})$	۰/۸۲

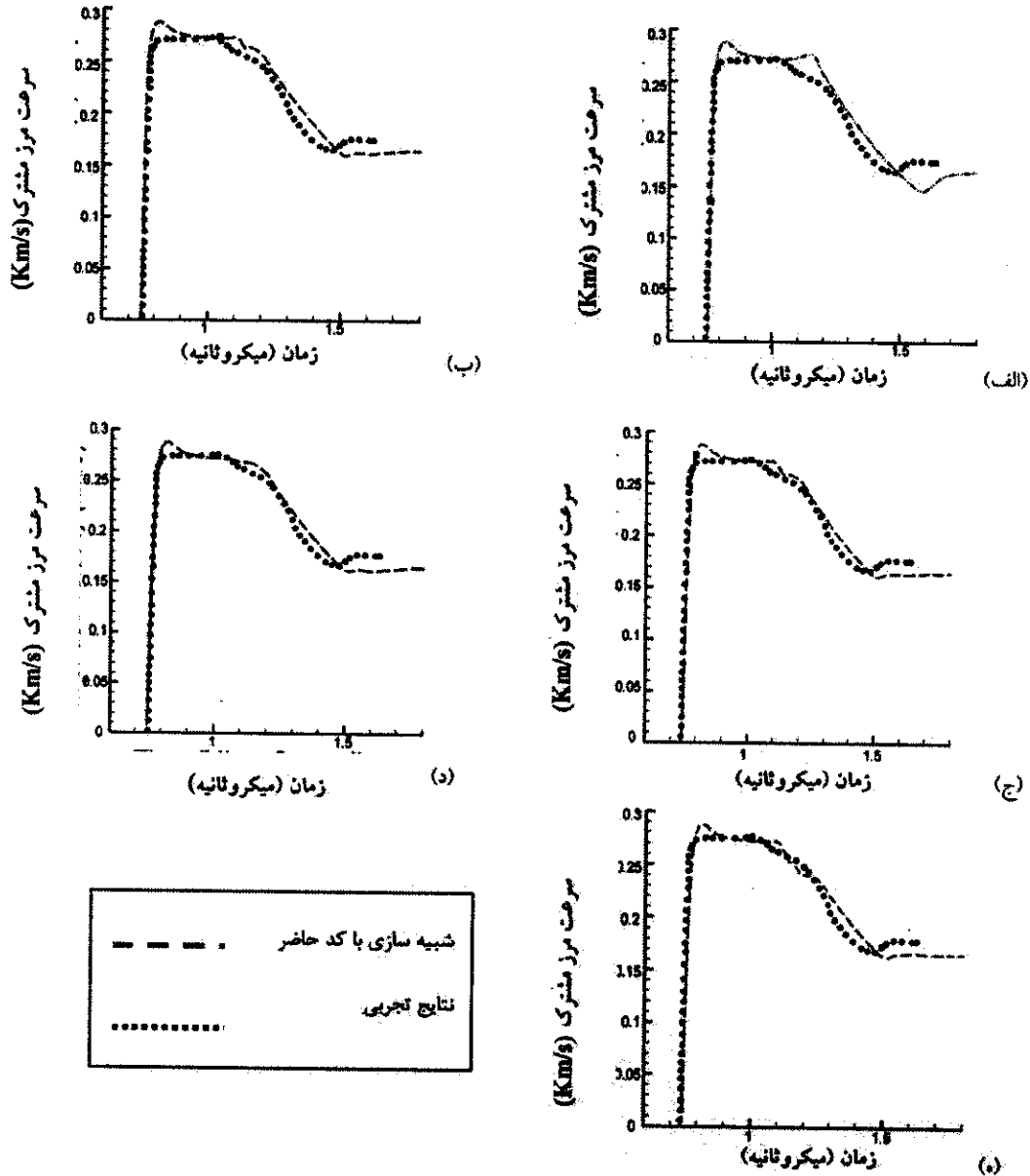
همان‌گونه که در شکل ۲-الف دیده می‌شود، در صورتی‌که از اثر تنش‌های انحرافی صرف‌نظر شود، شبیه‌سازی، اختلاف فاحشی را با نتایج تجربی در تعیین

1. Polymethylmethacrylate

۲- این ماده به‌دلیل خواص اپتیکی آن برای آشکارسازی حرکت فلز مورد استفاده قرار گرفته است.



شکل ۱ برخورد جسم پرنده با طول ۲/۶۱۱ میلیتیرا جسم هدف به طول ۷۰۰۷ میلیتیرا با سرعت ۷/۸۷ mm/μs

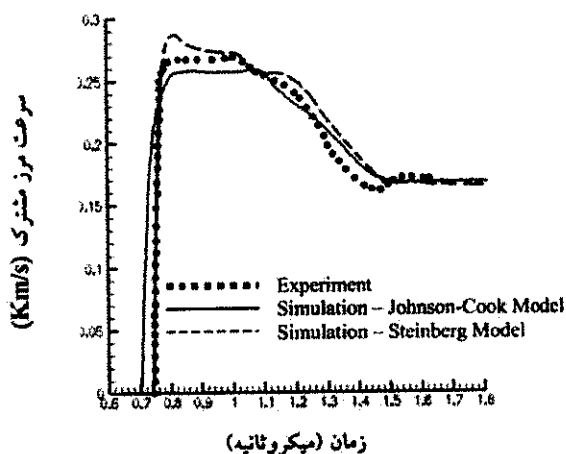


شکل ۲ مقایسه نتایج حاصل از شبهه سازی آزمایش انجام گرفته توسط اشتیرنگ و مقایسه با نتایج مندرج در [۶] الف- ماده صرف نظر از آثار تنش (Pure Hydro) . ب- ماده به صورت الاستیک-کاملاً پلاستیک . ج- اضافه کردن اثر کارسختی . د- اضافه کردن اثر فشار بر مدول برشی . ه- مدل کامل .

با وجود تفاوت در انتخاب معادلات حالت نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی انجام شده، به خصوص تأثیر کارسختی و فشار بر G و γ ، تطبیق بسیار خوبی با نتایج تجربی مندرج در مرجع [5] دارد.

۴-۲- بررسی نتایج مدل جانسون-کوک

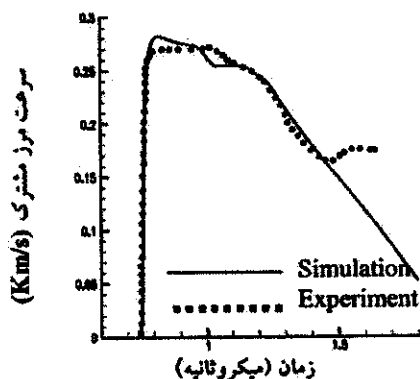
برای بررسی صحت کد در هنگام استفاده از مدل جانسون - کوک، آزمایشی که در قسمت قبل برای بررسی صحت عملکرد کد در هنگام استفاده از مدل اشتینبرگ صورت گرفته بود، مجدداً با استفاده از مدل جانسون-کوک شبیه‌سازی شد. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی در شکل ۵ آورده شده است. ضرایب تجربی مورد استفاده برای آلومینیم در مدل جانسون - کوک در جدول ۲ آورده شده است.



شکل ۵ مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی آزمایش اشتینبرگ [6] با استفاده از مدل جانسون و کوک با نتایج حاصل از همین شبیه‌سازی با مدل اشتینبرگ.

جدول ۲ ضرایب آلومینیم در مدل جانسون-کوک [7]

A (Mpa)	۲۶۵
B(Mpa)	۴۳۶
C	۰.۰۱۵
m	۰.۳۴
n	۱/۰۰۰



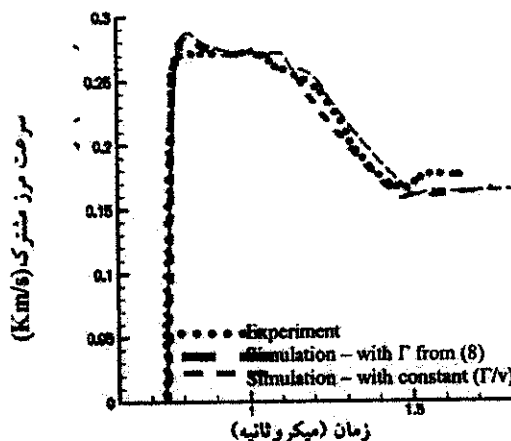
شکل ۳ مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی (بدون وجود نگهدارنده) با نتایج تجربی

اشتینبرگ برای مدل‌سازی رفتار آلومینیم از معادله حالت گرونایزن استفاده کرده و Γ گرونایزن را به صورت رابطه (۲۳) در نظر گرفته است.

$$\Gamma = \Gamma_0 - a(1 - 1/\eta) \quad (23)$$

شکل ۴ مقایسه بین دو $\frac{\Gamma}{\gamma}$ ثابت و تغییرات گاما مانند رابطه (۲۳) را برای شبیه‌سازی فوق با نتایج تجربی نشان می‌دهد.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود با فرض تغییرات گاما مشابه رابطه (۲۳)، نتایج، انطباق بهتری با نتایج تجربی خواهند داشت.



شکل ۴ مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی آزمایش اشتینبرگ [6] با استفاده از ثابت (Γ/γ) با نتایج حاصل از همین شبیه‌سازی با استفاده از Γ حاصل از رابطه (۸).

۶- منابع

- [1] Murri, W.J.; Curran, D. R., Petersen, C. F.; Crewdson, R. C.; "Response of Solids to Shock Wave"; *Advances in High-Pressure Research*, Vol. 4; 1974; pp1-163.
- [2] Jones O.E.; "Metal Response Under Explosive Loading"; *Behavior and Utilization of Explosives in Engineering Design*; 12th Annual Symposium; March 1972; New Mexico.
- [3] Davison, L.; Graham, R.A.; "Shock Compression of Solids"; *Physics Reports*; Vol.55; No.4; 1979.
- [4] Wilkins, M.L.; "Numerical Simulation of Dynamic Phenomena"; Springer; New-York; 1998.
- [5] Steinberg, D.J.; Cochran, S.G.; Guinan, M.W.; "A Constitutive Model for Metals Applicable at High-Strain Rate"; *Journal of Applied Physics*; Vol.51; No.3; 1980.
- [6] Johnson, G.; Cook, W.H.; "A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures"; *Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistics*; 1983; pp 541-547.
- [7] کیومرث مظاهری، "مبانی نظری ایدروکد OHCv2"، گزارش آزمایشگاه دینامیک گازها، دانشگاه تربیت مدرس، اردیبهشت ۱۳۸۱.
- [8] Khishchenko, K.V.; Levashov, P.R.; "www.rusbank.ru"; 2000.

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود نتایج شبیه‌سازی با استفاده از مدل جانسون کوک با نتایج تجربی مرجع [۵] همخوانی قابل قبولی را نشان می‌دهند. نکته بسیار مهم در اینجا، تطبیق بهتر نتایج مدل اشتینبرگ با نتایج تجربی است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود در مدل جانسون-کوک، اختلاف با نتایج تجربی در زمان خیزش اولیه در سرعت و مقدار پیشینه سرعت، به‌طور واضحی مشهود است.

به نظر می‌رسد که این اختلاف بیشتر ناشی از در نظر گرفتن نرخ کرنش در مدل جانسون-کوک است. همان‌گونه که ذکر شد در نرخهای کرنش بالا اثر این پارامتر بر تنش تسلیم و مدول برشی بسیار ناچیز است. این مطلب در مدل اشتینبرگ رعایت شده است اما مدل جانسون-کوک مکانیزمی برای اعمال این خواسته ندارد. با توجه به اینکه مسأله مورد بررسی، نرخ کرنش بالایی دارد لذا منطقی است مدل اشتینبرگ نتایج بهتری را در اختیار قرار دهد.

۵- نتیجه‌گیری

برای شبیه‌سازی دقیقتر حرکت امواج ضربه‌ای در مواد و بررسی رفتار مواد بر اثر امواج ضربه‌ای، لزوم در نظر گرفتن تغییرات تنش تسلیم و مدول برشی نسبت به فشار، دما و کرنش پلاستیک مشاهده شد. برای این منظور دو مدل اشتینبرگ و جانسون-کوک انتخاب و با یکدیگر مقایسه شد. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که مدل اشتینبرگ به‌طور دقیقتری نتایج تجربی حاصل از برخورد های با سرعت بالا (از مرتبه میلی‌متر بر میکروثانیه) را شبیه‌سازی می‌کند. این ناشی از حذف اثر نرخ کرنش در این مدل است. تجربه نیز نشان می‌دهد در نرخهای کرنش بالا (از مرتبه $10^5 s^{-1}$) این کمیت تأثیری بر تنش تسلیم و مدول برشی ندارد.